UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre"

Trabajo de Titulación para optar al Título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Autor:
Ocapana Moyota, Joel Alexander

Tutor:
PhD. Luis Fernando Pérez Chávez

Riobamba, Ecuador. ***2025***

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, **Ocapana Moyota Joel Alexander**, con cédula de ciudadanía **0650180961**, autor del trabajo de investigación titulado: **MODELO CHANGO PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA "VICENTE ANDA AGUIRRE"**, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mí exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor (a) de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, 10 de febrero del 2025

Joel Alexander Ocapana Moyota

C.I: 0650180961

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

Quien suscribe, PhD. Luis Fernando Pérez Chávez catedrático adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías por medio del presente documento certifico haber asesorado y revisado el desarrollo del trabajo de investigación MODELO CHANGO PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA "VICENTE ANDA AGUIRRE", bajo la autoría de Joel Alexander Ocapana Moyota; por lo que se autoriza ejecutar los trámites legales para su sustentación.

Es todo cuanto informar en honor a la verdad; en Riobamba, a los 22 días del mes de febrero del 2025.

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación MODELO CHANGO PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA "VICENTE ANDA AGUIRRE" por Joel Alexander Ocapana Moyota, con cédula de identidad número 0650180961, bajo la tutoría del Dr. Luis Fernando Pérez Chávez; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba 26 de mayo de 2025.

PhD. Narcisa de Jesús Sánchez Salcán
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE GRADO ______________________

Mgs. Cristian David Carranco Ávila
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO ______________________

Mgs. Laura Esther Muñoz Escobar
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO ______________________

CERTIFICACIÓN

Que, **Joel Alexander Ocapana Moyota** con CC: **0650180961**, estudiante de la Carrera **Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, Facultad de **Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías**; ha desarrollado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado "MODELO CHANGO PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA VICENTE ANDA AGUIRRE", cumple con el 3 %, de acuerdo al reporte del sistema de análisis vigente en la UNACH, porcentaje aceptado de acuerdo a la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 15 de mayo de 2025

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
C.I: 0602160137
TUTOR

DEDICATORIA

Quiero dar gracias a Dios por ser la fuente de vida, sabiduría y fortaleza, por acompañarme en cada paso de este camino lleno de retos, aprendizajes y sueños cumplidos. A mi querida madre, Cecilia, mujer valiente, incansable y amorosa, gracias por tu entrega absoluta, por ser mi mayor ejemplo y por enseñarme con su vida el verdadero significado del esfuerzo. A mi hermano Marco, con quien comparto una vida entera de recuerdos, risas y aprendizajes, gracias por estar siempre para mí con tu cariño y lealtad.

A mi sobrina Danae, pequeña y luminosa, que con su ternura me inspira a seguir adelante, a soñar en grande y a no rendirme. Quiero dedicar este logro a mis abuelos maternos mi papito Mesías y Taito, infinitas gracias por su amor inmenso, sus consejos sabios y su fe en mí, que me han dado raíces firmes para crecer. A mi papito Antonio y mi mamita Celia, mis abuelitos paternos a pesar de no estar físicamente su memoria vive dentro de mí en cada meta cumplida y este trabajo también lo dedico a ellos después son quienes iluminan mi camino desde lo eterno.

Cómo no dedicar este logro a Anahí mi mejor amiga quien siempre me ha brindado sus palabras de aliento ha tenido una sonrisa en el momento adecuado y me ha demostrado tener una amistad sincera siendo mi refugio y compañía en los momentos más duros de mi vida. Todos mis colegas y amigos universitarios, con quiénes se compartieron jornadas de intenso trabajo y desafío académico, pero a la vez los mismos se convirtieron en experiencias inolvidables, gracias por el apoyo las risas compartidas y por el proceso humano que permitieron sea más llevadero y enriquecedor para todos les entrego esta meta alcanzada con mucha gratitud y amor teniendo la seguridad de que han sido una pieza fundamental en el desarrollo de este camino.

Joel Alexander Ocapana Moyota

AGRADECIMIENTO

Quiero extender mi profundo agradecimiento a quiénes han sido el pilar fundamental en el desarrollo de este reto y formación personal.

Principalmente a Dios quién ha sido mi guía constante dándome la fortaleza requerida para que pueda enfrentar cada circunstancia y la sabiduría necesaria para seguir adelante a pesar de que han existido momentos difíciles. Su presencia ha sido luz en medio de la incertidumbre y motor de esperanza en este proceso.

A mi amada madre, Ligia C. Moyota S., por su amor incondicional, por su esfuerzo diario y por enseñarme con su ejemplo que todo es posible cuando se lucha con el corazón. A mi hermano Marco A. Ocapana M., gracias por estar siempre a mi lado con su apoyo sincero, su confianza y su compañía en cada etapa de este desafío.

Agradezco también a la Universidad Nacional de Chimborazo, mi casa de estudios, por brindarme un espacio de crecimiento académico y personal. A todos mis docentes, quienes con dedicación y compromiso me guiaron en este proceso formativo, les agradezco por compartir su conocimiento y por ser parte esencial de este logro.

