



# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**

## **FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION, HUMANAS Y TECNOLOGICAS**

### **CARRERA DE CIENCIAS EXACTAS**

#### **TÍTULO:**

“ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA GUÍA DIDÁCTICA CON ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS PARA EL APRENDIZAJE AUTENTICO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA, (LA RECTA), PARA LOS ESTUDIANTES DE DECIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DEL COLEGIO NACIONAL 15 DE AGOSTO, PERIODO 2013-2014”

**Trabajo presentado como requisito para obtener el título de Licenciado en Ciencias de la Educación. Especialidad Ciencias Exactas.**

#### **Autor:**

Juan Olmedo Cuvi Lema

#### **Directora de tesis:**

MsC. Narcisa Sánchez

**Riobamba – Ecuador**

**2015**

## **CARTA DE APROBACION DEL TUTOR DE TESIS**

Mcs. Narcisa de Jesús Sánchez Salcan

### **CERTIFICA:**

Que la investigación desarrollado por el egresado de la Carrera de Ciencias Exactas, en la presente tesis denominada “ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA GUÍA DIDÁCTICA CON ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS PARA EL APRENDIZAJE AUTENTICO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA, (LA RECTA), PARA LOS ESTUDIANTES DE DECIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DEL COLEGIO NACIONAL 15 DE AGOSTO, PERIODO 2013-2014”., cumplió con todos los aspectos normales, técnicos y reglamentarios establecidos por la Universidad Nacional de Chimborazo.

### **APRUEBA**

La impresión de la presente investigación, para ser sometidos a la sustentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.



---

Msc. Narcisa Sánchez

**DIRECTORA DE TESIS**

# HOJA DE APROBACIÓN

## UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

### FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION HUMANAS Y TECNOLOGICAS

#### TEMA

“ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA GUÍA DIDÁCTICA CON ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS PARA EL APRENDIZAJE AUTENTICO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA, (LA RECTA), PARA LOS ESTUDIANTES DE DECIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DEL COLEGIO NACIONAL 15 DE AGOSTO, PERIODO 2013-2014”.

Tesis de grado de licenciatura aprobado en nombre de la Universidad Nacional de Chimborazo pro los siguientes jurados:

#### MIEMBROS DEL TRIBUNAL

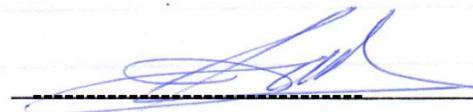
MsC. Ximena Zúñiga

**PRESIDENTA DEL TRIBUNAL**



MsC. Héctor Morocho

**MIEMBRO DEL TRIBUNAL**



MsC. Narcisa Sánchez

**TUTORA DE TESIS**



## **AUTORÍA**

Yo, Cuvi Lema Juan Olmedo, soy responsable de las ideas, doctrinas, resultados y propuestas expuestas en la presente investigación y los derechos correspondientes a la Carrera de Ciencias Exactas, Facultad de ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías de la Universidad Nacional de Chimborazo.



**Firma**

## **DEDICATORIA**

Dedico mi tesis en primer lugar a mi Dios, quien me ha dado fuerzas y sabiduría, luego a mis padres por el apoyo extraordinario que me han brindado.

A mi esposa quien me ha fortaleza y el apoyo incondicional para seguir adelante y a mi querido hijo por ser la alegría en mi vida diaria, quien me ha motivado para llegar a lo alto.

**Juan Olmedo Civi Lema**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco en primer lugar a mi Dios por su infinita bondad y por haber estado conmigo en los momentos que más lo necesite y sobre todo por haberme bendecido en mi salud, sabiduría e inteligencia para poder culminar con éxito la meta propuesta en mi vida.

A mis queridos profesores quienes con paciencia y dedicación ha hecho de mi un hombre que piensa, que enseña y cada día aprende algo de la vida, agradezco de manera muy especial por su esfuerzo, colaboración y sabiduría para poder ser un profesional.

**Juan Olmedo Cuvi Lema**

## ÍNDICE GENERAL

CERTIFICACION.....	i
APROBACION DEL TRIBUNAL.....	ii
AUTORIA.....	iii
DEDICATORIA .....	iii
AGRADECIMIENTO .....	vii
ÍNDICE GENERAL .....	viii
ÍNDICE DE CUADRO.....	xii
ÍNDICE DE GRÁFICOS .....	xiii
ÍNDICE DE ANEXOS .....	xiv
RESUMEN .....	xv
SUMMARY.....	xvi
INTRODUCCIÓN.....	xvi
CAPITULO I.....	1
1. MARCO REFERENCIAL.....	1
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	2
1.3. OBJETIVOS .....	2
1.3.1. Objetivo General.....	2
1.3.2. Objetivo Específicos .....	2
1.4. JUSTIFICACIÓN .....	3
CAPITULO II.....	4
2. MARCO TEÓRICO.....	4
2.1. Antecedentes de la investigación .....	4
2.2. Fundamentación Teórica.....	4
2.2.1. Aprendizaje .....	4
2.2.1.1. Tipos de aprendizaje .....	5
2.2.1.1.1. El aprendizaje auténtico.....	6
2.2.1.1.2. Aprendizaje significativo .....	7
2.2.1.1.3. Aprendizaje por descubrimiento.....	7
2.2.1.1.4. Aprendizaje receptivo .....	7

2.2.1.1.5.	Aprendizaje repetitivo .....	8
2.2.1.1.6.	Aprendizaje menorista .....	8
2.2.1.1.7.	Aprendizaje basado en la resolución de problemas .....	8
2.2.1.1.8.	Aprendizaje colaborativo .....	9
2.2.1.1.9.	Aprendizaje por inducción .....	10
2.2.1.2.	Teoría del aprendizaje .....	10
2.2.1.2.1.	Teoría del Constructivismo .....	10
2.2.1.2.2.	Teoría Cognitiva del Aprendizaje.....	11
2.2.1.2.3.	Teoría Social Cognitiva .....	12
2.2.1.2.4.	Teoría Cognitivo-Conductual .....	13
2.2.1.2.5.	La Tríada Cognitiva.....	13
2.2.1.2.6.	La psicología cognitiva.....	13
2.2.1.2.7.	Constructivismo de Vygotsky.....	15
2.2.2.	Estrategia.....	15
2.2.2.1.	Tipo de estrategias .....	15
2.2.2.1.1.	Estrategias cognitivas.....	15
2.2.2.1.2.	Estrategias metacognitivas.....	17
2.2.2.1.3.	Las estrategias de manejo de recursos o de apoyo.....	17
2.2.3.	Guía.....	18
2.2.3.1.	Guía Didáctica .....	19
2.2.3.2.	Función de la guía didáctica .....	19
2.2.3.2.1.	Función motivadora .....	19
2.2.3.2.2.	Función facilitadora de la comprensión y activadora del aprendizaje ....	20
2.2.3.2.3.	Función de orientación y diálogo.....	20
2.2.3.2.4.	Función evaluadora .....	20
2.2.3.3.	Estructura de la guía didáctica .....	20
2.2.4.	Planificación educativa .....	22
2.2.4.1.	Paradigma del aprendizaje de las matemáticas .....	23
2.2.4.2.	La complejidad de la enseñanza de las matemáticas .....	24
2.2.4.3.	Etapas Básicas del Proceso de Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática.....	25
2.2.4.4.	Desarrollo de los contenidos matemáticos.....	26

2.2.4.5.	Vinculación con otros conocimientos matemáticos.....	27
2.2.4.6.	Consolidación de los nuevos conocimientos matemáticos .....	28
2.2.4.7.	Inspección de los nuevos conocimientos matemáticos .....	29
2.2.4.8.	Profundización de los conocimientos matemáticos .....	31
2.2.4.9.	Geometría en la Educación .....	32
2.2.4.10.	¿Por qué un estudio en Geometría? .....	33
2.2.4.11.	Aspectos de la geometría .....	35
2.2.4.12.	La enseñanza aprendizaje de la geometría.....	36
2.2.4.13.	Corrección, eliminación de errores y concepciones erróneas .....	37
2.2.5.	Definiciones de términos básicos.....	39
2.3.	Variables de la investigación .....	40
2.4.	Operacionalización de variables .....	41
CAPITULO III.....		43
3.	MARCO METODOLÓGICO.....	43
3.1	MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN.....	43
3.2	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	43
3.3	TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	43
3.4	Población y Muestra .....	44
3.4.1	Población.....	44
3.4.2	Muestra .....	44
3.5	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS..	44
3.5.1	Técnicas .....	44
3.5.2	Instrumento .....	44
3.6	PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS .....	44
CAPITULO IV .....		46
4.	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	46
4.1	Análisis e interpretación de datos de la Ficha de Observación aplicado a los estudiantes del décimo año de educación general básica “15 de Agosto” .....	48
4.2	Resumen de la aplicación de la ficha de observación.....	58
CAPÍTULO V.....		59
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	60

5.1	CONCLUSIONES .....	60
5.2	RECOMENDACIONES .....	61
	BIBLIOGRAFÍA .....	62
	CAPÍTULO VI .....	64
6.	PROPUESTA.....	64
6.1	TITULO .....	64
6.2	FACTIBILIDAD.....	64
6.3	OBJETIVOS .....	64
6.3.1	General.....	64
6.3.2	Específico.....	64
6.4	Fundamentación teórica .....	65
6.5	CONTENIDO DE LA PROPUESTA.....	66
	ANEXOS	68

## ÍNDICE DE CUADRO

Cuadro N° 1 Estrategias cognitivas .....	16
Cuadro N° 2 Estrategias meta cognitivas .....	17
Cuadro N° 3 Estrategias de apoyo .....	18
Cuadro N° 4 Población de estudio .....	44
Cuadro N° 5 Datos del Pre test y Post test.....	46
Cuadro N° 6 Plano cartesiano, vértices de figuras.....	48
Cuadro N° 7 Ejercicios sobre distancia entre dos puntos .....	49
Cuadro N° 8 Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta. .....	50
Cuadro N° 9 Conceptualiza e identifica que son funciones y ecuaciones.....	51
Cuadro N° 10 Reconoce el dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas. .....	52
Cuadro N° 11 Representa gráficamente las funciones en el plano cartesiano.....	53
Cuadro N° 12 Aplica gráficas de funciones en la vida cotidiana .....	54
Cuadro N° 13 Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta.....	55
Cuadro N° 14 Resuelve problemas geométricos por métodos algebraicos. ....	56
Cuadro N° 15 Resumen de la aplicación de la ficha de observación .....	58

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1 Elaboran plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas .....	48
Gráfico N° 2 Realiza ejercicios sobre distancia entre dos puntos .....	49
Gráfico N° 3 Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta. ....	50
Gráfico N° 4 Conceptualiza e identifica que son funciones y ecuaciones.....	51
Gráfico N° 5 Reconoce el dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.	52
Gráfico N° 6 Representa gráficamente las funciones en el plano cartesiano .....	53
Gráfico N° 7 Aplica gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana .....	54
Gráfico N° 8 Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta. ....	55
Gráfico N° 9 Resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos. ....	56

## ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo N° 1 Evidencias fotográficas.....	69
Anexo N° 2 Ficha de observación aplicada los estudiantes.....	73
Anexo N° 3 Oficio emitido de la entidad donde se realiza la investigación .....	<b>¡Error!</b>

**Marcador no definido.**

## RESUMEN

La idea de elaboración y aplicación de la guía didáctica con estrategias constructivistas para el aprendizaje auténtico de la geometría analítica, (la recta), para los estudiantes de décimo año de educación General Básica Del Colegio Nacional 15 de Agosto, periodo 2014-2015, nació de la necesidad de promover el interés de aplicar estrategias que permita relacionar la motivación con el conocimiento constructivista. Esta investigación tiene como finalidad ayudar a los estudiantes a desarrollar las habilidades que permitan involucrar en una actividad de carácter significativo, activo, reflexivo y colaborativo, al analizar la referencia bibliográfica se pudo clarificar dudas y realizar la guía, también permitió realizar actividades que permita al estudiante reconocer las habilidades y motivaciones personales que estén contemplados en la guía a fin de fortalecer el espíritu del aprendizaje de la geometría analítica, sobre todo la recta. El tipo de investigación es Explicativa y de campo, porque esta investigación se realizó en el lugar donde ocurre el fenómeno, en contacto con los estudiantes quienes son los gestores del problema que se investiga. La población objeto de estudio fueron los 25 estudiantes del décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto del Cantón Colta, para esta investigación no existe muestra, es decir se trabaja con toda la población por ser pequeña. La técnica utilizada fue la observación la misma que permitió recopilar información para su posterior análisis, con su instrumento la ficha de observación. Finalmente se evidencio que los logros de aprendizaje en geometría analítica obtenidos en los estudiantes, mejoro significativamente en el aprendizaje, permitiendo que el estudiante estimule el aprendizaje, la creatividad y la integración entre compañeros.

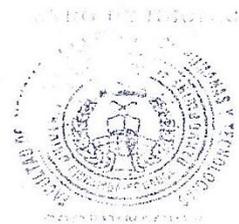
## SUMMARY

The idea of developing and implementing of the guide constructivist for authentic learning of the real analytic geometry (straight), for students in the tenth year of general basic education at "15 de Agosto" National High School, term 2014-2015, raised from the need to promote the benefits of implementing strategies for relating the motivation with the constructivist knowledge. This research aims to help students develop the skills to engage in an activity of a significant nature, active, thoughtful and collaborative, to analyze the bibliographic reference it could clarify doubts and create the guide also allowed activities to enable the student recognize the skills and personal motivations that are listed in the guide in order to strengthen the spirit of learning analytic geometry, especially the line. The research is explanatory and field, because this research was conducted at the place where the phenomenon occurs, contact with students who are the managers of the problem under investigation. The study population was 25 students in the tenth year of basic education at "15 de Agosto" National High School, Colta canton, for this research shows there is not sample, it means, that is working with the entire population to be small. The technique used was the observation that allowed it to gather information for later analysis, with its instrument the technical datasheet. Finally became clear that learning achievements obtained in analytic geometry from the students significantly improved learning, allowing students to stimulate learning, creativity and integration between partners.



Dra. Myriam Trujillo B. Mgs.

**COORDINADORA DEL CENTRO DE IDIOMAS**



## INTRODUCCIÓN

Los nuevas prácticas pedagógicas para el aprendizaje de geometría analítica, desde una postura constructivista los docentes enfrenta retos en la aplicación de métodos de enseñanza convirtiendo los contenidos en material didáctico evitando caer en métodos que tradicionalmente, convertían a las matemáticas como materia eminentemente expositiva en los programas escolares.

La investigación propone aplicar una guía didáctica de la geometría analítica en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de Agosto a fin de evaluar los aprendizajes promoviendo nuevas formas de construir conceptos y ampliar cada vez las teorías y modelos concebidas de otra manera.

El proyecto de investigación abarca cinco capítulos descritos en los siguientes términos:

**Capítulo I** Hace referencia al problema, planteamiento, formulación, delimitación, justificación del problema y objetivos.

**Capítulo II** Hace referencia a la recopilación y análisis bibliográfico, en él se detallan los fundamentos teóricos que sirven de sustento para la elaboración del marco teórico.

**Capítulo III** Se realiza el marco metodológico donde se detalla el tipo, diseño técnicas de investigación así como la población que es objeto de estudio.

**Capítulo IV** Se detallan los resultados obtenidos en la investigación de campo,

**Capítulo V** están las conclusiones y recomendaciones, se presentan las conclusiones a las que se ha llegado con la presente investigación y sus respectivas recomendaciones.

**Capítulo VI** Se encuentra detallado el marco propósito o propuesta el mismo que consta de un título, factibilidad, objetivos y contenido.

## **CAPITULO I**

### **1. MARCO REFERENCIAL**

#### **1.1.PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Más de 70 mil estudiantes de la sierra ecuatoriana en el año 2008 rindieron las pruebas “SER” de logros de aprendizaje en las asignaturas denominadas básicas, como son: Lenguaje, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Matemáticas. Los resultados, publicados a partir del 2010 en el último área descrito previamente se enlistan a continuación: Excelente: 0.14%, muy bueno: 2.41%, bueno: 17.31%, regular: 53,32%, insuficiente: 27.11%.

Como se puede apreciar claramente; apenas un 20% de los estudiantes de décimo año alcanzan los conocimientos mínimos que permitirían asegurar las bases de promoción para abordar estudios generales de Bachillerato que tengan que ver con las Ciencias Exactas como son la física, la química, geometría, trigonometría y la misma matemática.

El problema se agrava tomando en cuenta que además de los bajos resultados en el área de matemática; se involucra las bajas calificaciones. Sin embargo, para tener una idea más precisa que permita la ubicación de la coyuntura educativa a nivel rural, se debe recalcar que el informe remitido por el Sistema Nacional de Rendición de Cuentas de la República del Ecuador refiere que éste es el de más bajo rendimiento; siendo 4 puntos porcentuales más deficiente que su par urbano.

A nivel institucional; pues se nota claramente que en las sesiones áulicas el estudiante no alcanza los aprendizajes mínimos gracias a 3 dificultades básicas; 2 de los cuales son de enseñanza y 1 de aprendizaje: La falta de recursos que permitan facilitar el proceso de inter aprendizaje; el deficiente abordamiento por parte de los maestros que tienen complicaciones en la matemática, con un enfoque cotidiano y basado en situaciones reales del estudiante; y finalmente la falta de motivación e interés por parte de los estudiantes.

## **1.2.FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

¿De qué modo la elaboración y aplicación de la guía didáctica con estrategias constructivistas mejora el aprendizaje de la geometría analítica, (la recta), para los estudiantes de décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto, durante el periodo 2014-2015?

## **1.3.OBJETIVOS**

### **1.3.1. Objetivo General**

Elaborar y aplicar una guía didáctica con estrategias constructivistas para el aprendizaje de la geometría analítica, (la recta), para los estudiantes de décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto, periodo 2014-2015.

### **1.3.2. Objetivo Específicos**

- ✓ Examinar los contenidos de la asignatura de la geometría analítica, en especial la recta, a fin de diagnosticar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de Agosto.
- ✓ Elaborar una guía didáctica, con estrategias constructivistas para la enseñanza de la geometría analítica, en especial la recta.
- ✓ Aplicar una guía didáctica de la geometría analítica en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de Agosto.
- ✓ Evaluar los logros de aprendizaje en geometría analítica en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de Agosto

#### **1.4.JUSTIFICACIÓN**

Los beneficiarios directos de esta propuesta son los estudiantes del Colegio Nacional 15 de Agosto de la Comunidad Gatazo perteneciente a la Parroquia Cajabamba, Cantón Colta de la provincia de Chimborazo. Otros beneficiarios son la comunidad educativa del sector.

La utilidad que presenta éste proyecto se muestra claramente una guía como un instrumento de apoyo para el aprendizaje, y enfocar sus esfuerzos en alcanzar el objetivo de la didáctica consistente en traducir la teoría, en este caso de la geometría analítica en la práctica de la misma en asuntos interdisciplinarios en los que se apliquen los principios de la asignatura previa. Gracias al aporte de los recursos didácticos propuestos a través de la guía.

La viabilidad del proyecto se verifica dado que las autoridades tanto de la Universidad Nacional del Chimborazo, así como las del Colegio Nacional 15 de Agosto, los padres de familia, los estudiantes, y los miembros de la comunidad educativa en general han dado su complacencia a la ejecución del trabajo propuesto.

La originalidad de la investigación se valida dado que el investigador realizando indagaciones en la institución involucrada en el estudio no registran tesis o trabajos cuya temática sea: “Elaboración y aplicación de la guía didáctica con estrategias constructivistas para el aprendizaje auténtico de la geometría analítica, (la recta), para los estudiantes de décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto, periodo 2014-2015”.

## CAPITULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Antecedentes de la investigación

Revisando los archivos existentes en la biblioteca de la Universidad Nacional de Chimborazo, Facultad de Ciencias de la Educación Humanas y Tecnologías, Escuela de Ciencias no se han registrado investigaciones previas con nuestro tema de investigación.

#### 2.2. Fundamentación Teórica

##### 2.2.1. Aprendizaje

El aprendizaje es un proceso o conjunto de procesos que a través del cual se adquieren o se modifican ideas, habilidades o destrezas, es el resultado de la experiencia o razonamiento humano.

- Se define aprendizaje como “un cambio en la disposición o capacidad de las personas que puede retenerse y no es atribuible simplemente al proceso de crecimiento”(García Cué, 2006)
- Se define aprendizaje por el proceso en virtud del cual una actividad se origina o cambia a través de la reacción a una situación encontrada, con tal que las características del cambio registrado en la actividad no puedan explicarse con fundamento en las tendencias innatas de respuesta, la maduración o estados transitorios del organismo (por ejemplo: la fatiga, las drogas, entre otras).
- Se lo define como “los procesos subjetivos de captación, incorporación, retención y utilización de la información que el individuo recibe en su intercambio continuo con el medio”.
- Se considera que “el aprendizaje se ocupa básicamente de tres dimensiones: como constructo teórico, como tarea del alumno y como tarea de los

profesores, esto es, el conjunto de factores que pueden intervenir sobre el aprendizaje”.

- Se basan en la definición de Gagné, Hartis y Schyahn, para expresar que el aprendizaje es en esencia un cambio producido por la experiencia, pero distinguen entre: El aprendizaje como producto, que pone en relieve el resultado final o el desenlace de la experiencia del aprendizaje. El aprendizaje como proceso, que destaca lo que sucede en el curso de la experiencia de aprendizaje para posteriormente obtener un producto de lo aprendido. El aprendizaje como función, que realza ciertos aspectos críticos del aprendizaje, como la motivación, la retención, la transferencia que presumiblemente hacen posibles cambios de conducta en el aprendizaje humano.

En las distintas definiciones hay algunos puntos de coincidencia, en especial aquéllas que hablan sobre un cambio de conducta y como resultado de la experiencia. (García Cué, 2006)

“La enseñanza de la matemática se realiza de diferentes maneras y con la ayuda de muchos medios, cada uno con sus respectivas funciones; uno de ellos, el más usado e inmediato, es la lengua natural (Bayer, 1994; Skovsmose, 1994; Serrano, 2003). En la actualidad, la computadora y sus respectivos programas se ha convertido en el medio artificial más difundido para el tratamiento de diferentes temas matemáticos que van desde juegos y actividades para la educación matemática elemental hasta teorías y conceptos matemáticos altamente complejos, sobre todo en el campo de las aplicaciones. Esos medios ayudan a los docentes para un buen desempeño en el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza.”(Mora, 2003).

