UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

DIRECCIÓN DE POSGRADO

TEMA DEL PROYECTO DE TITULACIÓN:

Matemática aplicada para la evaluación energética y confort lumínico en el proyecto biblioteca patio en el cantón Ibarra

Titulación: MAGISTER EN MATEMÁTICA APLICADA CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL.

AUTOR:

Alexis Daniel Alvarado Toro

TUTOR:

Jenny Patricia Paredes Fierro

Riobamba

2026

Declaración de Autoría y Cesión de Derechos

Yo, Alexis Daniel Alvarado Toro, con número único de identificación 1004366009, declaro y acepto ser responsable de las ideas, doctrinas, resultados y lineamientos alternativos realizados en el presente trabajo de titulación denominado: "Matemática aplicada para la evaluación energética y confort lumínico en el proyecto biblioteca patio en el cantón Ibarra" previo a la obtención del grado de Magíster en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional.

• Declaro que mi trabajo investigativo pertenece al patrimonio de la Universidad Nacional de Chimborazo de conformidad con lo establecido en el artículo 20 literal j de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.

• Autorizo a la Universidad Nacional de Chimborazo que pueda hacer uso del referido trabajo de titulación y a difundirlo como estime conveniente por cualquier medio conocido, y para que sea integrado en formato digital al Sistema de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, dando cumplimiento de esta manera a lo estipulado en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.

Riobamba, 21 de octubre de 2026

Alexis Daniel
Alvarado Toro
Time Stamping
Security Data

Alexis Daniel Alvarado Toro

C.I. 1004366009

Yo, Jenny Patricia Paredes Fierro, certifico que Alexis Daniel Alvarado Toro con cédula de identidad No. estudiante del programa de Maestría en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional, cohorte sexta presentó su trabajo de titulación bajo la modalidad de Proyecto de titulación con componente de investigación aplicada/desarrollo denominado: Matemática aplicada para la evaluación energética y confort lumínico en el proyecto Biblioteca Patio en el cantón Ibarra, el mismo que fue sometido al sistema de verificación de similitud de contenido COMPILATION identificando el 4% en el texto y el 5% en inteligencia artificial(si posee).

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Atentamente,

Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
JENNY PATRICIA PAREDES FIERRO

Jenny Patricia Paredes Fierro
CI: 0202021853
Adj.-
- Resultado del análisis de similitud (sistema)
- Certificado similitud (sistema)

En la ciudad de Chimborazo, a los 21 días del mes de octubre del año 2026, quien suscribe, en calidad de tutor del Trabajo de Titulación, certifica que ha realizado la revisión del Trabajo de Titulación desarrollado bajo la opción de titulación: Proyecto de titulación con componente de investigación aplicada y/o desarrollo.

Una vez revisado el trabajo titulado: "Matemática aplicada para la evaluación energética y confort lumínico en el proyecto biblioteca patio en el cantón Ibarra", correspondiente a la línea de investigación Ingeniería, Construcción, Industria y Producción, presentado por el/la maestrante Alvarado Toro Alexis Daniel, portador de la cédula de ciudadanía N.° 1004366009, estudiante del programa de Maestría/Especialización en Maestría en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional, se verifica que el mismo cumple en su totalidad con los parámetros académicos, metodológicos y normativos establecidos por la Dirección de Posgrado de la Universidad Nacional de Chimborazo.

En constancia de lo expuesto, suscribo la presente certificación para los fines académicos y administrativos pertinentes.

Atentamente,

Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
JENNY PATRICIA PAREDES FIERRO

Jenny PatriciaParedes Fierro
TUTOR

Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
ESTALIN FABIAN MEJIA HIDALGO

Estalin Fabian Mejia Hidalgo
MIEMBROS

Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
JOSE OMAR CABRERA ESCOBAR

José Omar Cabrera Escobar
MIEMBROS

DECLARACIÓN DE TRANSPARENCIA SOBRE EL USO DE HERRAMIENTAS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Se declara que, durante la elaboración de la presente tesis, se utilizó la herramienta de inteligencia artificial generativa ChatGPT, desarrollada por OpenAI, como recurso complementario de apoyo académico.

La herramienta fue empleada principalmente para mejorar la redacción, la ortografía, la cohesión y la claridad de determinados apartados, así como para organizar ideas y obtener sugerencias relacionadas con la presentación de procedimientos metodológicos, matemáticos y computacionales.

Las respuestas y recomendaciones proporcionadas por la herramienta no fueron incorporadas de manera automática. Su contenido fue revisado, contrastado, adaptado y validado por el autor de acuerdo con los objetivos, la metodología, los datos obtenidos y los resultados de la investigación.

Las simulaciones realizadas en DIALux, la recopilación y organización de los datos de iluminancia, el análisis estadístico, la generación de isolíneas, los ajustes polinomiales, la integración numérica, la evaluación del potencial de aprovechamiento energético y la interpretación de los resultados fueron desarrollados y verificados bajo la responsabilidad del autor.

Por lo tanto, el uso de la inteligencia artificial no sustituyó el criterio académico, el razonamiento matemático, el análisis crítico ni la responsabilidad intelectual del investigador. El autor asume plena responsabilidad por la precisión, originalidad, coherencia y contenido final de la presente tesis

AGRADECIMIENTO

Expreso mi más sincero agradecimiento a Dios, por brindarme fortaleza, sabiduría y perseverancia durante cada etapa de mi formación académica y en el desarrollo de esta investigación.

A mi familia, por su apoyo incondicional, comprensión y motivación constante, y su confianza y acompañamiento fueron fundamentales para superar las dificultades y alcanzar esta importante meta.

A los docentes y tutores que contribuyeron con sus conocimientos, orientaciones y recomendaciones durante el proceso de elaboración de esta tesis, y su experiencia y compromiso permitieron fortalecer el contenido académico, matemático y metodológico de la investigación.

Asimismo, agradezco a todas las personas que y de manera directa o indirecta, colaboraron en el desarrollo de este trabajo y me alentaron a continuar hasta culminar esta etapa de mi formación profesional.

A todos ellos, mi profunda gratitud.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, en primer lugar, a Dios, por guiar mi camino y darme la fortaleza necesaria para alcanzar cada uno de mis objetivos.

A mi familia, por ser mi principal fuente de apoyo e inspiración y motivación. Gracias por acompañarme en los momentos difíciles y por confiar en mis capacidades y por impulsarme a seguir adelante con esfuerzo y dedicación.

También dedico esta tesis a todas las personas que han formado parte de mi proceso académico y personal, y que con sus palabras y enseñanzas y apoyo contribuyeron a la culminación de este logro.

Este trabajo representa el resultado de la perseverancia, el esfuerzo y el compromiso, pero también el cariño y respaldo de quienes estuvieron presentes durante este camino.

INDICE

Contenido

1.1 Planteamiento del problema 17

1.2 Justificación de la Investigación 19

1.3 Objetivos 21

1.3.1 Objetivo General 22

1.3.2 Objetivos específicos 22

1.3.3 Alcance de la evaluación del confort lumínico 22

1.4 Hipótesis de investigación. 22

Capítulo II Estado del Arte y la Práctica. 25

2.1 Antecedentes de la investigación 25

2.2 Fundamentación legal 28

2.3 Fundamentación Teórica 29

2.3.1 Relación entre la iluminancia natural y el confort lumínico 29

2.3.2 Iluminancia natural como variable espacio-temporal 30

2.3.3 Eficiencia energética y criterios normativos de iluminación 31

2.3.4 Criterios lumínicos como condiciones matemáticas de evaluación 32

2.3.5 Simulación computacional, modelado BIM y análisis espacial de la iluminancia 34

2.3.6 Procesamiento estadístico, mínimos cuadrados y ajuste polinomial 35

2.3.7 Integración numérica y estimación del potencial energético 35

Capítulo III Diseño Metodológico 37

3.1 Enfoque de la investigación 37

3.2 Diseño de la Investigación 37

3.3 Tipo de Investigación 37

3.4 Nivel de Investigación 38

3.5 Población y Muestra. 38
3.5.1 Unidad de análisis 38
3.5.2 Población 38
3.5.3 Tamaño de la muestra 39
3.6 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos. 40
3.6.1 Datos arquitectónicos 40
3.6.2 Selección de días solares representativos 41
3.6.3 Generación de datos horarios de iluminancia 43
3.6.4 Generación de datos en la simulación 44
3.7 Mallas de puntos 47
3.8 Programas utilizados para el procesamiento y análisis de datos 48
3.8.1 DIALux 49
3.8.2 MATLAB 49
3.8.3 Microsoft Excel 51
3.8.4 Flujo general del procesamiento 51
3.9 Modelo matemático de evaluación lumínica y energética 51
3.9.1 Variables del modelo 52
3.9.2 Parámetros y condiciones de simulación 53
3.9.3 Formulación matemática 55
3.9.4 Supuestos del modelo 63
3.9.5 Criterios de evaluación y comparación 64
3.9.6 Relación con la hipótesis de comparación determinista 66
Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados 68
4.1 Análisis estadístico de la iluminancia natural en las dos alternativas 68
4.1.1 Descripción general de los datos simulados 68
4.1.2 Medianas diarias y comportamiento central 69

4.1.3 Valores mínimos y máximos, dispersión y uniformidad 70
4.1.4 Comportamiento horario de la iluminancia 71
4.1.5 Evaluación conjunta de los indicadores objetivos asociados al confort lumínico 71
4.2 Representación espacial mediante isolíneas de la iluminancia 72
4.2.1 Criterio de interpretación espacial 73
4.2.2 Isolíneas del Modelo 1 73
4.2.3 Isolíneas del Modelo 2 74
4.2.4 Comparación espacial entre modelos 75
4.3 Ajuste polinomial de la iluminancia diaria 75
4.4 Estimación de la iluminancia acumulada mediante integración numérica 78
4.4.1 Área bajo la curva 79
4.5 Estimación del potencial energético y económico 80
4.5.1 Conversión de la iluminancia acumulada en energía eléctrica equivalente 80
4.5.2 Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada 81
4.5.3 Estimación económica potencial 81
4.5.4 Extrapolación anual teórica de referencia 82
4.6 Discusión y limitaciones 82
4.7 Contrastación de la hipótesis de comparación determinista 83
4.8 Síntesis 85
CAPÍTULO V 86
5.1 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 86
5.2 Conclusiones 86
5.3 Recomendaciones 87
Referencias bibliográficas 90

Índice de Figura

Figura 1 Modelo tridimensional de la Biblioteca Patio 40

Figura 2 Modelo tridimensional propuesto de la Biblioteca Patio 41

Figura 3 Trayectoria solar en los equinoccios y solsticios 42

Figura 4 Trayectoria solar en los equinoccios 43

Figura 5 Trayectoria solar en los solsticios 43

Figura 6 Vista tridimensional del área de estudio 44

Figura 7 Configuración de ubicación y orientación en DIALux 45

Figura 8 Configuración de iluminación natural en DIALux 45

Figura 9 Configuración de fecha y hora en DIALux 46

Figura 10 Modelo del proyecto en DIALux 46

Figura 11 Distribución de iluminancia en el área estudiada 47

Figura 12 Distribución de iluminancia del 21 de diciembre, 18:00 48

Figura 13 Iluminancia en la malla de cálculo del 21 de diciembre 48

Figura 14 Isolíneas del Modelo 1, 23 de septiembre 72

Figura 15 Isolíneas del Modelo 2, 23 de septiembre 72

Figura 16 Superficie de iluminancia del Modelo 1 74

Figura 17 Curvas de igual iluminancia del Modelo 2 74

Figura 18 Comparación de ajustes polinomiales del Modelo 1, 23 de septiembre. 76

Figura 19 Comparación de ajustes polinomiales del Modelo 2, 23 de septiembre. 76

Figura 20 Ajuste polinomial de cuarto grado del Modelo 1 77

Figura 21 Ajuste polinomial de cuarto grado del Modelo 2 78

Figura 22 Área bajo la curva del modelo 1 79

Figura 23 Area bajo la curva del modelo 2 80

Índice de tablas

Tabla 1 Estudios relacionados con la modelación de la iluminancia y la eficiencia lumínica 27

Tabla 2 Datos de ubicación geográfica del proyecto 45

Tabla 3 Las variables consideradas 52

Tabla 4 Parámetros y condiciones de simulación 54

Tabla 5 Criterios de evaluación y comparación 65

Tabla 6 Comparación de medias diarias entre el Modelo 1 y el Modelo 2 69

Tabla 7 Comparación de medianas diarias 69

Tabla 8 Comparación de mínimos y máximos 70

Tabla 9 Comparación de desviación estándar 70

Tabla 10 Uniformidad general promedio de la iluminancia natural 71

Tabla 11 Hora de mayor iluminancia media por fecha 71

Tabla 12 Evaluación conjunta de los indicadores asociados al confort lumínico 71

Tabla 13 Los criterios de interpretación espacial 73

Tabla 14 Comparación espacial general 75

Tabla 15 Polinomios ajustados a la iluminancia media horaria de las dos alternativas arquitectónicas 75

Tabla 16 Comparación del ajuste polinomial de cuarto grado 77

Tabla 17 Área bajo la curva del Modelo 1 79

Tabla 18 Área bajo la curva del Modelo 2 79

Tabla 19 Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada mediante Simpson 1/3 81

Tabla 20 Valor económico equivalente potencial diario 81

Tabla 21 Extrapolación anual teórica de referencia de la energía eléctrica 82

Tabla 22 Contrastación matemática de la hipótesis 83

Resumen

La iluminación natural influye en el confort visual y la demanda energética de las edificaciones educativas. En la Biblioteca Patio, ubicada en Ibarra, se compararon dos alternativas arquitectónicas mediante simulaciones en DIALux para cuatro días representativos. Los datos de iluminancia se analizaron con estadística descriptiva, interpolación espacial, mapas de isolíneas, ajustes polinomiales por mínimos cuadrados e integración numérica mediante los métodos del trapecio y Simpson 1/3. La alternativa 2, que incorporó muros cortina, lamas de madera y balcones verdes, alcanzó una iluminancia media 121,9 % superior a la alternativa 1 y una mayor penetración de luz interior, aunque presentó mayor dispersión espacial y valores elevados cerca de las aberturas. Los polinomios de cuarto grado representaron el comportamiento diario, con coeficientes de determinación superiores a 0,99995. La energía potencialmente evitada fue de 4,3803 kWh/día para la alternativa 1 y 9,7190 kWh/día para la alternativa 2, equivalentes a 1.598,80 y 3.547,42 kWh/año, respectivamente. Se concluye que la alternativa 2 ofrece mayor disponibilidad de iluminación natural y potencial de ahorro energético.

Palabras clave: matemática aplicada, iluminancia natural, mapas de isolíneas, ajuste polinomial, integración numérica, aprovechamiento energético.

ABSTRACT

Daylight influences visual comfort and the energy demand of educational buildings. At the Biblioteca Patio in Ibarra, two architectural design alternatives were compared through DIALux simulations conducted for four representative days. Illuminance data were analyzed using descriptive statistics, spatial interpolation, isoline maps, least-squares polynomial fitting, and numerical integration using the trapezoidal rule and Simpson's 1/3 rule. Alternative 2, which incorporated curtain walls, wooden louvers, and green balconies, achieved a mean illuminance 121.9% higher than Alternative 1 and greater daylight penetration into interior spaces, although it showed greater spatial dispersion and higher illuminance values near the openings. Fourth-degree polynomials represented the daily illuminance pattern, with coefficients of determination greater than 0.99995. The potentially avoided energy use was 4.3803 kWh/day for Alternative 1 and 9.7190 kWh/day for Alternative 2, equivalent to 1,598.80 and 3,547.42 kWh/year, respectively. The study concludes that Alternative 2 provides greater daylight availability and greater energy-saving potential.

Keywords: applied mathematics, daylight illuminance, contour maps, polynomial fitting, numerical integration, energy utilization.

Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
EDISON RAMIRO
DAMIAN ESCUDERO

Reviewed by:
MsC. Edison Damian Escudero
ENGLISH PROFESSOR
C.C.0601890593

Introducción.

En la actualidad conocer la eficiencia energética y el confort lumínico construye criterios fundamentales para saber el diseño y evaluaciones de edificaciones educativas, debido a su relación directa con la calidad de iluminación interior del edificio, el bienestar de los usuarios y el uso responsable de los recursos energéticos, en Ecuador la Norma Ecuatoriana de la Construcción en el capítulo de eficiencia energética, establece criterios orientados a optimizar el desempeño energético de las edificaciones y garantizar condiciones adecuadas de confort para sus ocupantes (Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda [MIDUVI], 2018).

En Ecuador el aprovechamiento de la luz natural ha sido abordado con una estrategia vinculada con la arquitectura sostenible, la habitabilidad y para la reducción del consumo energético de los edificios. Guzmán Pulla et al. (2024) señalan que el uso adecuado de la iluminación natural permite mejorar las condiciones de los espacios interiores y disminuir la dependencia de sistemas artificiales de iluminación. De manera complementaria, Salomón et al. (2022), en un estudio desarrollado en edificios educativos sostienen que las estrategias de iluminación natural contribuyen a alcanzar niveles recomendados de confort lumínico, mejorar la distribución de la luz y reducir problemas asociados al deslumbramiento, con estos antecedentes evidencian que la iluminación natural no debe entenderse únicamente como un recurso arquitectónico y como una variable técnica medible que incide en el desempeño ambiental y energético de las edificaciones educativas.

En muchos procesos de evaluación lumínica los resultados obtenidos mediante simulaciones computacionales suelen presentarse como mapas gráficos, valores puntuales o comparaciones descriptivas, aunque estas representaciones permiten identificar zonas con mayor o menor disponibilidad de luz natural, estos resultan limitadas cuando se requiere comprender de manera cuantitativa la variación espacial y temporal de la iluminancia.

La matemática aplicada adquiere relevancia, ya que permite transformar datos discretos en modelos, funciones e indicadores verificables, de acuerdo con González Hernández (2013), los métodos numéricos permiten aproximar soluciones a problemas matemáticos

mediante procedimientos computacionales, especialmente cuando se trabaja con datos discretos o fenómenos cuya solución analítica directa resulta compleja, por eso su aplicación en el análisis lumínico permite fortalecer la interpretación de los datos generados por simulación de iluminación.

La presente investigación se desarrolla en torno al proyecto Biblioteca Patio, ubicado en el cantón Ibarra, con el propósito de evaluar la eficiencia energética de la iluminancia natural mediante herramientas de matemática aplicada y matemática computacional, y sé emplean datos de iluminancia luxes obtenidos mediante simulaciones computacionales con Dialux en días solares representativos, correspondientes a equinoccios y solsticios, lo que permite analizar el comportamiento de la luz natural bajo condiciones ambientales en este caso cielo nublado y la geometría del edificio, su orientación y la distribución lumínica en el espacio interior, con el enfoque metodológico, los valores de iluminancia expresados en lux se organizan en matrices espaciales y temporales, a partir de las cuales se aplican medidas estadísticas como media, máximos y mínimos, rangos y desviación estándar, con el fin de identificar patrones de variación, zonas críticas y condiciones de cumplimiento o déficit lumínico, y luego se construyen mapas de isolíneas para representar curvas de igual iluminancia e interpretar espacialmente zonas con déficit, cumplimiento o exceso de luz natural, y se incorpora el ajuste polinomial mediante el método de mínimos cuadrados para modelar la variación diaria de la iluminancia, verificando la calidad del modelo mediante indicadores como el coeficiente de determinación R^2 y el error cuadrático medio RMSE, después se va a aplican métodos de integración numérica, como el trapecio y Simpson, para estimar la iluminancia acumulada en periodos diarios, mensuales y anuales, permitiendo cuantificar el aporte de la iluminación natural y relacionarlo con el potencial de reducción del consumo energético asociado al uso de iluminación artificial.

Capítulo I Generalidades

1.1 Planteamiento del problema

En las edificaciones educativas y la calidad del ambiente interior influye directamente en él bienestar de los usuarios y en el desarrollo adecuado de actividades como la lectura, el estudio y la consulta académica, y dentro de las variables ambientales más relevantes se encuentra el confort lumínico, relacionado con la disponibilidad, distribución y aprovechamiento de la iluminación natural en los espacios interiores. Cuando el diseño arquitectónico no responde adecuadamente a estas condiciones pueden generarse zonas con niveles insuficientes o excesivos de iluminancia, deslumbramiento, fatiga visual y una mayor dependencia de los sistemas de iluminación artificial, lo que incrementa el consumo energético de la edificación (Aghajari & Chen, 2025).

El comportamiento de la iluminación natural en un espacio interior depende de diversos factores, entre ellos la orientación del edificio, la geometría de los ambientes, la ubicación y dimensiones de las aberturas, las propiedades de los materiales y las condiciones ambientales. En consecuencia y con diferentes alternativas de diseño arquitectónico pueden producir variaciones importantes en la cantidad y distribución de la luz natural e incluso cuando corresponden a una misma edificación y se encuentran en una misma ubicación geográfica.