ÍNDICE GENERAL

INDICE DE TABLAS

INDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El estudio se realizó con estudiantes de Segundo Año De Bachillerato, en las instalaciones de la Unidad Educativa Vicente Anda Aguirre, con el objetivo de mejorar la enseñanza de las funciones trigonométricas mediante la pedagogía ChangGo, se detectaron dificultades, como la visualización incorrecta de ángulos, el desconocimiento de las razones trigonométricas y la falta de vinculación con la realidad. El estudio fue cuantitativo y empleó una metodología transversal no experimental, se aplicó una prueba objetiva a una muestra de 34 estudiantes seleccionados mediante la fórmula de Slovin. Entre los principales resultados de este estudio se determinó la falta de comprensión con respecto a la resolución de problemas trigonométricos, además se desarrolló una guía didáctica donde se utilizaron diferentes metodologías con el modelo ChangGo, siendo la principal que ha permitido que se desarrolle un aprendizaje más contextualizado y sobre todo activo y colaborativo. La herramienta pretende que se promueva el razonamiento la participación estudiantil además de la mejora del rendimiento escolar, siendo así que proporciona al docente técnicas que se pueden adaptar a la problemática de la educación actual.

Palabras claves: Modelo ChanGo, Funciones trigonométricas, Aprendizaje, Rendimiento académico.

ABSTRACT

The study was conducted with second-year high school students at the Vicente Anda Aguirre Educational Unit. The goal was to improve the teaching of trigonometric functions using the ChangGo pedagogy. Difficulties were identified, such as incorrect visualization of angles, lack of familiarity with trigonometric ratios, and a lack of connection to reality. The study was quantitative and used a non-experimental cross-sectional methodology. An objective test was administered to a sample of 34 students selected using Slovin's formula. Among the main results of this study was a lack of understanding regarding the solution of trigonometric problems. A teaching guide was also developed that utilized different methodologies using the ChangGo model. The main one was that it allowed for a more contextualized, and above all, active and collaborative, learning experience. The tool aims to promote reasoning and student participation, as well as improve academic performance, providing teachers with techniques that can be adapted to current educational challenges.

Keywords: ChanGo Model, Trigonometric Functions, Learning, Academic Performance.

CAPITULO I. INTRODUCCIÓN

El tema central del presente trabajo de investigación es el diseño de una guía didáctica basada en las metodologías del modelo ChanGo para la enseñanza de funciones trigonométricas en estudiantes de segundo de bachillerato, este enfoque busca responder a las dificultades que enfrentan muchos estudiantes al abordar contenidos abstractos de la trigonometría, proponiendo una alternativa metodológica que favorezca el aprendizaje activo, significativo y contextualizado. Sugiriendo una guía didáctica basada en las metodologías del modelo ChanGo, el estudio surgió como respuesta a un problema persistente reconocido en este nivel educativo: la incapacidad de los estudiantes para comprender, interpretar y aplicar con precisión los conceptos trigonométricos, lo que se manifiesta en un rendimiento académico deficiente, baja motivación y limitaciones al intentar resolver problemas reales relacionados con este material matemático, "La educación tradicional parece haber dado la espalda a la innovación. Precisamente en el momento de mayor revolución de información y conocimiento, en todos los ámbitos" (Esteva et al., 2012, párr 2), los métodos educativos tradicionales, que no involucran a los estudiantes ni generan un aprendizaje significativo, son los principales responsables de estos desafíos.

Debido a su enfoque creativo para el aprendizaje activo, colaborativo y contextualizado, se seleccionó el modelo ChanGo como base metodológica del proyecto, este paradigma incorpora el aprendizaje significativo de Ausubel, los fundamentos teóricos del constructivismo y estrategias que fomentan la gamificación, el trabajo en equipo y el uso de recursos digitales, estas metodologías pueden mejorar su comprensión de temas abstractos, como los que presenta la trigonometría, de esta manera, el modelo ChanGo ofrece la oportunidad de reconsiderar la enseñanza de materias tradicionalmente difíciles como las matemáticas.

Se utilizó una prueba de conocimientos para la recopilación de datos, que se evaluó mediante una rúbrica y en base a esos resultados se diseñó una guía que incluye retos grupales, dinámicas interactivas, ejercicios prácticos y recursos digitales, con nuestra sugerencia, la enseñanza de la trigonometría debería ser más accesible, relevante e inspiradora, además, busca brindar a los educadores una herramienta tangible para utilizar técnicas activas que aborden los problemas contemporáneos del aula, promoviendo así una enseñanza de las matemáticas más inclusiva y eficaz.

Esta investigación comprende de seis capítulos los cuales presentan los siguientes contenidos:

CAPÍTULO I: Este apartado muestra el contexto de la problemática que se aborda además de la formulación del problema que se ha determinado mediante las preguntas directrices lo que permitirá que la investigación se pueda justificar identificar la importancia y a la vez establecer objetivos generales y específicos en los cuales se basará el estudio.

CAPÍTULO II: Este capítulo muestra el desarrollo del marco teórico donde se sustenta la investigación mediante el análisis y revisión bibliográfica de vistas electrónicas diferentes libros los cuales proporcionan una base teórica científica que permite la comprensión de la temática de estudio.

CAPÍTULO III: En este apartado se muestra la metodología que se empleó en el estudio donde se detalla el diseño de la investigación además del tipo y nivel. Además, se desarrolla la descripción de las técnicas e instrumentos que se utilizaron, así como la identificación de la población y muestra de estudio.

CAPÍTULO IV: En el presente, se identifican el análisis de la interpretación de los resultados que se identificaron mediante la aplicación de los diferentes instrumentos de evaluación además que se examina las dificultades que tienen los estudiantes con relación a la temática funciones trigonométricas, para posterior a ello poder realizar la discusión de resultados con otros autores.

CAPÍTULO V: En este capítulo donde se muestran las conclusiones que se han obtenido a través de los resultados desarrollados, en función a los objetivos que se han planteado. Así también se presentan las recomendaciones acordes a las conclusiones con el objetivo de mejorar las funciones trigonométricas.