#### **2.2.1.1. Tipos de aprendizaje**

Existen distintos tipos de aprendizajes sin embargo el aprendizaje autónomo se producen proceso de aprendizajes diferentes.

### **2.2.1.1.1. El aprendizaje auténtico.**

Es un proceso que el estudiante tiene que asumir y dirigirá partir de su potencial. La base para ello es la actividad de estudio y el proceso de aprendizaje que ella implica (Talízina1988).

Señala las siguientes características de lo que es el aprendizaje auténtico:

**1.- Significativo.-** el estudiante:

- a) Relaciona el estudio con sus necesidades e intereses.
- b) Establece propósitos.
- c) Trabaja a un nivel apropiado para su desarrollo educativo y estilos de aprendizaje.

**2.- Activo.-** el estudiante:

- a) Lleva a cabo acciones en situaciones reales o cuasi reales.
- b) Desarrolla medios o maneja instrumentos.
- c) Diseña o produce algo.

**3.- Reflexivo.-** el estudiante:

- a) Ejercita sus destrezas de pensamiento.
- b) Planifica y monitorea su proceso de estudio y aprendizaje.
- c) Autoevalúa los resultados de su aprendizaje.

**4.- Colaborativo.-** el estudiante:

- a) Desarrolla competencia social.
- b) Da, recibe e incorpora retro comunicación.
- c) Coordina sus metas y acciones con las de los otros.

**5.- Ponderador.-** el estudiante:

- a) Desarrolla competencias o habilidades.
- b) Supera la pasividad frente a la realidad.
- c) Transforma o domina un aspecto de la realidad.

#### **2.2.1.1.2. Aprendizaje significativo**

“Se distingue por dos características, la primera es que su contenido puede relacionarse de un modo sustantivo, no arbitrario o al pie de la letra, con los conocimientos previos del alumno, y la segunda es que éste ha de adoptar una actitud favorable para tal tarea, dotando de significado propio a los contenidos que asimila”(Universidad de Cordoba, 2006).

Este tipo de aprendizaje está ligado directamente a la información que ya posee reajustando y reconstruyendo con el nuevo conocimiento, esta relaciona información nueva con conocimientos previos.

#### **2.2.1.1.3. Aprendizaje por descubrimiento**

“Implica una tarea distinta para el alumno; en este caso el contenido no se da en su forma acabada, sino que debe ser descubierto por él. Este descubrimiento o reorganización del material debe realizarse antes de poder asimilarlo; el alumno no reordena el material adaptándolo a su estructura cognoscitiva previa hasta descubrir las relaciones, leyes o conceptos que posteriormente asimila” (Universidad de Cordoba, 2006).

Este tipo promueve el aprendizaje sea adquirido por sí mismo, de tal modo que el contenido que se va a aprender no se presenta en su forma final, sino que debe ser descubierto por el estudiante, es decir; el estudiante aprenderá de sus errores.

#### **2.2.1.1.4. Aprendizaje receptivo**

“El alumno se le da o se le presentan los conceptos en forma acabada, en cambio el aprendizaje por descubrimiento el alumno descubre por sí mismo lo que va a aprender. El alumno recibe los contenidos que debe aprender en su forma final, acabada; no necesita realizar ningún descubrimiento más allá de la comprensión y asimilación de los mismos de manera que sea capaz de reproducirlos cuando le sea requerido” (Universidad de Cordoba, 2006).

Este aprendizaje requiere que el estudiante no solo aprenda sino que comprendan los contenidos, sino más bien debe entender los contenidos que son transmitidos por el docente y el estudiante se vuelve un ente receptor de conocimiento también llamada sujeto pasivo del conocimiento.

#### **2.2.1.1.5. Aprendizaje repetitivo**

“Se produce cuando los contenidos de la tarea son arbitrarios (pares asociados, números, etc.), cuando el alumno carece de los conocimientos necesarios para que los contenidos resulten significativos, o si adopta la actitud de asimilarlos al pie de la letra y de modo arbitrario”(Universidad de Cordoba, 2006)

Este aprendizaje consiste en que el estudiante debe repetir muchas veces los contenidos ya descritos, para ello debe escribirlo y repetirlo en alta voz, este tipo de aprendizaje permite que el estudiante se memorice los contenidos.

#### **2.2.1.1.6. Aprendizaje menorista**

“Es la internalización arbitraria y al pie de la letra de los conceptos nuevos porque el alumno carece de conceptos previos que hagan potencialmente significativo el proceso”(Universidad de Cordoba, 2006)

#### **2.2.1.1.7. Aprendizaje basado en la resolución de problemas**

“Al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas.” (Zúñiga, 2012).

- Entre las finalidades de la resolución de problemas tenemos:
- Hacer que el estudiante piense productivamente.

- Desarrollar su razonamiento.
- Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.
- Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.
- Hacer que las sesiones de aprendizaje de matemática sean más interesantes y desafiantes.
- Equiparlo con estrategias para resolver problemas.
- Darle una buena base matemática.

#### **2.2.1.1.8. Aprendizaje colaborativo**

“Consiste en formar equipos de trabajo para lograr un aprendizaje común; pero asumiendo cada miembro del grupo la responsabilidad por el aprendizaje de sus demás compañeros. Esto exige intercambiar información, ayudarse mutuamente y trabajar juntos en una tarea, hasta que todos la hayan comprendido y terminado, construyendo sus aprendizajes a través de la colaboración.” (Zúñiga, 2012).

El aprendizaje colaborativo pone énfasis en el proceso, más que en el producto. Posibilita el desarrollo de competencias dentro de un espacio no competitivo y, por sus características, incide siempre en las áreas personal, social y comunicación integral, aunque es una herramienta muy potente para posibilitar toda clase de aprendizajes. Comparando los resultados de esta estrategia con modelos de aprendizaje tradicional, se ha comprobado que los alumnos aprenden con el aprendizaje colaborativo, recuerdan por más tiempo los nuevos conocimientos, desarrollan habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico; y se sienten más confiados y aceptados por ellos mismos y por los demás.

A continuación presentamos un conjunto de aprendizajes que constituyen la base de esta estrategia y que durante todo el proceso de trabajo, los alumnos incidirán en ellos:

- Cooperación.
- Compartir.
- Responsabilidad.
- Intercambio.
- Trabajo en equipo.

#### **2.2.1.1.9. Aprendizaje por inducción**

“Esta estrategia pedagógica se usa para enseñar conceptos y principios, partiendo de la realidad. Desde este enfoque, el maestro proporciona a los alumnos una serie de ejemplos o experiencias, a partir de los cuales hace preguntas que les llevan a reflexionar, discutir y comprender determinadas ideas o nociones, así como a demostrar determinadas capacidades.” (Zúñiga, 2012).

“Esta estrategia aporta al desarrollo de competencias porque favorece la comprensión de cierta información, sea que resulte indispensable para la solución de un problema; sea que se requiera para mejorar el actual desempeño. Obviamente, el desarrollo pleno de una competencia requiere ser complementada con otro tipo de experiencias de aprendizaje.” (Zúñiga, 2012).

#### **2.2.1.2. Teoría del aprendizaje**

##### **2.2.1.2.1. Teoría del Constructivismo**

“La tercera metáfora, la del aprendizaje como construcción de significado define más plenamente la corriente cognitivista del aprendizaje. En los años setenta y ochenta, hay otro cambio dentro de la perspectiva cognitivista. El marco de la investigación se traslada desde el laboratorio a situaciones realistas de aprendizaje escolar. En la realidad social que cambia aparece un estudiante con rasgos más activo e inventivos, o al menos más acorde con el estereotipo vigente. Un estudiante que busca construir significado de los contenidos que le llegan. Su papel se corresponde más al de un individuo autónomo y autorregulado, que tiende a conocer sus propios procesos cognitivos, o al menos con voluntad de ello, y de tener el control del aprendizaje.

En este marco interpretativo el aprendizaje aparece eminentemente activo e implica un flujo asimilativo de dentro hacia afuera. El estudiante no se limita a copiar el conocimiento, sino que lo construye (constructivismo) a partir de elementos personales, experiencia e ideas previas e implícitas, para atribuir significado (esos es ahora comprender) y representarse el nuevo conocimiento con sentido adquirido (el

contenido del aprendizaje). Como consecuencia cambia el papel del profesor, que pasa de suministrar conocimientos, a participar (a ayudar según los casos) en el proceso de construir el conocimiento junto con el estudiante o como una ayuda, se trata pues de un conocimiento construido y, según los modelos teóricos, compartidos o ayudados.(Zapata-Ros, 2012, pág. 9)

#### **2.2.1.2.2. Teoría Cognitiva del Aprendizaje**

##### **¿Cómo Utilizar el Pensamiento para Aprender?**

“La Teoría Cognitiva del Aprendizaje explica por qué el cerebro constituye la red más increíble de procesamiento e interpretación de la información en el cuerpo a medida que aprendemos cosas. A su vez, ésta puede ser dividida en dos teorías específicas: la Teoría Social Cognitiva (TSC) y la Teoría Cognitivo-Conductual (TCC).”(Sincero, 2011)

“Cuando decimos la palabra "aprendizaje" generalmente nos referimos a "pensar usando el cerebro". Este concepto básico de aprendizaje es el punto central de la Teoría Cognitiva del Aprendizaje (TCA). Esta teoría ha sido utilizada para explicar los procesos mentales, ya que éstos son afectados tanto por factores intrínsecos como extrínsecos que eventualmente producen un aprendizaje en el individuo.” (Sincero, 2011)

“La Teoría Cognitiva del Aprendizaje determina que los diferentes procesos del aprendizaje pueden ser explicados, en primer lugar, por medio del análisis de los procesos mentales. Presupone que, por medio de procesos cognitivos efectivos, el aprendizaje resulta más fácil y la nueva información puede ser almacenada en la memoria por mucho tiempo. Por el contrario, los procesos cognitivos ineficaces producen dificultades en el aprendizaje que pueden ser observadas a lo largo de la vida de un individuo.” (Sincero, 2011).

### 2.2.1.2.3. Teoría Social Cognitiva

“En la Teoría Social Cognitiva tenemos en cuenta tres variables:

- factores de comportamiento
- factores ambientales (extrínsecos)
- factores personales (intrínsecos)

Se considera que estas tres variables de la Teoría Social Cognitiva están interrelacionadas entre sí, provocando que se produzca el aprendizaje. La experiencia personal de un individuo puede reunirse con los factores determinantes del comportamiento y con los factores ambientales.” (Sincero, 2011)

En la interacción persona-ambiente, las creencias, ideas y competencias cognitivas humanas son modificadas por factores externos, tales como un padre comprensivo, un ambiente estresante o un clima cálido. En la interacción persona-comportamiento, los procesos cognitivos de una persona afecta su comportamiento. De la misma manera, la realización de dicho comportamiento puede modificar la forma en que piensa. Por último, en la interacción ambiente-comportamiento, los factores externos pueden alterar la forma de mostrar el comportamiento. Además, el comportamiento puede afectar y modificar el ambiente. Este modelo indica claramente que para que tenga lugar un aprendizaje efectivo y positivo la persona debe tener características personales positivas, mostrar un comportamiento adecuado y permanecer en un ambiente de contención.” (Sincero, 2011).

“Asimismo, la Teoría Social Cognitiva determina que las nuevas experiencias serán evaluadas por el aprendiz mediante el análisis de sus experiencias pasadas con los mismos determinantes. Por lo tanto, el aprendizaje constituye el resultado de una evaluación exhaustiva de la experiencia actual en comparación con el pasado.” (Sincero, 2011).

#### **2.2.1.2.4. Teoría Cognitivo-Conductual**

La Teoría Cognitivo-Conductual describe el papel de la cognición (saber) para determinar y predecir el patrón de comportamiento de un individuo. Esta teoría fue desarrollada por Aarón Beck.

La Teoría Cognitivo-Conductual establece que los individuos tienden a formar conceptos propios que afectan el comportamiento que muestran. Estos conceptos pueden ser positivos o negativos y pueden verse afectados por el entorno de una persona.

#### **2.2.1.2.5. La Tríada Cognitiva**

“La Teoría Cognitivo-Conductual explica con más detalle el comportamiento y el aprendizaje humano mediante la tríada cognitiva. Esta tríada incluye pensamientos negativos acerca de:”

El yo (es decir, yo soy basura).

El mundo/ambiente (es decir, el mundo es irracional).

El futuro (es decir, mi futuro es nefasto).(Sincero, 2011)

#### **2.2.1.2.6. La psicología cognitiva**

“Se preocupa del estudio de procesos tales como lenguaje, percepción, memoria, razonamiento y resolución de problema. Ella concibe al sujeto como un procesador activo de los estímulos. Es este procesamiento, y no los estímulos en forma directa, lo que determina nuestro comportamiento.”(Osorio Rojas)

“Bajo esta perspectiva, para Jean Piaget, los niños construyen activamente su mundo al interactuar con él. Por lo anterior, este autor pone énfasis en el rol de la acción en el proceso de aprendizaje. La teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget es una de las más importantes. Divide el desarrollo cognitivo en etapas caracterizadas por la posesión de estructuras lógicas cualitativamente diferentes, que dan cuenta de ciertas

capacidades e imponen determinadas restricciones a los niños. Con todo, la noción piagetiana del desarrollo cognitivo en términos de estructuras lógicas progresivamente más complejas ha recibido múltiples críticas por parte de otros teóricos cognitivos, en especial de los teóricos provenientes de la corriente de procesamiento de la información.”(Osorio Rojas)

“Los teóricos del procesamiento de la información critican la teoría del desarrollo de Piaget, planteando que las etapas se diferencian no cualitativamente, sino por capacidades crecientes de procesamiento y memoria. Bruner, por ejemplo, rechaza explícitamente la noción de etapas desarrollistas, sin embargo, sostiene que diferentes modos de procesar y representar la información son enfatizados durante diferentes períodos de la vida del niño. Él plantea que, durante los primeros años, la función importante es la manipulación física: «saber es principalmente saber cómo hacer, y hay una mínima reflexión» (Bruner, 1966). Durante el segundo período que alcanza un punto más alto entre los 5 y 7 años, el énfasis se desvía hacia la reflexión y el individuo, se hace más capaz de representar aspectos internos del ambiente. Durante el tercer período, que coincide en general con la adolescencia, el pensamiento se hace cada vez más abstracto y dependiente del lenguaje. El individuo adquiere una habilidad para tratar tanto con proposiciones como con objetos. Es decir, según Bruner los seres humanos han desarrollado tres sistemas paralelos para procesar y representar información. Un sistema opera a través de la manipulación y la acción, otro a través de la organización perceptual y la imaginación y un tercero a través del instrumento simbólico. Y en distintos períodos del desarrollo, se le otorga distinto énfasis a diferentes modos de representación. En este sentido, para Jerome Bruner, el desarrollo intelectual se caracteriza por una creciente independencia de los estímulos externos; una creciente capacidad para comunicarse con otros y con el mundo mediante herramientas simbólicas y por una creciente capacidad para atender a varios estímulos al mismo tiempo y para atender a exigencias múltiples. El aprendizaje por descubrimiento es la capacidad de reorganizar los datos ya obtenidos de maneras novedosas, de manera que permitan insights o descubrimientos nuevos. Esto queda expresado en el principio de este autor: «Todo conocimiento real es aprendido por uno mismo». Bruner propone una teoría de la instrucción que considera cuatro aspectos fundamentales: la motivación a aprender, la estructura del

conocimiento a aprender, la estructura o aprendizajes previos del individuo, y el refuerzo al aprendizaje.”(Osorio Rojas)

#### **2.2.1.2.7. Constructivismo de Vygotsky**

El psicólogo soviético Lev Vygotsky desarrolló la teoría del constructivismo. Esta teoría describe el soporte social e instruccional de los estudiantes para el aprendizaje de nuevos conceptos, comparable a las estructuras levantadas para construir nuevos edificios. La estructura soporta la construcción (la introducción de nuevo material) y se retira tras su finalización (o cuando la lección es comprendida).(Zeske, 2010)

### **2.2.2. Estrategia**

Son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexivo y reflexible para promover el logro de aprendizaje significativo. (Mayer, 1984)

#### **2.2.2.1. Tipo de estrategias**

##### **2.2.2.1.1. Estrategias cognitivas**

Hacen referencia a la integración del nuevo material con el conocimiento previo. La mayor parte de las estrategias están incluidas dentro de esta categoría; en concreto, son las de selección, organización y elaboración de la información, constituyen las condiciones cognitivas del aprendizaje significativo.” (Zúñiga, 2012, pág. 64)

**Cuadro N° 1 Estrategias cognitivas**

<b>Estrategia de aprendizaje</b>	<b>Descripción</b>
Clasificación / verificación	Las usa el estudio para confirmar su comprensión de los temas.
Predicción/inferencia inductiva	Se hace uso de los conocimientos previos por, ejemplo, conceptos, símbolos, lenguajes matemáticos, las representaciones gráficas. Se habla para inferir significados en gráficos, ecuaciones, problemas, etc. Se revisa aspectos como ¿Qué significado tiene?, ¿Dónde lo use antes?, ¿Cómo se escribe, o se simboliza?, ¿Con que se relaciona?
Razonamiento Deductivo	Esta es una estrategia de solución de problemas. El alumno y usa reglas generales, patrones y organización para construir, entender, resolver. Usa: analogías Síntesis Generalizaciones Procedimientos, etc.
Practica y Memorización	Contribuye al almacenamiento y retención de los conceptos tratados. El foco de atención es la exactitud en el uso de las ecuaciones, gráficos, algoritmos, procesos de resolución. Se usa: Repetición Ensayo y error Experimentación Imitación.
Monitoreo	El propio alumno revisa que su aprendizaje se esté llevando a cabo eficaz y eficientemente.
Toma de notas	Se refiere a colocar los contenidos que se desea aprender en una secuencia que tenga sentido. Escribir las definiciones, ideas principales, puntos centrales, un esquema o un resumen de información que se presentó oralmente o por escrito.
Agrupamiento	Clasificar u ordenar material para aprender en base a sus atribuciones en común.

**Fuente: (Olmedo & Curotto, 2002)**

### 2.2.2.1.2. Estrategias meta cognitivas

Hacen referencia a la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición. Son un conjunto de estrategias que permiten el conocimiento de los procesos mentales, así como el control y regulación de los mismos con el objetivo de lograr determinadas metas de aprendizaje.” (Zúñiga, 2012).

**Cuadro N° 2 Estrategias meta cognitivas**

Organizadores previos	Hacer una revisión anticipada del material por aprender en preparación de una actividad de aprendizaje.
Atención dirigida	Decidido por adelantado atender una tarea de aprendizaje en general e ignorar detalles.
Atención selectiva	Decidir por adelantado atender detalles específicos que nos permitan retener el objetivo de la tarea.
Autoadministración	Detectar las condiciones que nos ayuda a aprender y preocupar su presencia.
Autoevaluación	Verificar el éxito de nuestro aprendizaje según nuestros propios parámetros de acuerdo a nuestro nivel.

**Fuente:**(Olmedo & Curotto, 2002)

### 2.2.2.1.3. Las estrategias de manejo de recursos o de apoyo

Son una serie de estrategias de apoyo que incluyen diferentes tipos de recursos que contribuyen a que la resolución de la tarea se lleve a buen término. Tienen como finalidad sensibilizar al estudiante con lo que va a aprender; y esta sensibilización hacia el aprendizaje integra tres ámbitos: la motivación, las actitudes Los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, presentan alguna dificultad al momento de conceptualizar sus nociones, definiciones y aplicaciones y suele ser una de las asignaturas que se relacionan con los índices más altos de deserción académica. Por esta razón, se requieren estrategias pedagógicas que posibiliten un buen manejo y comprensión por parte de los estudiantes.” (Zúñiga, 2012).

“Una de las cuestiones fundamentales es “analizar el registro de la teoría de forma semiótica y los aprendizajes intelectuales”. 51 Las estructuras algebraicas a través de

la interpretación de situaciones, reconoce al álgebra como un instrumento de modelización matemática, manifestando sentido crítico.

Al organizar situaciones didácticas para el estudio de aspectos del álgebra interpreta enunciados matemáticos presentados en un lenguaje formal o de un lenguaje común a través de la lectura, la decodificación y la codificación, la clasificación, la discusión y la representación, con el fin de procesar la información mediante la relación, la transformación y la aplicación.” (Zúñiga, 2012).

**Cuadro N° 3 Estrategias de apoyo**

<b>Estrategia de aprendizaje</b>	<b>Descripción</b>
Cooperación	Trabajar con uno o más compañeros para obtener retroalimentación.
Aclarar dudas	Preguntar o discutir con los compañeros o con el profesor.
Logro	Querer ser premiado por su desempeño. Obtener la mejor nota. Querer ser reconocido como el mejor en algún aspecto.

**Fuente: (Olmedo & Curotto, 2002)**

### 2.2.3. Guía

“Diversas opiniones son las que se establecen entorno al origen etimológico de la palabra guía, sin embargo, una de las más sólidas y aceptadas es que dicho término proviene en concreto del gótico *vitan* que puede traducirse como vigilar u observar”.(Nota en clave, 2015)

El término puede hacer referencia a múltiples significados de acuerdo al **contexto** en el que se utilice, Según la Real academia de lengua española vigésima segunda edición, guía es “aquello que dirige o encamina hacia algún objetivo”, asumimos la definición de guía aplicado al ámbito de la educación como un material didáctico que ha sido diseñado para orientar el estudio autónomo, propiciar el aprendizaje independiente y promover la autogestión en el estudiante, el cual sin otra ayuda más

que este recurso, podrá realizar actividades de aprendizaje, alcanzar los objetivos establecidos en un programa educativo y conocer los criterios de evaluación de sus logros.

### **2.2.3.1. Guía Didáctica**

La guía de actividades o guía didáctica es un documento creado por el tutor del curso, esta tiene por objeto orientar al estudiante en una tarea a desarrollar dentro del proceso de aprendizaje virtual. Usted, que ha participado ya en estudios virtuales entenderá la importancia de este documento. Del buen uso de esta herramienta, de su lectura detenida y su buena interpretación dependerá de los resultados de la tarea a desarrollar.