En el proyecto Biblioteca Patio se han planteado dos alternativas de diseño arquitectónico con configuraciones diferentes para el aprovechamiento de la iluminación natural. Sin embargo, no se dispone de un procedimiento matemático integrado que permita comparar objetivamente su desempeño lumínico y energético. Los métodos empleados en diversos estudios de evaluación lumínica se concentran principalmente en valores discretos de iluminancia, indicadores de desempeño, mapas de distribución o comparaciones entre escenarios de diseño (Zeng & Ou, 2025). Aunque estos procedimientos permiten evaluar el comportamiento de la iluminación natural, presentan limitaciones cuando se pretende integrar en un mismo análisis su variación espacial, temporal y acumulada. Esta situación permite identificar un vacío de investigación relacionado con la transformación de los datos discretos de simulación en funciones e indicadores matemáticos que faciliten una comparación cuantitativa entre alternativas arquitectónicas, y frente a esta necesidad, el presente estudio propone un modelo matemático integrado que articula estadística descriptiva, interpolación espacial, ajuste polinomial por mínimos cuadrados e

integración numérica, y en este procedimiento se busca caracterizar la distribución de la iluminancia, modelar su evolución durante el día y estimar su aporte acumulado, con el fin de determinar cuál alternativa presenta mejores condiciones y de aprovechamiento lumínico y mayor potencial de reducción del uso de iluminación artificial.

Las herramientas de simulación computacional permiten obtener valores de iluminancia en diferentes puntos del espacio, fechas y horas del día. No obstante, en muchos procesos de evaluación, estos resultados se presentan principalmente mediante imágenes, mapas o valores puntuales, sin aplicar procedimientos matemáticos que permitan interpretar la variabilidad de los datos, representar su comportamiento espacial, analizar su evolución temporal y comparar de manera verificable distintas alternativas de diseño (Zeng & Ou, 2025).

Los datos generados por las simulaciones lumínicas se organizan en matrices discretas con valores de iluminancia expresados en lux, y estos valores corresponden a puntos específicos del espacio y a horas determinadas, por eso cuando se analizan únicamente de manera visual, descriptiva o aislada, no permiten comprender completamente la variación espacial y temporal de la iluminación natural.

Para ampliar este análisis, se aplican herramientas matemáticas que transforman los datos discretos en representaciones cuantitativas del comportamiento lumínico, y la estadística descriptiva permite caracterizar la tendencia central y la dispersión de los valores la interpolación y las isolíneas que facilitan a la representación continua de su distribución espacial y el ajuste polinomial aproxima la variación horaria mediante una función y la integración numérica cuantifica el aporte acumulado de la iluminación natural durante el intervalo estudiado (Zhu et al., 2025).

En la aplicación conjunta de estas herramientas permite organizar, reducir e interpretar grandes conjuntos de datos, así como establecer indicadores comparables entre las dos alternativas arquitectónicas, con el modelo matemático no sustituye a la simulación computacional, sino que la complementa al transformar sus resultados discretos en información continua y que permite comparar la evaluación lumínica y energética bajo condiciones simuladas.

En este contexto, el problema central radica en la ausencia de un procedimiento matemático integrado que permita transformar los resultados discretos de simulación en

indicadores cuantitativos para evaluar y comparar las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio, y en esta ausencia dificulta establecer, y con base en criterios estadísticos, espaciales, temporales y energéticos, cuál diseño presenta un mejor aprovechamiento de la iluminación natural y mejores condiciones para reducir la dependencia de la iluminación artificial.

En consecuencia, persiste la necesidad de contar con una evaluación cuantitativa que permita determinar, con criterios objetivos y verificables, cuál de las dos alternativas arquitectónicas presenta una mayor disponibilidad de iluminación natural y un mayor potencial de aprovechamiento energético, y la ausencia de este tipo de análisis limita la toma de decisiones durante la etapa de diseño, debido a que impide valorar integralmente la cantidad, distribución y evolución de la luz natural en el espacio, el problema de investigación se centra en establecer una forma matemáticamente sustentada de comparar ambas alternativas y convertir los resultados de simulación en evidencia útil para la selección y optimización del diseño arquitectónico.

1.2 Justificación de la Investigación

La presente investigación se justifica por la necesidad de fortalecer la evaluación de la iluminación natural en edificaciones educativas mediante procedimientos cuantitativos que complementen los resultados obtenidos con herramientas de simulación y en espacios destinados a la lectura y al estudio, como la Biblioteca Patio, no es suficiente conocer únicamente valores aislados de iluminancia, también es necesario comprender cómo se distribuye la luz en el espacio, cómo varía durante el día y qué capacidad tiene para disminuir el uso de iluminación artificial.

Desde el punto de vista científico, la investigación aplica de manera integrada herramientas de estadística descriptiva, interpolación espacial, ajuste polinomial e integración numérica para analizar los datos discretos de iluminancia obtenidos mediante simulación computacional, con su contribución consiste en transformar los valores puntuales en indicadores espaciales, temporales y acumulados que facilitan la comparación de las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio. Con esta integración complementa la interpretación gráfica y descriptiva de los resultados con un análisis cuantitativo del comportamiento lumínico, la distribución espacial se representa

mediante interpolación e isolíneas, la variación temporal se aproxima mediante funciones polinomiales y el aporte acumulado de la iluminación natural se estima mediante integración numérica, con estas herramientas matemáticas proporcionan información adicional para sustentar la comparación de las alternativas de diseño bajo las condiciones consideradas en la simulación.

En la metodología de esta investigación, el análisis matemático se organiza en cuatro componentes seleccionados según las características de los datos y las dimensiones del fenómeno estudiado. Primero la estadística descriptiva resume la tendencia central, la dispersión y los valores extremos de la iluminancia natural obtenida mediante las simulaciones en DIALux. Segundo la interpolación espacial y los mapas de isolíneas representan su distribución continua dentro del recinto. Tercero el ajuste polinomial por mínimos cuadrados aproxima la variación horaria y evalúa la calidad del ajuste mediante el RMSE y el coeficiente de determinación (R^2). Finalmente, la integración numérica estima el aporte acumulado de la iluminación natural durante el intervalo analizado. Y estas herramientas permiten comparar las dimensiones estadística, y espacial, temporal y acumulada del comportamiento lumínico de las dos alternativas arquitectónicas bajo las condiciones simuladas.

El aporte específico de la investigación consiste en aplicar las herramientas matemáticas para evaluar y comparar las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio, y el análisis permite determinar, bajo las condiciones consideradas en la simulación, cuál alternativa presenta una distribución más favorable de la iluminación natural y un mayor potencial teórico para reducir la dependencia de la iluminación artificial. Con los indicadores obtenidos proporcionan criterios cuantitativos que complementan el análisis arquitectónico y respaldan la toma de decisiones relacionadas con el aprovechamiento de la iluminación natural en el proyecto Biblioteca Patio.

En el ámbito práctico, la investigación proporcionará información útil para profesionales de la arquitectura, ingeniería y construcción, para al facilitar la interpretación de grandes cantidades de datos lumínicos mediante indicadores comprensibles y a la comparación de estas dos alternativas permitirá identificar fortalezas y limitaciones relacionadas con la distribución de la luz natural y aportando los elementos para mejorar el diseño de aberturas, la organización espacial y las estrategias de aprovechamiento lumínico.

Desde la perspectiva energética, el análisis permitirá estimar el aporte acumulado de la iluminación natural durante los días solares representativos y relacionarlo con la posible disminución del consumo de iluminación artificial, estos los resultados se basan en simulaciones computacionales y su tratamiento matemático permitirá establecer comparaciones objetivas bajo condiciones equivalentes de ubicación, orientación, fecha, hora y tipo de cielo.

La investigación también presenta utilidad académica, debido a que integra herramientas de estadística descriptiva, interpolación espacial, ajuste polinomial e integración numérica para analizar datos de iluminancia, y en esta aplicación constituye una referencia para futuros estudios de confort lumínico, y eficiencia energética y evaluación de alternativas arquitectónicas, cuya implementación deberá ajustarse a las características y condiciones particulares de cada caso.

En consecuencia, la pertinencia de la investigación se sustenta en su aporte matemático y científico al análisis de la iluminancia natural, y mientras que los procedimientos convencionales de evaluación lumínica se apoyan principalmente en valores puntuales, mapas de distribución o indicadores de cumplimiento, y el análisis propuesto incorpora una representación cuantitativa integrada del fenómeno mediante estadística descriptiva, interpolación espacial, ajuste funcional e integración numérica, y desde el punto de vista matemático, y este enfoque permite transformar datos discretos de simulación en variables resumidas, representaciones espaciales continuas, funciones temporales aproximadas e indicadores acumulados, lo que posibilita analizar no solo cuánto varía la iluminancia, sino también cómo se distribuye en el espacio, cómo evoluciona en el tiempo y cuál es su aporte acumulado durante la jornada, y el aporte científico radica, por tanto, en establecer un procedimiento que vincula distintas herramientas de la matemática aplicada dentro de una misma estructura de evaluación, permitiendo comparar alternativas arquitectónicas con criterios cuantitativos y verificables que complementan la interpretación gráfica tradicional.

De esta manera de investigación aporta una forma sistemática de convertir los resultados de simulación en información matemática comparable, ampliando el alcance analítico de los métodos de evaluación lumínica utilizados habitualmente.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Evaluar el desempeño de la iluminancia natural y el potencial teórico de aprovechamiento energético de dos alternativas de diseño arquitectónico de la Biblioteca Patio mediante un modelo matemático integrado.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Caracterizar el comportamiento estadístico de la iluminancia natural obtenida mediante simulaciones computacionales en días solares representativos.
2. Representar la distribución espacial de la iluminancia natural mediante mapas de isolíneas en las dos alternativas arquitectónicas.
3. Modelar la variación temporal de la iluminancia natural mediante ajuste polinomial.
4. Estimar el potencial de aprovechamiento energético de la iluminancia natural mediante métodos de integración numérica.

1.3.3 Alcance de la evaluación del confort lumínico

En relación con el título de la investigación, el confort lumínico se aborda desde su dimensión cuantitativa y objetiva mediante la evaluación del desempeño de la iluminancia natural, y para ello se consideran los niveles de iluminancia, la uniformidad, la dispersión espacial y la proporción de puntos con déficit, cumplimiento o exceso respecto a los valores normativos establecidos para las actividades de lectura, y por lo tanto, el cumplimiento del objetivo general permite establecer una aproximación matemática a las condiciones objetivas asociadas al confort lumínico de las alternativas arquitectónicas analizadas.

1.4 Hipótesis de investigación.

Para contrastar el desempeño de las dos alternativas arquitectónicas se ha escogido una hipótesis de investigación determinista bajo condiciones equivalentes de simulación, y se plantean de la siguiente manera:

Hipótesis nula (H_0):

La alternativa 2 no presenta simultáneamente valores superiores de iluminancia media, iluminancia acumulada y energía eléctrica equivalente potencialmente evitada respecto de la alternativa 1, bajo las mismas condiciones de simulación.

Se cumple si al menos una de las siguientes relaciones se verifica:

Iluminancia media:

$$\bar{E}_2 \leq \bar{E}_1$$

Área bajo la curva de iluminancia (Iluminancia acumulada):

$$I_{E,2} \leq I_{E,1}$$

Donde las áreas bajo la curva se definen como:

$$I_{E,1} = \int_{t_0}^{t_f} \hat{E}_1\,(t)dt$$

$$I_{E,2} = \int_{t_0}^{t_f} \hat{E}_2\,(t)dt$$

Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada:

$$E_{eq,2} \leq E_{eq,1}$$

Entonces H_0 queda:

$$H_0: \bar{E}_2 \leq \bar{E}_1 \ \vee \ I_{E,2} \leq I_{E,1} \ \vee \ E_{eq,2} \leq E_{eq,1}$$

Hipótesis alternativa (H_1):

La alternativa 2 presenta una mayor disponibilidad de iluminación natural y un mayor potencial de aprovechamiento energético que la alternativa 1, evidenciados mediante valores superiores de iluminancia media, iluminancia acumulada y energía eléctrica equivalente potencialmente evitada, bajo las mismas condiciones de simulación.

Se cumple si conjuntamente se verifican las siguientes relaciones:

Iluminancia media:

$$\bar{E}_2 > \bar{E}_1$$

Área bajo la curva de iluminancia:

$$I_{E,2} > I_{E,1}$$

Donde las áreas bajo la curva se definen como:

$$I_{E,1} = \int_{t_0}^{t_f} \hat{E}_1\,(t)dt$$

$$I_{E,2} = \int_{t_0}^{t_f} \hat{E}_2\,(t)dt$$

Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada:

$$E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

Donde $\bar{E}_1$ y $\bar{E}_2$ son las iluminancias medias; $\hat{E}_1(t)$ y $\hat{E}_2(t)$ son las funciones polinomiales ajustadas; $I_{E,1}$ y $I_{E,2}$ representan la iluminancia acumulada en lux·h; y $E_{eq,1}$ y $E_{eq,2}$ corresponden a la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada.

Entonces H_1 queda:

$$H_1\colon \bar{E}_2 > \bar{E}_1 \wedge I_{E,2} > I_{E,1} \wedge E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

Capítulo II Estado del Arte y la Práctica.

2.1 Antecedentes de la investigación

Los antecedentes revisados muestran que el estudio de la iluminancia ha evolucionado desde análisis descriptivos y simulaciones puntuales hacia procedimientos de predicción, optimización y modelación apoyados en herramientas computacionales. Sin embargo, desde la perspectiva de la Matemática Aplicada, todavía existe una separación entre los métodos estadísticos, los modelos de predicción, la representación espacial y los procedimientos de integración utilizados para cuantificar el comportamiento acumulado de la iluminación.

Aghajari y Chen (2025) analizaron la optimización de la iluminación en aulas mediante simulación en DIALux, regresión múltiple y análisis de varianza, y sus resultados evidenciaron que variables como la reflectancia y la configuración del espacio influyen significativamente en el desempeño lumínico y energético, y el principal aporte de este trabajo radica en demostrar que los resultados de simulación pueden someterse a tratamiento estadístico para identificar relaciones entre variables, y el estudio se orienta principalmente al análisis de influencia y optimización, sin representar la iluminancia como una función continua del espacio y del tiempo, y esta limitación abre la posibilidad de complementar el análisis mediante aproximación funcional e integración numérica.

Monteoliva y Pattini (2013) abordaron la iluminación natural en aulas mediante simulaciones dinámicas y métricas de desempeño lumínico. Estos trabajos permitieron analizar la autonomía de luz natural y evaluar el comportamiento de la iluminación en diferentes condiciones temporales, y su aporte principal consiste en incorporar una evaluación dinámica y no únicamente instantánea del fenómeno, y los resultados continúan expresándose principalmente mediante indicadores y datos discretos, sin desarrollar una representación matemática continua de la distribución espacial y temporal de la iluminancia, en la presente investigación, estos antecedentes constituyen una base para avanzar hacia el tratamiento matricial, la interpolación y el ajuste funcional de los datos.

Zhu et al. (2025) desarrollaron modelos de predicción horaria de iluminancia utilizando técnicas de inteligencia artificial y datos meteorológicos, y los resultados mostraron

elevada capacidad predictiva y evidenciaron que la iluminación natural presenta un comportamiento temporal complejo y no lineal, y este trabajo aporta evidencia sobre la necesidad de utilizar modelos capaces de representar relaciones no lineales; sin embargo, su finalidad se centra en la predicción mediante algoritmos de aprendizaje y no en el análisis numérico clásico de la función de iluminancia, con esta investigación adopta una aproximación diferente, basada en mínimos cuadrados e integración numérica, con el propósito de obtener funciones interpretables y magnitudes acumuladas.

Zeng y Ou (2025) integraron modelos BIM y simulación lumínica para optimizar alternativas de diseño y mejorar la uniformidad y el cumplimiento de niveles de iluminación. Su investigación demuestra la utilidad de comparar configuraciones arquitectónicas mediante información cuantitativa procedente de simulaciones. No obstante, el tratamiento se concentra principalmente en la optimización del diseño y en indicadores de desempeño, sin integrar en un mismo modelo el análisis estadístico, espacial, temporal y acumulado. Este antecedente resulta relevante porque confirma que la geometría arquitectónica produce variaciones espaciales cuantificables que pueden ser analizadas mediante herramientas matemáticas.

Li y Haberl (2023) emplearon un conjunto amplio de simulaciones y modelos de regresión para predecir el desempeño anual de la iluminación natural y sus resultados alcanzaron valores elevados de correlación y mostraron que los modelos estadísticos pueden reducir considerablemente el tiempo requerido para realizar estimaciones lumínicas, y el aporte de este estudio se relaciona con la capacidad de simplificar grandes conjuntos de datos mediante modelos matemáticos y la regresión utilizada se orienta a la predicción de indicadores globales y no a la construcción de una función continua que represente directamente la evolución temporal de la iluminancia dentro de un intervalo diario.

Otros estudios han analizado el efecto de obstrucciones y elementos arquitectónicos sobre la disponibilidad lumínica mediante simulación y validación experimental, y estos trabajos han evidenciado reducciones importantes de iluminancia provocadas por obstáculos, y confirmando que pequeñas modificaciones geométricas pueden generar variaciones espaciales significativas, y su limitación, desde el enfoque matemático de esta investigación, es que el análisis suele permanecer en el nivel descriptivo o comparativo, sin incorporar procedimientos de modelación funcional que permitan analizar de manera continua dichas variaciones.

De forma complementaria, estudios sobre la relación entre iluminación natural y consumo energético han mostrado que una mayor disponibilidad de luz natural puede reducir la dependencia de sistemas artificiales de iluminación y estos antecedentes aportan el fundamento para vincular la magnitud lumínica con indicadores energéticos, y sin embargo, en varios casos la relación se establece mediante indicadores globales de consumo, sin cuantificar directamente el aporte acumulado de la iluminancia a partir de la integral de su comportamiento temporal.

Tabla 1 *Estudios relacionados con la modelación de la iluminancia y la eficiencia lumínica*

Autor(es)	Año	Enfoque del estudio	Metodología	Resultados clave	Limitación respecto a la tesis	Conexión con tu investigación
Aghajari y Chen	2025	La optimización de la iluminación artificial en aulas	Y la simulación (Dialux) + regresión múltiple + ANOVA	En el valor económico estimado energético hasta 40%; alta influencia de reflectancia	No modela la iluminancia como función continua	Proporciona datos cuantitativos que pueden ser modelados mediante ajuste e integración
Monteoliva y Pattini	2025	Iluminación natural en aulas	Simulación Dialux dinámica (Radiance, Daysim) + métricas DA y DAc	En la autonomía lumínica hasta 65.4%; análisis climático	Los datos discretos sin tratamiento matemático continuo	Base para aplicar interpolación y modelación espacial de la iluminancia
Zhu et al.	2025	Predicción de iluminancia con IA	Modelo híbrido (TCN–Transformer + LSTM) + datos meteorológicos	Alta precisión (MAPE 4%–12%); comportamiento no lineal	No usa análisis numérico clásico y ni modelación	Justifica la necesidad de modelar la iluminancia como función no lineal
Zeng y O	2025	Optimización de iluminación natural con BIM	Simulación (Revit + HYBPA) + diseño iterativo	Mejora de uniformidad y cumplimiento de estándares	No integra análisis matemático	En la evidencia variabilidad espacial que puede modelarse matemáticamente
Li y Haber	2023	Predicción del desempeño lumínico anual	482 simulaciones + regresión lineal múltiple	Alta correlación (R^2 hasta 0.99); reducción del tiempo de cálculo	Modelo estadístico no funcional continuo	Base para desarrollar modelos matemáticos más avanzados
Buildings (aula con obstrucción)	2025	Impacto de obstrucciones en iluminación	Simulación (Dialux) + validación experimental	Reducción >99% de iluminancia por obstrucción	En el análisis descriptivo sin modelación matemática	Se justifica el análisis de variaciones extremas y mediante funciones
Monteoliva y Pattini (energía)	2024	En la eelación iluminación natural–consumo energético	La simulación + métricas dinámicas + el análisis energético	Relación directa entre iluminación natural y valor económico energético	No integra análisis numérico continuo	Permite aplicar integración para aporte energético de la luz

Fuente: *Elaboración propia a partir de estudios científicos sobre simulación de iluminación natural (2023–2025)*

Estos los antecedentes evidencian cuatro líneas principales de tratamiento matemático de la iluminancia de análisis estadístico, representación espacial, predicción temporal y estimación energética y no obstante estas herramientas suelen aplicarse de manera independiente o con objetivos particulares, y se identifica así un vacío relacionado con la

integración de estas dimensiones dentro de un único procedimiento de Matemática Aplicada.

La presente investigación aborda dicho vacío mediante un modelo matemático en el que la iluminancia se considera una variable espaciotemporal:

$$E = E(x, y, t)$$

Los valores obtenidos mediante simulación se organizan en matrices espaciales, se caracterizan estadísticamente, se interpolan para representar su distribución mediante isolíneas, se aproximan temporalmente mediante ajuste polinomial por mínimos cuadrados y finalmente se integran numéricamente para cuantificar el aporte acumulado de la iluminación natural y su potencial energético.

De esta manera, el aporte de la investigación no consiste únicamente en comparar dos alternativas arquitectónicas, sino en establecer una secuencia matemática que transforma datos discretos de simulación en indicadores estadísticos, representaciones espaciales, funciones temporales e integrales acumuladas. La arquitectura constituye el campo de aplicación, mientras que el núcleo científico del estudio corresponde al procesamiento, modelación y análisis numérico de la iluminancia.