CAPÍTULO VI: A continuación, se muestra la guía didáctica que se implementó con respecto a las metodologías del modelo ChangGo, en donde se proponen estrategias eficaces para la temática de estudio con relación a los hallazgos y conclusiones que se han previsto.

1.1 Antecedentes

De acuerdo con Barragán, Ititia y Benavides (2023) en su artículo llamado "Una experiencia rara de cambio social en la Unidad Educativa Especializada 16 de Agosto", en la Revista Para el Aula – IDEA-UxE, que buscaba mostrar el efecto del Modelo ChanGo en la forma de enseñar a alumnos diferentes, la escuela ha creado formas raras de enseñar que se basan en que los alumnos participen, aprendan solos y usen cosas reales como el método Montessori, con ideas como reuniones de alumnos, clases especiales para cada uno y arreglos en los edificios se ha logrado que los alumnos se sientan más seguros y mejoren en la escuela, estos resultados de este cambio muestran lo importante que es cambiar la forma de enseñar según lo que cada alumno necesita creando un lugar para aprender donde todos participen y se sientan incluidos.

El Modelo ChanGo Constituye una de las estrategias educativas integrales que se dirigen a la transformación de las enseñanza y el aprendizaje mediante el uso de diferentes recursos y desarrollado en diferentes contextos, manifiesta metodologías activas y colaborativas pretendiendo que la educación sea más inclusiva colaborativa y crítica, basada en tres áreas específicas trabajo colaborativo aprendizaje experiencial y enseñanza activa. Se origina al analizar la necesidad que requieren los enfoques tradicionales con respecto a la educación donde se manifiesta una crisis educativa global y a la vez permite que se busquen alternativas que favorezcan la educación de forma más relevante y significativa para el educando (Modelo ChanGo, 2023).

Además, Vilchez Guizado (2007) en su investigación "Modelos de enseñanza personalizada con relación a las funciones trigonométricas en los quintos años de educación básica", realizada en Huánuco, constituye uno de los precedentes clave para la enseñanza de funciones trigonométricas, este estudio aborda la necesidad de mejorar el bajo rendimiento académico de los estudiantes en el aprendizaje de funciones trigonométricas, lo cual se identificó mediante un análisis del entorno escolar, los planes de estudio, los materiales didácticos y la eficacia docente.

El estudio determinó que el bajo rendimiento se debía a la falta de dedicación del docente, la escasez de literatura relevante y el uso de recursos no pedagógicos, en respuesta se creó e implementó un módulo de enseñanza basado en la circunferencia unitaria en el plano cartesiano mediante un paradigma de enseñanza personalizado, para evaluar su eficacia, se realizó un experimento con dos grupos homogéneos: un grupo experimental que utilizó el módulo y un grupo de control que empleó métodos convencionales.

1.2 Problema

1.2.1 Planteamiento del problema

El aprendizaje de las funciones trigonométricas ha sido uno de los temas más complejos para los estudiantes de secundaria. Según Cevallos et al. (2019):

> El análisis permitió concluir que los profesores actuales utilizan metodologías de enseñanza basadas en un modelo pedagógico tradicional y que los alumnos siguen aprendiendo de manera convencional a través de la repetición y la memorización (p. 19).

Según Cantoral et al. (2015) indican que uno de los aspectos esenciales en la enseñanza de la trigonometría se encuentra en el uso simultáneo de objetos, conceptos, procesos y prácticas. Sostienen que "la diversidad de prácticas de referencia, su interacción con diferentes contextos y la propia evolución de la vida del individuo o grupo, reinterpretarán los conocimientos previamente adquiridos, enriqueciendo estos con nuevos significados" (p. 15).

El modelo tradicional de enseñanza, ampliamente utilizado en muchas instituciones educativas, tiene como principal característica un enfoque pasivo, donde los estudiantes reciben la información sin involucrarse activamente en el proceso de aprendizaje.

El estudio de la trigonometría se convierte en un proceso rutinario mecánico y memorístico, careciendo de sentido y utilidad si no se establecen las condiciones adecuadas. Por ello, es fundamental ofrecer a los estudiantes no solo una serie de conceptos, sino también las herramientas y estrategias didácticas necesarias para que puedan explorar, analizar, relacionar, conjeturar, demostrar y aprender con sentido los conceptos y propiedades trigonométricas. Además, deben aprender a utilizar diversos procedimientos y estrategias de razonamiento, producir distintos tipos de demostraciones en la resolución de problemas y relacionar las diferentes representaciones de los conceptos, de tal manera que el aprendizaje sea más efectivo y duradero (Fiallo y Gutierrez, 2012).

Ante esta problemática, surge la necesidad de adoptar enfoques pedagógicos más dinámicos y centrados en el estudiante. El "Modelo ChanGo", basado en teorías constructivistas del aprendizaje como las propuestas por Piaget y Vygotsky, busca superar las limitaciones del modelo tradicional mediante el uso de estrategias activas, como el aprendizaje basado en problemas, el uso de recursos tecnológicos y la contextualización de los contenidos. Esta perspectiva contribuye con el estudiante en la construcción del conocimiento de una forma significativa, permitiendo que aprenda mediante situaciones reales debido a que esto facilita la especificidad de la comprensión. Es así como este modelo se adapta a los requerimientos del educando que está involucrado de forma directa en el proceso de aprendizaje lo que se convierte en una alternativa eficaz con relación a los métodos tradicionales.

1.2.2 Formulación del problema

¿Cómo estaría diseñada una guía didáctica basada en las metodologías del Modelo ChanGo para la enseñanza de funciones trigonométricas dirigido a los educandos del segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre”?