Una guía didáctica es un instrumento con orientación técnica para el estudiante, que incluye toda la información necesaria para el correcto y provechoso desempeño de este dentro de las actividades académicas de aprendizaje independiente. La guía didáctica debe apoyar al estudiante a decidir qué, cómo, cuándo y con ayuda de qué estudiar los contenidos de un curso a fin de mejorar el aprovechamiento del tiempo disponible y maximizar el aprendizaje y su aplicación. Es la propuesta metodológica que ayuda al alumno a estudiar el material, incluye el planteamiento de los objetivos específicos o particulares, así como el desarrollo de todos los componentes de aprendizaje incorporados por tema, apartado, capítulo o unidad.

### **2.2.3.2. Función de la guía didáctica**

#### **2.2.3.2.1. Función motivadora**

Despierta el interés por la asignatura y mantiene la atención durante el proceso de auto estudio, ya que motiva y acompaña al estudiante través de una conversación didáctica guiada. (Aguilar, 2004)

#### **2.2.3.2.2. Función facilitadora de la comprensión y activadora del aprendizaje**

Propone metas claras que orientan el estudio de los alumnos, pues organiza y estructura la información del texto básico vinculando el texto básico con los demás materiales educativos seleccionados para el desarrollo de la asignatura.

Contiene sugerencias técnicas de trabajo intelectual que faciliten la comprensión del texto y contribuyan a un estudio eficaz (leer, subrayar, elaborar esquemas, desarrollar ejercicios...). A la vez contiene distintas actividades y ejercicios, en un esfuerzo por atender los distintos estilos de aprendizaje. (Aguilar, 2004).

#### **2.2.3.2.3. Función de orientación y diálogo**

“Fomenta la capacidad de organización y estudio sistemático, promoviendo la interacción con los materiales y compañeros, este tiene la finalidad de animar a comunicarse con el profesor-tutor ofreciendo sugerencias oportunas para posibilitar el aprendizaje independiente. (Aguilar, 2004)

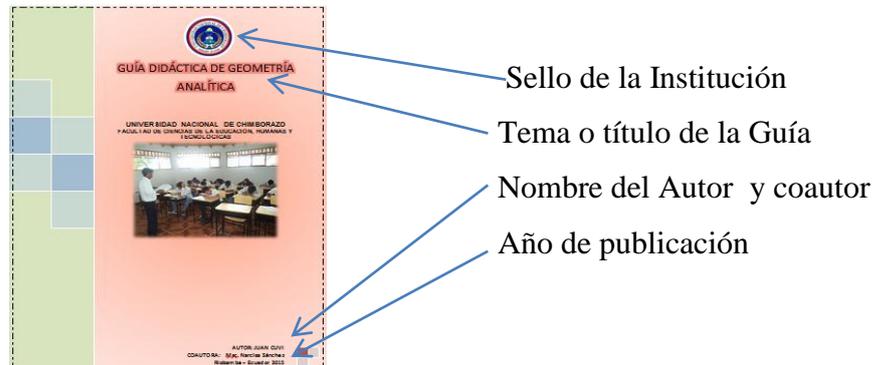
#### **2.2.3.2.4. Función evaluadora**

“Activa los conocimientos previos relevantes, para despertar el interés e implicar a los estudiantes, propone ejercicios recomendados como un mecanismo de evaluación continua y formativa que a su vez son de autocomprobación del aprendizaje (autoevaluaciones), para que el alumno controle sus progresos, descubra vacíos posibles y se motive a superar las deficiencias mediante el estudio” (Aguilar, 2004)

#### **2.2.3.3. Estructura de la guía didáctica**

Cuando se ha elegido trabajar con textos convencionales o de mercado, como es nuestro caso, es indispensable elaborar Guías Didácticas muy completas, que potencien las bondades y compensen los vacíos del texto básico; para lo cual hemos optado por una Guía Didáctica que contemple los apartados siguientes:

- ✓ **Datos informativos:** llamado también caratula.



Elaborado por: **Juan Cuvi**

- ✓ **Índice:** una abreviatura de los contenidos que contiene la guía.
- ✓ **Introducción:** es un prevé información de lo que contiene el documento, en sí es la síntesis de todo el documento. Para ello debe contener:  
¿Cuál es el tema del trabajo?, ¿por qué se hace el trabajo?, ¿cuál es la finalidad?, ¿se quiere describir, analizar, diferenciar o contrastar los temas?
- ✓ **Objetivos:** Permite especificar los lineamiento a seguir, son las pautas mismo que debe ser cumplidos mediante la aplicación de dichas actividades. Para la creación de los objetivos deben con cumplir las siguientes interrogantes:  
¿Qué va hacer?, ¿para qué lo va hacer? y ¿Cómo lo va hacer?
- ✓ **Contenidos:** Es la infraestructura de lo que se quiere enseñar, es decir los tema a tratarse están pueden estar en bloques, capítulo o secciones.



Elaborado por: Juan Cuvi

- ✓ **Soluciones a los ejercicios de autoevaluación:** Sirve para calificar el aprendizaje, para ello se pueden evaluar a través de indicadores de aprendizaje, o indicadores esenciales de evaluación mismo que determina si el estudiante aprendió o no.
- ✓ **Bibliografía:** Son los datos de donde se obtuvo la información
- ✓ **Anexos.** (Aguilar, 2004)

#### 2.2.4. Planificación educativa

“El plan semanal es una idea pedagógica y didáctica que proviene de la reforma pedagógica alemana donde los docentes preparan, a través de los planes de enseñanza para una determinada semana los objetivos y contenidos especiales establecidos en los respectivos planes generales de enseñanza y aprendizaje. De la misma forma elaboran un conjunto de actividades concretas para que los estudiantes organizados en alguna de las diferentes formas sociales de interacción didáctica puedan dedicarse al trabajo de aula de acuerdo con sus inquietudes e intereses particulares. Para que esta estrategia de aprendizaje y enseñanza tenga éxito es necesario que exista un acuerdo entre los estudiantes y sus docentes en cuanto al

compromiso y la responsabilidad de trabajar adecuada, completa y coherentemente todas las actividades previstas en el plan semanal.” (Zúñiga, 2012).

“La estructuración y organización del trabajo deben ser discutidas entre todos los miembros de la clase, preferiblemente al finalizar la semana, lo cual les permitirá iniciar el día lunes con las respectivas actividades. Esta discusión permitirá aclarar los detalles pertinentes a los recursos, salidas de campo, juegos, ejercicios de consolidación, etc., previstos en el plan semanal.” (Zúñiga, 2012).

#### **2.2.4.1.Paradigma del aprendizaje de las matemáticas**

“El paradigma filosófico: Lakatos La teoría de las revoluciones científicas de Kuhn nace como respuesta a la pretensión popperiana de que la ciencia avanza mediante la falsación sistemática de los enunciados que formula (Pozo, 1978).

Lakatos (en su terminología, "programas de investigación científica") coincide con Kuhn acerca del predominio de los paradigmas sobre los datos, pero admitirá con Popper que son finalmente los datos los que constituyen los reguladores del cambio en las teorías científicas. Según Lakatos, todo programa de investigación consta de dos componentes distintos: un núcleo firme, constituido por las ideas centrales y un cinturón protector de ideas auxiliares, cuya misión es precisamente impedir que el núcleo pueda ser refutado empíricamente. Lakatos considera que nunca una teoría puede ser falsada por un hecho. Los datos en contra de una teoría son simples "anomalías". Toda teoría, en la medida que no explica todo, convive con numerosas anomalías simultáneamente. Ante ellas puede reaccionar de dos formas distintas: sencillamente desentendiéndose de las mismas o incorporándolas al cinturón protector. En cualquier caso, el núcleo de la teoría o programa de investigación se mantiene intacto. La falsación de una teoría no la producen los datos empíricos sino la aparición de una teoría mejor. Según Lakatos, una teoría es mejor que otra cuándo:”(Orozco, 2009).

- 1.- Puede predecir hechos que la anterior no predecía,
- 2.-Explica el éxito de la teoría anterior,
- 3.- Corroborra empíricamente su contenido.”(Orozco, 2009, pág. 5).

“Lakatos piensa que una nueva teoría se impondrá sobre otra vigente cuando, entonces, además de explicar todos los hechos relevantes que ella explicaba, se enfrenta con éxito a algunas de las anomalías de las que la teoría anterior no podía dar cuenta. Así se asegura una continuidad entre las teorías sucesivas. Esta continuidad es consistente con el carácter acumulativo del progreso del conocimiento científico. Skinner (1950) el más representativo de los conductistas, defendía férreamente que se puede hacer ciencia sin teoría, cosa que hoy nadie se atrevería a decir. Hoy se asume que el conocimiento es una construcción, que todo está teñido de teoría, y que la ciencia avanza elaborando más teorías, no sólo recogiendo datos (Lakatos, 1978). Entender que la ciencia está en constante construcción es entender por qué los programas escolares están en constante cambio y que a cada reforma le continúa, necesariamente, otra. Elina del Carmen Orozco 180 Entonces, es el marco epistemológico de Lakatos el más adecuado para el presente análisis de diferencias y semejanzas ya que el cognitivismo es la nueva teoría que se impone sobre el conductismo y que es capaz de explicar, empíricamente, cosas que el conductismo anterior no puede explicar.”(Orozco, 2009, págs. 5-6).

#### **2.2.4.2. La complejidad de la enseñanza de las matemáticas**

“Desde hace muchos años se ha considerado que la matemática impartida en las instituciones escolares debe constituirse parte de la formación integral del ser humano, la cual tiene que estar presente de manera permanente desde muy temprana edad, independientemente del grado de escolaridad y de las actividades durante la existencia. Todas las personas, y aquí parece ser que existe un acuerdo tácito en gran parte de la población de las diferentes culturas (Bishop, 1988, pueden y deben apropiarse del conocimiento matemático, así como pensar con mayor frecuencia matemáticamente sobre todo en situaciones de la vida cotidiana. Esta facultad puede ser aprendida, no solamente en contacto con la matemática escolar, sino, especialmente en relación con experiencias matemáticas interesantes y significativas. Éstas serán posibles solamente si se desarrollan actividades de aprendizaje acordes con las necesidades, intereses, facultades y motivaciones de los participantes. Cada unidad de enseñanza tiene que ser preparada de tal manera que tome en

consideración, además de los conocimientos matemáticos especiales propuestos según la edad y la formación matemática, la importancia y la utilidad de esos conocimientos matemáticos. Igualmente, la complejidad de la enseñanza de la matemática requiere necesariamente la formación didáctica y metodológica de los docentes de acuerdo con las propuestas pedagógicas desarrolladas durante los últimos años (Arnold y Pätzold, 2002). En tal sentido, la enseñanza de las matemáticas tiene que tomar en cuenta, entre muchos otros, los siguientes tres grandes aspectos.”(Mora, 2003)

#### **2.2.4.3. Etapas Básicas del Proceso de Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática.**

“Es importante señalar que el tema de los alimentos aparece con mucha frecuencia como estrategia didáctica, sobre todo cuando se trata de introducir las fracciones. Prácticamente en todos los libros de texto de matemáticas aparece la idea de la torta o la tabla de chocolate, con lo cual se desea familiarizar a los estudiantes con el concepto de repartir y fraccionar. Dentro de las perspectivas didácticas de resolución de problemas, el aprendizaje y la enseñanza por proyectos, las aplicaciones y los juegos, esta tendencia de usar la "realidad ficticia" (Nesher, 2000) solamente para introducir las clases de matemática es altamente cuestionada, aunque no deje de tener importancia la contextualización de algunos contenidos matemáticos como el caso de las fracciones, cuyo dominio permite el desenvolvimiento adecuado de todo ciudadano en el mundo actual. Nos inclinamos, en consecuencia, por una introducción didáctica orientada en y hacia el planteamiento de situaciones y/o problemas intra o extra matemáticos con cierta complejidad didáctica, alrededor de los cuales se desarrollará toda una unidad de enseñanza.”(Mora, 2003)

Una introducción didáctica de esta naturaleza les brinda a los estudiantes la posibilidad de vincular el lenguaje natural, la visualización, la manipulación de objetos concretos, la simbolización de hechos y, muy especialmente, el proceso de acción e investigación (Skovsmose, 1994; Stenhouse, 1998). Dentro de esta visión de la educación matemática se han observado, en el marco del TIMSS (Mora, 2001), algunos ejemplos muy concretos para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas iniciados mediante el planteamiento de un problema realista, cuya

complejidad requiere un tratamiento participativo y activo tanto de los estudiantes como de los docentes.

#### **2.2.4.4.Desarrollo de los contenidos matemáticos**

“Normalmente los docentes de matemática asumen el control total de la clase y desarrollan los nuevos contenidos matemáticos mediante el método de preguntas y respuestas (en muchos casos estas respuestas no surgen directamente de los integrantes del curso), sin mucha participación de los estudiantes durante esta fase fundamental del proceso. En otros casos, aunque muy escasos, surgen a partir de las denominadas situaciones problemáticas uno o más problemas, cuyas soluciones son encontradas mediante diferentes estrategias didácticas. Una de ellas, la más común hasta el presente, es la sugerida por los mismos docentes, quienes les brindan muy poco espacio y tiempo a los estudiantes para que reflexionen sobre las posibles soluciones. Durante este proceso de búsqueda de las respectivas soluciones se incorporarán nuevos términos matemáticos, se estimarán algunas posibilidades explicativas y se formularán reglas o proposiciones que podrían solucionar definitivamente y adecuadamente los respectivos problemas. Se trabajará, entonces, un conjunto importante de contenidos intra o extra matemáticos que deben ser dominados, según los objetivos de la enseñanza, por todos los alumnos del curso. La meta central de esta fase es, casi siempre, hacer que los estudiantes aprendan nuevos conocimientos o dominen nuevos procedimientos matemáticos. Lamentablemente, en nuestra realidad educativa se logra que los estudiantes asimilen escasamente algunos algoritmos, sin llegar a comprender realmente sus significados y menos aún su construcción, lo cual debe ser una de las responsabilidades de la matemática escolar.”(Mora, 2003)

“Durante esta fase, algunos docentes dan oportunidad a sus estudiantes para que trabajen cierto tiempo de manera individual, grupal o en parejas, y lleguen a algunas soluciones parciales o definitivas. Estas ideas pueden ser escritas en la pizarra por los docentes o los propios alumnos. Las mismas sirven como punto de partida para el tratamiento de los nuevos contenidos matemáticos. En otros casos se puede hacer uso intensivo de los libros de texto, siempre que éstos tengan un enfoque didáctico

progresivo y acorde con las ideas didácticas orientadas hacia los estudiantes.”(Mora, 2003)

#### **2.2.4.5.Vinculación con otros conocimientos matemáticos**

“Aunque esta fase es poco frecuente en los reportes de los estudios como el TIMSS y el PISA, ella está presente, en muchos casos, de manera implícita durante el desarrollo de las demás fases. Las matemáticas por excelencia constituyen un mundo compuesto por una infinidad de partículas estrechamente conectadas unas a otras, lo cual podría ser representado por un árbol con infinitas ramas. Se ha observado que los docentes tratan, de manera intencional o automática, de conectar diferentes ideas matemáticas, independientemente de su complejidad, cuando están explicando un determinado concepto matemático. Esta idea de la conectividad de los conocimientos matemáticos está asociada con el concepto de ideas fundamentales en educación matemática (Bruner, 1980; Mora, 2003e; Schweiger, 1992). En el marco del concepto de triángulo, por ejemplo, pueden ser trabajadas muchas ideas de la geometría hasta ver, inclusive, los contenidos de geometría y trigonometría de los sólidos u otros conceptos matemáticos de mayor envergadura.”(Mora, 2003)

Las perspectivas didácticas basadas en la resolución de problemas, los proyectos y las aplicaciones exigen, con mayor énfasis, la conectividad de los conceptos matemáticos. Ocurre con frecuencia que el tratamiento y resolución de un problema requiere varios contenidos matemáticos, con frecuencia de diferente nivel de complejidad y campos matemáticos (Orton, 1998). La modelación de una situación realista puede necesitar tanto de conceptos de geometría plana como de la elaboración de una ecuación cuadrática. Para los docentes esta actividad es obvia; sin embargo, a los estudiantes les cuesta dominar, en corto tiempo y con pocos ejemplos, esta propiedad de los conceptos matemáticos y de las estrategias didácticas complejas como la resolución de problemas, los proyectos y las aplicaciones. Los docentes de matemática tenemos que hacer explícita, durante el proceso de aprendizaje y enseñanza, esta característica intrínseca de las matemáticas. Por ello hemos considerado pertinente presentar esta fase de manera independiente, ya que los estudiantes deben saber claramente, como parte de los objetivos de la educación

matemática, que es necesario e importante conectar diferentes conocimientos matemáticos en la resolución de problemas externos o internos a la matemática.

#### **2.2.4.6.Consolidación de los nuevos conocimientos matemáticos**

“La mayor parte de los conceptos matemáticos puede ser aprendida, además del esfuerzo que los docentes hagan en cuanto a las estrategias didácticas, la importancia y el significado de los contenidos matemáticos y el interés que muestren los estudiantes hacia la asignatura, consolidando mediante la repetición y ejercitación de los procedimientos y reglas trabajados durante las respectivas clases de matemáticas. El aprendizaje de las matemáticas requiere paciencia, ejercitación y repetición permanente. Es probable que otras asignaturas puedan ser dominadas mediante una corta preparación, como la que practican los estudiantes antes de asistir a una evaluación. En matemáticas no es suficiente y parece ser que el gran fracaso que se reporta continuamente con el aprendizaje de las matemáticas se debe precisamente a la poca o casi nula consolidación de los nuevos y viejos conocimientos matemáticos. Es ampliamente conocido que tanto las niñas(os) como los jóvenes y adultos pierden lo aprendido con cierta rapidez si se deja pasar mucho tiempo sin ejercitar, repetir o aplicar tales conocimientos. Con frecuencia señalamos que es muy importante tomar en consideración para el inicio de nuevos contenidos escolares los conocimientos previos que tienen los estudiantes. Resulta, sin embargo, que prácticamente todas las pruebas diagnósticas indican que tales conocimientos previos no son suficientes, de acuerdo con los objetivos que se han pretendido alcanzar como parte de la formación básica de la población estudiantil. La razón de esta deficiencia está precisamente en la poca o escasa consolidación de los contenidos matemáticos trabajados durante el proceso de escolarización.”(Mora, 2003)

“Muchas veces los docentes o la población en general insisten en decir que la repetición y ejercitación son la clave del aprendizaje. Por esta razón aparecen en los libros de texto grandes cantidades de ejercicios, muchos de ellos repetitivos. Sin embargo, no es suficiente hacer una lista de 500 ejercicios sobre solución de sistemas de ecuaciones, si los estudiantes realmente no entienden el sentido de esos ejercicios y su importancia. La comprensión y la reflexión del trabajo matemático constituyen la clave de la consolidación de los conocimientos. Es preferible trabajar razonada y

profundamente 5 ó 6 ejercicios de resolución de una ecuación de segundo grado que resolver 30 ó 40 ecuaciones mecánicamente. La calidad de los problemas y ejercicios de consolidación incide considerablemente en un buen aprendizaje de las matemáticas.”(Mora, 2003)

“En la práctica cotidiana de la enseñanza de las matemáticas se suele ejercitar intensivamente antes de las evaluaciones; sin embargo, al transcurrir tales evaluaciones se lanzan los conocimientos matemáticos al olvido. No se usan más, ni siquiera como conocimientos previos. Es ampliamente conocida la curva del olvido, ésta se hace más pronunciada cuando no se han consolidado los conocimientos matemáticos o cuando no se vuelven a utilizar en la vida cotidiana. Las matemáticas centradas en lo puramente algorítmico y mecánico dejan de ser interesantes y útiles al cabo de unas cuatro o cinco semanas. En tal sentido, la consolidación de los conocimientos matemáticos está unida a la calidad de los contenidos matemáticos trabajados en la escuela, las estrategias de enseñanza aplicadas y, sobre todo, la relación entre matemática y realidad (Nesher, 2000; Blum, 1985; Mora, 2002).”(Mora, 2003)

#### **2.2.4.7. Inspección de los nuevos conocimientos matemáticos**

“Todos sabemos que el objetivo básico de la enseñanza es el aprendizaje. ¿Cómo determinar si los estudiantes realmente han alcanzado las metas establecidas en los planes de enseñanza? Esta es una tarea altamente compleja, para la cual la didáctica de las matemáticas aún no tiene una respuesta completamente satisfactoria. Hay algunas ideas e indicaciones (Salinas, 2002; Mosquera y Quintero, 1997; Amigues y Zerbato-Poudou, 1999; Leuders, 2002; Mora, 2003f), las cuales, sin embargo, aún están lejos de una solución definitiva al problema de la evaluación de los aprendizajes matemáticos en los diferentes ámbitos del sistema educativo. La realidad es que actualmente los docentes siguen aplicando como estrategia las evaluaciones cortas, parciales, trimestrales, etc., existiendo inclusive una variedad amplia de tipos de evaluaciones, la mayoría desarrolladas en el aula de manera individual y escrita.

El control o la inspección durante el proceso de aprendizaje y enseñanza suministran, según la tradición de la evaluación de los aprendizajes, información a los docentes sobre la efectividad de la enseñanza. Lamentablemente, en nuestros países latinoamericanos este control no cumple solamente este objetivo, por el contrario él pretende seleccionar y diferenciar a los estudiantes de acuerdo con las condiciones y las exigencias de los respectivos sistemas educativos.”(Mora, 2003)

Es muy importante tener presente que el éxito de la enseñanza y del aprendizaje depende no de las características de la evaluación en sí misma, sino más aún del trabajo didáctico y pedagógico que se realice en las aulas de clase. Mientras mayor acción, exigencias motivadoras y buenas estrategias didácticas existan durante el proceso de aprendizaje y enseñanza, mejores serán los resultados obtenidos mediante la inspección de los conocimientos matemáticos de los estudiantes. En este caso el control cumpliría su verdadera función, la de contribuir con el aprendizaje y la enseñanza. La inspección de los aprendizajes matemáticos es la vía adecuada para retroalimentar el proceso y no el método indicado para aprobar, reprobar, seleccionar, otorgar títulos o plazas en las instituciones de educación superior. Los últimos estudios internacionales, como el TIMSS, PISA y PIRLS muestran claramente la importancia del control de los conocimientos matemáticos como estrategia para el mejoramiento de la enseñanza e impulso de unas concepciones metodológicas en los diferentes niveles de los sistemas educativos. Este debe ser el objetivo primordial del control de los conocimientos adquiridos durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza; de esta manera el control se convierte en un aspecto más, muy importante por cierto, de la didáctica.