2.2 Fundamentación legal

La presente investigación se sustenta en el marco normativo ecuatoriano relacionado con la educación, el bienestar de los usuarios, la sostenibilidad de las edificaciones y el desarrollo de investigación científica aplicada, y estas disposiciones proporcionan el fundamento para estudiar las condiciones lumínicas de espacios educativos y evaluar, mediante herramientas cuantitativas, alternativas orientadas al mejor aprovechamiento de la iluminación natural.

La Constitución de la República del Ecuador establece, en los artículos 26 y 27 de la educación constituye un derecho y que su desarrollo debe orientarse a la formación integral de las personas en condiciones compatibles y con un ambiente sustentable (Asamblea Nacional del Ecuador, 2008). En el contexto de esta investigación, y estos principios se relacionan con la necesidad de disponer de espacios educativos que presenten condiciones ambientales adecuadas para actividades como la lectura, el estudio y el trabajo académico.

Estos los artículos 14 y 32 de la Constitución del Ecuador reconocen el derecho de la población a vivir en un ambiente sano y el derecho a la salud, y su relación con la presente investigación radica en que las condiciones del ambiente interior, y entre ellas la distribución y disponibilidad de iluminación, forman parte de los factores que intervienen en la calidad y funcionalidad de los espacios ocupados, y la evaluación cuantitativa de la iluminancia natural permite generar información técnica para identificar condiciones de déficit, exceso o distribución inadecuada de la luz dentro del espacio educativo.

En el ámbito científico, los artículos 350 y 385 de la Constitución establecen que la educación superior debe promover la formación científica, la investigación y la generación de conocimiento orientado a resolver problemas de la sociedad (Asamblea Nacional del Ecuador, 2008). Este fundamento se vincula directamente con el carácter de matemática aplicada de la investigación, debido a que el estudio no se limita a observar el comportamiento lumínico, sino que emplea herramientas matemáticas para transformar los datos de simulación en indicadores cuantitativos, funciones aproximadas y estimaciones que permiten comparar objetivamente dos alternativas arquitectónicas.

Por su parte, la Ley Orgánica de Educación Superior establece en sus artículos 3 y 8 la importancia de la investigación, la innovación y la producción científica dentro del sistema de educación superior (LOES, 2010). En este sentido, la investigación responde a dichos principios mediante la aplicación de métodos estadísticos y numéricos a una problemática concreta del entorno construido, generando un procedimiento cuantitativo que puede ser reproducido y adaptado a otros estudios de iluminación natural en edificaciones educativas.

En conjunto, este marco normativo sustenta la pertinencia de analizar las condiciones lumínicas de los espacios educativos y respalda el desarrollo de investigación científica orientada a mejorar su desempeño. La contribución del estudio se encuentra en vincular estas exigencias generales con un procedimiento matemático de evaluación que permita comparar el comportamiento espacial, temporal y energético de la iluminación natural en las dos alternativas de la Biblioteca Patio.

2.3 Fundamentación Teórica

2.3.1 Relación entre la iluminancia natural y el confort lumínico

La iluminación natural es el aprovechamiento de la luz solar para iluminar espacios interiores mediante ventanas, vanos y elementos arquitectónicos, en edificaciones educativas, con una adecuada incorporación del confort visual reduce la fatiga ocular y mejora las condiciones para actividades como lectura, escritura y estudio.

El principal parámetro utilizado en esta investigación es la iluminancia (E), definida como el flujo luminoso incidente por unidad de área y expresada en lux (Commission Internationale de l'Éclairage [CIE], 2020). La distribución de la iluminación natural depende, entre otros factores, de la orientación, las dimensiones y la ubicación de las ventanas, y su análisis permite evaluar los niveles de iluminación en distintos puntos del espacio y momentos del día, en las edificaciones educativas, el análisis de la iluminación natural permite comparar el desempeño lumínico de distintas configuraciones arquitectónicas, considerando las condiciones climáticas y la disponibilidad de luz durante los horarios de uso de las aulas (Monteoliva & Pattini, 2013).

La evaluación del confort lumínico comprende aspectos objetivos, como la iluminancia media, los valores mínimos y máximos, la uniformidad, la dispersión y la presencia de zonas con déficit o exceso y con aspectos subjetivos, relacionados con la percepción visual de los usuarios, en el diseño arquitectónico, los componentes objetivos se comparan con tablas y criterios normativos establecidos según las actividades desarrolladas en cada espacio.

En esta investigación se va a analizar la Biblioteca Patio se estudia como un caso en el que la iluminancia natural que debe ser evaluada mediante datos simulados, representaciones gráficas y métodos matemáticos, con el propósito de valorar su aporte al confort visual y al desempeño lumínico y energético del edificio.

2.3.2 Iluminancia natural como variable espacio-temporal

Zhang et al. (2020) dice que la iluminancia natural puede representarse como una variable dependiente de la posición espacial y del tiempo. En un espacio interior, su comportamiento puede expresarse de forma general como:

$$E = E(x, y, t)$$

donde E representa la iluminancia medida en lux, x y y corresponden a las coordenadas espaciales del punto de análisis y t representa el instante de evaluación (Zhang et al., 2020).

Ward et al. (2022) en las simulaciones computacionales, esta función no se obtiene de manera continua, sino mediante un conjunto discreto de valores calculados sobre una malla de puntos y en horarios determinados. Para una hora t_k , los resultados pueden organizarse en una matriz de iluminancia:

$$E(t_k) = \left[E_{ij}(t_k)\right]$$

Donde cada elemento $E_{ij}(t_k)$ representa la iluminancia calculada en el punto de coordenadas $(x_i,\ y_j)$ para el instante t_k (Ward et al., 2022).

Desde esta perspectiva, el problema de evaluación de la iluminación natural puede interpretarse matemáticamente como el análisis de un campo escalar discretizado en el espacio y en el tiempo. Por ello, no resulta suficiente analizar únicamente valores individuales de iluminancia; es necesario estudiar sus medidas de tendencia central, dispersión, distribución espacial y evolución temporal.

La iluminancia media para cada instante puede expresarse mediante:

$$\bar{E}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E(t)$$

Donde N representa el número total de puntos de la malla. Esta variable reduce la información espacial a una serie temporal que posteriormente puede ser aproximada mediante funciones matemáticas (Ward et al., 2022).

De esta manera, la iluminación natural constituye en esta investigación un fenómeno susceptible de ser estudiado mediante herramientas de estadística, interpolación, aproximación funcional e integración numérica. El interés matemático radica en transformar los datos discretos obtenidos mediante simulación en representaciones continuas e indicadores cuantitativos que permitan comparar las dos alternativas arquitectónicas.

2.3.3 Eficiencia energética y criterios normativos de iluminación

La eficiencia energética en edificaciones busca reducir el consumo de energía sin afectar las condiciones de confort y funcionalidad y con este sentido la luz natural constituye una estrategia pasiva que puede disminuir el uso de iluminación artificial durante el día, especialmente en espacios educativos que requieren iluminación constante para sus actividades.

Para aprovechar la luz natural debe evaluarse técnicamente, ya que una iluminación insuficiente genera déficit lumínico, mientras que un exceso puede producir deslumbramiento o sobre iluminación, y los datos de iluminancia deben compararse con criterios normativos que permitan determinar si el espacio cumple con las normativas adecuadas.

Se tomó en referencia, la norma UNE-EN 12464-1 establece niveles recomendados de iluminancia para espacios interiores, y en el caso de aulas de enseñanza general se consideran valores cercanos a 300 lux, mientras que bibliotecas y salas de lectura requieren aproximadamente 500 lux debido a la exigencia visual de sus actividades con estos valores sirven como base para identificar zonas que cumplen o no con los requerimientos lumínicos (UNE-EN 12464-1, 2011).

En la presente investigación, la eficiencia energética se relaciona con la capacidad de la iluminación natural para cubrir parte de estos requerimientos. Por ello, el análisis no se limita a verificar valores puntuales de lux, sino que busca estimar el aporte acumulado de luz natural durante periodos representativos del año.

2.3.4 Criterios lumínicos como condiciones matemáticas de evaluación

Los criterios de iluminación establecidos para espacios interiores pueden incorporarse al modelo como valores de referencia que permiten clasificar matemáticamente los resultados obtenidos en la malla de cálculo.

Si E_{ref} representa el nivel de iluminancia requerido para una determinada actividad, cada punto puede evaluarse mediante la condición:

$$E_i(t) \geq E_{ref}$$

cuando el valor alcanza o supera el nivel establecido, y:

$$E_i(t) < E_{ref}$$

cuando existe déficit respecto al valor de referencia.

Para espacios destinados a lectura y bibliotecas, en esta investigación se adopta como referencia un nivel de aproximadamente 500 lux, de acuerdo con la UNE-EN 12464-1. Este valor no se utiliza únicamente como criterio arquitectónico, sino como un parámetro matemático que permite cuantificar el porcentaje de puntos que cumplen con la condición lumínica establecida.

El porcentaje de cumplimiento puede expresarse como:

$$P_{cumpl}(t) = \frac{N_{compl}(t)}{N}\ x\ 100$$

Donde $P_{cumpl}(t)$ representa el número de puntos cuya iluminancia satisface el criterio de referencia y el número total de puntos de la malla.

De manera complementaria, la uniformidad puede evaluarse mediante la relación entre la iluminancia mínima y la iluminancia media:

$$U_0(t) = \frac{E_{min}(t)}{\overline{E(t)}}$$

Este indicador permite determinar en qué medida los valores de iluminancia se distribuyen homogéneamente en el espacio analizado (UNE-EN 12464-1, 2011).

La uniformidad general U_0expresa la relación entre la iluminancia mínima y la iluminancia media de una misma malla de cálculo, este es un indicador adimensional comprendido entre el 0 y 1, y cuanto más próximo se encuentre a 1, mayor será la homogeneidad de la distribución lumínica, con este indicador debe diferenciarse de la desviación estándar, debido a que esta última mide la dispersión de los datos y se expresa en lux.

Estos criterios permiten convertir los requerimientos lumínicos en condiciones cuantificables y comparables. Así, la evaluación no se limita a determinar si existe suficiente iluminación natural, sino que incorpora relaciones, proporciones e indicadores que permiten comparar objetivamente el comportamiento de las dos alternativas.

2.3.5 Simulación computacional, modelado BIM y análisis espacial de la iluminancia

La simulación computacional permite estudiar el comportamiento de la iluminación natural en espacios interiores antes de realizar intervenciones físicas, mediante herramientas como Revit, AutoCAD, y DIALux es posible representar la geometría del edificio, la orientación del norte real, los vanos y las condiciones solares el cielo nublado, obteniendo valores de iluminancia en distintos puntos del espacio.

En AutoCAD permite definir cómo va a quedar la geometría arquitectónica en un plano 2D, con Revit se modela bajo un entorno BIM el modelo de información de la construcción, y con DIALux permite calcular y representar la distribución lumínica la combinación de estas herramientas fortalece el análisis, ya que permite trabajar con información geométrica y datos cuantitativos de iluminación.

Los valores de iluminancia se obtienen generalmente mediante una malla de puntos ubicada sobre el plano de trabajo, cada punto de la malla almacena un valor de iluminancia, que puede organizarse en matrices para su posterior análisis estadístico, gráfico y matemático. De forma general, estos datos pueden representarse como:

$$E_{ij} = f(x_i, y_j)$$

donde E_{ij} representa la iluminancia en un punto de la malla y mientras que x_i y y_j corresponden a sus coordenadas espaciales.

Para generar los mapas de iluminancia y las isolíneas se aplicó una interpolación cúbica y por tramos a los valores de discretos de la malla. Con este método permitió estimar valores intermedios entre los puntos simulados y así se obtuvo una representación suave y continua para la distribución espacial de la iluminación. De esta manera su utilización se justifica porque la variación de la luz natural dentro de un espacio se presenta generalmente con transiciones graduales que pueden representarse con mayor claridad mediante una superficie suave que con una interpolación lineal la cual produciría cambios más angulares con puntos consecutivos.

A partir de los valores interpolados se generaron mapas de iluminancia, curvas de igual iluminancia o isolíneas y las superficies tridimensionales. Las isolíneas conectan puntos con un mismo nivel de iluminancia expresado en lux y permiten identificar zonas con

déficit lumínico, sectores con niveles adecuados y áreas con posible sobreiluminación en la Biblioteca Patio, el uso de las isolíneas de luz (isoluxes) facilita la interpretación espacial de la distribución de la luz natural.

2.3.6 Procesamiento estadístico, mínimos cuadrados y ajuste polinomial

El procesamiento estadístico permite organizar e interpretar los datos de iluminancia obtenidos mediante simulación. A partir de las matrices de valores se pueden calcular promedios, máximos, mínimos, rangos y medidas de dispersión, con el fin de describir el comportamiento lumínico del espacio en diferentes horarios y fechas.

En esta investigación, el análisis se realiza considerando días solares representativos, como equinoccios y solsticios, debido a que estos reflejan variaciones importantes en la trayectoria solar y en la disponibilidad de luz natural, y esto permite comparar el comportamiento de la iluminancia bajo distintas condiciones estacionales.

Para complementar el análisis estadístico, se utiliza la modelación matemática mediante ajuste polinomial, con este procedimiento permite aproximar la variación diaria de la iluminancia mediante una función, y con el método de mínimos cuadrados se emplea para encontrar el polinomio que mejor representa los datos, minimizando la diferencia entre los valores simulados y los valores estimados por el modelo.

La calidad del ajuste se evalúa mediante indicadores como el coeficiente de determinación R^2 y el error cuadrático medio RMSE, y el coeficiente de determinación el R^2 indica qué proporción de la variabilidad de los datos es explicada por el modelo, mientras que el RMSE expresa el error promedio en luxes y estos indicadores permiten determinar si el ajuste polinomial representa adecuadamente, el comportamiento de la iluminancia diaria luxes, y la modelación matemática va a permitir transformar con datos discretos en una función aproximada, facilitando el análisis continuo de la iluminancia natural durante el día.

2.3.7 Integración numérica y estimación del potencial energético

La integración numérica permite estimar el área bajo una curva cuando se trabaja con datos discretos o funciones ajustadas. En el caso de la iluminancia natural, esta área representa el aporte acumulado de luz durante un periodo determinado. En esta investigación, la integración se aplica a las curvas de iluminancia diaria obtenidas

mediante simulación y ajuste polinomial, va a aplicar métodos como el trapecio y Simpson.

Chapra y Canale (2015) explican que el método del trapecio permite aproxima el área dividiendo el intervalo en segmentos rectos, mientras que el método de Simpson para utilizar aproximaciones parabólicas, lo que puede mejorar la precisión cuando la curva presenta variaciones suaves.

La estimación de la iluminancia acumulada diaria permite realizar extrapolaciones teóricas de referencia para periodos de valores mensuales y anuales a partir de días solares representativos y es posible evaluar el aporte de la iluminación natural en la Biblioteca Patio y relacionarlo con el potencial de reducción del uso de iluminación artificial.

En esta investigación, la integración numérica no se emplea únicamente como una técnica de cálculo del área bajo una curva, sino como la etapa final de un procedimiento matemático integrado que parte de datos discretos de iluminancia obtenidos mediante simulación. A diferencia de los estudios revisados, que se concentran principalmente en valores puntuales, indicadores de desempeño, simulaciones dinámicas o modelos predictivos, el presente trabajo relaciona la caracterización estadística, la representación espacial, el ajuste funcional y la integración numérica dentro de una misma secuencia de análisis y esta integración permite transformar la variación temporal de la iluminancia en una magnitud acumulada expresada en lux·h y utilizarla posteriormente como base para estimar, bajo supuestos definidos y la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada.

El aporte novedoso consiste en aplicar herramientas matematicas que conecta datos discretos y funciones aproximadas e indicadores acumulados para comparar cuantitativamente alternativas arquitectónicas desde una perspectiva de Matemática Aplicada, la contribución científica radica en que el procedimiento propuesto amplía el análisis convencional de la iluminancia al incorporar una representación acumulativa del fenómeno y vincularla con indicadores energéticos, permitiendo una comparación matemática más integral entre escenarios de diseño.

Capítulo III Diseño Metodológico

3.1 Enfoque de la investigación

El estudio se desarrolla bajo un enfoque cuantitativo, debido a que se sustenta en el uso de valores numéricos de iluminancia natural luxes para poder examinar el comportamiento de la luz en la Biblioteca Patio.

Para la información obtenida a partir de simulaciones en DIALux Evo que se procesa mediante procedimientos estadísticos y matemáticos que permite la generación de isolíneas y el ajuste polinomial, para que este enfoque permite obtener resultados objetivos, verificables y medibles, lo que permitirá facilita la evaluación del confort lumínico y de la eficiencia energética en espacios educativos.

3.2 Diseño de la Investigación

El diseño metodológico es no experimental, transversal y cuantitativo, y es no experimental porque no se modifican deliberadamente las condiciones físicas del objeto de estudio, sino que se analizan los valores de iluminancia natural generados mediante simulación computacional, y es transversal. La información se recopila en momentos solares representativos del año, como equinoccios y solsticios, con el propósito de comparar el comportamiento lumínico bajo distintas condiciones estacionales, luego los valores obtenidos se organizan en matrices, se representan mediante isolíneas y se procesan mediante métodos estadísticos, ajuste polinomial e integración numérica, y este procedimiento permite interpretar la distribución espacial y temporal de la luz natural en el edificio.

3.3 Tipo de Investigación

El estudio corresponde a una investigación aplicada, puesto que utiliza conocimientos matemáticos, estadísticos y computacionales para analizar una problemática concreta relacionada con el aprovechamiento de la iluminación natural en una edificación educativa, y a partir de las simulaciones realizadas, se obtienen valores de iluminancia que son procesados mediante herramientas numéricas, análisis estadístico y representaciones gráficas. Se busca evaluar el confort visual, identificar zonas con déficit o exceso lumínico y estimar el aporte de la luz natural al desempeño energético del espacio, y la investigación no se limita a describir el fenómeno, sino que procura generar

resultados útiles para la evaluación y mejora de ambientes educativos con mejores condiciones lumínicas.

3.4 Nivel de Investigación

El nivel de investigación es descriptivo y analítico, es descriptivo porque permite organizar, representar e interpretar los valores de iluminancia natural en luxes obtenido mediante simulación computacional y utilizando tablas y mallas de puntos e isolíneas que muestran la distribución espacial de la luz en la Biblioteca Patio, también es analítico porque incorpora procedimientos matemáticos y estadísticos orientados a comprender con mayor profundidad el comportamiento lumínico del edificio. Estos procedimientos se incluyen el análisis de uniformidad, el ajuste polinomial mediante mínimos cuadrados y la integración numérica para estimar la iluminancia acumulada, con esta combinación permite reconocer zonas con déficit o exceso de iluminación, analizar la variación lumínica en diferentes periodos del año y relacionar los resultados con el confort visual y la eficiencia energética del espacio educativo.

3.5 Población y Muestra.

3.5.1 Unidad de análisis

La unidad de análisis corresponde al valor de iluminancia natural, expresado en lux, obtenido en cada punto de la malla de cálculo para una alternativa arquitectónica, una fecha y una hora de simulación determinadas.

3.5.2 Población

La población de estudio se define como el conjunto teórico de valores de iluminancia natural que podrían generarse para las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio a lo largo del ciclo anual, considerando todos los puntos de la malla de cálculo y los diferentes instantes de tiempo posibles dentro del periodo de análisis.

De manera conceptual, puede expresarse como:

$$P = \{E_M(x_i, y_j, t, d)\}$$

donde el conjunto P reúne los posibles valores de iluminancia asociados a las diferentes posiciones espaciales (x_i, y_j), tiempos t, fechas d y alternativas arquitectónicas M.

Esta población es de naturaleza computacional y representa el universo de condiciones lumínicas que podrían evaluarse mediante simulación. No se trata, por tanto, de una población experimental constituida por personas, objetos observados o mediciones físicas, sino de un dominio potencial de datos numéricos asociados al comportamiento de la iluminación natural.

3.5.3 Tamaño de la muestra

La muestra está constituida por el conjunto de matrices de iluminancia obtenidas mediante simulación computacional para las dos alternativas arquitectónicas en cuatro fechas solares representativas y en los horarios definidos para el análisis.

Las fechas seleccionadas fueron:

- 21 de marzo: equinoccio;
- 21 de junaio: solsticio;
- 23 de septiembre: equinoccio;
- 21 de diciembre: solsticio.

La selección de estas fechas fue intencional y se fundamentó en criterios solares. Los equinoccios permiten representar condiciones intermedias de la trayectoria solar anual, mientras que los solsticios permiten evaluar condiciones extremas de altura y recorrido aparente del Sol. De esta manera, las cuatro fechas permiten incorporar escenarios diferenciados dentro del ciclo anual y comparar el comportamiento lumínico de las dos alternativas bajo condiciones equivalentes.

Para cada fecha se realizaron simulaciones horarias en DIALux Evo entre las 09:00 y las 18:00. En cada instante se obtuvo una matriz de iluminancia:

$$E = (x, y, t)$$

donde cada elemento de la matriz representa el valor de iluminancia correspondiente a un punto de la malla para una alternativa, fecha y hora determinadas.

$$E(t_k) = \left[E_{ij}(t_k)\right]$$

La muestra es de tipo intencional o no probabilística, debido a que los escenarios no fueron seleccionados aleatoriamente, sino mediante criterios físicos, solares y metodológicos vinculados con el objetivo de representar condiciones contrastantes del ciclo anual.