1.2.3 Preguntas directrices

¿Qué teorías del aprendizaje fundamentan el modelo ChanGo?

¿Cuáles son las principales dificultades que enfrentan el alumnado de segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre” en el aprendizaje de funciones trigonométricas?

¿Cuáles son los componentes que debe contener la guía didáctica enfocada en el modelo ChanGo para que pueda ser eficaz en la enseñanza de funciones trigonométricas?

1.3 Justificación del problema

Entre los principales problemas que los estudiantes presentaron se muestran ciertas barreras conceptuales lo que no permite que se pueda aplicar de forma correcta las funciones trigonométricas en los problemas de casos reales. Dónde se identifica una problemática con relación a la visualización de los ángulos además de las relaciones entre las razones trigonométricas, se identificó también que existe dificultad en la manipulación de ecuaciones trigonométricas y los estudiantes no se encuentran familiarizados con la aplicación en las diferentes disciplinas.

Durante mis prácticas preprofesionales en esta institución, observé que los estudiantes enfrentan dificultades en áreas clave, como el entendimiento de las relaciones trigonométricas básicas, la resolución de problemas que involucren triángulos y el análisis de las gráficas de funciones trigonométricas.

La presente investigación se fundamenta en la necesidad de realizar una mejora al proceso de enseñanza del desarrollo de actividades con funciones trigonométricas con los estudiantes antes mencionados, por lo que esta problemática podría afectar el rendimiento de los estudiantes.

Ante esto se propone el diseño de una guía didáctica basada en el Modelo ChanGo con el fin de facilitar la compresión de las funciones trigonométricas a través de las metodologías que forman el Modelo, mismas que permitirá al docente guiarse y verificar como contribuye cada una de ellas. La investigación resulta factible ya que se desarrollará en la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre” contando con la participación directa de la población de estudio.

Quienes se benefician de forma directa son los alumnos del Segundo curso de Bachillerato de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre” y los docentes que imparten la asignatura de Matemáticas, ya que al contar una guía didáctica con las metodologías del Modelo ChanGo podrán implementar y aplicar las mismas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Proponer una guía didáctica utilizando metodologías del modelo ChanGo para la enseñanza de funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad educativa “Vicente Anda Aguirre”.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Conceptualizar las bases teóricas del modelo ChanGo en experiencias de aprendizaje.
- Diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad educativa “Vicente Anda Aguirre”.
- Elaborar una guía didáctica para la enseñanza de funciones trigonométricas para los estudiantes de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre” implementando metodologías del modelo ChanGo.

CAPITULO II. MARCO TEÓRICO

2.1 Estado del arte

Delgado et al. (2024) cuyo objetivo fue analizar la incidencia del uso del método del aula invertida en el rendimiento académico de los estudiantes. Esta investigación se enmarcó en el paradigma positivista, con un enfoque cuantitativo, de tipo descriptivo y diseño cuasiexperimental.

Los resultados mostraron que la implementación del aula invertida generó un nivel significativo de satisfacción entre los estudiantes. Además, se evidenció una mejora en el rendimiento académico en Trigonometría, situándose entre un nivel medio y medio alto. Aunque la estrategia no fue determinante en todos los casos, sí representó un aporte positivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Ministerio de Educación del Ecuador (2021), maestros en el Distrito Educativo Noroccidente en la ciudad de Quito quienes se enfocan en el Programa de Formación Pedagógica del Modelo ChanGo, el Ministerio de Educación diseñó e impulsó el Programa Intensivo de Formación Pedagógica del Modelo ChanGo con el propósito de fortalecer las capacidades de los docentes rurales mediante metodologías activas, lúdicas y contextualizadas.

Este modelo pretende que el aprendizaje significativo mediante el juego y la participación de los estudiantes contribuya con la resolución de diferentes problemas comunitarios en este programa se incluye como eje a todos por lo cual se orienta que se garantice una educación inclusiva y que la misma sea de calidad en los diferentes contextos comunitarios rurales.

El Modelo ChanGo, desarrolla un enfoque representativo con relación al ámbito educativo incorporando diferentes medios de gobernanza subsistencia así como la educación como un pilar fundamental para la demostración del uso en las diferentes instituciones del país donde se contribuya con la mejora del aprendizaje así como también la interacción social en especial en las diferentes zonas rurales.

Mediante metodologías lúdicas, talleres de co-creación y la participación activa de la comunidad, el modelo fomenta una educación contextualizada, inclusiva y significativa, también hace hincapié en la importancia de los programas de preparación del profesorado y de las instalaciones escolares como componentes críticos del desarrollo global de los estudiantes.

2.2 Fundamentación teórica

2.2.1 Aprendizaje

El aprendizaje es un proceso continuo en el que adquirimos conocimientos, habilidades y actitudes a través de la experiencia, la práctica, la observación o el estudio, nos permite entender mejor el mundo que nos rodea, adaptarnos a situaciones nuevas y resolver problemas de manera más eficaz, contribuyendo tanto a nuestro crecimiento personal como intelectual.

Los entornos físicos en los que se ha desarrollado la enseñanza y el aprendizaje han evolucionado, enfocándose hoy en día en las instituciones responsables de guiar este proceso.

Dentro de cada una de estas instituciones, la enseñanza y el aprendizaje se complementan, adoptando diversas formas de organización según el contexto social e histórico. Por eso, en la actualidad, la escuela es vista como el principal espacio físico para este proceso, ya que se asume que en ella están las personas capacitadas específicamente para este fin (Gonzáles Hernández, 2021).