La inspección de los conocimientos matemáticos adquiridos por los estudiantes se puede lograr a través de preguntas hechas antes, durante y después del desarrollo de la enseñanza. La evaluación de las respuestas suministradas por los estudiantes otorga inmediatamente información precisa sobre el logro de los aprendizajes. La verificación del proceso y los resultados de actividades complejas de enseñanza permite enfocar de otra manera la ayuda o las sugerencias para la continuación del trabajo individual o colectivo. También podemos inspeccionar los aprendizajes mediante la observación independiente del trabajo grupal de los estudiantes. Los

docentes pueden determinar, además, el logro de los aprendizajes mediante tareas de investigación, exposiciones, discusiones colectivas, etc., disminuyendo de esta manera la presentación de pruebas escritas, cuya concepción por parte de los docentes, elaboración por parte de los estudiantes y corrección requiere mucho tiempo y esfuerzos, lo cual no siempre refleja un mejor y mayor logro de los aprendizajes matemáticos.

#### **2.2.4.8. Profundización de los conocimientos matemáticos**

“Después de la fase de consolidación se encuentra la de profundización de cada nuevo conocimiento adquirido en la escuela. No solamente los estudiantes con una alta capacidad para las matemáticas u otras asignaturas requieren profundizar en los conocimientos matemáticos trabajados durante cada unidad de enseñanza. Por el contrario, los estudiantes con mayores dificultades necesitan profundizar en algunos aspectos básicos y necesarios, siempre en correspondencia con sus inquietudes e intereses. Hay estudiantes a quienes no siempre les gusta trabajar todos los contenidos matemáticos tratados en las respectivas clases de matemáticas; sin embargo, los docentes tenemos la responsabilidad y la tarea de indagar sobre cuáles podrían ser los estudiantes que necesitan una mayor profundización de algunos contenidos matemáticos. Además, debemos seleccionar aquellos temas matemáticos que pueden interesar a unos u otros estudiantes, lo cual facilitaría la profundización de acuerdo con las diferencias individuales de cada uno de ellos (Krippner, 1992). No sería en algunos casos suficiente, por ejemplo, que los estudiantes comprendan, a través de algunas estrategias concretas de aprendizaje, que  $\frac{2}{5}$  es menor que  $\frac{7}{4}$ . Habría que profundizar haciendo otro tiempo de argumentaciones, como por ejemplo realizar algunas operaciones aritméticas con ambas fracciones para probar que en efecto una fracción es menor o mayor que la otra (Mora, 2003e). También se pueden convertir ambas fracciones en decimales y verificar claramente las diferencias entre ellas. Se podría profundizar aún más, determinando por ejemplo la existencia de otras fracciones entre  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{7}{4}$ . Esta actividad tendría un nivel de exigencia mucho mayor, tal vez para aquellos estudiantes con mayor interés por las matemáticas.”(Mora, 2003)

#### **2.2.4.9. Geometría en la Educación**

En la Educación a la Geometría hemos considerado principalmente como una teoría matemática y hemos analizado algunos aspectos de su enseñanza. Dado que el aprendizaje es incuestionablemente el otro polo esencial de cualquier proyecto educativo, es apropiado poner la debida atención a las principales variables que intervienen en un proceso coherente de enseñanza - aprendizaje. Consecuentemente, diferentes aspectos o "dimensiones" (consideradas en su más amplio significado) deben ser tomados en cuenta:

La dimensión social, con dos polos:

El polo cultural, es la construcción de antecedentes comunes (conocimiento y lenguaje) para toda la gente que comparte una misma civilización.

El polo educativo, es el desarrollo de criterios, internos para cada individuo, para su auto consistencia y responsabilidad.

La dimensión cognitiva, son los procesos con los cuales, partiendo de la realidad, se conduce gradualmente hacia una percepción más refinada del espacio.

La dimensión epistemológica, es la habilidad para explorar el inter juego entre la realidad y la teoría a través del modelado (hacer previsiones, evaluar sus efectos, reconsiderar selecciones). Es así que la axiomatización permite liberarse de la realidad; de esta manera puede ser vista como un recurso que facilita futuras conceptualizaciones.

La dimensión didáctica, es la relación entre la enseñanza y el aprendizaje. En esta dimensión se encuentran muchos aspectos que merecen consideración. Como un ejemplo, listamos tres de ellos:

Hacer que interactúen varios campos (tanto al interior de la matemática como entre las matemáticas y otras ciencias).

Asegurar que los puntos de vista de los profesores y los estudiantes sean consistentes en un estudio dado. Por ejemplo, tener en cuenta que distintas escalas de distancia

pueden involucrar diferentes concepciones y procesos adoptados por los estudiantes aun cuando la situación matemática sea la misma: En un "espacio de objetos pequeños", la percepción visual puede ayudar para hacer conjeturas y para identificar propiedades geométricas; cuando se está tratando con el espacio donde usualmente nos movemos (por ejemplo, el salón de clases) todavía resulta fácil obtener información local, pero puede dificultarse lograr una visión global; en un "espacio a gran escala" (como es el caso de la geografía o de la astronomía) las representaciones simbólicas son necesarias a fin de analizar sus propiedades.

Dar la debida consideración a la influencia de las herramientas disponibles en situaciones de enseñanza y de aprendizaje (desde la regla y compás tanto como otros materiales concretos, hasta calculadoras graficas doras, computadoras y software específico)

No se necesita decir que todas estas dimensiones están interrelacionadas unas con otras y que también debieran relacionarse apropiadamente a las diferentes edades y niveles escolares: pre-primaria, primaria, secundaria, medio superior (en donde se empiezan a diferenciar las vocaciones académicas y técnicas), universitario incluyendo la formación de profesores.

#### **2.2.4.10. Importancia del estudio en Geometría**

Descripción e interacción con el espacio en el cual vivimos, es La Geometría considerada como una herramienta para el entendimiento, la tal vez la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Por otra parte, la geometría como una disciplina, se apoya en un proceso extenso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad.

En años recientes la investigación en geometría ha sido estimulada gratamente por nuevas ideas tanto desde el interior de las matemáticas como desde otras disciplinas, incluyendo la ciencia de la computación. En el presente las enormes posibilidades de las gráficas por computadoras tienen influencia en muchos aspectos de nuestras

vidas; con el fin de usar estas posibilidades se hace necesaria una adecuada educación visual.

Entre matemáticos y educadores de matemáticas hay un acuerdo muy difundido que, debido a la diversidad de aspectos de geometría, su enseñanza puede empezar en una edad temprana y continuar en formas apropiadas a través de todo el currículo matemático. De cualquier modo, tan pronto como uno trata de entrar en detalles, las opiniones divergen en cómo llevar a cabo la tarea. En el pasado han habido (y aún ahora persisten) fuertes desacuerdos acerca de los propósitos, contenidos y métodos para la enseñanza de la geometría en los diversos niveles, desde la escuela primaria hasta la universidad.

Tal vez una de las razones principales de esta situación es que la geometría tiene muchos aspectos, y en consecuencia no ha sido encontrada - y tal vez ni siquiera exista - una vía simple, limpia, lineal, "jerárquica" desde los primeros comienzos hasta las realizaciones más avanzadas de la geometría. A diferencia de lo que sucede en aritmética y álgebra, aún los conceptos básicos en geometría, tales como las nociones de ángulo y distancia, deben ser reconsiderados en diferentes etapas desde diferentes puntos de vista.

Otro punto problemático concierne al rol de las demostraciones en geometría: relaciones entre intuición, demostraciones inductivas y deductivas, edad a la que las demostraciones pueden ser presentadas a los estudiantes y los diferentes niveles de rigor y abstracción.

Así la enseñanza de la geometría no es de ninguna manera una tarea fácil. Pero en lugar de tratar de enfrentar y superar los obstáculos que emergen en la enseñanza de la geometría las prácticas escolares actuales en muchos países simplemente omiten estos obstáculos excluyendo las partes más demandantes, y con frecuencia sin nada que las reemplace. Por ejemplo, la geometría tridimensional casi ha desaparecido o ha sido confinada a un rol marginal en el currículo de la mayoría de los países.

Empezando desde el análisis, y considerando específicamente las discrepancias entre la creciente importancia de la geometría para sí misma, tanto como en investigación

y en la sociedad, y la falta de atención de su papel en el currículo escolar, ICMI “Comisión Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas”, siente que hay una urgente necesidad de un estudio internacional cuyos propósitos principales son:

Discutir las metas de la enseñanza de la geometría para los diferentes niveles escolares y de acuerdo a los diferentes ambientes y tradiciones culturales.

Identificar retos importantes y tendencias emergentes para el futuro y analizar sus impactos didácticos potenciales.

#### **2.2.4.11. Aspectos de la geometría**

La notable importancia histórica de la geometría en el pasado, en particular como un prototipo de una teoría axiomática, es de tal manera reconocida universalmente que no requiere más comentarios. Sobre ello, en el siglo pasado y específicamente durante las últimas décadas como aseveró Jean Dieudonné en el ICME 4 (Berkeley, 1980), la geometría "exclamando desde sus estrechos confines tradicionales ha revelado sus poderes ocultos y su extraordinaria versatilidad y adaptabilidad, transformándose así en una de las herramientas más universales y útiles en todas las partes de las matemáticas".

En la actualidad, la geometría incluye tal diversidad de aspectos, que no hay esperanza de escribir una lista completa de ellos (y menos aún de usarla). Aquí mencionaremos solamente aquellos aspectos que en nuestra opinión son particularmente relevantes en vista de sus implicaciones didácticas:

La Geometría como la ciencia del espacio. Desde sus raíces como una herramienta para describir y medir figuras, la geometría ha crecido hacia una teoría de ideas y métodos mediante las cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados tanto del mundo físico como también de otros fenómenos del mundo real. De acuerdo a diferentes puntos de vista, tenemos geometría euclidiana, afín, descriptiva y proyectiva, así como también topología o geometrías no euclidianas y combinatorias.

La Geometría como un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo gráficas y teoría de gráficas, diagramas de varias clases, histogramas.

La Geometría como un punto de encuentro entre matemáticas como una teoría y matemáticas como una fuente de modelos.

La Geometría como una manera de pensar y entender y, en un nivel más alto, como una teoría formal.

La Geometría como un ejemplo paradigmático para la enseñanza del razonamiento deductivo.

La Geometría como una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovativas. Estas últimas incluyen por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones.

Otra distinción podría ser hecha respecto a diversas aproximaciones de acuerdo a lo que uno puede resolver con geometría. En términos generales, son posibles las aproximaciones: Manipulativas, Intuitivas, Deductivas y Analíticas.

También se puede distinguir entre una geometría que enfatice las propiedades "estáticas" de los objetos geométricos y una geometría donde los objetos cambian respecto a los diferentes tipos de transformaciones en el espacio al ser considerados en una presentación "dinámica".

#### **2.2.4.12. La enseñanza aprendizaje de la geometría**

La Educación Básica, como libre acceso al desarrollo y no como medio de producción, deberá abarcar todos los elementos del saber necesarios para acceder a otros niveles del conocimiento. La enseñanza de la Matemática como ciencia tiene como una de sus funciones ser formadora y desde esta perspectiva la geometría despierta la curiosidad, estimula la creatividad, desarrolla el sentido de la observación a través de la visualización; promueve la comprensión y captación de lo

espacial, por la razón evidente de que nuestro ambiente físico así lo es; como también propiciar en cada niño la oportunidad de modelar libremente su propia vida y participar en la sociedad en constante cambio (Pachano, Lizabeth)

#### **2.2.4.13. Corrección, eliminación de errores y concepciones erróneas**

Lamentablemente la concepción de una enseñanza matemática centrada en el formalismo matemático ha disminuido la construcción del conocimiento matemático y, en consecuencia, ha eliminado prácticamente el error como un elemento básico del aprendizaje de las matemáticas escolares. La tradición didáctica insiste en que los estudiantes deben responder siempre de manera correcta tanto a las preguntas orales realizadas por los docentes durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el aula como en las evaluaciones escritas presentadas por éstos. El error y las concepciones erróneas previas de los estudiantes no son aprovechados como punto de partida para una buena enseñanza; más bien, por el contrario, se penalizan fuertemente generando frustración, rechazo e impotencia en los estudiantes. Es ampliamente conocido (Radatz,1980) que todos los seres humanos cometemos diaria y continuamente muchos errores, pero, por otra parte, también hemos construido una cultura de penalización de los errores. Tal vez esta actitud esté relacionada con la necesidad de justicia que necesitan los seres humanos; sólo que el error desde el punto de vista didáctico no tiene la misma connotación que desde el punto de vista judicial o jurídico.

Los errores en matemática, aparentemente, son cometidos solamente por los estudiantes y no por los docentes o matemáticos profesionales. Está equivocada percepción en cuanto a quién comete errores o no durante el quehacer matemático ha contribuido con la mistificación del aprendizaje matemático. Saber matemáticas, se dice con frecuencia, es resolver los problemas o ejercicios matemáticos de manera independiente sin compartir con otros y cometer errores. Esta posición extrema asumida cotidianamente por muchos matemáticos y educadores matemáticos limita considerablemente el aprendizaje y provoca en los estudiantes un amplio rechazo hacia esta disciplina.

Diferentes conversaciones con adultos, quienes ejercen profesiones diversas y muchas de ellas relacionadas con las matemáticas, reportadas por algunos estudios sobre la actitud hacia las matemáticas (Heymann, 1996), muestran claramente cómo ellos en su formación matemática en las instituciones escolares sufrieron porque sus maestras(os) o profesoras(es) les rechazaron o penalizaron los errores cometidos en la realización de sus tareas. Esta actitud antipedagógica debe cambiar, si deseamos realmente que la población, en cualquier nivel del sistema educativo, aprecie y disfrute de las matemáticas. Stella Baruck (1989) ha señalado en su gran obra *Qué edad tiene el capitán* la necesidad de reorientar la opinión que tienen los docentes en cuanto a los errores que cometen los estudiantes y las concepciones erróneas previas que ellos poseen antes de iniciar el aprendizaje de un determinado tema de matemáticas. Ella señala, por ejemplo, que los errores obviamente forman parte del trabajo matemático y que por consiguiente deben tomarse en cuenta en el desarrollo del proceso de enseñanza, ya que ayudan enormemente al éxito de los aprendizajes matemáticos. Los errores en matemática constituyen, en cierta forma, parte del motor que empuja a quien aprende matemáticas hacia la indagación de las razones que explican muchos conceptos matemáticos. Los docentes, por el contrario, deben brindarles a los estudiantes suficientes elementos de autocrítica constructiva con la finalidad de que se apoyen en sus propios errores para mejorar su aprendizaje matemático.

Finalmente debemos destacar que las concepciones erróneas de todas las personas que puedan vincularse con el mundo de las matemáticas forman parte de una facultad propia de los seres humanos que les posibilita aprender con mayor éxito. Se trata de la intuición. Como bien lo decía Paulo Freire (1973) la respuesta intransitiva que dan los seres humanos a sus múltiples interrogantes, forma parte de su capacidad intuitiva para buscar soluciones a los problemas, muchos de ellos ampliamente complejos. Como parte de esas respuestas y por falta de las explicaciones "racionalmente correctas" los seres humanos desarrollan explicaciones no siempre ajustadas a los conocimientos establecidos por las ciencias en cada caso particular. Los niños(as) en particular elaboran constantemente este tipo de constructos mentales, los cuales se convierten a lo largo del tiempo en concepciones erróneas. Éstas son muy frecuentes en matemática y, al igual que los errores, son penalizadas por muchos docentes de

matemática. La idea es entonces aprovecharlas como punto de partida para desarrollar estrategias de aprendizaje y enseñanza que contribuyan con su transformación en concepciones matemáticas válidas y ciertas.

### **2.2.5. Definiciones de términos básicos.**

**Guía:** La guía es un instrumento que organiza sistemáticamente la evaluación de los diferentes factores que determinan el nivel de preparación de una comunidad del mundo en desarrollo.

**Aprendizaje:** Es el proceso de adquirir conocimientos, actitudes o valores, a través del estudio, la experiencia o la enseñanza.

**Evaluación:** Equivale a la acción de estimar, apreciar, calcular o señalar el valor de alguna cosa.

**Geometría Analítica:** Es la disciplina de la matemática cuyo objeto es el estudio de las figuras, las proporciones y singularidades de distintas figuras ubicadas en un plano o en el espacio.

**Recurso Didáctico:** Equivale a un conjunto de elementos que facilitan el proceso enseñanza-aprendizaje y coadyuvan a que los estudiantes logren el dominio de un contenido cierto. Y por tanto, el libre acceso a la información, la adquisición de habilidades, destrezas y estrategias, como también a la formación de actitudes y valores.

**Tarea académica:** Es un conjunto coherente de actividades que conducen a un resultado final observable y medible a través de la evaluación.

**Técnicas de Aprendizaje:** Referidas a la eficacia de logro, de consecución propuesta por medios más adecuados a los tradicionales. La palabra técnica deriva de la palabra griega *technikos* y de la latina *technicus* y significa relativo al arte o conjunto de procesos de un arte o de una fabricación. Tiene una significación de cómo hacer algo.

**Estrategia:** La estrategia está orientada a alcanzar un objetivo siguiendo una pauta de actuación.

### **2.3. Variables de la investigación**

**VARIABLE DEPENDIENTE:** Aprendizaje auténtico de la geometría analítica

**VARIABLE INDEPENDIENTE:** Guía didáctica con estrategias constructivistas

## 2.4. Operacionalización de variables

VARIABLES	CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTO
<p><b>VARIABLE INDEPENDIENTE:</b> Guía didáctica con estrategias constructivistas</p>	<p>Es el instrumento con orientación técnica para el estudiante, que incluye toda la información necesaria para el correcto uso y manejo provechoso de los elementos y actividades que conforman la asignatura, incluyendo las actividades de aprendizaje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientaciones técnicas</li> <li>• Actividades de aprendizaje.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poca Comprensión.</li> <li>• Uso inadecuados de Instrumentos.</li> <li>• Desinterés por Aprende.</li> <li>• Explorativo.</li> <li>• Sistemático.</li> <li>• Evaluativo.</li> </ul>	<p>Técnica: Observación Instrumento: Guía de Observación.</p> <p>Técnica: Encuesta Instrumento: Test.</p>

<p><b>VARIABLE DEPENDIENTE:</b></p> <p>Aprendizaje auténtico de la geometría analítica</p>	<p>Aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la observación y la práctica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Disposición del alumno</li> <li>• Razonamiento</li> <li>• Solución de Problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Creatividad</li> <li>• Saber pensar</li> <li>• La observación y la practica</li> <li>• Saber hacer.</li> </ul>	<p>Técnica: Observación Instrumento: Guía de Observación.</p> <p>Técnica: Encuesta Instrumento: Test.</p>
--	--	--	---	---

Elaborado por: Juan Cuvi

## CAPITULO III

### 3. MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

**Método científico.-** Porque se aplicó leyes, normas, principios y procedimientos hacia la búsqueda de la verdad con el apoyo de técnicas e instrumentos que permitió recopilar la información confiable, para posteriormente procesar datos e interpretar los resultados y formular alternativas de solución, las fases utilizadas fueron:

- a) Observación y Determinación del Problema, a través de la observación se permite identificar los posibles problemas a los cuales se va a investigar.
- b) Formulación de la Hipótesis: Se realizaran sugerencias o se plantarán
- c) Recopilación de Información: se aplicaran los test para la recopilación de la información
- d) Comprobación de Hipótesis: se aplicarán la prueba del Chi cuadrado para comprobar se la propuesta si inciden o no en la investigación
- e) Análisis de Resultados: se evidencia el cambio significativo
- f) Conclusiones: y finalmente se realizan las conclusiones

#### 3.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El diseño de la investigación es no experimental de tipo transversal puesto que se recolectarán los datos en solo momento y en un tiempo único.

#### 3.3 TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es:

- ✓ Por el análisis y alcance de resultados la investigación es de tipo Explicativa porque analizamos los resultados de la observación
- ✓ Por el lugar. Es investigación de campo, porque se desarrollará en el lugar donde ocurre el fenómeno, en contacto con los estudiantes quienes son los gestores del problema que se investiga.

### **3.4 Población y Muestra**

#### **3.4.1 Población**

La población consiste en 25 estudiantes del décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto del Cantón Colta.

**Cuadro N° 4 Población de estudio**

ESTRATOS	N	%
Estudiantes	25	100
Total	25	100

**Elaborado por: Juan Cuvi**

#### **3.4.2 Muestra**

Debido a que población es demasiado pequeña se trabajará con toda la población.

### **3.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS**

#### **3.5.1 Técnicas**

La técnica seleccionada fue la observación, dirigida a los estudiantes de décimo año de educación general básica del Colegio Nacional 15 de Agosto del Cantón Colta, la misma que permitió recopilar información, para su posterior análisis.

#### **3.5.2 Instrumento**

El instrumento utilizado fue la ficha de observación, la que permitió evidenciar sucesos que ocurren y que son considerados desde la perspectiva del investigador

### **3.6 PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS**

Para el estudio se sujeta de manera técnica a la secuencia de las siguientes acciones

- Aplicación de los instrumentos en el lugar de los hechos.
- Tabulación de los resultados.
- Organización de los datos en cuadros y en gráficos los cuales están en relación con cada una de las hipótesis y variables.
- Análisis de los resultados relacionándolos entre objetivos e hipótesis
- Comprobación de la hipótesis.
- Establecimiento de las conclusiones.
- Formulación de recomendaciones.

## CAPITULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1 Análisis e interpretación de datos del Pre test y Post test aplicado a los estudiantes del décimo año de educación general básica “15 de Agosto”.