Por tanto, en esta investigación los conceptos de población y muestra se emplean en un sentido metodológico: la población representa el universo teórico de condiciones lumínicas posibles, mientras que la muestra corresponde al conjunto de escenarios efectivamente simulados y procesados matemáticamente.

3.6 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos.

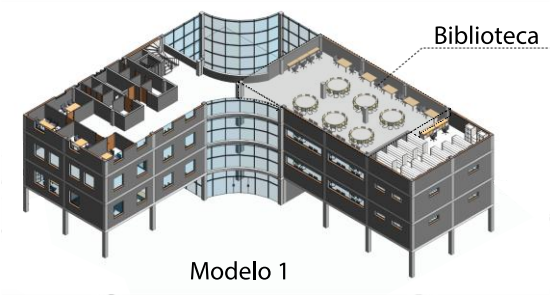
3.6.1 Datos arquitectónicos

Para el desarrollo del estudio se contó inicialmente con un modelo arquitectónico de la Biblioteca Patio y otro modelo con cambios pasivos que ayudara a comparar sus cambios, previamente elaborados y analizados bajo metodología BIM. Este modelo constituye la base geométrica y técnica para la evaluación lumínica, ya que incorpora información relacionada con la configuración espacial, orientación, aberturas, materiales y características generales del edificio.

Información de referencia

Modelo 1 corresponde a la propuesta arquitectónica original de la biblioteca, sin la incorporación de estrategias adicionales de control solar o mejora del aprovechamiento de la iluminación natural, este modelo servirá como escenario de referencia para analizar el comportamiento lumínico del edificio bajo las condiciones de diseño inicialmente planteadas.

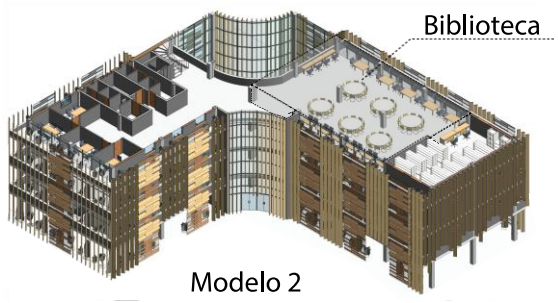
Figura 1 *Modelo tridimensional de la Biblioteca Patio*



Fuente: *Elaboración propia en software de modelado BIM.*

El Modelo 2 corresponde a una propuesta arquitectónica mejorada mediante la incorporación de estrategias pasivas de diseño orientadas a optimizar el ingreso y control de la iluminación natural y entre las principales modificaciones se incluyen la implementación de muros cortina, lamas de madera como elementos de protección solar y balcones verdes que contribuyen al acondicionamiento ambiental del edificio.

Figura 2 *Modelo tridimensional propuesto de la Biblioteca Patio*



Fuente: *Elaboración propia mediante modelado BIM.*

3.6.2 Selección de días solares representativos

La selección de las fechas de simulación se realizó mediante un criterio intencional basado en la variación anual de la geometría solar. Se consideraron los dos equinoccios y los dos solsticios debido a que corresponden a posiciones características de la trayectoria solar y permiten evaluar condiciones intermedias y extremas del ciclo solar anual.

Las fechas consideradas fueron el 21 de marzo y el 23 de septiembre, correspondientes a los equinoccios, y el 21 de junio y el 21 de diciembre, correspondientes a los solsticios. Los equinoccios representan condiciones intermedias de la trayectoria solar, mientras que los solsticios permiten incorporar las condiciones extremas asociadas a la variación de la altura solar y del recorrido aparente del Sol durante el año.

Desde el punto de vista metodológico, estas cuatro fechas fueron seleccionadas para obtener escenarios contrastantes bajo los cuales evaluar las dos alternativas arquitectónicas manteniendo constantes los demás parámetros de simulación. La selección no pretende reproducir de manera exacta cada día del año, sino disponer de puntos temporales de referencia que permitan analizar la sensibilidad del comportamiento lumínico frente a la variación estacional.

El conjunto de fechas analizadas puede expresarse como:

$$D = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$$

Donde

$d_1 = 21\ de\ marzo$

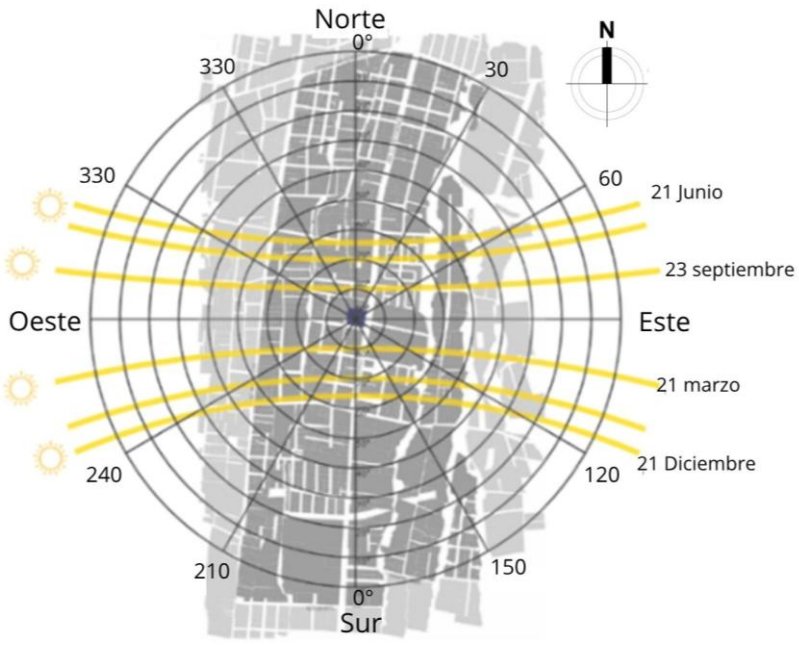
$d_2 = 21\ de\ junio$

$d_3 = 23\ de\ septiembre$

$d_4 = 21\ de\ diciembre$

Para cada fecha se evaluó la iluminancia bajo las mismas condiciones de geometría, orientación, malla de cálculo y configuración de cielo, de manera que las diferencias entre las alternativas fueran comparables.

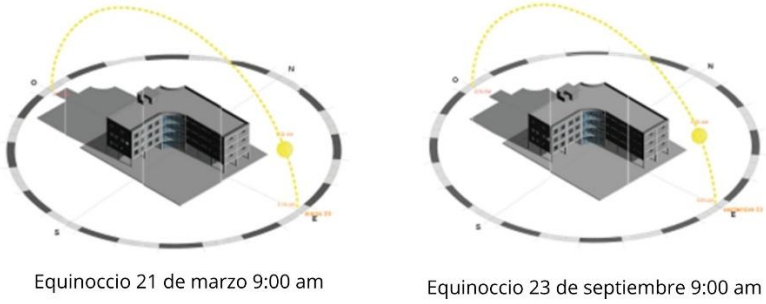
Figura 3 *Trayectoria solar en los equinoccios y solsticios*



Fuente: *Elaboración propia*

Los equinocios de 21 marzo y 23 septiembre fueron incluidos por presentar condiciones solares intermedias con una duración similar entre el día, estos escenarios permitieron observar un comportamiento lumínico equilibrado dentro del espacio analizado.

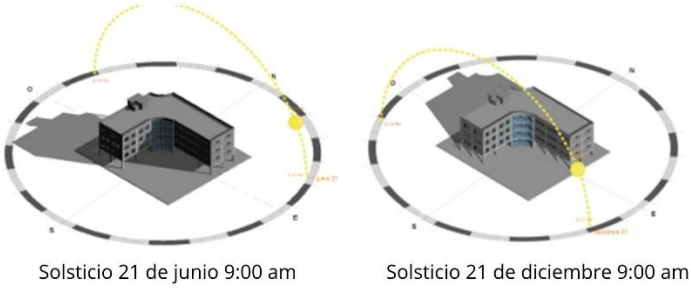
Figura 4 *Trayectoria solar en los equinoccios*



Fuente: *Elaboración propia*

Por su parte, los solsticios de 21 junio y 21 diciembre representaron las condiciones solares extremas del año, debido a la mayor variación en la trayectoria solar, estas diferencias influyeron en la dirección, profundidad de ingreso y distribución de la luz natural, permitiendo identificar zonas con déficit, cumplimiento o exceso lumínico dentro de la biblioteca

Figura 5 *Trayectoria solar en los solsticios*



Fuente: *Elaboración propia*

3.6.3 Generación de datos horarios de iluminancia

El intervalo horario se estableció entre las 09:00 y las 18:00, debido a que comprende el periodo diurno de interés para el funcionamiento de un espacio educativo y permite analizar las etapas principales de variación de la iluminación natural durante la jornada.

La selección comprende horas de la mañana, el periodo próximo al máximo diario de iluminancia y las horas de descenso durante la tarde. De esta manera, el intervalo permite representar el incremento de la disponibilidad lumínica durante la mañana, su comportamiento alrededor del mediodía y su reducción progresiva hacia el final de la jornada.

Los instantes de simulación pueden representarse mediante:

$$T = \{t_1, t_2, t_3 \dots t_n\}$$

donde cada corresponde a una hora dentro del intervalo estudiado. Para simulaciones con separación horaria:

$$t_k = t_0 + (k-1)h$$

Donde t_0 representa la hora inicial del análisis h, corresponde al paso temporal entre simulaciones consecutivas y k identifica el orden de cada instante. Para el intervalo de 09:00 a 18:00 se adoptó $t_0 = 9$ y $h = 1$ hora, obteniéndose diez instantes de simulación igualmente espaciados. Esta discretización facilita el análisis temporal, el ajuste polinomial y la aplicación posterior de métodos de integración numérica.

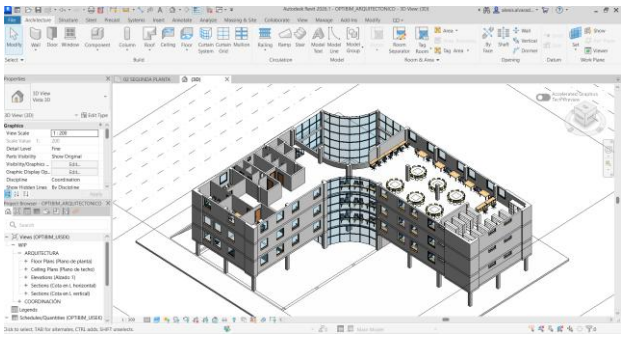
La selección de fechas y horarios no fue arbitraria: las fechas responden a criterios de variación estacional de la geometría solar y los horarios a criterios de representatividad del comportamiento diario, regularidad temporal de los datos y compatibilidad con los procedimientos matemáticos de ajuste e integración utilizados posteriormente.

3.6.4 Generación de datos en la simulación

Para la generación de datos comienza con una propuesta en Autocad de su diseño de los espacios, sus usos, los vanos, sus áreas y la propuesta y luego se pasa a Revit.

Luego en Revit se procede hacer el levantamiento en 3D bajo normas BIM lo que es un modelo de información, aquí se hace la volumetría, se define materiales para luego pasar por medio de un IFC hacer las simulaciones.

Figura 6 *Vista tridimensional del área de estudio*



Fuente: *Elaboración propia*

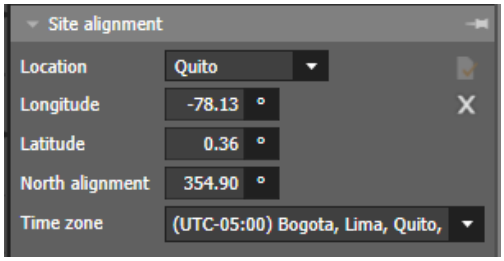
Una vez elaborado el modelo BIM de la Biblioteca Patio, este fue exportado a DIALux Evo para realizar la simulación lumínica, en el software se configuraron la ubicación real del edificio, la orientación respecto al norte geográfico y las condiciones solares correspondientes a los solsticios y equinoccios. Aquí se configura los parámetros para la ubicación geográfica del edificio

Tabla 2 *Datos de ubicación geográfica del proyecto*

Dirección	Ibarra
Grados decimales (DD):	0.321983, -78.119034
Grados, minutos y segundos (DMS):	0º19'19.1"N 78º07'08.5"W
Altura:	2225.00 m

Fuente: *Elaboración propia*

Figura 7 *Configuración de ubicación y orientación en DIALux*

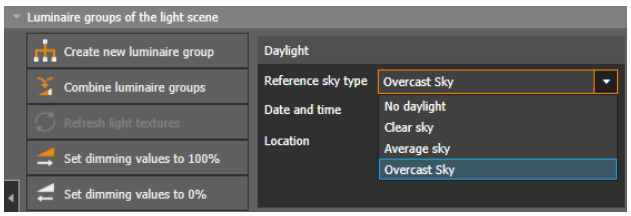


Fuente: *Elaboración propia*

Los parámetros solares y climáticos se configuró el tipo de cielo en DIALux evo utilizando la opción Overcast Sky debido a que este modelo representa una condición estándar ampliamente empleada en simulaciones de iluminación natural.

Esta opción permite obtener resultados más uniformes y comparables, ya que considera una distribución difusa de la luz solar, facilitando el análisis del comportamiento lumínico dentro del espacio arquitectónico.

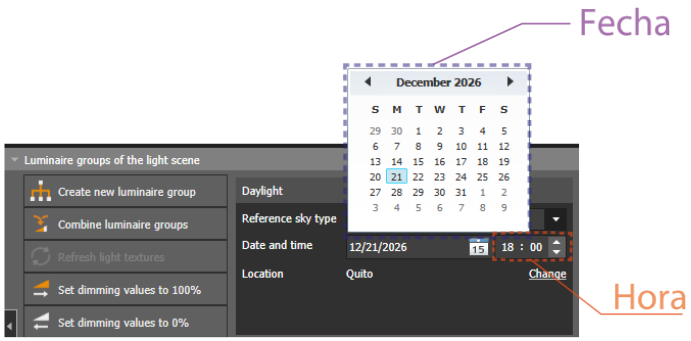
Figura 8 *Configuración de iluminación natural en DIALux*



Fuente: *Elaboración propia*

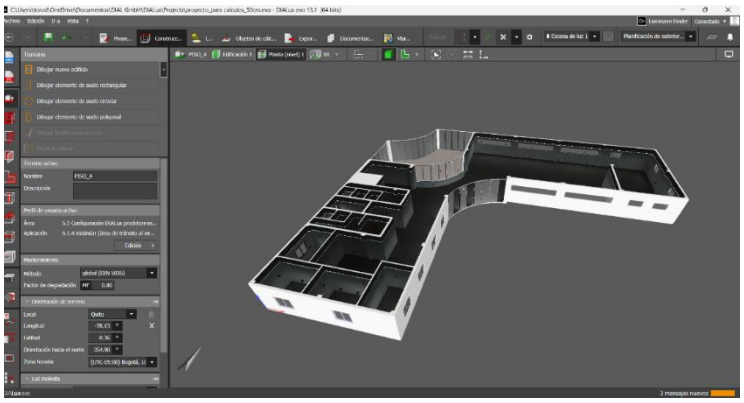
Se configuraron la fecha y la hora de simulación, ya que la posición aparente del sol varía variando y rotando a lo largo del año en función de los solsticios y equinoccios y en estas variaciones modifican la altura solar y el ángulo de incidencia de la radiación sobre el edificio, influyendo directamente en la distribución de la iluminancia natural dentro de los espacios analizados.

Figura 9 *Configuración de fecha y hora en DIALux*



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 10 *Modelo del proyecto en DIALux*

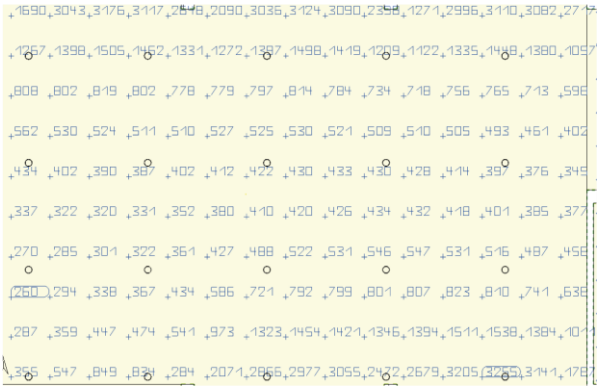


Fuente: *Elaboración propia*

Después se va a seleccionar cada día representativo y se generaron valores horarios de iluminancia natural en lux sobre el plano de trabajo, con estos datos luxes fueron calculados mediante una malla de puntos y organizados en matrices numéricas, lo que permitió registrar la variación de la luz natural durante el día.

Una vez configurado se comenzó a hacer las simulaciones lumínicas la cual permite obtener una malla de puntos de cálculo lo que permitió registrar los niveles de iluminancia en diferentes posiciones del sol y tiempo en el espacio analizados.

Figura 11 *Distribución de iluminancia en el área estudiada*



Fuente: *Elaboración propia*

3.7 Mallas de puntos

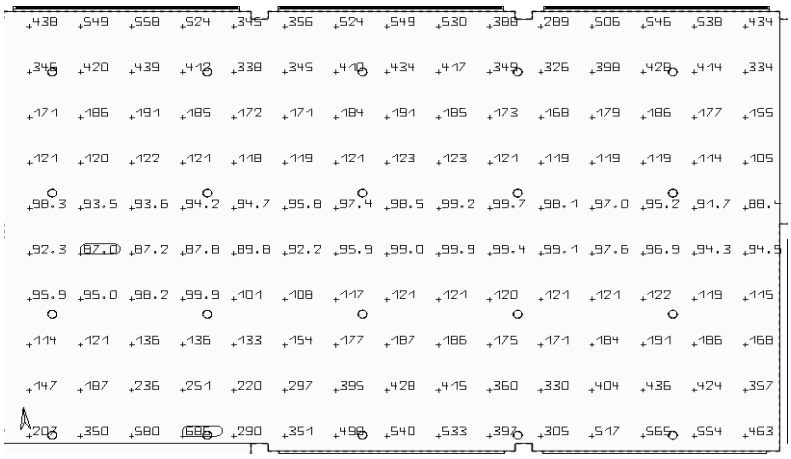
Una vez obtenidos los valores de iluminancia mediante la malla de puntos generada en la simulación, los datos fueron organizados en una matriz numérica para facilitar su procesamiento y análisis matemático. Y cada elemento de la matriz representa el valor de iluminancia registrado en un punto específico del área de estudio, manteniendo la misma distribución espacial utilizada en la malla de cálculo.

La construcción de esta matriz permite estructurar la información de manera ordenada, facilitando la aplicación de técnicas estadísticas y la generación de isolíneas y el desarrollo de modelos matemáticos para el análisis de la distribución lumínica.

La organización matricial de los datos posibilita la identificación de patrones espaciales de iluminación y así como la detección de zonas con déficit o exceso de iluminancia dentro del recinto.

Están etapa constituye un procedimiento fundamental dentro de la investigación, ya que transforma los resultados obtenidos en la simulación en una base de datos estructurada que puede ser utilizada posteriormente para realizar cálculos de uniformidad, interpolaciones, ajustes polinomiales e integración numérica, y de esta manera la matriz de iluminancia se convierte en el punto de partida para el análisis matemático del comportamiento de la luz natural en la Biblioteca Patio.

Figura 12 *Distribución de iluminancia del 21 de diciembre, 18:00*



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 13 *Iluminancia en la malla de cálculo del 21 de diciembre*

21/12/2026 16:00

	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Columna 6	Columna 7	Columna 8	Columna 9	Columna 10	Columna 11	Columna 12	Columna 13	Columna 14	Columna 15
Fila 1	438.0	549.0	558.0	524.0	345.0	356.0	524.0	549.0	530.0	388.0	289.0	506.0	546.0	538.0	434.0 ;
Fila 2	345.0	420.0	439.0	412.0	338.0	349.0	410.0	434.0	417.0	348.0	326.0	398.0	428.0	414.0	334.0 ;
Fila 3	171.0	186.0	191.0	185.0	172.0	171.0	184.0	191.0	185.0	173.0	168.0	178.0	186.0	177.0	155.0 ;
Fila 4	121.0	120.0	122.0	121.0	118.0	119.0	121.0	123.0	123.0	121.0	119.0	119.0	119.0	114.0	105.0 ;
Fila 5	98.3	93.5	93.6	94.2	94.7	95.8	97.4	98.5	99.2	99.7	98.1	97.0	95.2	91.7	88.1 ;
Fila 6	92.3	87.0	87.2	87.8	89.8	92.2	95.9	99.0	99.9	99.4	98.1	97.6	95.9	94.3	94.5 ;
Fila 7	95.9	95.0	98.2	99.9	101.0	108.0	117.0	121.0	121.0	120.0	121.0	121.0	122.0	119.0	115.0 ;
Fila 8	114.0	121.0	138.0	136.0	133.0	154.0	177.0	187.0	186.0	175.0	171.0	184.0	191.0	186.0	168.0 ;
Fila 9	147.0	187.0	238.0	251.0	220.0	297.0	395.0	428.0	415.0	360.0	330.0	404.0	436.0	424.0	357.0 ;
Fila 10	207.0	350.0	580.0	685.0	290.0	351.0	490.0	540.0	533.0	397.0	305.0	517.0	565.0	554.0	463.0

Fuente: *Elaboración propia*

3.8 Programas utilizados para el procesamiento y análisis de datos

Para el desarrollo de la investigación se emplearon herramientas informáticas orientadas a la simulación lumínica, el procesamiento matemático, el análisis estadístico y la organización de resultados. En la selección de estos programas respondió a las distintas etapas metodológicas planteadas para evaluar el desempeño de la iluminancia natural y el potencial de aprovechamiento energético de las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio.