2.2.2 Aprendizaje en matemática

En el caso de los estudiantes este aprendizaje es resultado de una interacción compleja entre factores como las estructuras neurobiológicas innatas aunque flexibles, los esquemas perceptivos y de acción que permiten realizar actividades básicas como comparar cantidades, y las experiencias previas en la infancia o fuera del contexto escolar que involucran números, espacio y patrones, también, el aprendizaje intencional, explícito y sistemático que ocurre dentro de la escuela también juega un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático (Verschaffel et al., 2015).

2.2.3 Aprendizaje de funciones trigonométricas

En términos de Torres-Corrales y Montiel-Espinosa (2021) es necesario para los estudiantes que transitan hacia el nivel medio superior y al primer año de licenciatura, una resignificación de las funciones trigonométricas, lo anterior es necesario debido a que algunas investigaciones indican que los estudiantes de los niveles medio superior y superior no relacionan las funciones trigonométricas como funciones circulares y solo tienen la noción de ellas como razones trigonométricas.

En este mismo sentido, otro elemento que puede representar un obstáculo en la comprensión del estudiante se relaciona con la medición de los ángulos. En el triángulo rectángulo habitualmente se emplea la medición de los ángulos en grados sexagesimales, en tanto que en la trigonometría del círculo aparecen en mayor frecuencia el valor de radianes, e inclusive en el contexto de las coordenadas rectangulares y polares.

A pesar de su importancia, muchos estudiantes experimentan dificultades considerables cuando se enfrentan a esta materia en el aula, estos desafíos pueden atribuirse a diversos factores que van desde la falta de preparación matemática previa hasta la complejidad conceptual inherente de la Trigonometría. Es vital que se identifiquen cuáles son los obstáculos para que se puedan desarrollar las diferentes estrategias educativas las cuales permitan que el aprendizaje y la comprensión de la temática sea más eficaz mediante el uso de herramientas metodológicas y didácticas que suman en el aprendizaje y en la comprensión de diferentes conceptos así como lo son las funciones trigonométricas (Leocadio et al., 2024).

2.2.4 Didáctica General

Constituye los recursos pedagógicos específicos para que se pueda proporcionar una mejor comprensión con relación a la planificación de la enseñanza y el aprendizaje. Donde se define el nivel educativo al que se debe dirigir mediante el uso de diferentes recursos didácticos que contribuyan con el proceso adecuado de los aspectos de aprendizaje y de enseñanz (Casasola Rivera, 2020).

Constituye además la rama de la pedagogía que se basa en el diseño y aplicación de estrategias y métodos con la ayuda de recursos que contribuyan con el proceso de enseñanza aprendizaje en cualquier área. La finalidad de esta es que se puedan optimizar la transmisión de conocimientos adaptándose a las necesidades que tiene el docente, así como el educando, en tal sentido se puede promover un aprendizaje significativo. Dónde se incluye el análisis de los objetivos, así como la selección de los ítems con relación a la planificación de actividades y la evaluación de los resultados. Lo cual permite que se torne un ambiente más armónico y participativo estimulando el pensamiento crítico y la interacción de los estudiantes.

Así también reconoce la relevancia de la adaptación de métodos en los diferentes estilos de aprendizaje que permita que el educando se sienta libre al desarrollar sus habilidades de forma equitativa.

2.2.5 Definición de una guía didáctica

La guía didáctica son las herramientas reales que llevan a un estudiante cómo implementar el estudio independiente en todo el futuro y el sujeto. Debe mostrar lo que aprenderá, ¿cómo lo consigue? y ¿cuándo adquirió el conocimiento?; debe ser un elemento personal, diseñado por problemas que implementan todos los procedimientos de un tema (Estévez & Sierra, 2004).

Además, la guía pueden ser una herramienta esencial dentro del proceso de aprendizaje, porque proporciona a los alumnos una ruta para lograr desarrollar un estudio de manera independiente, debe estar diseñada considerando las necesidades del estudiante, es decir que los problemas planteados dentro de la guía deben abordar todos los procesos matemáticos y fomentar el pensamiento crítico.

2.2.6 Características de una guía didáctica

"La Guía Didáctica es el documento que orienta el estudio, acercando a El proceso cognitivo del estudiante con relación al material didáctico, con el propósito de que pueda trabajarlos de manera autónoma" (2002, p. 241).

Es un instrumento que ayuda a facilitar el proceso de planificación y ejecución del proceso educativo llevando a cabo que se cumplan de manera efectiva los objetivos de aprendizaje por otra parte se hace énfasis que las guías didácticas deben tener principios pedagógicos y metodologías que permitan el conocimiento significativo seguido de ello se mostrarán algunas características principales de una guía didáctica:

- Claridad y estructura lógica debe presentar los contenidos de una manera ordenada y concisa
- Flexibilidad da paso a la adaptación acorde a las necesidades del estudiante y docente
- Relación pedagógica hace referencia a la coherencia entre los objetivos de aprendizaje con las actividades y evaluaciones
- Interactividad facilita al educando ser participe en el proceso de aprendizaje

2.2.7 Funciones de una guía didáctica

Las funciones de la guía didáctica tienden a ser muy fundamentales para el proceso de enseñanza – aprendizaje debido a ello busca facilitar la organización y aplicación de estrategias metodológicas las funciones importantes pueden agruparse en estos siguientes aspectos:

- **Función metodológica;** Fomenta el interés por la asignatura manteniendo la atención durante el proceso de autoaprendizaje
- **Función facilitadora de la comprensión y activadora del aprendizaje**;

Plantear objetivos precisos que ayuden a guiar el estudio,

Ordenar y estructurar el contenido del material principal,

Ampliar la información presentada en el texto,

Proponer estrategias de estudio que hagan más sencilla la comprensión como la lectura atenta el subrayado la creación de esquemas el desarrollo de ejercicios y la elaboración de mapas conceptuales o mentales,

Diseñar diversas actividades y prácticas que se adapten a las diferentes formas de aprender.