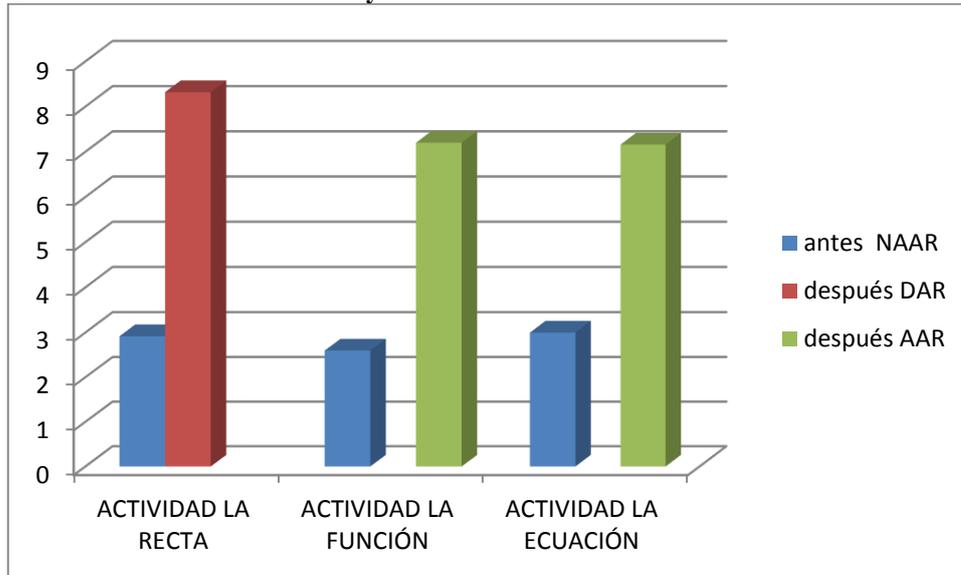
Cuadro N° 5 Datos del Pre test y Post test

N°	ANTES				DESPUES					CALIFICACIÓN
	ACTIVIDAD LA RECETA	ACTIVIDAD LA FUNCIÓN	ACTIVIDAD LA ECUCIÓN	PROMEDIO	CALIFICACIÓN	ACTIVIDAD LA RECTA	ACTIVIDAD LA FUNCIÓN	ACTIVIDAD LA ECUCIÓN	PROMEDIO	
1	2	2	3	3	NAR	9	7	7	8	DAR
2	3	3	2	3	NAR	9	7	7	8	DAR
3	2	5	2	3	NAR	9	7	6	7	AAR
4	3	5	2	3	NAR	9	7	6	7	AAR
5	4	3	2	3	NAR	9	7	6	7	AAR
6	5	2	3	2	NAR	9	7	7	8	DAR
7	2	2	3	3	NAR	9	7	7	8	DAR
8	3	2	3	3	NAR	8	7	7	8	DAR
9	5	2	3	3	NAR	8	7	7	7	AAR
10	4	2	3	2	NAR	9	7	8	8	DAR
11	2	2	3	3	NAR	9	7	8	8	DAR
12	3	2	3	3	NAR	9	7	8	8	DAR
13	3	3	3	3	NAR	8	7	8	8	DAR
14	3	3	3	3	NAR	8	7	8	8	DAR
15	4	3	3	3	NAR	8	8	8	8	DAR
16	4	3	3	2	NAR	8	8	8	8	DAR
17	2	2	3	2	NAR	8	8	7	8	DAR
18	2	2	3	3	NAR	8	8	7	8	DAR
19	3	2	3	3	NAR	8	6	7	7	AAR
20	3	2	3	3	NAR	7	6	7	7	AAR
21	3	2	3	3	NAR	7	6	7	7	AAR
22	2	3	4	3	NAR	8	8	7	7	AAR
23	2	2	4	3	NAR	8	8	7	8	DAR
24	2	3	4	3	NAR	7	8	7	8	DAR
25	2	3	4	3	NAR	9	8	7	7,	AAR

**Fuente. Calificaciones:** 10 =Supera los conocimientos, 9 – 8 =Domina los conocimientos, (DAR). 8 –7 =Alcanza los conocimientos, ( AAR). 7-6 Próximo a alcanzar los aprendizajes - 4 = No alcanza los conocimientos, (NAR).

**Elaborado por: Juan Cuvi**

**Gráfico N° 1 Datos del Pre test y Post test**



**Fuente: Pretest y Post test**  
**Elaborado por: Juan Cuvi**

## **ANÁLISIS**

En primera se evidencio que los estudiantes no alcanzaban el aprendizaje, es decir existía falencias de conocimiento en cuanto a la recta, funciones y la ecuación de la recta, pero después el tenían conocimiento de las funciones de la recta con una calificación cualitativa dominando el aprendizaje requerido, y en actividades de la ecuación tan solo alcanzaban el aprendizaje.

Estos datos fueron obtenidos a través de la aplicación de un pre test la cual permitió identificar los desfases conocimiento en la función y ecuación de la recta pero después de la aplicación de los post test se evidencio que dominaron el conocimiento.

## 4.2 Análisis e interpretación de datos de la Ficha de Observación aplicado a los estudiantes del décimo año de educación general básica “15 de Agosto”.

**Pregunta N°1:** Elaboran plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas.

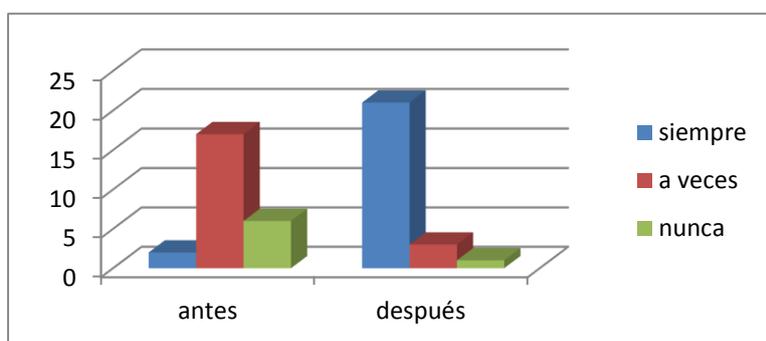
**Cuadro N° 6** Plano cartesiano, vértices de figuras

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	2	8%	21	84%
A Veces	17	68%	3	12%
Nunca	6	24%	1	4%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 1

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 2** Plano cartesiano, vértices de figuras geométricas



Fuente: Ficha de observación pregunta 1

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio antes de la aplicación de la guía a veces elaboraban planos cartesianos y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas, mientras que el 24% nunca lo asían y el 8% siempre. Mientras que después de la aplicación de la guía el 84% de la población elaboraban planos cartesianos y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas, mientras que el 12% a veces lo asían y el 4% nunca.

**Interpretación.-** la mayor parte de la población estudiada ha mejorado la elaborar de planos cartesianos y ubicar los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas, siendo la guía didáctica una herramienta útil para despertar el interés en aprender la matemática.

**Pregunta N°2:** Realiza ejercicios sobre distancia entre dos puntos

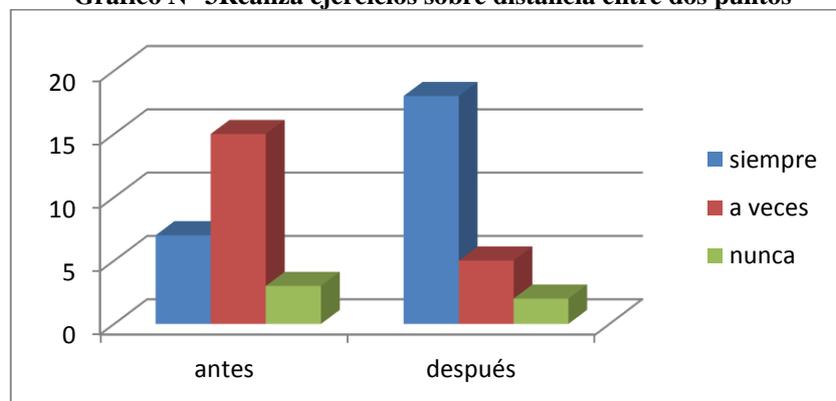
**Cuadro N° 7**Ejercicios sobre distancia entre dos puntos

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	7	8%	18	72%
A veces	15	68%	5	20%
Nunca	3	24%	2	8%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 2

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 3**Realiza ejercicios sobre distancia entre dos puntos



Fuente: Ficha de observación pregunta 2

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces realizan ejercicios sobre distancia entre dos puntos, mientras que el 24% nunca lo realiza, y el 8% siempre. Mientras que después de la aplicación de la guía el 72% siempre realizaron ejercicios sobre distancia entre dos puntos, el 20% a veces lo hacía, y el 8% nunca lo hacía.

**Interpretación.-** la mayor parte de la población aprendió a realizar ejercicios sobre distancia entre dos puntos mejorando su lógica matemática, ya que la guía brinda la facilidad de realizar ejercicios a continuación de la teoría, optimizando el entendimiento, aprendizaje y ubicación de los resultados de una ecuación. Mientras que una mínima parte no logra aprender por los múltiples factores que impiden el buen desarrollo estudiantil.

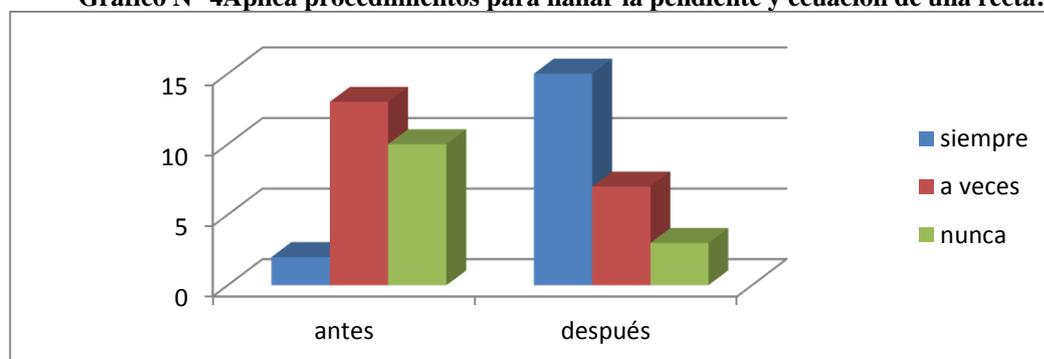
**Pregunta N°3:** Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta.

**Cuadro N° 8** Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta.

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	2	8%	15	60%
A Veces	13	68%	7	28%
Nunca	10	24%	3	12%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 3  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 4** Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta.



Fuente: Ficha de observación pregunta 3  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces aplicaban procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno, el 24% nunca lo aplicaba, y el 8% siempre.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 60% de la población siempre aplicaban procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno, el 28% a veces lo aplicaba, y el 12% siempre.

**Interpretación.-** la mayor parte de la población estudiada aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno, siendo uno de los métodos más utilizados para resolver problemas que rodean nuestro diario vivir.

**Pregunta N°4:** Conceptualiza correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones.

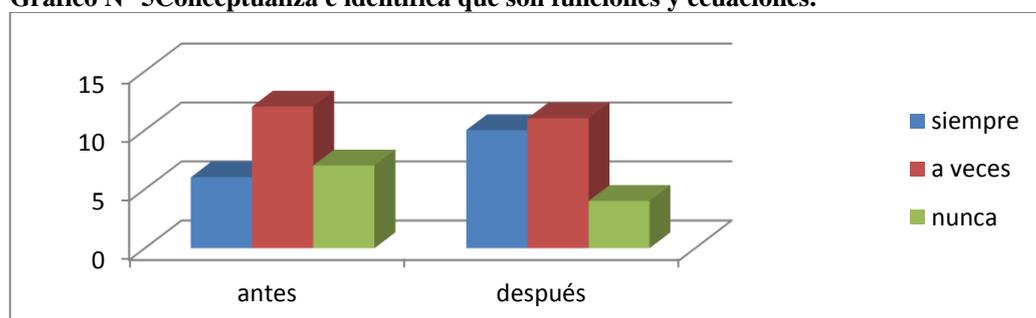
**Cuadro N° 9** Conceptualiza e identifica que son funciones y ecuaciones.

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	6	24%	10	40%
A Veces	12	48%	11	44%
<b>NUNCA</b>	<b>7</b>	<b>28%</b>	<b>4</b>	<b>16%</b>
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 4

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 5** Conceptualiza e identifica que son funciones y ecuaciones.



Fuente: Ficha de observación pregunta 4

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 48% de la población objeto de estudio a veces conceptualizaban correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones, mientras que el 28% nunca aplica, y el 8% siempre.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 44% de la población objeto de estudio a veces conceptualizan correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones, mientras que el 40% siempre conceptualizan, y el 16% nunca lo asían.

**Interpretación.-** la mayor parte de la población objeto de estudio ha logrado conceptualizar correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones, ya que la guía didáctica tiene ejemplos concretos sobre la materia optimizando el aprendizaje de la matemática, mientras que la población restante no logra identificar correctamente por la ausencia de técnicas de estudio y auto superación personal impidiendo el correcto aprendizaje de las funciones y ecuaciones.

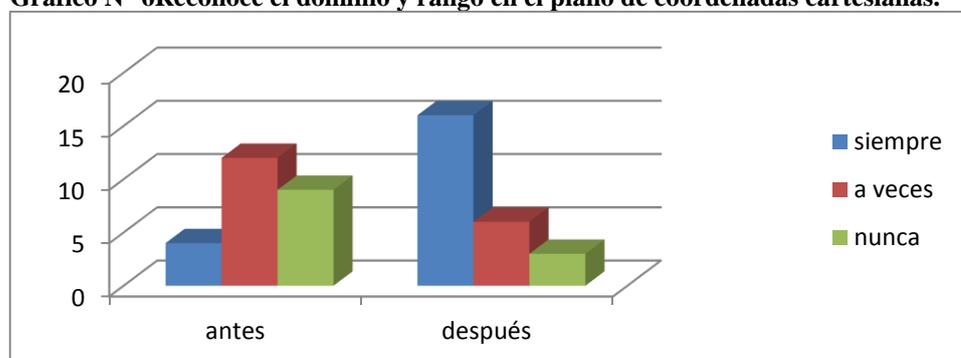
**Pregunta N°5:** Elabora el gráfico de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.

**Cuadro N° 10** Reconoce el dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	4	16%	16	64%
A Veces	12	48%	6	24%
Nunca	9	36%	3	12%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 5  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 6** Reconoce el dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.



Fuente: Ficha de observación pregunta 5  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 48% de la población objeto de estudio a veces elaboraban gráficos de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas, el 36% nunca elaboraban, y el 16% siempre.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 64% de la población objeto de estudio siempre elaboraban gráficos de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas, el 24% a veces lo elaboraban, y el 12% nunca lo hacía.

**Interpretación.-** la mayoría de estudiantes lograron el aprendizaje de la elaboración de gráficos de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas, optimizando el entendimiento de la ubicación de cada uno de las coordenadas en dicho plano.

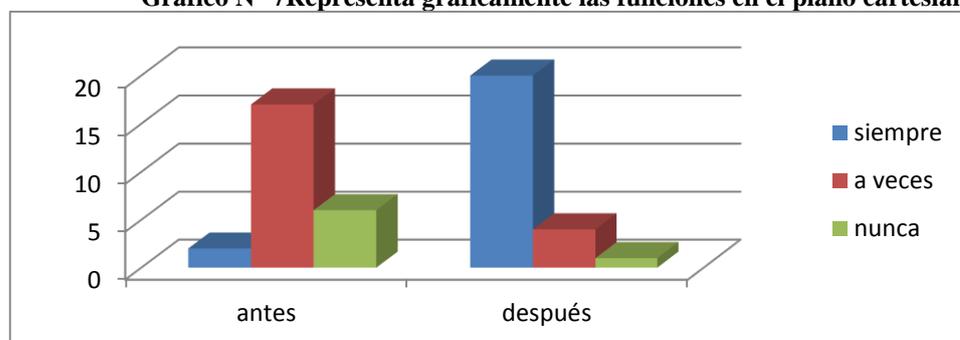
**Pregunta N°6:** Representa gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas.

**Cuadro N° 11** Representa gráficamente las funciones en el plano cartesiano

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	2	8%	20	80%
A Veces	17	68%	4	16%
Nunca	6	24%	1	4%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 6  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 7** Representa gráficamente las funciones en el plano cartesiano



Fuente: Ficha de observación pregunta 6  
Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces representaban gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas, el 24% nunca lo representaba, y el 8% siempre lo hacía.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 80% de la población objeto de estudio siempre representaban gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas, el 16% a veces lo representaba, y el 4% nunca lo asían.

**Interpretación.-** la mayor parte de estudiantes lograron representar gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas, ya que la guía didáctica tiene los conceptos básicos y simples de cada una de las funciones con sus respectivos ejemplos.

**Pregunta N°7:** Aplica gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana.

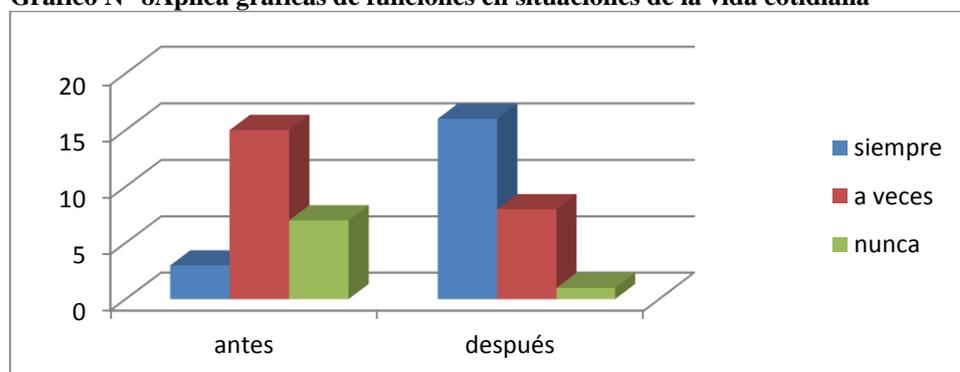
**Cuadro N° 12** Aplica gráficas de funciones en la vida cotidiana

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	3	8%	16	64%
A Veces	15	68%	8	32%
Nunca	7	24%	1	4%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 7

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 8** Aplica gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana



Fuente: Ficha de observación pregunta 7

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces aplicaban gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana, el 24% nunca aplicaban, y el 8% siempre lo hacían.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 64% de la población objeto de estudio siempre aplicaban gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana, el 32% a veces aplicaban, y el 4% nunca lo asían.

**Interpretación.-** la mayor parte de estudiantes logrón aplicar gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana, mediante el desarrollo de problemas planteados en clases, creando nuevos ejercicios con los hechos que rodea el día a día de los chicos, haciendo más interesantes el desarrollo de los problemas más simples o complejos.

**Pregunta N°8:** Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta.

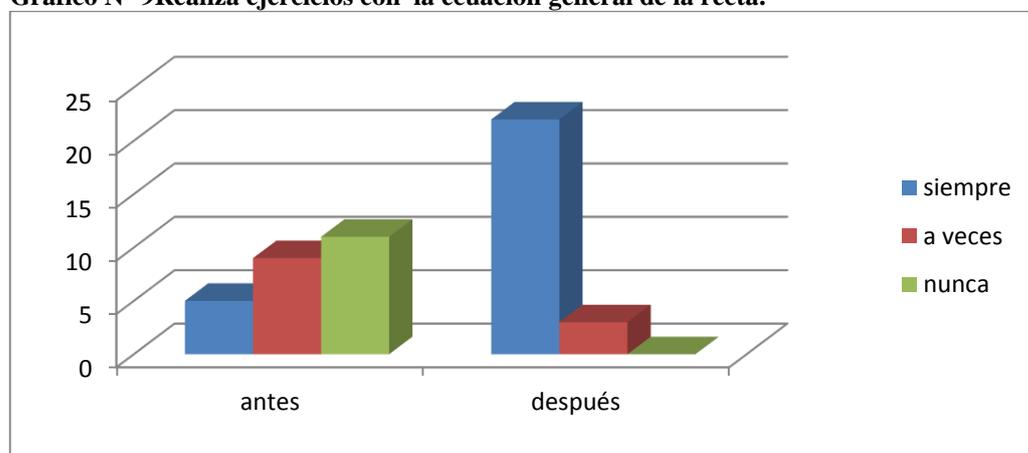
**Cuadro N° 13** Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta.

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	5	8%	22	88%
A Veces	9	68%	3	12%
Nunca	11	24%	0	0%
TOTAL	25	100%	25	100%

Fuente: Ficha de observación pregunta 8

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 9** Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta.



Fuente: Ficha de observación pregunta 8

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces realizaban ejercicios con la ecuación general de la recta, el 24% nunca lo realizaban, y el 8% siempre lo hacía.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 88% de la población objeto de estudio realizaban ejercicios con la ecuación general de la recta, y el 12% a veces lo realizaba.

**Interpretación.-** la mayor parte de la población objeto de estudio logro realizar ejercicios con la ecuación general de la recta, ya que la guía contiene reglas sencillas y fáciles de comprender dando la opción de desarrollar ejercicios en la misma guía.

**Pregunta N°9:** Utiliza el sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos.

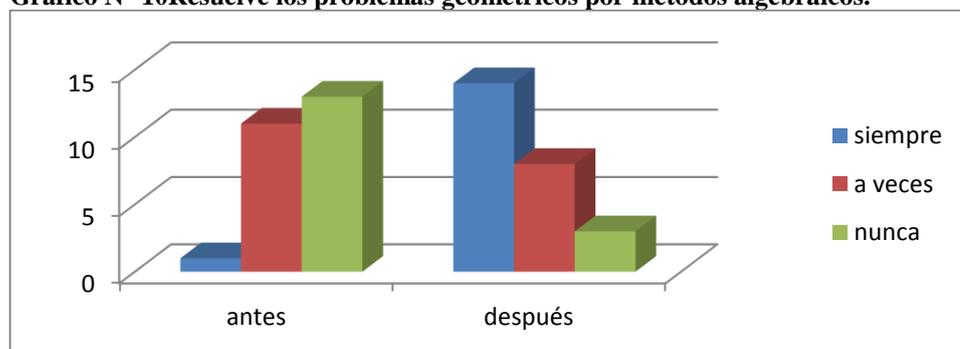
**Cuadro N° 14**Resuelve problemas geométricos por métodos algebraicos.

	ANTES		DESPUÉS	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Siempre	1	8%	14	56%
A Veces	11	68%	8	32%
Nunca	13	24%	3	12%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fuente: Ficha de observación pregunta 9

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 10**Resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos.



Fuente: Ficha de observación pregunta 9

Elaborado por: Juan Cuvi

**Análisis.-** el 68% de la población objeto de estudio a veces utilizaban el sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos, el 24% nunca utilizaba, y el 8% siempre lo utilizaba.

Mientras que después de la aplicación de la guía el 56% de la población objeto de estudio siempre utilizaban el sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos, el 32% a veces utilizaban, y el 12% nunca lo utilizaban.

**Interpretación.-** la mayor parte de estudiantes utilizaron el sistema de coordenadas y lograron resolver los problemas geométricos por métodos algebraicos, ya que al

calcular el perímetro y el área de las figuras, utilizaron las fórmulas ya conocidas en el desarrollo de la guía didáctica.