El procedimiento computacional se organizó en cuatro etapas: en la generación de datos de iluminancia, procesamiento de matrices, modelación matemática y en la representación de resultados. Estos códigos completos utilizados en MATLAB se presentan en los anexos, mientras que en este apartado se describen únicamente su finalidad, los datos de entrada, los procedimientos generales y los resultados obtenidos.

3.8.1 DIALux

DIALux se utilizó para simular el comportamiento de la iluminación natural en las dos alternativas de diseño arquitectónico, y para cada modelo se configuraron las condiciones geométricas del espacio, la ubicación geográfica del proyecto, la orientación, las propiedades de los elementos arquitectónicos, el tipo de cielo y las fechas y horas seleccionadas para el análisis.

Las simulaciones se realizaron en los días solares más representativos que son los equinoccios y solsticios, y los resultados se obtuvieron mediante una malla de cálculo distribuida en el área de estudio, generando matrices de valores de iluminancia expresados en lux para cada fecha, hora y alternativa arquitectónica.

Los datos producidos en DIALux constituyeron la información de entrada para el procesamiento posterior en MATLAB.

3.8.2 MATLAB

MATLAB se empleó como herramienta principal para el procesamiento matemático y computacional de los datos. Se desarrollaron programas específicos para organizar las matrices de iluminancia, realizar el análisis estadístico, representar espacialmente la distribución lumínica natural y ajustar funciones matemáticas y aplicar métodos de integración numérica.

Los programas que se utilizaron implementados se agruparon de acuerdo con su función:

Programa de representación espacial de la iluminancia

Este programa procesó las matrices de iluminancia obtenidas en DIALux junto con las coordenadas de la malla de cálculo y a partir de estos datos se construyeron mapas de isolíneas, curvas de igual iluminancia y superficies tridimensionales.

La interpolación espacial permitió representar de forma continua los valores discretos de la malla y reconocer zonas con diferentes niveles de iluminación natural, y estas representaciones facilitaron la identificación de sectores con déficit y cumplimiento o exceso de iluminancia.

Programa de análisis estadístico

Este programa calculó los principales estadísticos descriptivos de los valores de iluminancia, tanto por hora como de manera global para cada día analizado.

Los indicadores obtenidos fueron la media, mediana, desviación estándar, varianza, valor mínimo, valor máximo, cuartiles, rango, asimetría, curtosis.

Y también se generaron diagramas de caja para analizar la distribución, la dispersión y la presencia de valores extremos en cada conjunto de datos, con estos resultados permitieron caracterizar el comportamiento lumínico y comparar las dos alternativas arquitectónicas bajo condiciones equivalentes.

Programa de ajuste matemático

Con este programa se utilizó para modelar la variación temporal de la iluminancia media durante el día, y para ello se aplicó el método de mínimos cuadrados a funciones polinomiales de diferentes grados.

Los modelos se evaluaron mediante el error cuadrático medio, la raíz del error cuadrático medio y el coeficiente de determinación. Con esta selección del ajuste se realizó considerando la precisión estadística y la coherencia del comportamiento de la función dentro del intervalo horario analizado.

Este programa permitió resolver los sistemas de ecuaciones normales mediante eliminación de Gauss con pivoteo parcial y obteniendo los coeficientes correspondientes a cada función polinomial.

Programa de integración numérica

Con este programa permitió estimar el área bajo la curva del modelo de iluminancia en el intervalo horario estudiado, la integración analítica de la función polinomial se utilizó como valor de referencia, mientras que las reglas del trapecio compuesto y de Simpson 1/3 se emplearon para comparar sus aproximaciones con dicho valor, aunque la integración numérica no es indispensable para integrar un polinomio, su aplicación permite evaluar el error de aproximación de estos métodos para la discretización temporal utilizada.

Los valores obtenidos se utilizaron para estimar la iluminancia natural acumulada y la cantidad teórica de energía eléctrica equivalente potencialmente evitada en cada alternativa arquitectónica.

3.8.3 Microsoft Excel

Microsoft Excel se utilizó para organizar, revisar y almacenar los datos obtenidos en las simulaciones y los resultados generados en MATLAB. Las matrices de iluminancia, tablas estadísticas, coeficientes de ajuste, métricas de error y resultados de integración se exportaron a hojas de cálculo para facilitar su verificación y comparación.

El programa también permitió consolidar los resultados correspondientes a las diferentes fechas, horas y alternativas arquitectónicas, manteniendo una estructura ordenada para su posterior incorporación en tablas y anexos.

3.8.4 Flujo general del procesamiento

El procesamiento de la información siguió la siguiente secuencia:

- Modelación y simulación lumínica de las dos alternativas en DIALux.
- Obtención de matrices horarias de iluminancia en lux.
- La organización y revisión de los datos en Excel.
- Importación de las matrices en MATLAB.
- El Cálculo de estadísticos descriptivos.
- La Generación de mapas de isolíneas y superficies de iluminancia.
- El Ajuste de funciones mediante mínimos cuadrados.
- Evaluación de los modelos mediante métricas de error.
- La aplicación de métodos de integración numérica.
- Estimación y comparación del potencial de aprovechamiento energético.

3.9 Modelo matemático de evaluación lumínica y energética

En el modelo matemático propuesto integra los datos de iluminancia obtenidos mediante simulación computacional con procedimientos estadísticos, espaciales, funcionales y numéricos, y su finalidad es evaluar y comparar el desempeño de la iluminación natural

y el potencial de aprovechamiento energético de las dos alternativas arquitectónicas de la Biblioteca Patio.

Para cada fecha solar representativa, la iluminancia natural se considera una variable dependiente de la posición espacial, el tiempo y la alternativa arquitectónica:

$$E = E(x, y, t, M)$$

donde x y y representan las coordenadas espaciales del punto de cálculo, t corresponde a la hora de simulación y $M \in \{1,2\}$ identifica la alternativa arquitectónica. La formulación se aplica de manera independiente a cada una de las cuatro fechas solares consideradas en la investigación.

La estructura del modelo comprende cuatro dimensiones principales: caracterización estadística, representación espacial, modelación temporal e integración numérica con posterior estimación energética. Estas herramientas se seleccionaron debido a que los datos de iluminancia presentan simultáneamente variaciones espaciales, temporales y acumulativas que no pueden ser descritas adecuadamente mediante un único indicador.

3.9.1 Variables del modelo

Tabla 3 *Las variables consideradas*

Símbolo	Variable	Unidad
(x)	Coordenada horizontal del punto de cálculo	m
(y)	Coordenada vertical del punto de cálculo	m
(t)	Hora de simulación	h
(M)	Alternativa arquitectónica: ($M = 1$) para Modelo 1 y ($M = 2$) para Modelo 2	—
$E_M(x, y, t)$	Iluminancia natural simulada	lx
$\bar{E}_M(x, y, t)$	Iluminancia media horaria	lx

Símbolo	Variable	Unidad
$\hat{E}_M(t)$	Iluminancia estimada mediante ajuste polinomial	lx
$I_{E,M}(t)$	Iluminancia acumulada durante el intervalo	lx·h
A	Área física del espacio (Biblioteca)	m²
$E_{eq,M}$	Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada	kWh
$C_{ahorro,M}$	Valor económico equivalente potencial	USD
$U_{0,M}$	Uniformidad Lumínica	Adimensional

Fuente: *Elaboración propia*

Para cada hora de simulación, la iluminancia media se calcula mediante:

$$\bar{E}_M(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E_{M,i}(t)$$

Donde N corresponde al número total de puntos de la malla, $E_{M,i}(t)$ representa la iluminancia registrada en el punto i y $\bar{E}_M(t)$ corresponde a la iluminancia media horaria de la alternativa M.

3.9.2 Parámetros y condiciones de simulación

Los parámetros corresponden a las condiciones utilizadas para generar y procesar los datos de iluminancia. Para garantizar una comparación bajo condiciones equivalentes, las dos alternativas arquitectónicas fueron evaluadas empleando la misma ubicación geográfica, orientación, fecha, hora, condición de cielo y estructura de la malla de cálculo.

Las fechas consideradas fueron el 21 de marzo, 21 de junio, 23 de septiembre y 21 de diciembre. El intervalo horario debe corresponder al utilizado efectivamente en las simulaciones, manteniéndose uniforme en todo el procedimiento.

También se consideran como parámetros el nivel de iluminancia de referencia E_{ref}, la eficacia luminosa del sistema LED LED_{η}, los límites de integración t_0 y t_f, y el grado n de las funciones polinomiales evaluadas.

Tabla 4 *Parámetros y condiciones de simulación*

Parámetro / condición	**Símbolo o valor**	**Descripción**
Ubicación geográfica	Ibarra, Ecuador	Se mantiene constante para las dos alternativas arquitectónicas.
Orientación del proyecto	Constante	Que se conserva la misma orientación en todas las simulaciones para garantizar comparabilidad.
Alternativa arquitectónica	$M = 1{,}2$	Corresponde a las dos propuestas arquitectónicas que evaluadas.
Fechas representativas	21 de marzo, 21 de junio, 23 de septiembre y 21 de diciembre	Corresponden a equinoccios y solsticios utilizados como escenarios temporales representativos.
Intervalo horario	$t_0 \leq t \leq t_f$	Comprende el periodo diario utilizado en las simulaciones y debe mantenerse uniforme en todo el procedimiento.
Paso temporal	h	Intervalo constante entre dos instantes consecutivos de simulación.
Condición de cielo	Constante según configuración de DIALux	Se utiliza la misma condición de cielo para comparar las dos alternativas.
Malla de cálculo	Constante	Se mantiene la misma distribución y separación de puntos para ambas alternativas.
Iluminancia de referencia	E_{ref}	Valor de referencia utilizado para evaluar cumplimiento, déficit o exceso de iluminancia.

Parámetro / condición	Símbolo o valor	Descripción
Eficacia luminosa LED	$\eta_{LED} = 150 lm/W$	Parámetro empleado para estimar la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada.
Límite inferior de integración	t_0	Hora inicial del intervalo utilizado para la integración.
Límite superior de integración	t_f	Hora final del intervalo utilizado para la integración.
Grado polinomial	n	Grado de las funciones evaluadas mediante mínimos cuadrados para representar la variación temporal de la iluminancia.
Área del recinto	$A = 213.44 \backslash\, m^2$	Área utilizada posteriormente en la conversión de iluminancia acumulada a flujo luminoso equivalente.

Fuente: *Elaboración propia*

Las condiciones de simulación se mantuvieron equivalentes para ambas alternativas con el propósito de que las diferencias obtenidas respondieran principalmente a las características arquitectónicas de cada modelo. Los parámetros matemáticos t_0,t_f ,h y n se emplearon posteriormente en el ajuste polinomial y en los procedimientos de integración numérica.

3.9.3 Formulación matemática

a) Caracterización estadística

El comportamiento de la iluminancia se analiza inicialmente mediante medidas estadísticas de tendencia central, dispersión y valores extremos. La media permite determinar el nivel representativo de iluminancia:

$$\bar{E} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E_i$$

La desviación estándar permite cuantificar la dispersión de los datos:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(E_i - \bar{E})^2}{N-1}}$$

La uniformidad lumínica se determina mediante la relación:

$$U_{0,M}(t) = \frac{E_{\min,M}(t)}{\bar{E}_M(t)}$$

Donde $E_{\min,M}(t)$representa el valor mínimo de iluminancia y $U_{0,M}(t)$expresa el grado de uniformidad de la distribución lumínica, este es un indicador adimensional comprendido entre 0 y 1 mientras más se aproxime a 1 mejor es su uniformidad lumínica.

También se determina el porcentaje de puntos que cumplen el nivel de referencia:

$$P_{\text{cumpl},M}(t) = \frac{N_{\text{cumpl},M}(t)}{N} \times 100$$

Donde $N_{\text{cumpl},M}(t)$corresponde al número de puntos que alcanzan el criterio lumínico definido.

La caracterización estadística se incorpora porque cada simulación genera múltiples valores discretos distribuidos espacialmente. La media resume el nivel general de iluminación, mientras que la desviación estándar, los valores extremos y la uniformidad permiten cuantificar la heterogeneidad de la distribución, con estos indicadores proporcionan una primera representación cuantitativa para comparar ambas alternativas.

Los estadísticos describen únicamente los valores generados bajo las condiciones de simulación establecidas y no deben interpretarse como estimadores inferenciales de una población experimental ni generalizarse automáticamente a escenarios climáticos, geométricos o temporales diferentes.

b) Representación espacial

Los datos obtenidos mediante simulación corresponden a puntos discretos de una malla. Para aproximar el comportamiento entre dichos puntos se utiliza una función interpolada:

$$\tilde{E}_M(x, y, t) = \mathcal{I}[E_M(x_i, y_i, t)]$$

Donde $\mathcal{I}$ representa el procedimiento de interpolación espacial aplicado a los valores de la malla.

A partir de esta función se construyen curvas de igual iluminancia o isolíneas, definidas como:

$$\tilde{E}_M(x, y, t) = c$$

Donde c corresponde a un nivel constante de iluminancia.

La representación espacial se incorpora porque los valores proporcionados por DIALux son discretos, mientras que la distribución lumínica dentro del espacio que es en la Biblioteca presenta continuidad espacial, y la interpolación permite aproximar valores entre los puntos de la malla y construir superficies e isolíneas que facilitan la identificación de zonas con déficit, cumplimiento o exceso de iluminación.

En la superficie interpolada depende de la densidad y distribución de la malla y del método de interpolación utilizado y su interpretación es válida dentro del dominio espacial delimitado por los puntos de cálculo y no debe emplearse para extrapolar resultados fuera del área simulada.

c) Ajuste temporal mediante mínimos cuadrados

La variación diaria de la iluminancia media se aproxima mediante una función polinomial:

$$\hat{E}_M(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n$$

Donde $a_0, a_1, \ldots, a_n$ representan los coeficientes del polinomio y n corresponde al grado del modelo.

Los coeficientes se determinan mediante el método de mínimos cuadrados, minimizando la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(a_0, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^{N} \left[\bar{E}_M(t_k) - \hat{E}_M(t_k)\right]^2$$

Donde N representa el número de observaciones temporales.

La formulación matricial se expresa como:

$$\mathrm{X}^T\mathrm{Xa} = \mathrm{X}^T\mathrm{y}$$

Donde X es la matriz de diseño, a contiene los coeficientes del polinomio y y contiene los valores de iluminancia media horaria.

En el sistema de ecuaciones se resolvió mediante eliminación de Gauss con pivoteo parcial.

Este ajuste temporal se incorpora porque la iluminancia media solo se conoce en determinados instantes de simulación, y el método de mínimos cuadrados permite aproximar esos valores discretos mediante una función continua, minimizando globalmente la suma de los errores al cuadrado, y la función resultante facilita la interpretación de la evolución diaria y proporciona una expresión susceptible de integración.

Ajuste polinomial es válido únicamente dentro del intervalo horario utilizado para construir el modelo. No debe utilizarse para extrapolaciones. Además, un grado polinomial excesivamente elevado puede generar sobreajuste u oscilaciones artificiales.

d) Evaluación y selección del ajuste

La precisión de los modelos polinomiales se evalúa mediante el error cuadrático medio:

$$MSE = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} \left[\bar{E}(t_k) - \hat{E}(t_k)\right]^2$$

La raíz del error cuadrático medio se calcula como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{k=1}^{K}\left[\bar{E}(t_k) - \hat{E}(t_k)\right]^2}$$

El coeficiente de determinación se obtiene mediante:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K}\left[\bar{E}(t_k) - \hat{E}(t_k)\right]^2}{\sum_{k=1}^{K}[\bar{E}(t_k) - \bar{E}]^2}$$

Un menor $RMSE$ indica una menor diferencia entre los valores simulados y estimados, mientras que un valor de R^2 próximo a uno indica una elevada capacidad del modelo para representar la variabilidad observada.

La selección del grado polinomial no se fundamentó únicamente en el mayor valor de R^2. También se consideraron el menor $RMSE$, el MSE como medida base del error cuadrático del ajuste, la estabilidad de la función, la ausencia de oscilaciones artificiales y la capacidad del modelo para representar el incremento de la iluminancia durante la mañana, su máximo alrededor del mediodía y el descenso durante la tarde. Para la comparación e interpretación de los modelos polinomiales se priorizó el $RMSE$, debido a que corresponde a la raíz cuadrada del MSE y se expresa en las mismas unidades de la variable analizada, es decir, lux. Bajo estos criterios, el polinomio de cuarto grado fue seleccionado al presentar el comportamiento más adecuado dentro del intervalo analizado.

evaluación mediante $MSE, RMSE\ y\ R^2$ permite cuantificar la correspondencia entre los valores de iluminancia media obtenidos por simulación y los valores estimados por el modelo polinomial. La utilización conjunta de estas métricas permite comparar diferentes grados de ajuste y seleccionar una función con precisión estadística y comportamiento matemático coherente.

Un valor elevado de R^2 no garantiza por sí mismo que el modelo sea adecuado, debido a que puede aumentar al incrementar el grado polinomial. La selección debe considerar conjuntamente el error, la estabilidad y la coherencia de la función dentro del dominio analizado.

e) Integración numérica

Una vez obtenida la función polinomial, se estima la iluminancia acumulada durante el intervalo mediante:

$$I_{E,M} = \int_{t_0}^{t_f} \hat{E}_M(t)dt$$

La unidad resultante es:

$$[I_{E,M}] = I_x \cdot h$$

Para un polinomio de cuarto grado:

$$\hat{E}_M(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4$$

la integración directa se obtiene mediante:

$$I_{E,M} = \left[a_0 t + \frac{a_1}{2} t^2 + \frac{a_2}{3} t^3 + \frac{a_3}{4} t^4 + \frac{a_4}{5} t^5\right]_{t_0}^{t_f}$$

Este resultado se emplea como referencia para comprobar los métodos numéricos.

Para el método del trapecio:

$$I_{E,M}^{(T)} = \left[E_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} E_i + E_0\right]$$

Para el método de Simpson $1/3$ compuesto:

$$I_{E,M}^{(S)} = \left[E_0 + E_n + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ i\ impar}}^{n-1} E_i + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i\ par}}^{n-2} E_i\right]$$

Donde h corresponde al paso temporal.

La integración permite transformar valores instantáneos de iluminancia en una magnitud acumulada durante toda la jornada. La integración directa del polinomio proporciona un valor de referencia, mientras que los métodos del trapecio y Simpson $1/3$ permiten verificar numéricamente la consistencia de la estimación.

La precisión depende de la discretización temporal y del cumplimiento de las condiciones propias de cada método. Simpson compuesto requiere un número par de subintervalos. Además, la iluminancia acumulada expresada en lx·h constituye una magnitud lumínica integrada y no representa directamente energía eléctrica.

f) Estimación de la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada

La iluminancia se relaciona con el flujo luminoso mediante:

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

por tanto:

$$\Phi = E \cdot A$$

Donde E es la iluminancia en lux, Φ es el flujo luminoso en lúmenes y A corresponde al área iluminada en metros cuadrados.

Para el espacio estudiado:

$$A = 18.40m\ x\ 11.60m = 213.44m^2$$

La iluminancia acumulada $I_{E,M}$ incorpora el tiempo y se expresa en lx·h. Al multiplicarla por el área física:

$$AI_{E,M}$$

se obtiene dimensionalmente:

$$m^2 \cdot lx \cdot h$$

$$m^2 \cdot \frac{lm}{m^2} \cdot h$$

$$m^2 \cdot lx \cdot h = lm \cdot h$$

Se adopta una eficacia luminosa típica de luminarias LED:

$$\eta LED = 150 \frac{lm}{W}$$

Al dividir el flujo luminoso acumulado por la eficacia:

$$\frac{lm \cdot h}{lm/W} = Wh$$

Por tanto, la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada se estima mediante:

$$E_{eq,M} = \frac{AI_{EM}}{\eta LED \cdot 1000}$$

donde el factor 1000 permite convertir Wh a kWh.

Esta expresión evita multiplicar nuevamente por el tiempo, debido a que las horas ya están incorporadas en $I_{E.M}$.

Se establece una equivalencia entre la iluminancia acumulada y la cantidad de energía que tendría que suministrar un sistema artificial para producir un flujo luminoso equivalente, bajo una eficacia luminosa definida, y la conversión se fundamenta en las relaciones entre iluminancia, flujo luminoso, área y eficacia luminosa, verificadas mediante análisis dimensional.

La energía obtenida no representa directamente el consumo eléctrico real evitado, el cálculo supone una eficacia luminosa constante y una relación idealizada entre el flujo luminoso incidente sobre el plano de trabajo y el producido por un sistema LED, y no incorpora pérdidas ópticas, factores de utilización, regulación real de luminarias ni comportamiento de los ocupantes, y se debe interpretarse como una estimación teórica comparativa.

g) Estimación del valor económico equivalente potencial

El valor económico equivalente potencial se calcula mediante:

$$C_{ahorro,M} = E_{el,eq,M} \cdot C_{kWh}$$

Y donde:

$$C_{kWh} = 0.09\ USD/kWh$$

Y representa el costo unitario de la energía eléctrica adoptado en el estudio.