Resolver inquietudes para asegurar una mejor comprensión.

- **Función de orientación diálogo y evaluación**
  - Fomenta la capacidad de organización y estudio sistemático promoviendo la búsqueda de fuentes directas con expertos mediante entrevistas diálogos y consultas digitales
  - Activa los conocimientos previos relevantes para mejorar la comprensión y el aprendizaje
  - Propone ejercicios como mecanismo de evaluación continua y formativa incluyendo actividades de autoevaluación que permitan a los estudiantes controlar sus progresos identificar vacíos y superar dificultades durante el estudio
  - Brindar retroalimentación para fortalecer el proceso de aprendizaje y mejorar la adquisición de conocimientos

2.2.8 Estructura de una guía didáctica

La estructura y contenido de una guía didáctica en el proceso de enseñanza de funciones trigonométricas debe estar compuesta por:

- Identificación de la asignatura.
- Planteamiento de los Objetivos.
- Recursos materiales.
- Valoración.

- Ejecución de actividades.

2.2.9 Modelo ChanGo

Se enfoca en la construcción de territorios justos y sostenibles mediante la educación así como los medios de vida y la gobernanza. Apareció en el año 2008 con relación a la crisis económica global que se identificó con problemas estructurales. Después de 15 años de haber sido implementado hasta la actualidad se replantea con la aplicación de diferentes contextos mediante el proceso de participación con actores diversos en los diferentes países y lugares. El estudio realizado combinó métodos cualitativos y cuantitativos para construir su marco teórico y fortalecer su justificación como herramienta de transformación territorial (Carneros et al., 2023).

2.2.9.1 Definición del Modelo ChanGo

Este modelo constituye y contribuye con la creación de redes de cooperación interinstitucional además de intersectorial ya sea en el ámbito comunitario en el sector público o privado permitiendo que las comunidades los movimientos expertos fundaciones gobiernos construyan un mejor futuro más sostenible y justo para los territorios. Este modelo permite que las instituciones educativas se conviertan en el motor de cambio para el bienestar y el progreso del educando constituyendo a las instituciones educativas el lugar donde se ejecuta el modelo del desarrollo territorial.

En tal sentido, con relación a lo que se ha dado pasos agigantados es vital que se siga trabajando con relación a la vinculación de voluntades, así como a sectores específicos gubernamentales de La academia y diferentes organizaciones de la base social para que se pueda realizar una acción conjunta en el cambio de territorio sostenible y justos.

2.2.9.2 Características del Modelo ChanGo

Las características del Modelo ChanGo se basan en lo siguiente:

- Se centra en la mejora de la comunidad educativa.
- Transforma la perspectiva de la sociedad actual con la planificación o futuro.
- Determina un modelo contextualizado al requerimiento y para poder incluir novedades.
- Trabaja en la construcción del proyecto e interactúa en el mismo.
- Renovación de infraestructura, recursos y estrategias relevantes.
- Oferta calidad, sin considerar en primera instancia el nivel económico.
- Permite que exista movilidad esencial con relación a la comunidad.
- Promueve que la comunidad educativa, constituya una mejora ambiental.

2.2.9.3 Adaptaciones del Modelo ChanGo para la Enseñanza de Matemáticas

El Modelo ChanGo e aplica en la enseñanza de las matemáticas con respecto a la transformación de los espacios de aprendizaje convirtiéndolos en espacios dinámicos y contextualizados donde el educando, participa de forma activa en la construcción del conocimiento. Mediante la vinculación del entorno se consigue que se diseñan actividades que relacionen diferentes definiciones matemáticas con relación a aspectos reales como la economía local, los espacios urbanos y el análisis de datos comunitarios. Consiguiendo que el aprendizaje sea significativo y que el educando comprenda la utilidad de las matemáticas en el diario vivir.

La actividad y la colaboración en el aprendizaje son esenciales con relación a la implementación del modelo en el área de matemáticas. Los estudiantes tienen la facilidad de trabajar en equipos con la finalidad de resolver diferentes problemas aplicados con ayuda de expertos en las diferentes áreas donde se fomenta que los estudiantes desarrollen la creatividad y mejoren el pensamiento crítico. Eso sí como el aula de clase se convierte en un laboratorio donde se puede explorar y se utilizan herramientas digitales materiales que se pueden manipular de forma activa contribuyendo con la experimentación y el descubrimiento además permite que sean evaluados y se adapten a dicho enfoque con la utilización de proyectos que demuestran la aplicación del conocimiento en diferentes contextos en especial en los reales.

2.2.9.4 Teorías de aprendizaje del Modelo ChanGo

2.2.9.4.1 Aprendizaje humanístico

Desde el punto de vista humano se afirma que existe una serie de principios éticos universales a los cual debe acogerse los fundamentos del planteamiento integrado de la finalidad, así como la organización educativa para todos. Tal planteamiento trae consecuencias cuando se idean diferentes procesos de aprendizaje en los cuales favorecen a la adquisición de la nueva temática y permite que se formen competencias que contribuyen con el desarrollo de las personas. Además de este planteamiento aborda el debate con relación a la educación desde una perspectiva de la función utilitaria la cual contribuye con el desarrollo económico. Está pendiente de la inclusión para que no margine a las personas ni excluya. Es así como también funciona como una guía que permite que se pueda transformar el panorama del aprendizaje a nivel mundial con relación a los docentes y a los educadores que desempeñan un papel primordial en el aprendizaje

Es primordial que se desarrolle un proceso de encuentro humano donde se permita la conversación atenta inteligente y razonable así como la libre valoración de los diferentes aspectos de la realidad que se estudia con la finalidad de que se pueda ampliar el horizonte de los diferentes significados y valores que intervienen. (López Calva, 1996).