### 4.3 Resumen de la aplicación de la ficha de observación

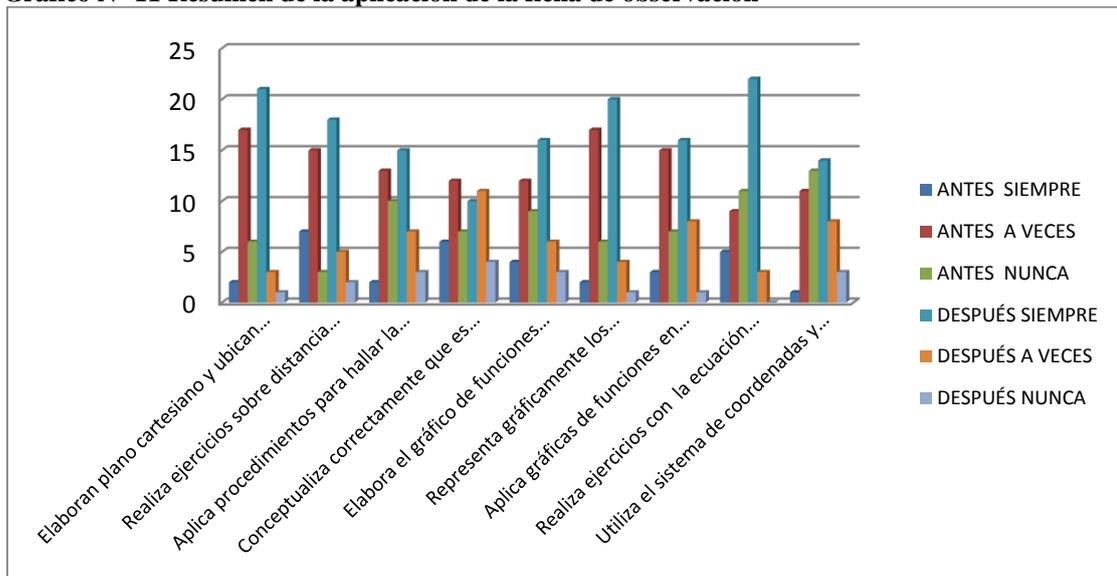
Cuadro N° 15 Resumen de la aplicación de la ficha de observación

N°	DETALLE	ANTES				DESPUÉS			
		SIEMPRE	A VECES	NUNCA	TOTAL	SIEMPRE	A VECES	NUNCA	TOTAL
1	Elaboran plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas	2	17	6	25	21	3	1	25
2	Realiza ejercicios sobre distancia entre dos puntos	7	15	3	25	18	5	2	25
3	Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno	2	13	10	25	15	7	3	25
4	Conceptualiza correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones	6	12	7	25	10	11	4	25
5	Elabora el gráfico de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.	4	12	9	25	16	6	3	25
6	Representa gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas.	2	17	6	25	20	4	1	25
7	Aplica gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana.	3	15	7	25	16	8	1	25
8	Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta	5	9	11	25	22	3	0	25
9	Utiliza el sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos.	1	11	13	25	14	8	3	25
<b>TOTAL</b>		<b>32</b>	<b>121</b>	<b>72</b>	<b>225</b>	<b>152</b>	<b>55</b>	<b>18</b>	<b>225</b>
<b>Promedio</b>		<b>4</b>	<b>13</b>	<b>8</b>	<b>25</b>	<b>16,89</b>	<b>6,11</b>	<b>2</b>	<b>25</b>

Fuente: Resumen de la Ficha de observación

Elaborado por: Juan Cuvi

**Gráfico N° 11 Resumen de la aplicación de la ficha de observación**



**Fuente: Resumen de la Ficha de observación**

**Elaborado por: Juan Cuvi**

### **Interpretación**

En este cuadro de resumen se pudo evidencia que antes de la aplicación de la guía a veces los estudiantes realizan actividades que ayuden a mejorar el rendimiento académico y a desarrollar la inteligencia lógica matemática de lo cual 18 estudiantes a veces aplican estrategias constructivistas para el aprendizaje auténtico de la Geometría Analítica, (La Recta), mientras que después de la aplicación de la guía los estudiante tuvieron las herramientas necesarias para desarrollar el aprendizaje autentico siendo 17 quienes aplicas este tipo de procesos para aprender Geometría Analítica - La Recta.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1 CONCLUSIONES

- ✓ Se pudo evidenciar que en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de agosto han adquirido poco conocimiento sobre la geometría analítica, por situaciones diversas lo cual ha permitido que existe un desfase en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- ✓ Se examinó los contenidos de la asignatura y se pudo evidenciar las falencias que tenían los estudiantes en el proceso de aprendizaje de geometría analítica (la recta), pues fue necesario reforzar los contenidos aplicando métodos, técnicas y herramientas.
- ✓ Se vio necesario ayudar al estudiante a desarrollar la parte cognoscitiva, aplicando la guía didáctica relacionada con la geometría analítica, pues se profundizó los conocimientos adquiridos durante el año lectivo y se logró disminuir el desinterés por superarse académicamente.
- ✓ Aplicando la guía didáctica a los estudiantes se evidenció el desarrollo de habilidades y destrezas en el aprendizaje de la geometría analítica.
- ✓ Los logros de aprendizaje en geometría analítica obtenidos en los estudiantes de mejoró significativamente en el aprendizaje sobre todo en la aplicación de actividades que se encuentran en la guía

## 5.2 RECOMENDACIONES

- ✓ Sugerir al docente que utilice estrategias didácticas en el aprendizaje de la geometría analítica, para que los estudiantes se encuentren motivados en las clases.
- ✓ Utilizar métodos, técnicas y herramientas para el mejoramiento en cada uno de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de geometría analítica (la recta),
- ✓ Aplicar test, encuestas, entrevistas, entre otros, durante el año lectivo en las asignaturas para ver las falencias existentes en cuanto a la materia y elaborar guías didácticas, con estrategias constructivistas para la enseñanza de la geometría analítica, en especial la recta.
- ✓ Aplicar guías didácticas de la geometría analítica en los estudiantes de décimo año de Educación para que profundice los conocimientos adquiridos durante el año lectivo y de ésta forma disminuir el desinterés por superarse académicamente en los estudiantes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, R. (2004). LA GUÍA DIDÁCTICA, UN MATERIAL EDUCATIVO PARA PROMOVER EL APRENDIZAJE AUTÓNOMO. EVALUACIÓN Y MEJORAMIENTO DE SU CALIDAD EN LA MODALIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA DE LA UTPL . *AIESAD*, 179-192, Vol. 7 , ISBN:1138-2783.
- García Cué, J. L. (2006). *Aprendizaje* . Obtenido de Teorías del aprendizaje : <http://www.jlgcue.es/aprendizaje.htm>
- Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *SciELO Revista de pedagogía*, v. 24 n.70.
- Nota en clave. (6 de Marzo de 2015). *Guía* . Obtenido de Definición : <http://nota2argentina.blogspot.com/2015/03/nota-la-guia-clave.html>
- Olmedo, N., & Curotto, M. (2002). TALLER: ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA . *Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNCa*, 1-13.
- Orozco, E. d. (2009). Las teorías asociacionistas y cognitivas del aprendizaje: diferencias, semejanzas y puntos en común. *Revista Docencia e Investigación* , N° 19-pp- 175/191 ISSN 1133-9926.
- Osorio Rojas, R. A. (s.f.). *APRENDIZAJE Y DESARROLLO EN VYGOTSKY*. Obtenido de El Contexto de la Psicología Cognitiva.: <http://www.nodo50.org/sindpitagoras/Vigosthky.htm>
- Sincero, S. M. (11 de Marzo de 2011). *Teoría Cognitiva del Aprendizaje*. Obtenido de Explorable : <https://explorable.com/es/teoria-cognitiva-del-aprendizaje>
- Universidad Abierta de Cataluña. (2011). *Vygotsky* . Obtenido de modelos de aprendizaje: <http://uoctic-grupo6.wikispaces.com/Constructivismo>
- Universidad de Cordoba. (2006). *Tipos de Aprendizajes* . Obtenido de Activadores del aprendizaje: [http://www.aves.edu.co/cursos/liberados/7\\_aprendizaje\\_autonomo/xml/transformacion.php?xml=./xml/u2l2.xml&xsl=./xml/leccion.xsl](http://www.aves.edu.co/cursos/liberados/7_aprendizaje_autonomo/xml/transformacion.php?xml=./xml/u2l2.xml&xsl=./xml/leccion.xsl)
- Zapata-Ros, M. (2012). *Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos*. Obtenido de Departamento de Computación, Universidad de Alcalá, España.: [http://eprints.rclis.org/17463/1/bases\\_teoricas.pdf](http://eprints.rclis.org/17463/1/bases_teoricas.pdf)

Zeske, M. (2010). *Qué es el constructivismo de Vygotsky*. Obtenido de eHOW:  
[http://www.ehowenespanol.com/constructivismo-vygotsky-hechos\\_10878/](http://www.ehowenespanol.com/constructivismo-vygotsky-hechos_10878/)

Zúñiga, E. J. (Enero de 2012). *Estrategias pedagógicas para la enseñanza-  
Aprendizaje de matemática*. Obtenido de UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
SALESIANA SEDE DE QUITO:  
<http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/5982/1/UPS-QT03808.pdf>

## **CAPÍTULO VI**

### **6. PROPUESTA**

#### **6.1 TITULO**

Guía didáctica de geometría analítica con estrategias constructivista.

#### **6.2 FACTIBILIDAD**

El presente trabajo es factible ya que se tuvo la apertura de la Colegio Nacional 15 De Agosto, Periodo 2014-2015 y estudiantes de décimo año de Educación General Básica.

#### **6.3 OBJETIVOS**

##### **6.3.1 General**

Fortalecer el aprendizaje de geometría analítica con la aplicación de estrategias constructivista basada en Vygotsky

##### **6.3.2 Especifico**

- ✓ Potencializar el aprendizaje a través del constructivismo
- ✓ Impulsar el estudio de geométricas analítica aplicando métodos algebraicos bajo la teórica del constructivismo
- ✓ Implicar la guía para reforzar el aprendizaje de geometría basada en la teoría del constructivismo

## 6.4 Fundamentación teórica

### Teoría del constructivismo de Vygotsky

Afirma que el aprendizaje está condicionado por la sociedad en la que nacemos y nos desarrollamos.

- ✓ La cultura juega un papel importante en el desarrollo de la inteligencia. De ahí que en cada cultura las maneras de aprender sean diferentes. Tiene que ver también con el cognitivismo ya que en la comunicación con el entorno (familiar, profesores y amigos) moldea su conocimiento y comportamiento.
- ✓ El aprendizaje guiado. La posibilidad de aprender con la ayuda de personas más hábiles (nivel de desarrollo potencial). (Universidad Abierta de Cataluña, 2011).

### El aprendizaje auténtico.

Es un proceso que el estudiante tiene que asumir y dirigirá partir de su potencial. La base para ello es la actividad de estudio y el proceso de aprendizaje que ella implica (Talízina1988).

Señala las siguientes características de lo que es el aprendizaje auténtico:

- ✓ Significativo
- ✓ Activo
- ✓ Reflexivo
- ✓ Colaborativo
- ✓ Ponderador

**1.- Significativo.**-El estudiante es capaz de construir el conocimiento para que se produzca un auténtico aprendizaje es decir un aprendizaje a largo plazo y que sea el conocimiento auténtico; mismo que establecer propósitos trabaja a un nivel apropiado para su desarrollo educativo y estilos de aprendizaje.

**2.- Activo.-**El estudiante debe llevar a cabo acciones en situaciones reales o cuasi reales para desarrollar medios o maneja instrumentos con el propósito de diseñar o produce algo.

**3.- Reflexivo.-** el estudiante debe ejercitar sus destrezas de pensamiento, para planificar y monitorea su proceso de estudio y aprendizaje y autoevalúa los resultados de su aprendizaje.

**4.- Colaborativo.-** el estudiante debe desarrollar competencia social, es decir; da, recibe e incorpora retrocomunicación y coordina sus metas y acciones con las de los otros.

**5.- Ponderador.-** el estudiante debe desarrollar competencias o habilidades, superando la pasividad frente a la realidad para transformar o domina un aspecto de la realidad.

## **6.5 CONTENIDO DE LA PROPUESTA**

1.	Tema:	1
2.	Presentación	1
3.	Objetivos	1
3.1.	Objetivo general	1
3.2.	Objetivos específicos	1
4.	Fundamentación	1
5.	Índice de contenidos	3
	Contenido teórico	5
	Bloque de Relaciones y funciones	5
	Geometría analítica	5
	Bloque N°1	6
	LA RECTA	7
	ACTIVIDAD N° 1	8
	Características de la recta	10
	ACTIVIDAD N° 2	11
	Tipos de rectas	13

ACTIVIDAD N° 3	14
ACTIVIDAD N° 4	16
Clases de rectas	18
ACTIVIDAD N° 5	20
Bloque N° 2	22
FUNCIONES	23
ACTIVIDAD N° 6	24
Características de las funciones	26
Función Constante	27
ACTIVIDAD N° 7	28
Función de primer grado	30
Función lineal o de proporcionalidad directa	30
ACTIVIDAD N° 8	31
Función afín	33
Bloque N° 3	34
ECUACIÓN DE LA RECTA	35
Formas de la ecuación de la recta	35

# ANEXOS

Anexo N° 1 Evidencias fotográficas











**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y**  
**TECNOLOGIAS**

**FICHA DE OBSERVACIÓN**

N o	DETALLE	SIEMPRE	A VECES	NUNCA	TOTAL
1	Elaboran plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas				
2	Realiza ejercicios sobre distancia entre dos puntos				
3	Aplica procedimientos para hallar la pendiente y ecuación de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno				
4	Conceptualiza correctamente que es una recta e identifica que son funciones y ecuaciones				
5	Elabora el gráfico de funciones reconociendo su dominio y rango en el plano de coordenadas cartesianas.				
6	Representa gráficamente los principales tipos de funciones en el plano de coordenadas cartesianas.				
7	Aplica gráficas de funciones en situaciones de la vida cotidiana.				
8	Realiza ejercicios con la ecuación general de la recta				
9	Utiliza el sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos.				
<b>TOTAL</b>					



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE  
CHIMBORAZO**  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y  
TECNOLÓGICAS



**Luffi  
Luffi**



## **1. Tema:**

# **GUÍA DIDÁCTICA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA CON ESTRATÉGIAS CONSTRUCTIVISTAS**

## **2. Objetivos**

### **2.1. Objetivo general**

Aplicación de la guía didáctica de geometría analítica con estrategias constructivista en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica del Colegio Nacional 15 de Agosto

### **2.2. Objetivos específicos**

- Implementar actividades con metodología constructivas para el desarrollo de la inteligencia lógica matemática para Impulsar el estudio de las figuras geométricas aplicando métodos algebraicos bajo la teórica del constructivismo
- Evaluar el rendimiento académica a través de la aplicación dela guía didáctica de Geometría Analítica, potencializando el aprendizaje a través del constructivismo

### **3. Fundamentación**

#### **Teoría constructivismo de Vygotsky**

Afirma que el aprendizaje está condicionado por la sociedad en la que nacemos y nos desarrollamos.

- ✓ La cultura juega un papel importante en el desarrollo de la inteligencia. De ahí que en cada cultura las maneras de aprender sean diferentes. Tiene que ver también con el cognitvismo ya que en la comunicación con el entorno (familiar, profesores y amigos) moldea su conocimiento y comportamiento.
- ✓ El aprendizaje guiado. La posibilidad de aprender con la ayuda de personas más hábiles (nivel de desarrollo potencial). (Universidad Abierta de Cataluña, 2011).

#### **El aprendizaje auténtico.**

Es un proceso que el estudiante tiene que asumir y dirigirá partir de su potencial. La base para ello es la actividad de estudio y el proceso de aprendizaje que ella implica (Talízina1988).

Señala las siguientes características de lo que es el aprendizaje auténtico:

- ✓ Significativo
- ✓ Activo
- ✓ Reflexivo
- ✓ Colaborativo
- ✓ Ponderador

**1.- Significativo.-** El estudiante es capaz de construir el conocimiento para que se produzca un auténtico aprendizaje es decir un aprendizaje a largo plazo y que sea el conocimiento autentico; mismo que establecer propósitos trabaja a un nivel apropiado para su desarrollo educativo y estilos de aprendizaje.

**2.- Activo.-** El estudiante debe llevar a cabo acciones en situaciones reales o cuasi reales para desarrollar medios o manejar instrumentos con el propósito de diseñar o producir algo.

**3.- Reflexivo.-** el estudiante debe ejercitar sus destrezas de pensamiento, para planificar y monitorear su proceso de estudio y aprendizaje y autoevalúa los resultados de su aprendizaje.

**4.- Colaborativo.-** el estudiante debe desarrollar competencia social, es decir; da, recibe e incorpora retro comunicación y coordina sus metas y acciones con las de los otros.

**5.- Ponderador.-** el estudiante debe desarrollar competencias o habilidades, superando la pasividad frente a la realidad para transformar o dominar un aspecto de la realidad.

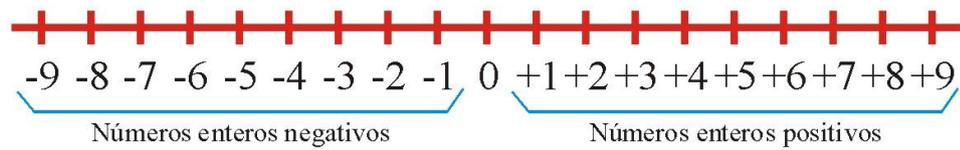
#### 4. ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. Tema: 75	
2. Objetivos.....	75
2.1. Objetivo general.....	75
2.2. Objetivos específicos .....	75
3. Fundamentación .....	76
4. Índice de contenidos .....	78
<b>BLOQUE N°1.....</b>	<b>79</b>
LA RECTA .....	80
ACTIVIDAD N° 1.....	84
ECUACIONES DE LA RECTA EN EL PLANO CARTESIANO .....	87
<b>BLOQUE N° 2.....</b>	<b>89</b>
FUNCIONES .....	90
ACTIVIDAD N° 1.....	91
Características de las funciones .....	93
Función Constante .....	93
ACTIVIDAD N° 2.....	94
Función de primer grado.....	97
Función lineal o de proporcionalidad directa .....	97
ACTIVIDAD N° 4.....	98
Función afín .....	100
ACTIVIDAD N° 5.....	100
<b>BLOQUE N° 3.....</b>	<b>101</b>
ECUACIÓN DE LA RECTA .....	102
Formas de la ecuación de la recta .....	102
ACTIVIDAD N° 1.....	103
ACTIVIDAD N° 2.....	106
ACTIVIDAD N° 3.....	107

# Bloque N°1

## *LA RECTA*

### Recta Numérica



## LA RECTA



**Elaborado por:** Juan Cuvi

La recta se define como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que al tomarse de dos en dos se obtiene la misma pendiente. (Matemáticas Iesoja, 2013, pág.

1)

Las rectas no tienen comienzo ni final: son líneas compuestas de puntos que se suceden de manera indefinida. Están consideradas como uno de los entes fundamentales de la geometría, al igual que los ya mencionados puntos y los planos.

Es importante destacar que los puntos también forman segmentos, que son porciones de rectas (comienzan en un punto y terminan en otro). Puede decirse, en este sentido, que una recta está formada por diferentes segmentos.

Cuando una recta es cortada, se crean dos semirrectas: tienen principio (el punto donde se interrumpe la recta), pero no final (se extienden indefinidamente)(Definición. de, 2008)

Se define como la sucesión continua e indefinida de puntos en una sola dimensión, o sea, no posee principio ni fin.

Las líneas rectas pueden ser expresadas mediante una ecuación del tipo  $y = m x + b$ , donde  $x$ ,  $y$  son variables en un plano. En dicha expresión  $m$  es denominada la "pendiente de la recta" y está relacionada con la inclinación que toma la recta respecto a un par de ejes que definen el plano. Mientras que  $b$  es el denominado "término independiente" u "ordenada al origen" y es el valor del punto en el cual la recta corta al eje vertical en el plano,(Sites, 2012). Dos puntos determinan una recta.

## CARACTERÍSTICAS DE LA RECTA

La recta es un conjunto de puntos situados a lo largo de la intersección de dos planos. (Sites, 2012)

Una característica de cualquier recta es que tiene una pendiente y con esa pendiente se puede conocer el ángulo de inclinación. (Vergara, 2012, pág. 2)

Algunas características de la recta son: la distancia entre dos puntos, la pendiente, el ángulo de inclinación, relación entre ellas, etc. Con ello ya tenemos elementos que nos servirán para la obtención de la ecuación en sus distintas formas. (Matemáticas Iesoja, 2013, pág. 1)



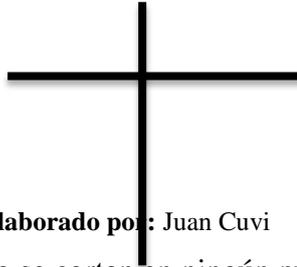
*Sabías que:*

*La recta se prolonga al infinito en ambos sentidos. La distancia más corta entre dos puntos está en una línea recta, en la geometría Euclídiana. (Sites, 2012)*

The image shows a cartoon illustration of a young boy with brown hair, wearing a red shirt, with his hand to his chin in a thinking pose. A glowing lightbulb is shown above his head, symbolizing an idea or knowledge. The text to the right is in a light blue box with a purple border.

## Clases de rectas

**Secante:** Las rectas secantes se cortan en un punto



Elaborado por: Juan Cuvi

**Paralelas:** Las rectas paralelas no se cortan en ningún punto.



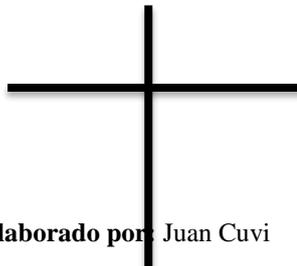
Elaborado por: Juan Cuvi

**Coincidentes:** Dos rectas son coincidentes si todos sus puntos son comunes.



Elaborado por: Juan Cuvi

**Perpendiculares:** Dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales a  $90^{\circ}$ .



Elaborado por: Juan Cuvi

El nombre que recibe la expresión algebraica (función) que determine una recta dada se denomina Ecuación de la Recta. (Introducción-Matemáticas)

## Tipos de rectas

- a) Horizontales
- b) Verticales
- c) Con pendiente positiva
- d) Con pendiente negativa.