La estimación económica permite expresar el indicador energético en términos monetarios y facilita la comparación práctica entre las alternativas arquitectónicas, y en el cálculo vincula directamente la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada con la tarifa unitaria adoptada.

El valor económico equivalente calculado constituye una estimación teórica que depende de la tarifa eléctrica utilizada y de la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada, y este resultado se emplea como indicador comparativo entre los modelos y no representa un beneficio económico real comprobado.

3.9.4 Supuestos del modelo

Para la aplicación e interpretación del modelo se establecen los siguientes supuestos:

Supuestos de simulación: Para cada escenario comparativo, las alternativas se evalúan bajo igual ubicación, orientación, fecha, hora, condición de cielo y parámetros de cálculo, los resultados de DIALux se consideran representativos de las condiciones configuradas y la malla de cálculo se asume suficientemente representativa de la distribución espacial de la iluminancia.

Supuestos matemáticos: Se supone que la variación espacial entre puntos puede aproximarse mediante interpolación y que la variación temporal entre horas consecutivas puede representarse mediante una función continua, y el ajuste polinomial se considera válido únicamente dentro del intervalo analizado, la integración numérica utiliza una discretización temporal uniforme y debe respetar las condiciones propias de cada método.

Supuestos energéticos: Se adopta una eficacia luminosa LED constante de $150 lm/W$, y la conversión energética supone una relación idealizada entre el flujo luminoso incidente sobre el plano y el flujo producido por un sistema de iluminación artificial, y se supone la existencia de un sistema de regulación capaz de disminuir el uso de iluminación artificial cuando existe disponibilidad de luz natural.

Restricciones de validez: En el modelo no incorpora variaciones climáticas diferentes de las configuradas, comportamiento real de los usuarios, degradación de luminarias, pérdidas ópticas detalladas ni mediciones experimentales del edificio construido, y en en

consecuencia y los resultados energéticos y económicos deben interpretarse como estimaciones teóricas comparativas, no como predicciones exactas del consumo real.

3.9.5 Criterios de evaluación y comparación

La comparación entre las alternativas arquitectónicas se realiza mediante una interpretación conjunta de los indicadores matemáticos obtenidos a partir del procesamiento de los datos de iluminancia, considerando su comportamiento estadístico, espacial, temporal y acumulativo, y este enfoque permite establecer diferencias cuantitativas entre las alternativas bajo las mismas condiciones de simulación.

La iluminancia media $\bar{E}$ se utiliza como medida de tendencia central para caracterizar el nivel general de iluminación y mientras que la desviación estándar y el índice de uniformidad permiten evaluar la dispersión y distribución espacial de los valores, y de manera complementaria, los porcentajes de cumplimiento, déficit y exceso permiten cuantificar la proporción de puntos de la malla que se encuentran dentro o fuera de los criterios lumínicos establecidos.

La comparación temporal se realiza mediante las funciones polinomiales $\hat{E}_M(t)$ obtenidas por mínimos cuadrados. La calidad de estas aproximaciones se verifica mediante el $RMSE$ y el coeficiente de determinación R^2. Estos indicadores se emplean exclusivamente para evaluar la precisión y capacidad de representación del modelo matemático temporal, por lo que no determinan por sí solos cuál alternativa arquitectónica presenta el mejor desempeño.

La iluminancia acumulada, $I_{E,M}$ permite incorporar la dimensión temporal en la comparación y cuantificar la disponibilidad lumínica durante el intervalo analizado. A partir de esta magnitud se estiman posteriormente la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada y su valor económico equivalente potencial.

Por tanto, la evaluación global no se fundamenta en un único indicador, sino en el análisis conjunto de las variables matemáticas obtenidas. Una mayor iluminancia media $\bar{E}$ o una mayor iluminancia acumulada representa una mayor disponibilidad de luz natural; sin embargo, estos resultados deben analizarse juntamente con la dispersión s, uniformidad U_0 y presencia de valores deficientes o excesivos P_{cumpl}, debido a que un incremento de la iluminancia no implica necesariamente una distribución espacial más favorable.

En consecuencia, el criterio de comparación del modelo puede resumirse mediante:

$$\bar{E}, s, U_0, P_{cumpl}, RMSE, R^2, I_E, E_{eq}$$

Donde cada indicador describe una dimensión específica del problema. De esta manera, la selección e interpretación de la alternativa con mejor desempeño se sustenta en una evaluación matemática multidimensional, y no únicamente en la comparación directa de valores de iluminancia.

Tabla 5 *Criterios de evaluación y comparación*

Dimensión de análisis	**Indicador**	**Expresión / símbolo**	**Criterio de interpretación**
Estadística	Iluminancia media	$\bar{E}$	Representa el nivel promedio de iluminancia. Un valor mayor indica mayor disponibilidad media de luz natural.
Estadística	Desviación estándar	s	Cuantifica la dispersión de los valores respecto de la media y Un valor elevado indica mayor variabilidad espacial.
Espacial	Uniformidad	U_0	Evalúa la relación entre la iluminancia mínima y la media y valores mayores indican una distribución más uniforme.
Espacial	Porcentaje de cumplimiento	P_{cumpl}	Representa la proporción de puntos de la malla que cumplen u el nivel lumínico de referencia, y un mayor porcentaje indica mayor cumplimiento.
Espacial	Déficit de iluminancia	$P_{\text{déficit}}$	Cuantifica la proporción de puntos situados por debajo del nivel de referencia y el valores menores son favorables.
Espacial	Exceso de iluminancia	P_{exceso}	Cuantifica la proporción de puntos con niveles superiores al criterio establecido. Valores elevados pueden evidenciar sobre iluminación.
Temporal	Función polinomial ajustada	$\hat{E}_M(t)$	Representa matemáticamente la evolución temporal de la iluminancia media durante el intervalo analizado.

Dimensión de análisis	Indicador	Expresión / símbolo	Criterio de interpretación
La calidad del ajuste	RMSE	$RMSE$	Mide la magnitud del error entre los datos simulados y el ajuste polinomial, y un valor menor indica mayor precisión.
La calidad del ajuste	Coeficiente de determinación	R^2	Y evalúa la capacidad del polinomio para representar la variabilidad de los datos, y valores próximos a 1 indican mejor ajuste.
Acumulativa	Iluminancia acumulada	$I_{E,M}$	Cuantifica la disponibilidad de iluminancia acumulada durante el intervalo temporal y expresada en lx·h.
Energética	Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada	$E_{eq,M}$	Representa el potencial energético equivalente asociado al aprovechamiento de la iluminación natural, y un valor mayor indica mayor potencial teórico.
Económica	Valor económico equivalente potencial	$C_{ahorro,M}$	Expresa monetariamente la energía eléctrica equivalente estimada bajo la tarifa adoptada y permite comparar los modelos.

Fuente: *Elaboración propia*

Los indicadores se interpretan de manera conjunta y no de forma aislada. Una mayor iluminancia media o una mayor iluminancia acumulada representa una mayor disponibilidad de luz natural; sin embargo, estos resultados deben analizarse conjuntamente con la dispersión, la uniformidad, el déficit y el exceso de iluminancia. Asimismo, el RMSE y el R^2 se utilizan exclusivamente para evaluar la calidad del ajuste polinomial y no determinan por sí solos cuál alternativa arquitectónica presenta el mejor desempeño global.

3.9.6 Relación con la hipótesis de comparación determinista.

El modelo matemático permitirá contrastar la hipótesis mediante la comparación de las dos alternativas bajo condiciones equivalentes de simulación.

La hipótesis H_1 alternativa será respaldada si se verifican conjuntamente las relaciones:

$$\bar{E}_2 > \bar{E}_1$$

$$I_{E,2} > I_{E,1}$$

$$E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

Estas desigualdades representan, respectivamente, una mayor iluminancia media, una mayor iluminancia acumulada y una mayor energía eléctrica equivalente potencialmente evitada para la alternativa 2.

La interpretación final también considerará la uniformidad, dispersión y presencia de valores excesivos, debido a que una mayor captación de iluminación natural no implica necesariamente una mejor distribución espacial.

Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados

El presente capítulo del estudio dado se desarrolla el análisis y la discusión de los resultados obtenidos en la evaluación de la iluminancia natural de la Biblioteca Patio, y la información proviene de las simulaciones realizadas para dos condiciones de estudio con el Modelo 1, correspondiente al estado inicial del espacio. Y con el Modelo 2 que ya incorpora criterios de diseño pasivo y orientados a mejorar la captación, distribución y aprovechamiento de la luz natural.

El análisis se efectuó a partir de cuatro fechas solares representativas son el 21 de marzo, 21 de junio, 23 de septiembre y 21 de diciembre en estas fechas corresponden a equinoccios y solsticios, por lo que permiten examinar el comportamiento lumínico del espacio bajo condiciones estacionales diferenciadas y valorar la respuesta de cada modelo frente a la variación anual de la trayectoria solar.

La presentación de resultados se organiza en correspondencia con los objetivos específicos de la investigación, en el primer lugar, se examinan los estadísticos descriptivos de iluminancia y posteriormente, se interpreta la distribución espacial mediante isolíneas; luego, se evalúa el ajuste polinomial de la variación diaria y luego se estima el aporte lumínico acumulado mediante integración numérica, así como su relación con la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada y su valor económico equivalente potencial.

4.1 Análisis estadístico de la iluminancia natural en las dos alternativas

El análisis estadístico permitió identificar los patrones de variación lumínica de la Biblioteca Patio a partir de los valores de iluminancia expresados en lux. Para cada fecha se analizaron medidas descriptivas como media, mediana, valores mínimos y máximos, desviación estándar y rango. Estos indicadores permitieron comparar la cantidad de luz natural disponible y la estabilidad de su distribución espacial.

4.1.1 Descripción general de los datos simulados

Los datos utilizados proceden de matrices de iluminancia calculadas sobre una malla de puntos ubicada en el plano de trabajo. Para cada hora de análisis se obtuvo una matriz de valores, a partir de la cual se calcularon los estadísticos descriptivos. El Modelo 1

presentó niveles medios moderados y, en términos generales, inferiores al valor referencial de 500 lux para espacios de lectura. El Modelo 2 evidenció un incremento de medias superiores y acompañadas de mayor dispersión.

Como se muestra en la Tabla 6, el Modelo 2 se presentó una iluminancia media superior a la del Modelo 1 en las cuatro fechas solares evaluadas y con incrementos entre el 121,80 % y el 121,98 %. En los dos modelos el mayor valor medio se registró el 21 de marzo y el menor el 21 de diciembre, con estos resultados muestran que, bajo las condiciones simuladas, el Modelo 2 mantuvo una mayor disponibilidad de iluminación natural en todas las fechas analizadas.

Tabla 6 *Comparación de medias diarias entre el Modelo 1 y el Modelo 2*

Fecha	Media M1 (lux)	Media M2 (lux)	Diferencia (lux)	Incremento aproximado	Mayor iluminancia media
21 de marzo	340.40	755.00	+414.60	121.80 %	Modelo 2
21 de junio	311.70	691.90	+380.20	121.98 %	Modelo 2
23 de septiembre	332.89	738.40	+405.51	121.81 %	Modelo 2
21 de diciembre	307.70	682.70	+375.00	121.87 %	Modelo 2

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

4.1.2 Medianas diarias y comportamiento central

La mediana permitió evaluar el comportamiento central de los datos sin que los valores extremos influyeran de forma directa como se muestra en la tabla 7. Este indicador fue relevante para verificar si la mejora del Modelo 2 se presentó de manera general dentro de la malla de análisis o si respondió únicamente a valores máximos aislados.

Tabla 7 *Comparación de medianas diarias*

Fecha	Mediana M1 (lux)	Mediana M2 (lux)	Interpretación
21 de marzo	230.0	462.0	El Modelo 2 presenta una mediana superior
21 de junio	211.5	421.5	El Modelo 2 presenta una mediana superior
23 de septiembre	230.0	445.0	El Modelo 2 presenta una mediana superior
21 de diciembre	210.5	415.0	El Modelo 2 presenta una mediana superior

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

4.1.3 Valores mínimos y máximos, dispersión y uniformidad

Los valores mínimos y máximos permitieron reconocer las zonas de menor y mayor captación lumínica, con la desviación estándar permitió evaluar la dispersión de los valores de iluminancia, mientras que la uniformidad se determinó mediante la relación entre la iluminancia mínima y la iluminancia media. Un modelo con alta media puede ser favorable en disponibilidad de luz, pero si presenta una desviación estándar elevada también puede generar contrastes, sobre iluminación o deslumbramiento.

Tabla 8 *Comparación de mínimos y máximos*

Fecha	Mín. M1	Máx. M1	Mín. M2	Máx. M2	Lectura técnica
21 de marzo	17	1,365	27	3,376	El Modelo 2 aumenta la captación, pero eleva los extremos.
21 de junio	6	1,250	20	3,145	Mejora los mínimos y aumenta notablemente los máximos.
23 de septiembre	6	1,370	9	3,387	Se registra el valor máximo más alto del periodo evaluado.
21 de diciembre	10	1,254	15	3,101	Mejora la captación, aunque con menor máximo que en equinoccio.

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

Tabla 9 *Comparación de desviación estándar*

Fecha	Desviación estándar M1 (lux)	Desviación estándar M2 (lux)	Modelo con menor dispersión
21 de marzo	275.36	746.41	Modelo 1
21 de junio	254.88	690.14	Modelo 1
23 de septiembre	279.89	753.67	Modelo 1
21 de diciembre	254.43	687.36	Modelo 1

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

El Modelo 1 presentó menores desviaciones estándar en las cuatro fechas, lo que indica una menor dispersión de los valores de iluminancia, y en cambio el Modelo 2 registró mayor variabilidad espacial, asociada con diferencias más marcadas entre las zonas analizadas.

Tabla 10 *Uniformidad general promedio de la iluminancia natural*

Fecha	Modelo 1	Modelo 2	Mayor uniformidad
23 de septiembre	0.3614	0.2511	Modelo 1
21 de marzo	0.3628	0.2540	Modelo 1
21 de junio	0.3438	0.2535	Modelo 1
21 de diciembre	0.3638	0.2545	Modelo 1

Fuente: *elaboración propia con base en los estadísticos horarios de las simulaciones incluidas en los anexos.*

En la Tabla 10 el Modelo 1 presentó mayor uniformidad en las cuatro fechas, con valores entre 0,3438 y 0,3638, frente a 0,2511 y 0,2545 del Modelo 2. Aunque este último alcanzó mayores niveles de iluminancia, su distribución fue menos homogénea, en la disponibilidad de luz y la dispersión y la uniformidad deben evaluarse conjuntamente, para contribuir a la valoración del confort lumínico.

4.1.4 Comportamiento horario de la iluminancia

En la Tabla 11 muestra que la máxima iluminancia media horaria se registró a las 12:00 en ambos modelos y en las cuatro fechas, los datos presentan un incremento en la mañana y una disminución durante la tarde.

Tabla 11 *Hora de mayor iluminancia media por fecha*

Fecha	Hora pico M1	Mayor media M1 (lux)	Hora pico M2	Mayor media M2 (lux)
21 de marzo	12h00	477.91	12h00	1,060.33
21 de junio	12h00	440.91	12h00	977.48
23 de septiembre	12h00	479.59	12h00	1,063.21
21 de diciembre	12h00	438.57	12h00	973.94

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

El mayor pico horario correspondió al 23 de septiembre con 479,59 lux en el Modelo 1 y 1.063,21 lux en el Modelo 2.

4.1.5 Evaluación conjunta de los indicadores objetivos asociados al confort lumínico

La iluminancia media, la desviación estándar, la uniformidad y la distribución espacial se analizaron conjuntamente para valorar el confort lumínico de cada alternativa, como se resume en la Tabla 12.

Tabla 12 *Evaluación conjunta de los indicadores asociados al confort lumínico*

Indicador	Modelo 1	Modelo 2	Interpretación
Iluminancia media	Entre 307.70 y 340.40 lx	Entre 682.70 y 755.00 lx	El Modelo 2 presentó mayor disponibilidad de luz natural
Desviación estándar	Entre 254.43 y 279.89 lx	Entre 687.36 y 753.67 lx	El Modelo 1 mostró menor dispersión absoluta
Uniformidad general	Entre 0.3438 y 0.3638	Entre 0.2511 y 0.2545	El Modelo 1 presentó una distribución más homogénea
Distribución espacial	Menores niveles generales	Mayor captación, pero con valores elevados cerca de las aberturas	El Modelo 2 requiere control solar y regulación

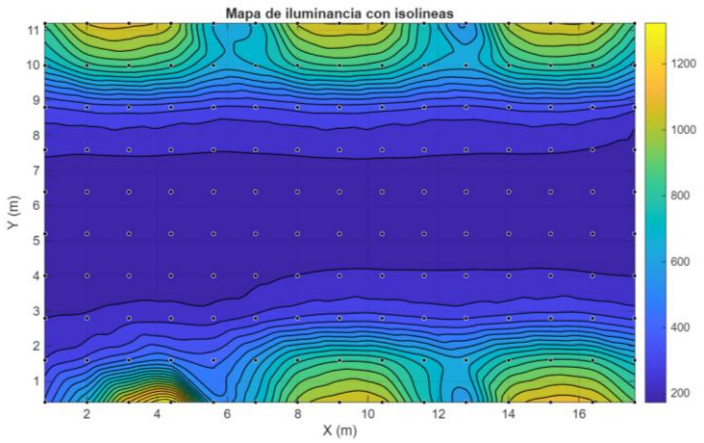
Fuente: elaboración propia con base en los resultados de las simulaciones de iluminancia.

De acuerdo con los indicadores evaluados, el Modelo 2 presenta una aproximación teórica más favorable al confort lumínico, debido a que sus valores medios de iluminancia se aproximan en mayor medida a los niveles establecidos para las actividades de lectura, y aunque se registró una menor uniformidad y mayor dispersión espacial, estas condiciones pueden mejorarse mediante mecanismos complementarios de control solar y regulación, por tanto, bajo los escenarios simulados, el Modelo 2 se considera la alternativa con mayor potencial para proporcionar condiciones objetivas favorables de confort lumínico.

4.2 Representación espacial mediante isolíneas de la iluminancia

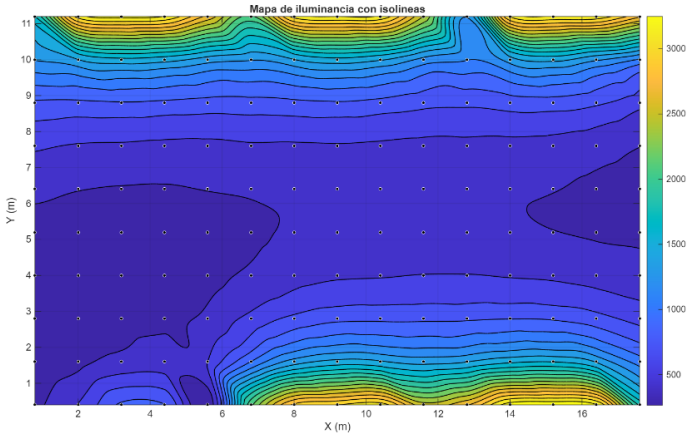
Las isolíneas complementaron el análisis estadístico al mostrar la distribución espacial de la iluminancia, en las Figuras 14 y 15, correspondientes al 23 de septiembre, muestran mayores valores cerca de los bordes superior e inferior y menores en la franja central de ambos modelos, con niveles más elevados en las zonas de mayor captación del Modelo 2.

Figura 14 *Isolíneas del Modelo 1, 23 de septiembre*



Fuente: *elaboración propia en Matlab*

Figura 15 *Isolíneas del Modelo 2, 23 de septiembre*



Fuente: *elaboración propia en Matlab*

4.2.1 Criterio de interpretación espacial

Para el análisis espacial se seleccionaron las 9h00, 12h00, 16h00 y 18h00, que representan el inicio, la máxima captación, el descenso y el final de la jornada. Se adoptaron 500 lux como referencia para la lectura y valores superiores a 1.000 lux como posibles zonas de sobre iluminación que requieren evaluación adicional.

Tabla 13 *Los criterios de interpretación espacial*

Criterio	Valor de referencia	Interpretación en el estudio
El déficit lumínico	Menor a 500 lux	Se puede requerir apoyo de iluminación artificial para actividades de lectura.
El cumplimiento promedio	Igual o mayor a 500 luxes	Valor de referencia para el aprovechamiento de luz natural.
Posible sobre iluminación	Mayor a 1,000 lux	Se puede generar contrastes o deslumbramiento y si se concentra en zonas puntuales.