De acuerdo con Patiño (2012) se identifica la concepción de las personas como seres de un proceso de construcción propia, donde cada uno busca que se pueda ejecutar sus dinamismos fundamentales como la libertad criticidad solidaridad creatividad armonización en el mundo afectivo e integración con relación a la conciencia de su accionar (p.2).

2.2.9.4.2 Aprendizaje vivencial

Este aprendizaje constituye al aprendizaje significativo donde se consigue mediante la acción y la experiencia constituyendo así el propio acto de vivencia. Está lejos de cumplir con el concepto tradicional del aprendizaje, pues se requiere que exista memorización de definiciones debido a que no sean vivido las cosas en su propia piel (Educativa, 2022).

Algunos de los principios del aprendizaje vivencial son:

Aprendizaje desde la experiencia: se basa en la experiencia directa del individuo, y no en la transmisión de conocimientos de forma teórica o abstracta. Según Kolb (1984), constituye un ciclo de reflexión conceptualización y experimentación de la experiencia.

Participación activa: El aprendizaje vivencial necesita que se pueda participar de forma activa con el individuo en el proceso de aprendizaje. Esto quiere decir que el individuo se debe involucrar con la experiencia no solo desde una perspectiva de observador.

Reflexión crítica: Implica una reflexión de forma crítica con relación a las experiencias que se han vivido. Según Boud, Keogh y Walker (1985), requiere que se analice de forma rigurosa y profunda desde la experiencia con la finalidad de que se puedan identificar las debilidades y fortalezas de la misma y de tal manera poder generar nuevas habilidades, así como conocimiento.

Contextualización: se ejecuta en cierto contexto, influyendo en el proceso de aprndizaje. Al respecto, Lave y Wenger (1991), Donde el aprendizaje surge mediante la interacción entre el entorno y el individuo no de forma separada.

2.2.9.4.3 Aprendizaje comunitario

El aprendizaje comunitario se encarga de que las personas que están implicadas en la identificación del futuro con las comunidades refuercen el compromiso de participación con respecto al desarrollo de desafíos que se presenten con relación al cambio el cual se encuentra cada vez más globalizado. Así también el aprendizaje comunitario destaca su relevancia en el desarrollo sostenible que permite el que se propicie la comunidad mediante un papel activo lo cual posibilita la reevaluación redefinición y el desarrollo del conocimiento local.

Es así como también contribuye con las personas para que puedan adquirir de nuevo conocimiento y que las habilidades de vida en el desarrollo sostenible puedan mejorar, por ejemplo, a través de la agricultura y la pesca de forma respetuosa con respecto al medio ambiente o una metodología de trabajo con relación a la resolución de desigualdades económicas y sociales (UNESCO, 2017).

Dicha forma de aprendizaje permite que la oportunidad de conexión con la teoría y la práctica sean únicas donde se incluyen los tipos de experiencias formativas permitiendo que la herramienta metodológica y los recursos que están destinados a la propia comunidad sea en el eje principal del aprendizaje. Donde los educandos puedan enfrentar desafíos y responder a las diferentes situaciones reales consolidando el conocimiento significativo contextualizado funcional y transferible fomentando la capacidad de que puedan aplicar lo que han adquirido.

2.2.9.5 Metodologías del Modelo ChanGo

2.2.9.5.1 Asambleas

Las asambleas escolares son una metodología muy importante dentro de la educación humanística porque son un espacio de comunicación colectiva, adecuado para organizar la vida institucional con la participación de toda la comunidad educativa.

Son un instrumento pedagógico y político de paz y consenso social que contribuye a crear las bases de la actuación de las infancias y las juventudes de cara al desarrollo, el fortalecimiento y la descentralización del poder.

Para Carozzo (2020), "La finalidad de la asamblea en el aula es que se pueda promover la participación del educando con respecto a la construcción del conocimiento en tal sentido, se pueden desarrollar las experiencias individuales, así como enriquecer el aprendizaje de quiénes han participado" (p.85).

2.2.9.5.2 Tutorías comunicativas

Las tutorías comunicativas, son una forma de abordar y contribuir al desarrollo de habilidades comunicativas, a la vez que se generan momentos de encuentro que fomentan el vínculo de confianza entre el tutor de grado y sus estudiantes. En estas tutorías, se abordan temáticas de situaciones cotidianas a través del lenguaje gráfico, oral y escrito y que están relacionadas con la construcción de lo social.

Las tutorías comunicativas están estrechamente relacionadas a la comunicación por lo que no es extraño que se vinculen de forma directa con la materia de lengua. Desde esta metodología se abordan con un mayor nivel de profundidad, desde la perspectiva de una pedagogía humanista, que no se ocupa sólo de contenidos sino de formar personas, en este sentido no solo forma sino fortalece las habilidades comunicativas, de manera que ayude a brindar herramientas que permitan integrarse en una sociedad desde una comunicación cimentada en el respeto.

2.2.9.5.3 Aprendizaje por ambientes

Encontrar la forma en que los estudiantes aprendan con autonomía parece una cosa sencilla si consideramos el aprendizaje como algo holístico que se ve afectado por el ambiente, el contexto, las interacciones, etc., es decir, si consideramos que siempre se está aprendiendo entonces casi siempre se aprende con autonomía; sin embargo, hay otra serie de factores que se deben abordar desde la educación formal, como la necesidad de responder a una realidad que emerge de la cultura, de la sociedad, del desarrollo físico y cognitivo y de la economía.