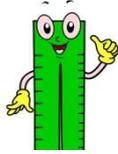
**a) La recta horizontal.** Es aquella que no forma ningún ángulo, es decir si realizamos un trazo de una recta en un plano cartesiano, entonces cualquier recta que sea paralela al eje “x” es horizontal, y por tanto su pendiente es cero. La siguiente grafica nos muestra dos ejemplos de rectas cuya pendiente es cero. La primera recta su ecuación es:  $y=3$  La segunda recta tiene por ecuación:  $y=-2$

**b) La recta vertical.** Es aquella cuya que al trazarla se obtiene una recta paralela al eje “y”, y desde la definición formal diremos que su pendiente es infinita. La ecuación de la recta 3 vertical es:  $x=1$  La ecuación de la recta 4 vertical es  $x=-2$

**c) Recta con pendiente positiva.** Se caracteriza porque tiene un ángulo de inclinación menor a 90 grados con respecto a la horizontal. Es decir con el eje “x”. La siguiente grafica nos muestra un ejemplo de recta con pendiente positiva. La ecuación de esta recta es:  $x-y-3=0$  que también podemos escribir en forma de:  $y=x-3$  que se conoce como ecuación pendiente, ordenada al origen

**d) Recta con pendiente negativa.** Se caracteriza por tener un ángulo de inclinación mayor a 90 grados con respecto al eje “x”. En la siguiente grafica se muestra un ejemplo de recta con pendiente mayor a  $90^0$  la ecuación que representa a esta recta es:  $x+y-1=0$  o bien como:  $y=1-x$

De estos dos últimos incisos hay que recordar entonces que la pendiente entonces está relacionada con el ángulo de inclinación, y que este puede ser entonces mayor o menor de  $90^0$  (Vergara, 2012, págs. 2-3-4).



# ACTIVIDAD N° 1

## Ejercicio N°1

**Tema**

LA Recta Numérica

**Objetivo:**

- Identificar el lado positivo y negativo dentro de la recta numérica.

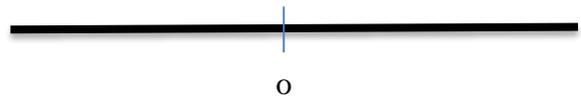
**Materiales:**

- Lápiz
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Dibuja una línea recta e identifica el lado positivo y negativo en los siguientes gráficos.

**NOTA:** Recuerda que debes identificar los ejes X y Y en la recta.



## Ejercicio N°2

**Tema**

Ubicando los ejes x, y en el plano cartesiano y sus valores respectivamente

**Objetivo:**

- Realizar operaciones en el plano cartesiano para identificar los valores positivos y negativos dentro de él.

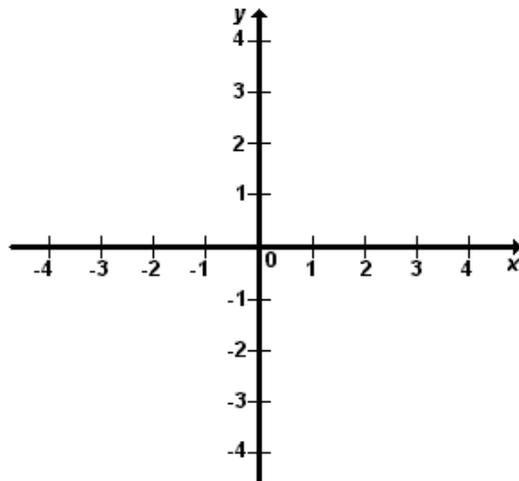
**Materiales:**

- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Identifica en el plano cartesiano los siguientes valores:

1.  $-2x, 3y$
2.  $3x, -3y$



## Ejercicio N°3

**Tema**

Pendiente cero

**Objetivo:**

- Reconocer la recta horizontal a través de la designación de valores

**Materiales**

- Lápiz

- Lápices de colores
- Hoja en blanco

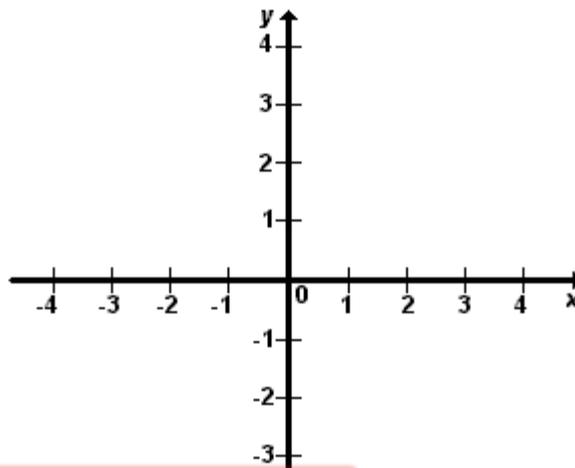
### Desarrollo

Dibuje un plano cartesiano e identifique con una línea los siguientes valores, estos tendrán que ser identificados con lápices de colores.

La primer recta su ecuación es:  $y = 3$

La segunda recta tiene por ecuación:  $y = -4$

**NOTA:** Recuerda que esta actividad NO forma ningún ángulo.



### Ejercicio

N°4

**Tema:**

Mi mejor ángulo

**Objetivo:**

- Diferenciar entre la recta con pendiente Positiva y Negativa

**Materiales**

- Lápiz
- Lápices de color rojo, verde.
- Hoja en blanco

**Desarrollo**

En el plano cartesiano ubique las siguientes ecuaciones e identifique los grados del ángulo positivo con color rojo, y negativo de color verde.

$$x - y - 2 = 0$$

$$x + y - 1 = 0$$

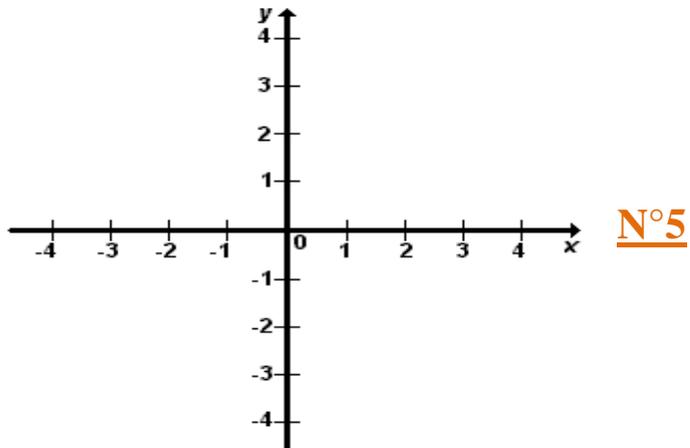
**NOTA:** Recuerda que la pendiente está relacionada con el ángulo de inclinación, y que este puede ser mayor o menor de  $90^\circ$

## Ejercicio

**Tema**

**Objetivo:**

C1



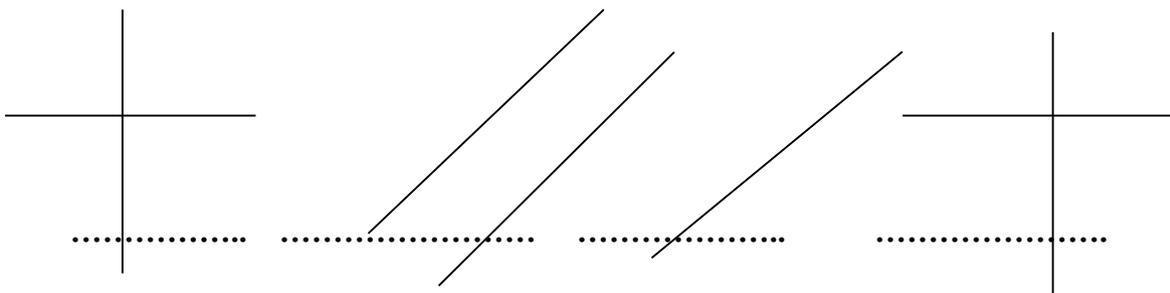
- Identificar las distintas clases de rectas a través de la visualización de gráficos.

**Materiales:**

- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Dibuja en una hoja las clases de reglas y escribe su nombre



## ECUACIONES DE LA RECTA EN EL PLANO CARTESIANO

**TEOREMA:** a toda recta  $L$  del plano cartesiano está asociada al menos una ecuación del forma:  $ax+by+c=0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales;  $a \neq 0$  ó  $b \neq 0$ , y  $(x,y)$  representan un punto genérico de  $L$ .

**TEOREMA:** Toda recta L del plano cartesiano está asociado al menos dos ecuaciones forma una.

La línea recta al lugar geométrico de dos puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera P1(X1, Y1) y P2 (X2, Y2) del lugar, el valor de la pendiente m calculado por medio de la fórmula del teorema.

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}, x_1 \neq x_2$$

Resulta siempre una constante.

## Ejercicio N°6

### Tema

### Objetivo:

Ecuaciones de la recta

- Aplicar ecuaciones de la recta en el plano cartesiano.

### Materiales:

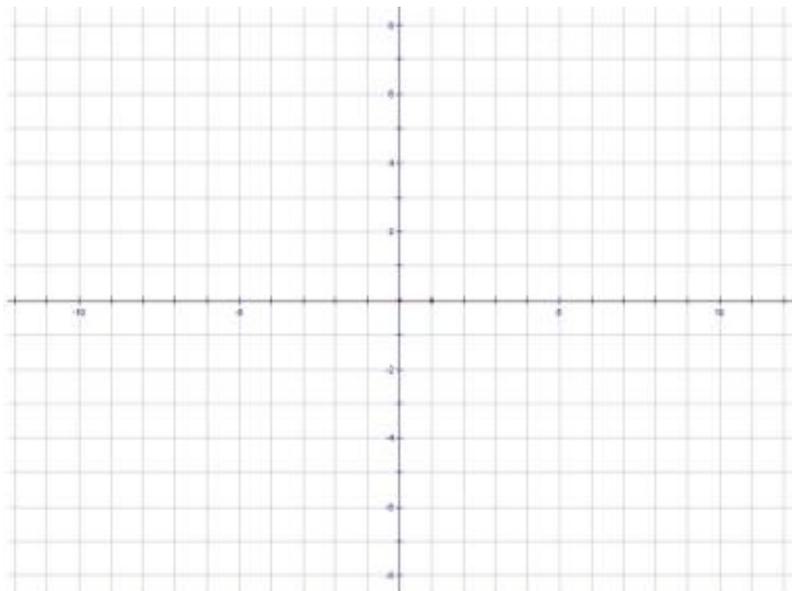
- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

### Desarrollo:

Determina y grafica la ecuación de la recta en los siguientes casos:

- Pasa por los puntos A(-1,10) Y B(2,-17).
- Pasa por el punto P (5,-1) y es paralela a la recta  $y= 7x+3$ .
- Pasa por el punto A (3,-1) y la ordenada en el origen es igual a-5.
- Pasa por el punto P (8,5) y la pendiente es 2.

### Construye su gráfica.



# Bloque N° 2

## *FUNCIONES*



## FUNCIONES

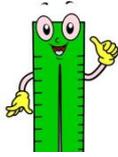
Una función es una relación de dependencia entre dos variables, de modo que a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. (Ministerio de Educación Ecuador, 2011, pág. 60)

El concepto de función nace precisamente de las relaciones que mantienen diferentes magnitudes, así pues la función se puede representar algebraicamente o de forma gráfica en la que se relacionan varias magnitudes entre sí.

Una forma de representación es la que se hace mediante ejes cartesianos, en la que la función se representa de forma general por la relación numérica de magnitudes en una gráfica.

Así pues, la función la podemos representar tanto gráficamente como mediante una expresión algebraica o fórmula. (Ballester, 2009)

Según L.I. Lobachevski, 1934, una función de  $x$  es un número que se da a cada  $x$  y que varía constantemente con la  $x$ . El valor de la función puede estar dado o por una expresión analítica o por una condición que da el procedimiento para probar todos los números. La dependencia puede existir y quedarse desconocida. (Shílov, 2004, pág. 141)



## ACTIVIDAD N° 1

**Tema**

Conociendo mi País

**Objetivo:**

- Calcular el tiempo que tarda en recorrer el trayecto.

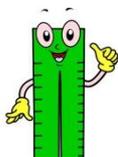
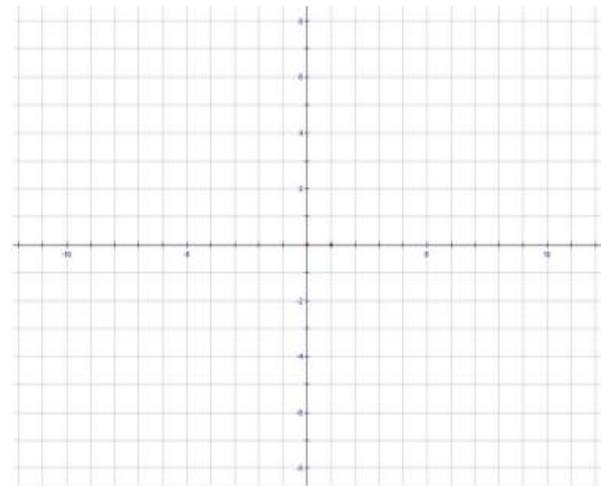
**Materiales:**

- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Un autobús interprovincial efectúa su recorrido cuya distancia es de 480kmy su velocidad media es 80km/h.

- a) Construye la tabla de valores de la función.
- b) Representa gráficamente la función en el intervalo de tiempo que dura todo el trayecto.
- c) Calcula la velocidad madia que debe alcanzar el vehículo para efectuar el recorrido en una hora menos.



## ACTIVIDAD N° 1.1

**Tema**

CONOCIENDO MI PAIS

**Objetivo:**

- Calcular el tiempo que tarda en recorrer el trayecto.

**Materiales:**

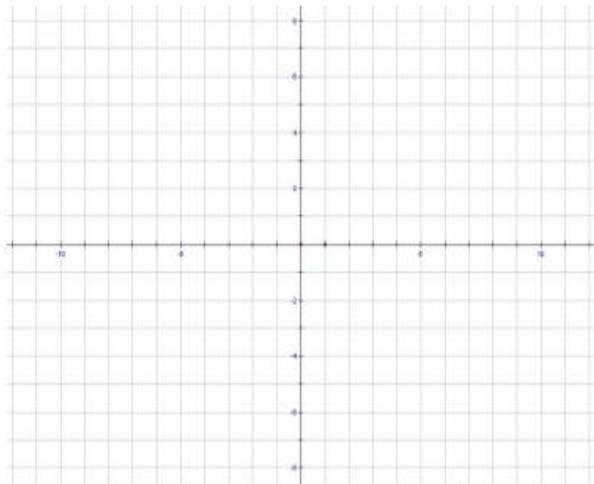
- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Un ciclista se desplaza en una línea recta a una velocidad constante de 30km/h.

Efectuar:

- a) Construye la tabla de valores de la función.
- b) Representa gráficamente la función en el intervalo de tiempo que dura todo el trayecto.
- c) Calcula la velocidad media que debe alcanzar el vehículo para efectuar el recorrido en una hora menos.



**Evaluación:**

Destrezas	D.A	A.A	P.A.A	N.A.N

<b>D.A</b>	9 - 10	Domina los Aprendizajes
<b>A.A</b>	7 - 8	Alcanza los Aprendizajes
<b>P.A.A</b>	4 - 6	Próximo a Alcanzar los Aprendizajes
<b>N.A.N</b>	0 - 4	No alcanza los aprendizajes

## Características de las funciones

Una función liga dos variables numéricas a las que, habitualmente, se les llama “x” e “y”.

“x” es la variable independiente.

“y” es la variable dependiente (depende de la “x”).

La función, que se suele denominar  $y = f(x)$ , asocia a cada valor de x un único valor de y:  $x \Rightarrow y = f(x)$

Para visualizar el comportamiento de una función, recurrimos a su representación gráfica: sobre unos ejes cartesianos, con sendas escalas, representamos las dos variables:

La x sobre el eje horizontal o eje de abscisas.

La y sobre el eje vertical o eje de ordenadas.

Cada punto de la gráfica tiene dos coordenadas, su abscisa, x, y su ordenada, y.

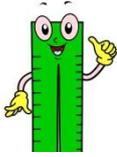
(Alcaste, pág. 41)



### Función Constante

En general una función constante es una función cuya fórmula es,  $y = k$  donde k es un número real. Su representación gráfica es una línea recta que corta al eje de ordenadas en el punto k. (pf. educarex.es, 2011)

Una función constante es una función cuya expresión algebraica es de la forma  $y = b$ , siendo **b** la ordenada en el origen. Su gráfica es una recta paralela al eje de abscisas. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011, pág. 65)



## ACTIVIDAD N° 2

Tema

Mis mejores coordenadas

Objetivo:

- Resolver en el plano cartesiano la función constante.

Materiales

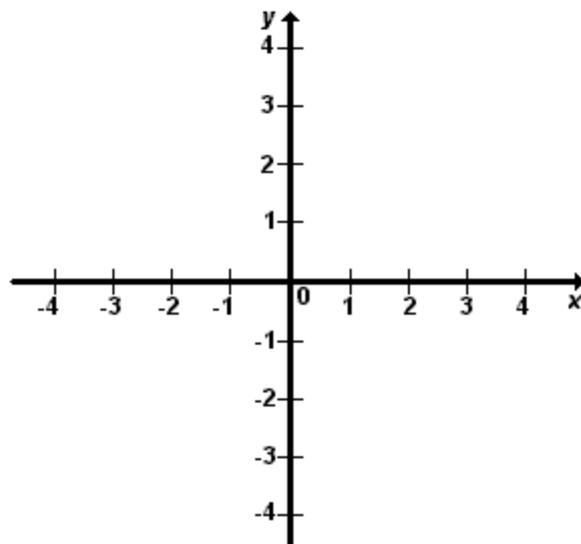
- Lápiz
- Lápiz de color
- Hoja en blanco

Desarrollo

Representar con una gráfica las siguientes expresiones algebraicas de la función, y pinta la recta con un color llamativo.

X	Y
-4	4
-3	4
-1	4
0	4
1	4
3	4
4	4

**NOTA:** Recuerda que su gráfica es una **recta** paralela al eje de las abscisas





**Evaluación:**

<b>Destrezas</b>	<b>D.A</b>	<b>A.A</b>	<b>P.A.A</b>	<b>N.A.N</b>
Resuelve ejercicios de función constante en el plano cartesiano				
Identifica la función constante				

<b>D.A</b>	9 - 10	Domina los Aprendizajes
<b>A.A</b>	7 - 8	Alcanza los Aprendizajes
<b>P.A.A</b>	4 - 6	Próximo a Alcanzar los Aprendizajes
<b>N.A.N</b>	0 - 4	No alcanza los aprendizajes

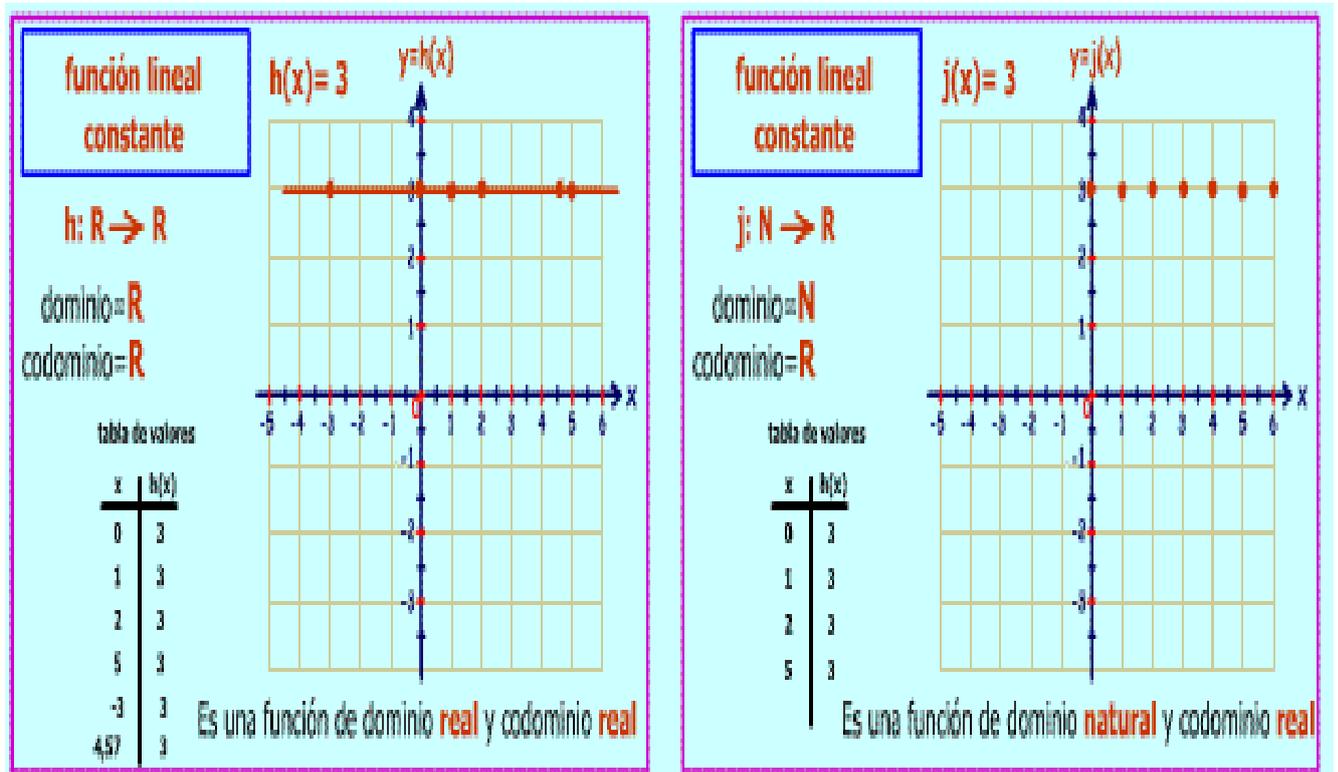
## Función de primer grado

### Función lineal o de proporcionalidad directa

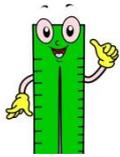
Una función lineal o de proporcionalidad directa es una función cuya expresión algebraica es de la forma  $y = mx$  ( $m \neq 0$ ), siendo  $m$  la constante de proporcionalidad. Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente  $m$ . (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011, pág. 68)

Estas son las funciones donde la variable independiente es de primer grado, nos da como resultado una gráfica de una recta la cual posee una característica única como la pendiente, esta tiene un dominio desde menos infinito a infinito y un recorrido que puede ir desde menos infinito a infinito. (Gonzales, 2008)

Gráfico N° 12 Función Lineal



Fuente: (Tenenbaum, 2010)



## ACTIVIDAD N° 2

**Tema**

**Función lineal**

**Objetivo:**

- Resolver ejercicios para obtener la expresión algebraica de una función lineal a partir de la descripción de la tabla de valores.