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

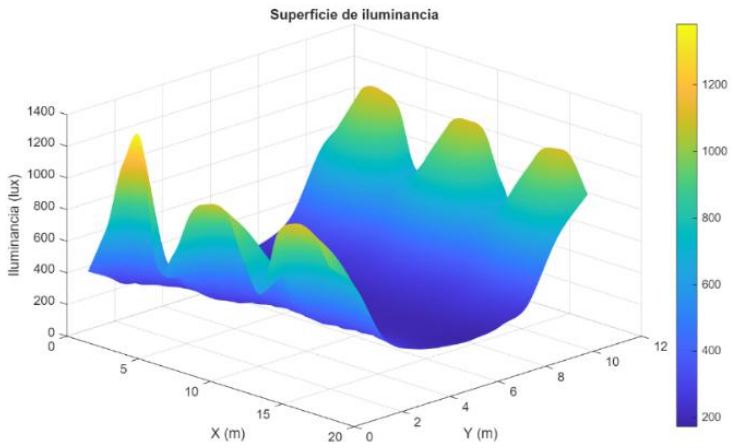
En la Tabla 13 establece los criterios de interpretación espacial: valores inferiores a 500 lux indican déficit lumínico; desde 500 lux se alcanza el nivel de referencia para lectura, y valores superiores a 1.000 lux señalan posibles zonas de sobre iluminación que requieren evaluación adicional.

4.2.2 Isolíneas del Modelo 1

El Modelo 1 concentra los valores elevados cerca de las entradas de luz, mientras que los sectores interiores presentan menor iluminancia, en la Figura 16 complementa las isolíneas mediante la representación de la superficie lumínica.

A las 18h00 el Modelo 1 presentó una condición crítica y con valores mínimos muy bajos y una reducción marcada de la iluminancia, y en esta situación confirma que, en la condición inicial y en la Biblioteca Patio tendría una mayor dependencia de iluminación artificial durante la tarde y en zonas alejadas de las fuentes de luz natural.

Figura 16 *Superficie de iluminancia del Modelo 1*

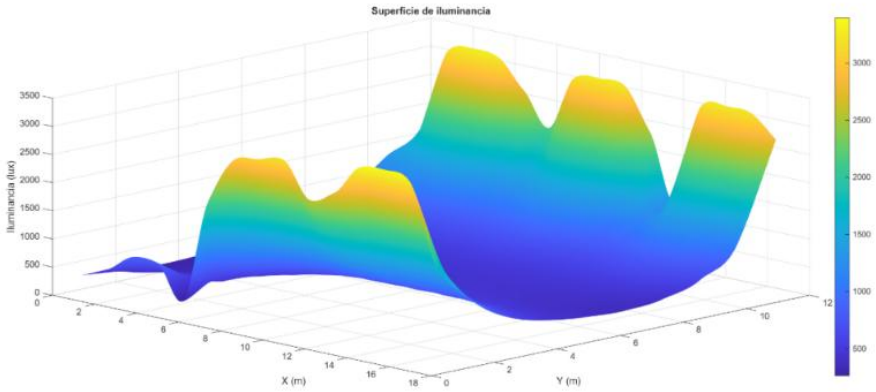


Fuente: *elaboración propia*

4.2.3 Isolíneas del Modelo 2

El Modelo 2 presenta niveles más elevados cerca de las aberturas y máximos superiores a 3.000 lux en las cuatro fechas, en la Figura 17 muestra su distribución mediante curvas de igual iluminancia.

Figura 17 *Curvas de igual iluminancia del Modelo 2*



Fuente: *elaboración propia*

4.2.4 Comparación espacial entre modelos

Tabla 14 *Comparación espacial general*

Criterio	Modelo 1	Modelo 2	Interpretación
Iluminancia media	307.70 a 340.40 lux	682.70 a 755.00 lux	En el Modelo 2 incrementa la disponibilidad de luz natural.
Valores mínimos	6.00 a 17.00 lux	9.00 a 27.00 lux	Ambos modelos conservan zonas de baja iluminancia.
Valores máximos	1,250 a 1,370 lux	3,101 a 3,387 lux	El Modelo 2 presento máximos más elevados
Desviación estándar	254.43 a 279.89 lux	687.36 a 753.67 lux	El Modelo 1 presento menor dispersión absoluta

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

El Modelo 2 presenta mayor captación de luz natural, pero conserva zonas de baja iluminancia y una distribución más heterogénea, como esta en la Tabla 14. La evaluación del diseño debe equilibrar la disponibilidad y distribución de la luz, considerando el confort visual y el potencial de aprovechamiento energético.

4.3 Ajuste polinomial de la iluminancia diaria

El comportamiento temporal de la iluminancia media se aproximó mediante ajustes polinomiales por mínimos cuadrados para las cuatro fechas evaluadas y las dos alternativas arquitectónicas. La Tabla 15 presenta las ocho ecuaciones de cuarto grado obtenidas, que permiten representar la variación horaria de la iluminancia y sirven de base para su posterior integración.

Tabla 15 *Polinomios ajustados a la iluminancia media horaria de las dos alternativas arquitectónicas*

Fecha	Modelo	Polinomio ajustado $\hat{E}(t)$
21 de marzo	Modelo 1	$\hat{E}(t) = -40.880073125 - 229.284614390t^1 + 60.195104781t^2 - 4.128508153t^3 + 0.083729604t^4$
21 de marzo	Modelo 2	$\hat{E}(t) = -146.250461150 - 489.136798643t^1 + 131.054154777t^2 - 9.023403252t^3 + 0.183076923t^4$
21 de junio	Modelo 1	$\hat{E}(t) = -107.393289728 - 182.277804034t^1 + 51.940122270t^2 - 3.638628588t^3 + 0.074446387t^4$
21 de junio	Modelo 2	$\hat{E}(t) = -806.204062304 - 221.600392346t^1 + 93.633091265t^2 - 6.963649950t^3 + 0.144309440t^4$
23 de septiembre	Modelo 1	$\hat{E}(t) = -180.537888202 - 172.069622037t^1 + 53.782003077t^2 - 3.868742224t^3 + 0.080319056t^4$
23 de septiembre	Modelo 2	$\hat{E}(t) = -493.752629709 - 353.365759176t^1 + 116.208126195t^2 - 8.437029901t^3 + 0.175702214t^4$
21 de diciembre	Modelo 1	$\hat{E}(t) = -79.346279578 - 188.952184269t^1 + 52.741971034t^2 - 3.692054190t^3 + 0.075735723t^4$
21 de diciembre	Modelo 2	$\hat{E}(t) = -122.332577173 - 435.127886243t^1 + 118.761236630t^2 - 8.275302046t^3 + 0.169523601t^4$

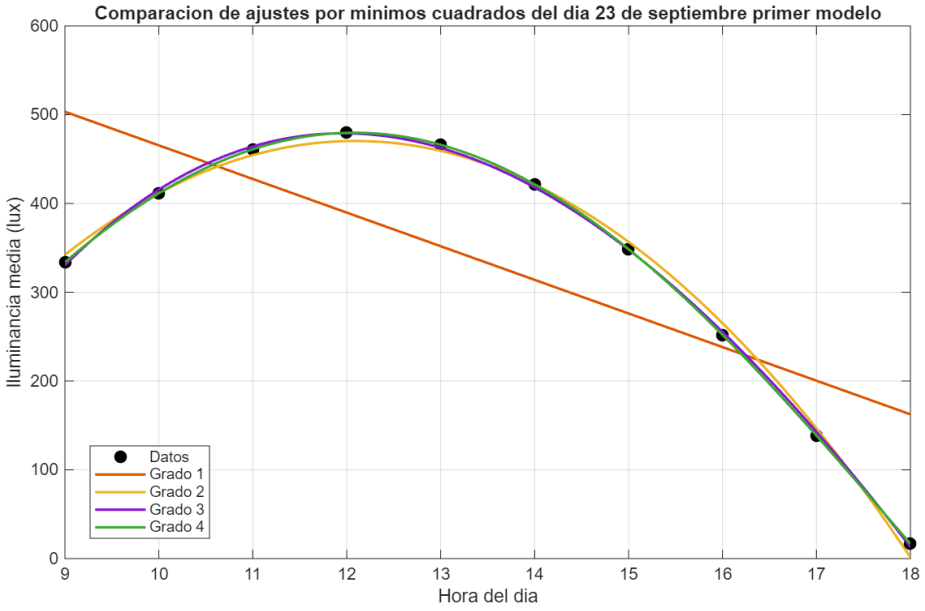
Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

$\hat{E}(t)$ representa la iluminancia media estimada, expresada en lux, y t corresponde a la hora del día, en el intervalo de 9:00 a 18:00, los coeficientes se presentan en orden ascendente

de potencia, y las ecuaciones se obtuvieron mediante mínimos cuadrados a partir de los datos simulados en DIALux.

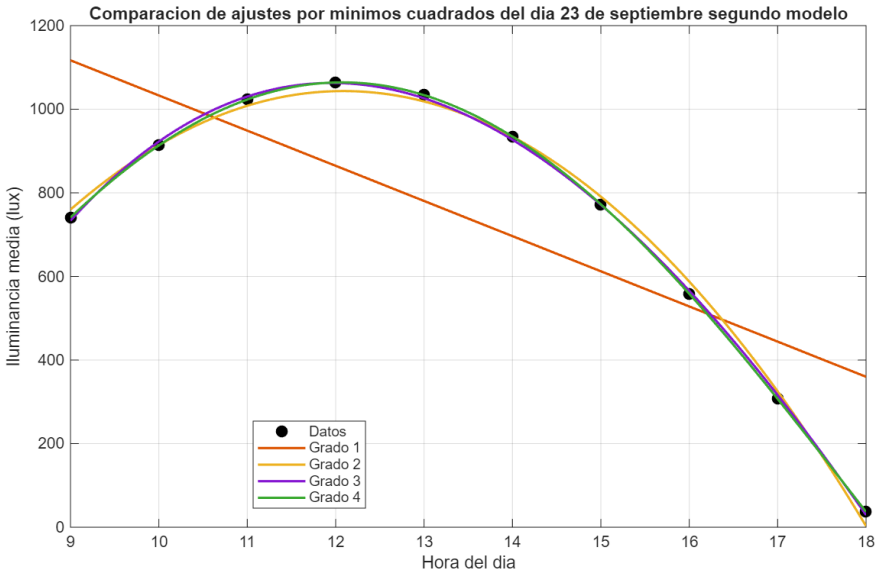
Para mostrar las comparaciones de los ajustes de los grados uno a cuatro se tomó el día 23 de septiembre del modelo 1 y 2 como se muestra en las Figuras 18 y 19, los puntos corresponden a las medias horarias simuladas y las líneas a las funciones obtenidas por mínimos cuadrados.

Figura 18 *Comparación de ajustes polinomiales del Modelo 1, 23 de septiembre.*



Fuente: *Elaboración propia en MATLAB a partir de los datos simulados en DIALux.*

Figura 19 *Comparación de ajustes polinomiales del Modelo 2, 23 de septiembre.*



Fuente: *Elaboración propia en MATLAB a partir de los datos simulados en DIALux.*

En ambos modelos, la iluminancia media aumentó durante la mañana, alcanzó su máximo a las 12:00 y disminuyó hasta las 18:00, el ajuste lineal no reprodujo esta tendencia, mientras que los grados dos a cuatro sí la representaron. El cuarto grado obtuvo el menor RMSE de 0,1834 lux para el Modelo 1 y 0,4378 lux para el Modelo 2, lo que respalda su selección para la fecha y el intervalo estudiados.

El polinomio de cuarto grado se seleccionó por su precisión y capacidad para representar el incremento matutino de la iluminancia, el máximo cercano al mediodía y el descenso posterior, la evaluación consideró el RMSE, el R^2 y la forma de la curva dentro del intervalo estudiado, como muestra en la Tabla 16, las ocho combinaciones de fecha y modelo presentaron valores de R^2 superiores a 0,99995 y RMSE entre 0,1281 y 1,8274 lux, lo que evidencia una elevada correspondencia con los datos simulados utilizados en el ajuste.

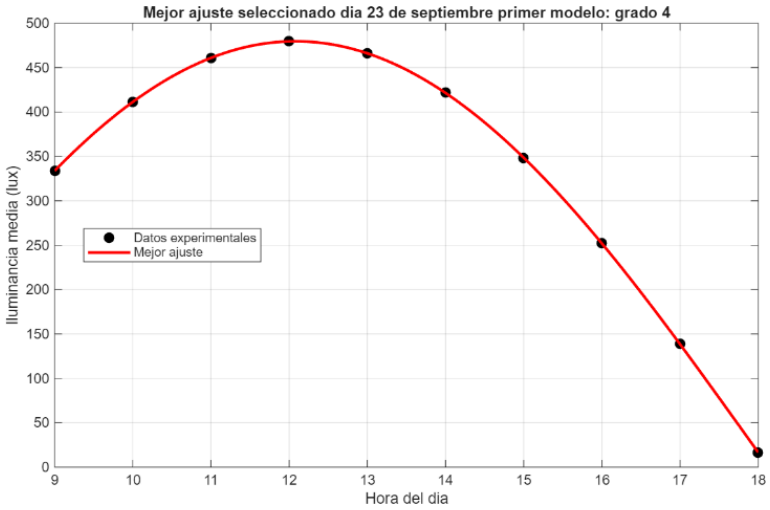
Tabla 16 *Comparación del ajuste polinomial de cuarto grado*

Fecha	RMSE M1	R^2 M1	RMSE M2	R^2 M2	Lectura
21 de marzo	0.2671	0.999996081	0.3926	0.999998277	Ambos modelos presentan ajuste excelente.
21 de junio	0.1281	0.999998990	1.8274	0.999957888	El Modelo 1 registra menor error, aunque ambos ajustes son representativos.
23 de septiembre	0.1834	0.999998430	0.4378	0.999998184	El ajuste reproduce adecuadamente el comportamiento de equinoccio.
21 de diciembre	0.2381	0.999996635	0.4573	0.999997478	Ambos modelos muestran alta correspondencia.

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

El Modelo 1 presentó menor RMSE en las cuatro fechas, esta diferencia describe el error absoluto del ajuste y no una mayor disponibilidad de luz, en las Figuras 20 y 21 muestran las curvas de cuarto grado obtenidas para cada alternativa.

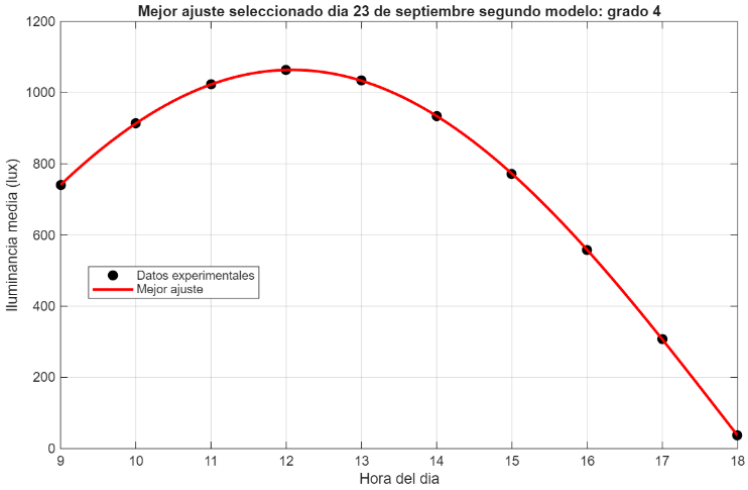
Figura 20 *Ajuste polinomial de cuarto grado del Modelo 1*



Fuente: *elaboración propia*

En el Modelo 2 se observaron niveles de iluminancia considerablemente mayores, lo que generó curvas de mayor amplitud y, en algunas fechas, errores absolutos ligeramente superiores. A pesar de ello, los elevados valores se evidencian que el polinomio de cuarto grado también representa con alta precisión su comportamiento temporal.

Figura 21 *Ajuste polinomial de cuarto grado del Modelo 2*



Fuente: *elaboración propia*

Las funciones se utilizan únicamente en el intervalo de 9:00 a 18:00, cubierto por diez datos horarios. Su integración permite estimar la iluminancia acumulada, no se extrapola su comportamiento fuera de ese intervalo.

4.4 Estimación de la iluminancia acumulada mediante integración numérica

La integración numérica permitió estimar el área bajo la curva de iluminancia, interpretada como el aporte acumulado de luz natural durante el intervalo horario analizado y para este cálculo se aplicaron tres procedimientos como la integración directa del polinomio, método del trapecio compuesto y método de Simpson 1/3 compuesto.

4.4.1 Área bajo la curva

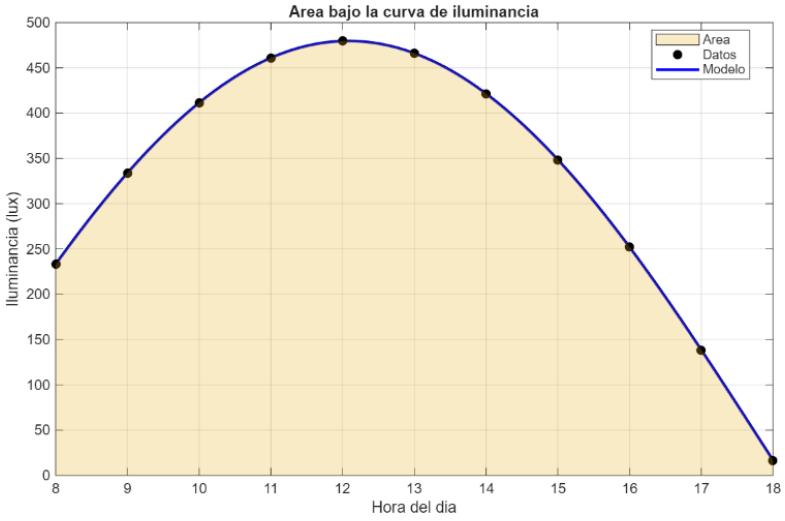
Tabla 17 *Área bajo la curva del Modelo 1*

Fecha	Integración directa (lux·h)	Trapecio compuesto (lux·h)	Simpson 1/3 (lux·h)
23 de septiembre	3,171.43	3,167.00	3,171.44
21 de marzo	3,242.82	3,238.29	3,242.82
21 de junio	2,968.05	2,963.93	2,968.06
21 de diciembre	2,931.04	2,926.95	2,931.05

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos.*

En el Modelo 1, la iluminancia acumulada fue mayor el 21 de marzo y menor el 21 de diciembre. El método Simpson 1/3 coincidió prácticamente con la integración directa, mientras que el trapecio compuesto obtuvo valores ligeramente inferiores.

Figura 22 *Área bajo la curva del modelo 1*



Fuente: *elaboración propia*

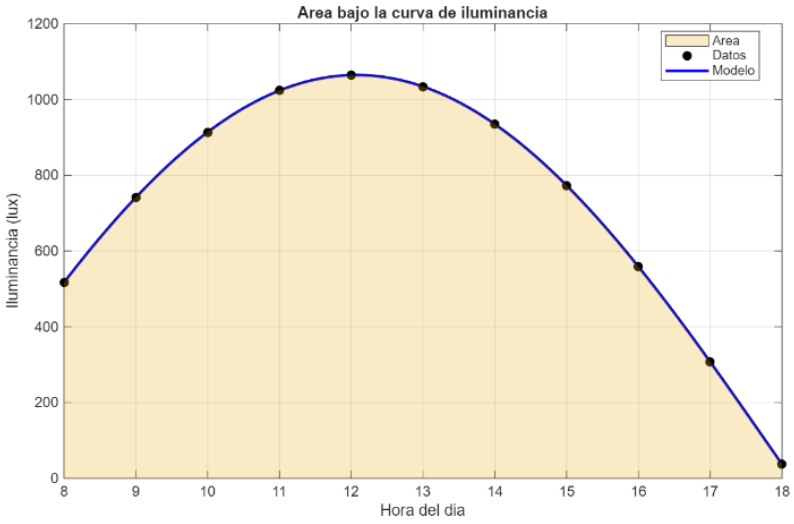
Tabla 18 *Área bajo la curva del Modelo 2*

Fecha	Integración directa (lux·h)	Trapecio compuesto (lux·h)	Simpson 1/3 (lux·h)
23 de septiembre	7,034.98	7,025.14	7,035.00
21 de marzo	7,192.34	7,182.29	7,192.36
21 de junio	6,589.94	6,580.65	6,589.95
21 de diciembre	6,503.60	6,494.54	6,503.62

Fuente: *elaboración propia con base en las simulaciones de iluminancia de los anexos*

En el Modelo 2, la mayor iluminancia acumulada se registró el 21 de marzo y la menor el 21 de diciembre, el método Simpson 1/3 presentó mayor concordancia con la integración directa que el trapecio compuesto.

Figura 23 *Area bajo la curva del modelo 2*



Fuente: *elaboración propia*

En las cuatro fechas y en ambos modelos, los resultados de Simpson 1/3 compuesto fueron muy próximos a los de la integración analítica, mientras que el trapecio compuesto produjo valores ligeramente menores. Por esta mayor precisión, se utilizaron los valores de iluminancia acumulada obtenidos con Simpson para realizar la conversión energética del apartado 4.5.

4.5 Estimación del potencial energético y económico

La conversión utiliza la iluminancia acumulada calculada mediante Simpson 1/3 y los supuestos de área y eficacia luminosa establecidos en la metodología, los resultados se interpretan como equivalentes teóricos comparativos.

4.5.1 Conversión de la iluminancia acumulada en energía eléctrica equivalente

La energía eléctrica equivalente potencialmente evitada se expresa en kWh y se calcula mediante la siguiente relación:

$$E_{\mathrm{eq,M}} = \frac{A \cdot I_E}{\eta_{\mathrm{LED}} \cdot 1000}$$

Donde $E_{eq,M}$ representa la energía eléctrica del modelo M, $A = 213.44\ \mathrm{m}^2$ es el área analizada, I_E corresponde al área bajo la curva obtenida mediante Simpson $1/3$, y $\eta_{\mathrm{LED}} = 150\ \mathrm{lm/W}$ es la eficiencia luminosa adoptada.

4.5.2 Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada

La energía eléctrica equivalente potencialmente evitada se estimó a partir de la iluminancia acumulada del área de la biblioteca y la eficacia luminosa del sistema LED. En la Tabla 19 presenta los resultados de las cuatro fechas, entre las 9:00 de la mañana y las 18:00 de la tardé, los resultados representan un potencial teórico de referencia de una reducción medida del consumo eléctrico.

Tabla 19 *Energía eléctrica equivalente potencialmente evitada mediante Simpson 1/3*

Fecha	**Modelo 1** (kWh)	**Modelo 2** (kWh)	**Diferencia** (kWh)	**Incremento**
23 de septiembre	4.5127	10.0103	5.4976	121.82 %
21 de marzo	4.6143	10.2342	5.6199	121.79 %
21 de junio	4.2233	9.3771	5.1537	122.03 %
21 de diciembre	4.1707	9.2542	5.0835	121.89 %

Fuente: *elaboración propia.*

El Modelo 2 superó al Modelo 1 en las cuatro fechas, con diferencias diarias entre 5,0835 y 5,6199 kWh, y el mayor valor correspondió al 21 de marzo y el menor al 21 de diciembre en relación con la iluminancia acumulada.

4.5.3 Estimación económica potencial

El valor económico equivalente se calculó aplicando una tarifa de 0,09 USD/kWh a la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada y los resultados se muestra en la Tabla 20, permiten comparar ambas alternativas bajo un mismo supuesto económico y constituyen estimaciones teóricas.

Tabla 20 Valor económico equivalente potencial diario

Fecha	**Modelo 1** (USD)	**Modelo 2** (USD)	**Diferencia** (USD)	**Incremento**
23 de septiembre	0.4061	0.9009	0.4948	121.82 %
21 de marzo	0.4153	0.9211	0.5058	121.79 %
21 de junio	0.3801	0.8439	0.4638	122.03 %
21 de diciembre	0.3754	0.8329	0.4575	121.89 %

Fuente: *elaboración propia.*

El mayor equivalente diario correspondió al 21 de marzo con 0,9211 USD para el Modelo 2 y 0,4153 USD para el Modelo 1. El menor se registró en el 21 de diciembre de 0,8329 y 0,3754 USD, respectivamente, estos valores dependen de los supuestos de conversión y no representan un ahorro facturado.

4.5.4 Extrapolación anual teórica de referencia

La extrapolación anual se calculó multiplicando por 365 el promedio de las cuatro fechas, se trata de una referencia aritmética, sin ponderación estacional ni simulación de todos los días del año.

El promedio diario se calculó mediante:

$$\bar{E}_{e,M} = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} E_{e,M,j}$$

Y luego se va a realizar la extrapolación anual teórica de referencia que multiplica el promedio diario por los 365 días del año:

$$E_{e,M}^{\text{anual}} = \bar{E}_{e,M} \cdot 365$$

Tabla 21 *Extrapolación anual teórica de referencia de la energía eléctrica*

Indicador	Alternativa 1	Alternativa 2	Diferencia
Promedio diario (kWh/día)	4.3803	9.7190	5.3387
Energía eléctrica equivalente anual teórica de referencia (kWh/año)	1,598.80	3,547.42	1,948.62
Incremento respecto a la alternativa 1	—	121.88 %	—

Fuente: *elaboración propia.*

La extrapolación del promedio diario de las cuatro fechas a 365 días dio como resultado 1.598,80 kWh/año para el Modelo 1 y 3.547,42 kWh/año para el Modelo 2, como muestra la Tabla 21. La diferencia de 1.948,62 kWh/año equivale a 175,38 USD/año con la tarifa de 0,09 USD/kWh. Estos valores son referencias teóricas comparativas y no representan una reducción anual comprobada del consumo eléctrico.

4.6 Discusión y limitaciones

La mayor disponibilidad de iluminación natural del Modelo 2 se relaciona con el tema abordado por Aghajari y Chen (2025), que este modelo presentó menor uniformidad y

mayor dispersión, como se muestran en las Tablas 6 y 10 y en las Figuras 14 y 15. Por ello el aumento de iluminancia no demuestra por sí solo una mejora integral del confort visual, se debe comparar con los otros indicadores estadísticos.

En relación con el enfoque de simulación descrito por Zeng y Ou (2025), el estudio complementó los resultados de DIALux que se obtuvo los datos discretos con análisis estadístico, representación espacial y ajuste polinomial, en la integración analítica proporcionó una referencia para evaluar las aproximaciones del trapecio y de Simpson 1/3, y la aplicación conjunta de estas herramientas permitió comparar las alternativas mediante indicadores cuantitativos.

El estudio se limita a dos alternativas de un proyecto en fase de diseño, evaluadas bajo condiciones equivalentes de simulación y sin mediciones experimentales, las estimaciones energéticas y las económicas son referencias teóricas, pues no incorporan la operación real de las luminarias y ni los controles ni la ocupación de los usuarios. También las cuatro fechas representativas que se analizaron no describen toda la variabilidad anual, por lo que estos resultados son una estimación teórica.

4.7 Contrastación de la hipótesis de comparación determinista

La hipótesis de comparación determinista plantea que, bajo condiciones equivalentes de simulación, la alternativa 2 presenta una mayor iluminancia media, una mayor iluminancia acumulada y una mayor energía eléctrica equivalente potencialmente evitada respecto de la alternativa 1. En términos matemáticos, la hipótesis alternativa se expresa mediante:

$$H_1: \bar{E}_2 > \bar{E}_1, \qquad I_{E,2} > I_{E,1}, \qquad E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

La contrastación se realiza mediante una comparación determinística de los indicadores obtenidos para las dos alternativas en las cuatro fechas solares representativas. No se aplica una prueba inferencial de significancia estadística, debido a que los resultados corresponden a escenarios computacionales definidos y no a una muestra aleatoria experimental.

Tabla 22 *Contrastación matemática de la hipótesis*

Fecha	$\bar{E}_1(lx)$	$\bar{E}_2(lx)$	$I_{E,1}(lx \cdot h)$	$I_{E,2}(lx \cdot h)$	$E_{eq,1}(kWh)$	$E_{eq,2}(kWh)$	Resultado
21 de marzo	340.40	755.00	3,242.82	7,192.36	4.6143	10.2342	Cumple H_1
21 de junio	311.70	691.90	2,968.06	6,589.95	4.2233	9.3771	Cumple H_1
23 de septiembre	332.89	738.40	3,171.44	7,034.99	4.5127	10.0103	Cumple H_1
21 de diciembre	307.70	682.70	2,931.05	6,503.62	4.1707	9.2542	Cumple H_1

Fuente: *elaboración propia.*

La Tabla 22 muestra que el Modelo 2 supera al Modelo 1 en iluminancia media, iluminancia acumulada y energía equivalente en las cuatro fechas y las condiciones de comparación se verifican de la siguiente manera:

$$\bar{E}_2 > \bar{E}_1$$

En todos los escenarios evaluados.

La segunda desigualdad corresponde a la iluminancia acumulada:

$$\frac{I_{E,2}}{I_{E,1}} \approx 2.22$$

por lo que se verifica:

$$I_{E,2} > I_{E,1}$$

La tercera desigualdad corresponde a la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada:

$$E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

La energía equivalente se obtiene de la iluminancia acumulada mediante factores comunes a ambos modelos. Por ello, estos dos indicadores están matemáticamente vinculados y no constituyen evidencias independientes, y la secuencia de cálculo es:

$$\bar{E}_2 > \bar{E}_1, \qquad I_{E,2} > I_{E,1}, \qquad E_{eq,2} > E_{eq,1}$$

La verificación conjunta de las tres desigualdades en las cuatro fechas proporciona evidencia cuantitativa que respalda la hipótesis alternativa H_1, bajo las condiciones,

supuestos y restricciones del modelo matemático, y la alternativa 2 presentó mayor iluminancia media, iluminancia acumulada y energía eléctrica equivalente potencialmente evitada, con incrementos cercanos al 121,80 % en los equinoccios y solsticios analizados. Por tanto, se cumplen las condiciones matemáticas definidas en la hipótesis para una mayor disponibilidad de iluminación natural y un mayor potencial teórico de aprovechamiento energético.

4.8 Síntesis

El análisis desarrollado permitió comparar el comportamiento lumínico de la Biblioteca Patio en cuatro días solares representativos del año y desde el punto de vista estadístico, el Modelo 2 presentó mayores valores de iluminancia media y mediana en todas las fechas, en el análisis espacial, las isolíneas evidenciaron mayor captación de luz natural y también mayores contrastes, en cuanto al ajuste matemático los ambos modelos fueron representados adecuadamente mediante polinomios de cuarto grado, con valores de R^2 cercanos a 1 y errores reducidos, con la integración numérica mostró que en el Modelo 2 alcanzó un aporte lumínico acumulado y una energía eléctrica equivalente potencialmente evitada considerablemente superiores al Modelo 1.

El Modelo 2 se considera la alternativa con mayor disponibilidad y potencial de aprovechamiento de iluminación natural en la Biblioteca Patio, sin embargo debido a la presencia de valores máximos elevados y una mayor dispersión espacial y su aplicación debe complementarse con medidas de control lumínico que permitan equilibrar la captación de luz, reducir el riesgo de sobre iluminación y garantizar condiciones adecuadas de confort visual en los espacios educativos.

CAPÍTULO V

5.1 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.2 Conclusiones

1. Respecto al análisis estadístico de la iluminancia natural y su relación al confort lumínico, se determinó que la alternativa 2 presentó mayores niveles medios de iluminancia en las cuatro fechas solares representativas, con valores aproximadamente 121.80 % superiores a los de la alternativa 1, sin embargo, también registró mayores desviaciones estándar y una menor uniformidad, lo que evidencia una distribución espacial menos homogénea. La alternativa 1 presentó mayor uniformidad, con valores entre 0.3438 y 0.3638, frente al rango de 0.2511 a 0.2545 de la alternativa 2, aunque sus niveles generales de iluminancia fueron inferiores.

2. Respecto a la representación espacial y a las condiciones asociadas al confort lumínico, los mapas de isolíneas y las superficies permitieron identificar zonas con déficit, cumplimiento y exceso de iluminancia, y la alternativa 2 favoreció una mayor penetración de luz natural hacia las zonas interiores, mientras que la alternativa 1 presentó una distribución relativamente más uniforme, aunque con niveles generales inferiores, el análisis conjunto de la iluminancia media, la dispersión y la uniformidad permitió determinar que la alternativa 2 presenta una aproximación teórica más favorable al confort lumínico debido a su mayor disponibilidad de luz natural, y sin embargo su mayor dispersión espacial, los contrastes y los valores elevados próximos a las aberturas evidencian la necesidad de incorporar mecanismos complementarios de control solar y regulación de la iluminación para mejorar la uniformidad y reducir posibles condiciones de sobre iluminación.

3. Respecto al ajuste polinomial mediante mínimos cuadrados, los polinomios de cuarto grado representaron adecuadamente la variación temporal de la iluminancia media durante el intervalo analizado, y con los valores de R^2 fueron superiores a 0.99995 y los valores de RMSE se mantuvieron reducidos en las cuatro fechas y en ambas alternativas, lo que evidencia una elevada correspondencia entre los datos simulados y las funciones ajustadas y los modelos reprodujeron el incremento de la iluminancia durante la mañana, el máximo próximo al mediodía y el descenso durante la tarde, por lo que resultaron

adecuados para la posterior integración numérica y sin embargo, se restringe al intervalo de 09:00 a 18:00 y a las condiciones de simulación consideradas.

4. Respecto a la integración numérica y a la estimación del potencial energético, el método de Simpson 1/3 compuesto, aplicado en el intervalo [9,18] con un paso temporal de 0.5 h, presentó resultados prácticamente coincidentes con la integración directa y errores relativos cercanos a cero, y a partir de este método se determinó que la alternativa 2 presentó una mayor iluminancia acumulada y una mayor energía eléctrica equivalente potencialmente evitada en las cuatro fechas analizadas, en el valor diario promedio estimado fue de 4.3803 kWh/día para la alternativa 1 y de 9.7190 kWh/día para la alternativa 2, con una diferencia promedio de 5.3387 kWh/día, y la extrapolación anual teórica de referencia alcanzó 1,598.80 kWh/año y 3,547.42 kWh/año, respectivamente, lo que representa una diferencia de 1,948.62 kWh/año, y considerando una tarifa de 0.09 USD/kWh, el valor económico equivalente anual teórico de referencia fue de 143.89 USD/año para la alternativa 1 y de 319.27 USD/año para la alternativa 2, con una diferencia de 175.38 USD/año, estos valores constituyen indicadores matemáticos comparativos derivados de las cuatro fechas simuladas y no representan una predicción del consumo energético anual ni una reducción comprobada del consumo eléctrico.

5. Respecto a la hipótesis de comparación determinista, los resultados respaldan la hipótesis alternativa H_1, debido a que la alternativa 2 presentó, en las cuatro fechas solares representativas y bajo las mismas condiciones de simulación, valores superiores de iluminancia media, iluminancia acumulada y energía eléctrica equivalente potencialmente evitada respecto a la alternativa 1. Las tres desigualdades definidas para la contrastación se cumplieron conjuntamente en todos los escenarios evaluados, evidenciando una mayor disponibilidad de iluminación natural y un mayor potencial teórico de aprovechamiento energético de la alternativa 2. Sin embargo, este resultado no implica que dicha alternativa sea superior en todos los indicadores de confort lumínico, debido a que presentó una mayor dispersión espacial. Por tanto, queda respaldada dentro de las condiciones, supuestos y restricciones establecidos en el modelo matemático.

5.3 Recomendaciones

1. Validar experimentalmente los resultados obtenidos mediante simulación. Debido a que la investigación se desarrolló sobre un proyecto arquitectónico en fase de diseño y no

se dispuso de mediciones físicas de iluminancia, se recomienda realizar una campaña de medición cuando la edificación sea construida, y para ello deberán emplearse instrumentos calibrados y una malla de puntos equivalente a la utilizada en DIALux, y la comparación entre valores simulados y medidos permitirá cuantificar el error, recalibrar los parámetros del modelo y fortalecer su validación experimental.

2. Ampliar el número de escenarios temporales y climáticos analizados y el estudio se desarrolló a partir de cuatro fechas solares representativas y condiciones específicas de simulación, y se recomienda incorporar en futuras investigaciones un mayor número de días, horarios y condiciones de cielo, y esta ampliación permitiría evaluar la estabilidad del modelo matemático frente a una mayor variabilidad temporal y obtener estimaciones anuales con menor dependencia de escenarios representativos.

3. Complementar el modelo energético con condiciones reales de operación, y la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada constituye una estimación teórica basada en supuestos como una eficacia luminosa LED constante y la posibilidad de regulación de la iluminación artificial y se recomienda incorporar horarios reales de ocupación, potencia instalada, características de las luminarias, estrategias de control, tarifas eléctricas actualizadas y comportamiento de los usuarios, con el propósito de aproximar el indicador de la energía eléctrica equivalente potencialmente evitada.

4. Incorporar sistemas de control de iluminación en futuras evaluaciones del proyecto, y debido a que el potencial energético calculado depende de que la iluminación artificial pueda reducirse cuando existe suficiente luz natural, se recomienda estudiar sistemas de regulación mediante sensores de iluminancia, presencia y atenuación, y también puede evaluarse la sectorización de luminarias según su distancia a las aberturas, permitiendo analizar de manera más realista cómo la disponibilidad de luz natural puede traducirse en reducción del consumo eléctrico.

5. Optimizar la alternativa 2 considerando conjuntamente captación y uniformidad lumínica, y aunque la alternativa 2 presentó mayor iluminancia media, iluminancia acumulada y potencial energético, también mostró una mayor dispersión espacial y sectores con niveles elevados de iluminancia, y se recomienda evaluar dispositivos de control solar, lamas orientables, elementos de sombreado, características de los vidrios y

reflectancias interiores, buscando conservar la mayor captación de luz natural sin incrementar las condiciones de sobre iluminación o falta de uniformidad.

6. Extender la metodología matemática a otros espacios y configuraciones arquitectónicas, y el modelo desarrollado puede aplicarse en futuras investigaciones a aulas, laboratorios, salas de lectura u otros espacios educativos y manteniendo la secuencia de análisis estadístico, representación espacial, ajuste funcional e integración numérica. Su aplicación en diferentes geometrías permitiría evaluar la capacidad de generalización de la metodología y establecer comparaciones entre distintos tipos de edificaciones.

7. Evaluar otros modelos funcionales y métodos numéricos. Debido a que el ajuste temporal mediante polinomios de cuarto grado se considera válido únicamente dentro del intervalo analizado, se recomienda comparar en futuros estudios su desempeño con otros modelos de aproximación, siempre mediante criterios cuantitativos como $RMSE, R^2$, y análisis de residuos. Asimismo, puede ampliarse la comparación de los métodos de integración numérica para evaluar su precisión frente a la integración directa de la función ajustada.

8. Incorporar nuevas variables de desempeño mediante un enfoque multicriterio, y como continuidad del estudio, se recomienda complementar el análisis de iluminancia con variables como uniformidad, deslumbramiento, autonomía de luz natural, comportamiento térmico y consumo energético total, y la incorporación de estas variables permitiría desarrollar modelos de optimización multicriterio capaces de evaluar de manera conjunta diferentes aspectos del desempeño del edificio.

Referencias bibliográficas

Aghajari, S., & Chen, C.-C. (2025). Optimizing classroom lighting for enhanced visual comfort and reduced energy consumption. *Buildings, 15*(8), 1233. https://doi.org/10.3390/buildings15081233

Asamblea Nacional del Ecuador. (2008). *Constitución de la República del Ecuador*. Registro Oficial No. 449.

Asamblea Nacional del Ecuador. (2010). *Ley Orgánica de Educación Superior (LOES)*. Registro Oficial Suplemento 298.

Asociación Española de Normalización. (2011). *UNE-EN 12464-1: Iluminación de los lugares de trabajo. Parte 1: Lugares de trabajo en interiores*. AENOR.

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros* (5.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Commission Internationale de l'Éclairage. (2025). *CIE project: Understanding science–understanding light*. CIE.

Monteoliva, J. M., & Pattini, A. (2013). Iluminación natural en aulas: Análisis predictivo dinámico del rendimiento lumínico-energético en clima soleados. *Ambiente Construído, 13*(4), 235–248. https://doi.org/10.1590/S1678-86212013000400016

Commission Internationale de l'Éclairage. (2020). *ILV: International lighting vocabulary* (2.ª ed., CIE S 017:2020). https://cie.co.at/eilvterm/17-21-060

González Hernández, J. (2013). *Métodos numéricos con aplicaciones en MATLAB*. Universidad Politécnica Salesiana.

Guzmán Pulla, P. A., Torres Quezada, J., & Moscoso García, P. (2024). Aprovechamiento de luz natural en la iluminación de viviendas adosadas de la ciudad de Cuenca-Ecuador. *AlfaPublicaciones, 6*(1.1), 148–169.

Li, Q., & Haberl, J. (2023). Prediction of annual daylighting performance using inverse models. *Sustainability, 15*(15), 11938. https://doi.org/10.3390/su151511938

Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda. (2018). *Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-HS-EE: Eficiencia energética*.

Monteoliva, J. M., & Pattini, A. (2013). Iluminación natural en aulas: Análisis predictivo dinámico del rendimiento lumínico-energético en clima soleados. *Ambiente Construído, 13*(4), 235–248. https://doi.org/10.1590/S1678-86212013000400016

Salomón, D., Rodríguez, R., & San Juan, G. (2022). Aprovechamiento de la luz natural para confort visual en edificios educativos. *Hábitat Sustentable, 12*(1), 70–85.

Shojaee Barjoee, S., & Rodionov, V. (2024). Mathematical modeling and optimization of workplace illumination in ceramic industries (Iran) using DIALux evo. *Journal of Infrastructure, Policy and Development, 8*(15), 5918. https://doi.org/10.24294/jipd5918

Ward, G. J., Bueno, B., Geisler-Moroder, D., Grobe, L. O., Jonsson, J. C., Lee, E. S., Wang, T., & Wilson, H. R. (2022). Daylight simulation workflows incorporating measured bidirectional scattering distribution functions. *Energy and Buildings, 259*, 111890. https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2022.111890

Zeng, Q., & Ou, G. (2025). Daylighting performance simulation and optimization design of a "campus living room" based on BIM technology—A case study in a region with hot summers and cold winters. *Buildings, 15*(16), 2904. https://doi.org/10.3390/buildings15162904

Zhang, L., Gao, Y. M., Zhang, Z. S., & Zou, N. (2020). A lightweight distributed measurement method used to study illuminance estimation. *Optik, 223*, 165590. https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165590

Zhu, Z., Wang, X., Hao, J., Yang, L., & Yu, Y. (2025). Hourly daylight illuminance prediction considering seasonal and daylight condition-based meteorological analog intervals. *Sustainability, 17*(11), 4914. https://doi.org/10.3390/su17114914