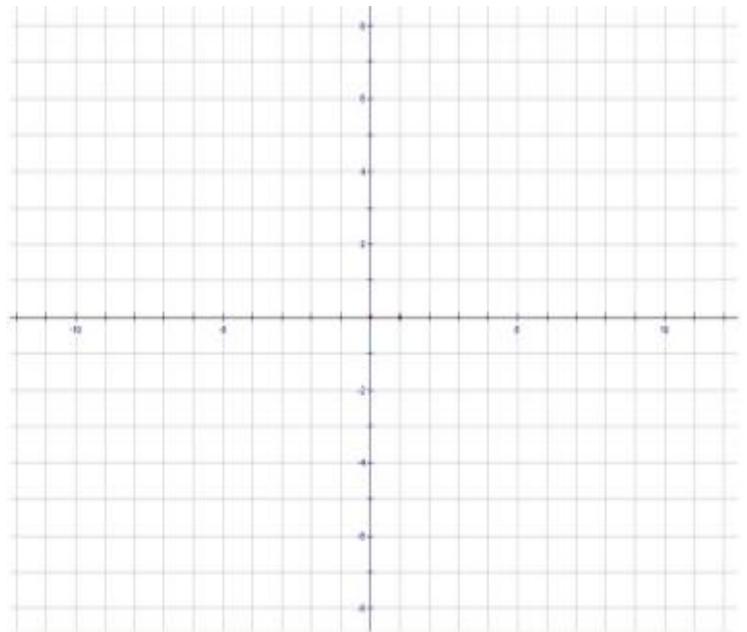
**Materiales:**

- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Desarrollar la siguiente expresión algebraica de la función dada por la tabla de valores y representa en la gráfica.

x	3 6 9 12
y	-2 -4 -6 -8



**Evaluación:**

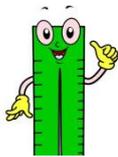
<b>Destrezas</b>	<b>D.A</b>	<b>A.A</b>	<b>P.A.A</b>	<b>N.A.N</b>
Resuelve ejercicios de función lineal				
Aplica la expresión algebraica en la resolución de la función lineal				

<b>D.A</b>	9 - 10	Domina los Aprendizajes
<b>A.A</b>	7 - 8	Alcanza los Aprendizajes
<b>P.A.A</b>	4 - 6	Próximo a Alcanzar los Aprendizajes
<b>N.A.N</b>	0 - 4	No alcanza los aprendizajes

## Función afín

Una función afín es una función cuya expresión algebraica es de la forma  $y = mx + b$  ( $m \neq 0$ ), siendo  $b$  la ordenada en el origen. Su gráfica es una recta que pasa por el punto  $(0, b)$  y tiene pendiente  $m$ . (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011, pág. 70)

En general se llama función afín a una función de la forma  $y = mx + b$  y su gráfica es una línea recta. Por tanto, para representarla solamente necesitamos conocer dos puntos y trazar la línea recta que pasa por ellos.” (pf. educarex.es, 2011)



**Tema**

### ACTIVIDAD N° 5

**Función afín**

**Objetivo:**

- Aprender a través de los ejemplos como obtener la expresión algebraica de una función afín a partir de una tabla de valores.

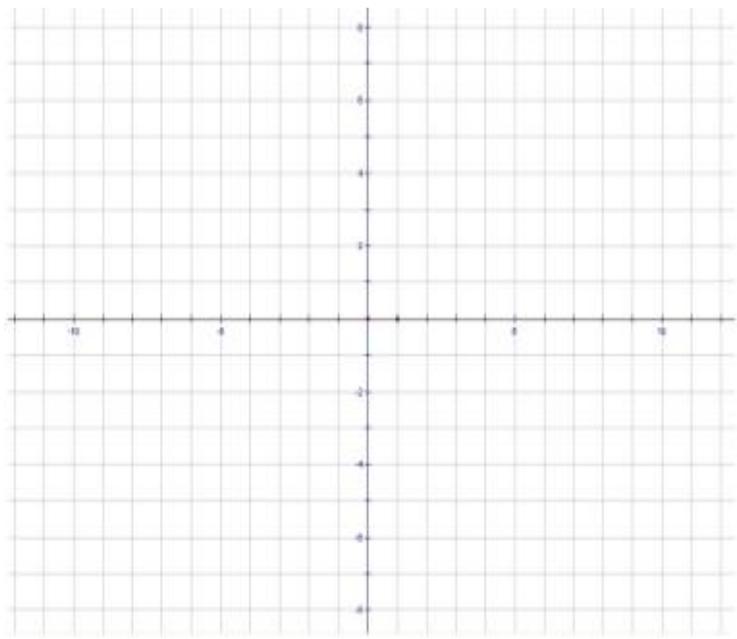
**Materiales:**

- Esfera gráfica, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

Desarrollar la siguiente expresión algebraica de la función dada por la tabla de valores y representarla en la gráfica.

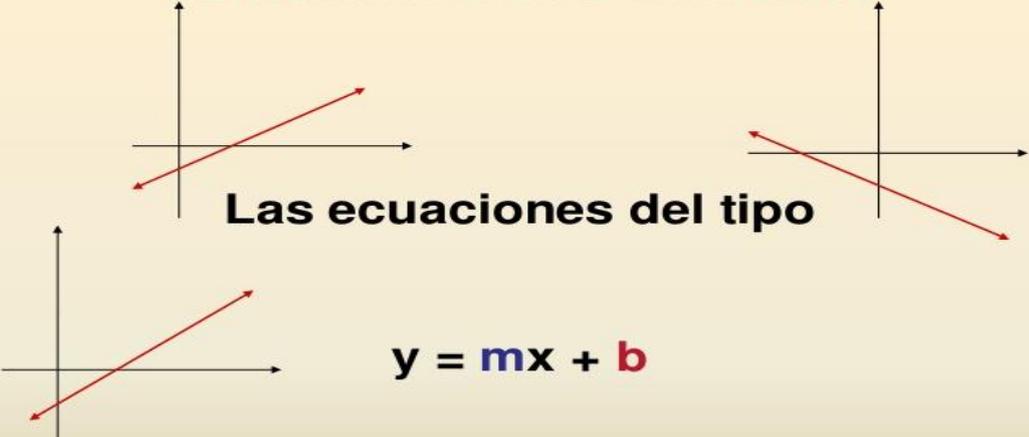
x	1	2	2	4
y	-1	1	3	5



# Bloque N° 3

## *ECUACIÓN DE LA RECTA*

**Ecuación de la recta**



Las ecuaciones del tipo

$$y = mx + b$$

representan rectas en el plano

Prof. Mónica Lordi 2

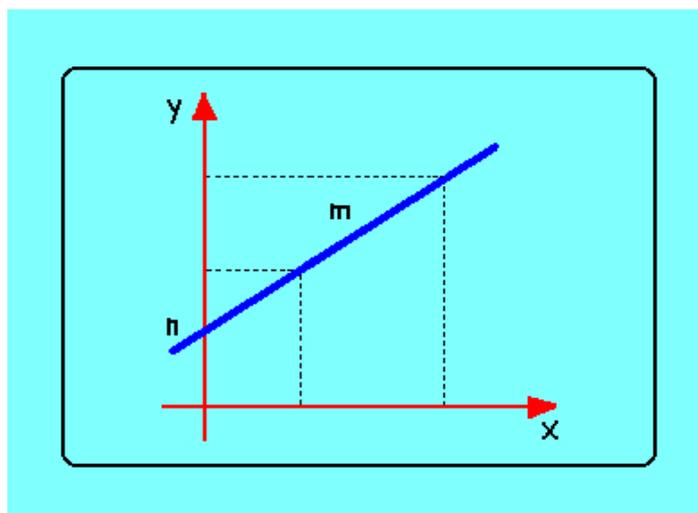
## ECUACIÓN DE LA RECTA

El nombre que recibe la expresión algebraica (función) que determine una recta dada se denomina Ecuación de la Recta. (Introducción-Matemáticas)

### Formas de la ecuación de la recta

#### 1. Ecuación general de una recta

Gráfico N° 13 Ecuación de la Recta



Fuente:(Matemáticas Iesoja, 2013, págs. 1-2-3)

En esta forma, la ecuación de la recta se representa por coeficientes enteros y debe ser igualada a cero, su forma simbólica es:

$$Ax + By + C = 0$$

**Nota:** Cuando la ecuación se presente en ésta forma, el termino A deberá ser positivo.

Donde A, B y C son los coeficientes de la ecuación, x e y son las variables.

#### Forma punto - pendiente de la ecuación de una recta

Una de las primeras formas de representar la ecuación de una recta es la llamada punto - pendiente, como su nombre lo indica, los datos que se tienen son un punto y una pendiente.

Sea  $A(x_1, y_1)$  el punto dado y  $m$  la pendiente dada de la recta, entonces si consideramos otro punto cualquiera  $B(x, y)$ , que forme parte de dicha recta, por la definición de recta se tiene que:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = m \quad \text{Agrupando términos nos queda:} \quad y - y_1 = m ( x - x_1 )$$

### Forma punto – punto

Sean  $A(x_1, y_1)$  y  $B(x_2, y_2)$  dos puntos de la recta. Con estos dos puntos se puede obtener su pendiente:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Si sustituimos esta pendiente en la ecuación  $y-y_1 = m ( x - x_1 )$ , obtendremos la ecuación de la recta cuando se conocen dos puntos.

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} (X - X_1)$$

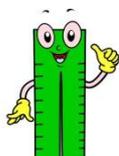
$X_2 - X_1$  (Matemáticas Iesoja, 2013, págs. 1-2-3)

### Distancia entre dos puntos

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje  $x$  o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus abscisas.

Ejemplo: La distancia entre los puntos  $(-4,0)$  y  $(5,0)$  es  $4 + 5 = 9$  unidades.

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje  $y$  o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus ordenadas. (Sites, 2012)



**Tema**

## ACTIVIDAD N° 1

**Ecuación general**

### Objetivo:

- Diferenciar las ecuaciones de una recta a través del desarrollo de ejercicios.

### Materiales:

- Esfero gráfico, lápiz, regla

- Hoja en blanco

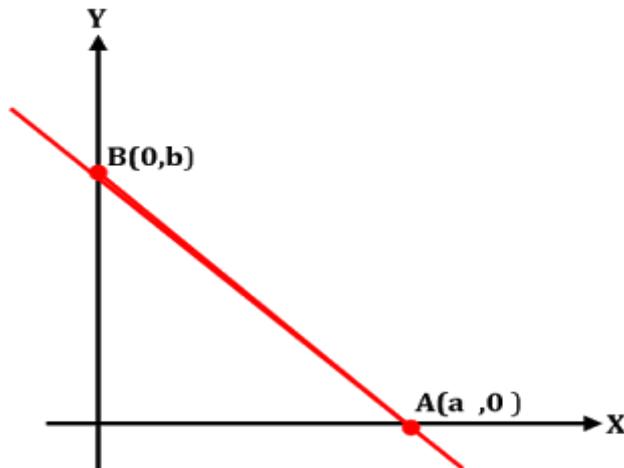
**Desarrollo:**

Hallar la ecuación ordinaria de la recta que pasa por el punto A (-5, 4) y tiene una pendiente de  $m = 2$ .

**Sabiendo que:**

$y - y_1 = m (x - x_1)$   
 .....  
 .....  
 .....

**2. Ecuación ordinaria de una recta**



**Fuente:**(Matemáticas Iesoja, 2013, págs. 1-2-3)

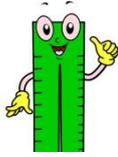
La ecuación de la recta se expresa en términos de la pendiente  $m$  y la ordenada al origen  $b$ .

La ecuación de la recta se expresa en términos de la pendiente  $m$  y la ordenada al origen  $b$ .

Si la pendiente  $m$ , (la cual representa la inclinación de la recta) es positiva obtendremos una gráfica como la de la figura (A) y si  $m$  es negativa obtendremos una gráfica como la de la figura (B), cabe mencionar que  $(b)$  representa el valor de la ordenada ( $y$ ), donde la recta interseca al eje  $y$ .

$y = mx + b$ .(Matemáticas Iesoja, 2013, pág. 1)





**Tema**

## ACTIVIDAD N° 2

### Ecuación ordinaria

#### Objetivo:

- Identificar los tipos de ecuación de una recta, a través del desarrollo de ejemplos.

#### Materiales:

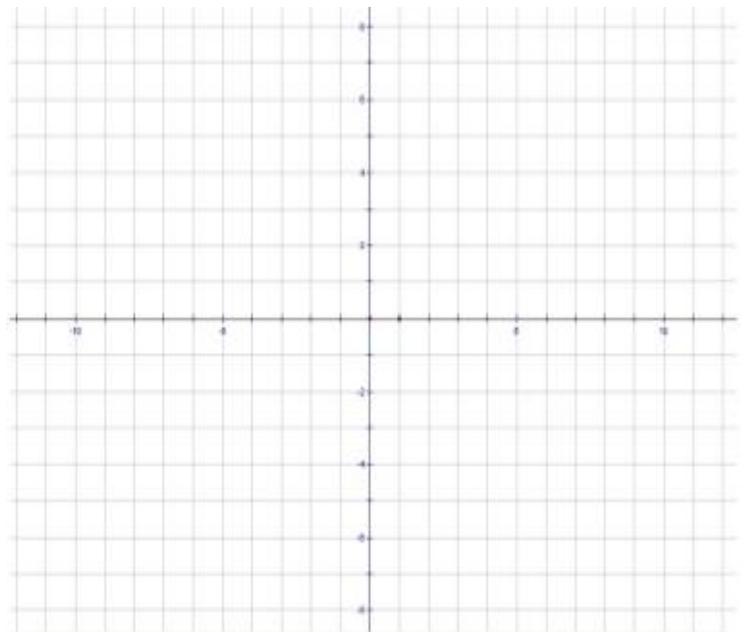
- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

#### Desarrollo:

Halle la ecuación de la recta con pendiente  $-3$  y que pasa por el punto  $(3, -2)$ ; b) determine el punto de la recta que tiene coordenada  $x$  igual a  $-5$

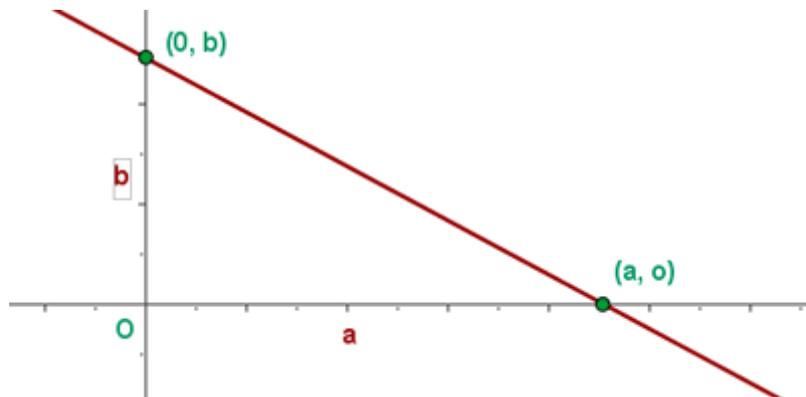
Desarrollar la siguiente expresión algebraica de la función dada por la tabla de valores y representa en la gráfica.

.....  
.....  
.....



### 3. Ecuación simétrica de la recta

La ecuación de una recta en su forma simétrica es aquella que está dada en términos de las distancias de los puntos de intersección de la recta al origen del sistema coordenado, como se muestra en la siguiente figura.

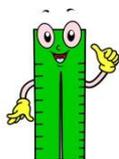


**Fuente:**(Matemáticas Iesoja, 2013, págs. 1-2-3)

Cabe recordar que en una coordenada  $(x, y)$ ,  $x$  recibe el nombre de abscisa, y recibe el nombre de ordenada.

De acuerdo a la figura la ordenada al origen es “ $b$ ” (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje  $y$ ).

La abscisa al origen es “ $a$ ” (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje  $x$ ). (Matemáticas Iesoja, 2013, pág. 5)



**Tema**

## ACTIVIDAD N° 3

**Ecuación simétrica**

**Objetivo:**

- Conocer las características de la ecuación simétrica a través de la gráfica.

**Materiales:**

- Esfero gráfico, lápiz, regla
- Hoja en blanco

**Desarrollo:**

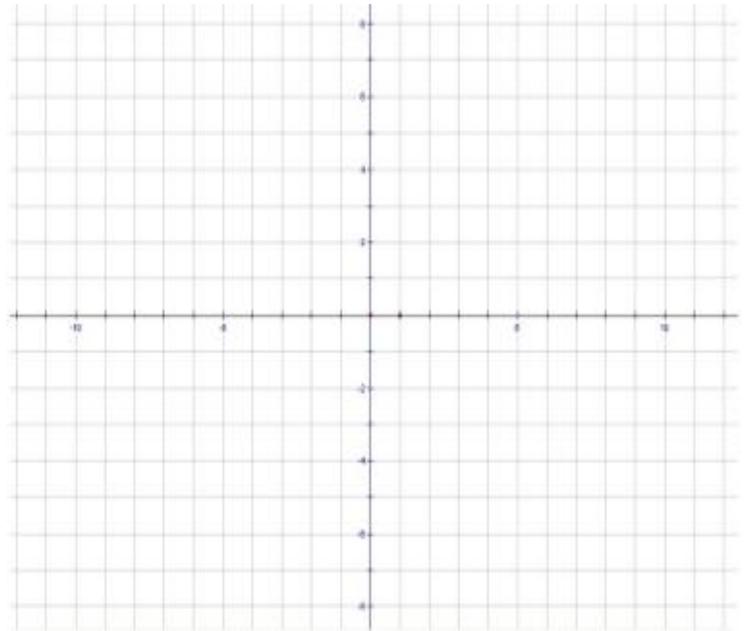
Hallar la ecuación simétrice de la recta cuya abscisa al origen es -3 y la ordenada al origen es 4.

Cabe recordad que la abscisa al origen es el punto de intersección de la recta con el eje  $x$  y la ordenada al origen es el punto de intersección de la recta con el eje  $y$ .

Entonces  $a = -3$  y  $b = 4$

Sustituyendo en la ecuación de la forma simétrica tendremos que:

.....  
 .....





*Sabías que:*

*La pendiente de la recta determinada por dos puntos es el cociente entre la variación de la variable y con relación al incremento de  $x$ .* (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011, pág. 73)



## BIBLIOGRAFIA

- Alcaste. (s.f.). *Tema 4 - Funciones. Características*. Recuperado el 19 de mayo de 2015, de Conceptos básicos- Definiciones: [http://www.alcaste.com/departamentos/matematicas/secundaria/Cuarto/04\\_Funciones\\_caracteristicas/teoria.pdf](http://www.alcaste.com/departamentos/matematicas/secundaria/Cuarto/04_Funciones_caracteristicas/teoria.pdf)
- Ballester, S. (2009). Aplicación de las funciones matemáticas en la vida real y otras Áreas . *Revista Digital Innovación y Experiencias*, 2 ISSN 1988-6047 N° 23.
- Definición. de. (2008). *La recta*. Recuperado el 18 de mayo de 2015, de Definición de la recta: <http://definicion.de/recta/>
- Gonzales, D. (21 de Octubre de 2008). *Matemáticas I* . Recuperado el 21 de Mayo de 2015, de Funciones y sus Características : <http://mate1gbd.blogspot.com/2008/10/21-caracteristicas-de-las-funciones.html>
- Introducción-Matemáticas. (s.f.). *La línea recta y sus características*. Recuperado el 19 de mayo de 2015, de La recta: <http://introduccion-matematicas.blogspot.com/p/la-linea-recta-y-sus-caracteristicas.html>
- Matemáticas Iesoja. (10 de 2013). *Formas de la ecuación de la recta*. Recuperado el 20 de mayo de 2015, de la recta: <https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/10/1-5-formas-de-la-ecuacion-de-una-recta.pdf>
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2011). *Matemática 10 Texto para estudiantes*. Quito Ecuador: Editorial Don Bosco - Obras Salecianas de Comunicación.
- Ministerio de Educación Ecuador. (Febrero de 2011). *MinEduc inaugura programa de Participación Estudiantil opción Educación Sexual*. Recuperado el 27 de Marzo de 2015, de educacion sexual reproductiva: <http://educacion.gob.ec/mineduc-inaugura-programa-de-participacion-estudiantil-opcion-educacion-sexual/>
- pf. educarex.es. (a/f de s/f de 2011). *La Función Constante* . Recuperado el 21 de Mayo de 2015, de Área de Matemáticas - Módulo IV: [http://fp.educarex.es/fp/pruebas\\_acceso/2011/modulo\\_IV/matematicas/4mat05.pdf](http://fp.educarex.es/fp/pruebas_acceso/2011/modulo_IV/matematicas/4mat05.pdf)
- Shílov, G. (Noviembre de 2004). *Qué es una función*. Recuperado el 20 de mayo de 2015, de Definición de función:

[http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43573/es/contenidos/informacion/dia\\_6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_25/14\\_una\\_funcion.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43573/es/contenidos/informacion/dia_6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_25/14_una_funcion.pdf)

Sites. (8 de Noviembre de 2012). *Geometría Analítica*. Recuperado el 19 de mayo de 2015, de Características de la recta:

<https://sites.google.com/site/zharonggeom/unidad-2/caracteristicas-de-la-recta>

Tenenbaum, S. (27 de Noviembre de 2010). *Funcion Lineal*. Obtenido de x.edu.uy:

<http://www.x.edu.uy/lineal.htm>

Universidad Abierta de Cataluña. (2011). *Vygotsky* . Obtenido de modelos de aprendizaje: <http://uoctic-grupo6.wikispaces.com/Constructivismo>

Vergara, R. (2012). *Gometría Analítica*. Recuperado el 19 de mayo de 2015, de La recta:

[http://www.uaeh.edu.mx/docencia/VI\\_Lectura/bachillerato/documentos/LEC8.pdf](http://www.uaeh.edu.mx/docencia/VI_Lectura/bachillerato/documentos/LEC8.pdf)