Cuando se piensa en la educación formal cobran valor los ambientes de aprendizaje siendo que estos son preparados con sentido e intención pedagógica y curricular, y permiten abordar la educación en función de objetivos, temas, resultados de aprendizaje etc., abordarla de forma que se consiga alcanzar unos estándares bien definidos en función del contexto, del desarrollo de los niños y de las necesidades de una sociedad. Por esto, a continuación, dediquémonos a abordar los ambientes de aprendizaje de una forma detallada, según las propuestas de Montessori con sus actualizaciones y fortalecida por los aportes hechas desde el modelo ChanGo.

Los ambientes de aprendizaje son espacios diseñados para que los niños puedan explorar, experimentar, conocer y aprender de forma autónoma y activa, están diseñados tomando en cuenta diferentes variables, las más importantes son las etapas de desarrollo y los intereses particulares de los estudiantes, de forma que respondan tanto a sus intereses como a sus necesidades.

2.2.9.5.4 Talleres experimentales

La metodología de talleres experimentales o conocida como una forma de aprendizaje experiencial que combina teoría y práctica, promoviendo la participación cognitiva y física de los estudiantes. Según el Ministerio de Educación del Perú, este tipo de aprendizaje enfrenta a los estudiantes a situaciones complejas, permitiéndoles aprender a través de desafíos y experimentación. El modelo ChanGo destaca que esta metodología no se limita a una asignatura específica, sino que puede aplicarse en diversas áreas como Matemáticas fomentando habilidades como el pensamiento crítico, la comunicación, la colaboración y la creatividad.

La secuencia didáctica de los talleres experimentales se divide en tres momentos: provocación-conexión, profundización y reflexión-sistematización. En el primer momento, se busca conectar a los estudiantes con el tema a través de preguntas provocadoras, presentación de hechos y noticias, y actividades que despierten su interés. El segundo momento se centra en la profundización del contenido mediante el aprendizaje cooperativo, actividades prácticas, experimentos y proyectos, fomentando la creatividad y el pensamiento científico. Finalmente, en el tercer momento, se sintetizan y comunican los resultados obtenidos, permitiendo a los estudiantes reflexionar sobre lo aprendido y compartir sus hallazgos de manera creativa.

Los talleres experimentales son una metodología activa que promueve el aprendizaje significativo a través de la práctica y la experimentación en diversos contextos. Esta metodología no solo desarrolla habilidades y destrezas aplicables en diferentes áreas, sino que también fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas. Al integrar elementos artísticos, actividades cooperativas y el uso de materiales concretos, los talleres experimentales ofrecen una experiencia de aprendizaje integral que conecta lo cognitivo con lo sensorial, permitiendo a los estudiantes construir conocimientos de manera vivencial y significativa.

2.2.9.5.5 Aprendizaje experiencial

Para la Universidad Internacional de Valencia (2015), contribuye con el desarrollo de la capacidad de las personas para adquirir el nuevo conocimiento desde su propia experiencia, desde una perspectiva conceptual y operativa en el desarrollo. Donde se implica un trabajo sistemático relevante consistente en las estructuras de las diferentes experiencias con relación a los objetivos educativos que se pretenden alcanzar, así como el perfil adecuado del estudiante.

El Modelo Educativo ChanGo define al aprendizaje experiencial como una forma de desarrollar las capacidades para aprender a partir de experiencias diseñadas de manera sistemática y dividida en secuencias.

El aprendizaje experiencial construye el conocimiento a partir de valorar la sabiduría y conocimiento, propios y de los demás. Puede desarrollarse en la misma comunidad, la naturaleza o en laboratorios, talleres y/o estudios, pues dichos espacios permiten la interacción entre la acción y la reflexión; en este sentido puede decirse que se trata de una metodología abierta que aborda diversas formas de aprender e integra conocimientos de los diferentes actores comunitarios y familias.

2.2.9.5.6 Aprendizaje por servicio

El aprendizaje servicio no es otra cosa que la metodología que propone el diseño la ejecución de diversas tareas y la planificación que contribuyen con el abordaje de la temática comunitaria de identificada. En tal sentido dicha metodología ayuda del estudiante a pensar en un producto y poder desarrollarlo de manera colectiva con la finalidad de que la situación es educativa en las que se venga a hacer afectadas en el diario vivir puedan ser resueltas. Es así como las instituciones educativas respecto al entorno incorporan materiales y fuentes de información de diferentes lugares integrando una diversidad personal y cultural.

Una de las metas es contribuir con la formación del educando más allá de lo establecido en El currículo escolar para que puedan ser formados como personas capaces de superar aquellos retos sociales que se presentan en el entorno y se pueda transformar el mundo en el que habita.

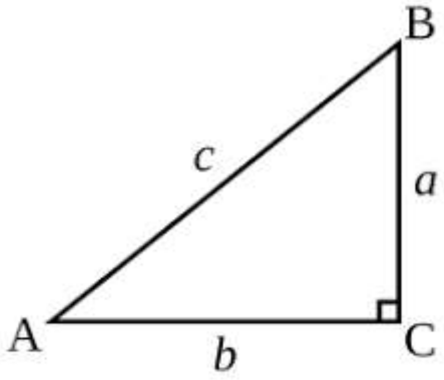
Además, se puede definir el tipo de objetivos de aprendizaje de la siguiente manera: se puede orientar los procesos de enseñanza aprendizaje con relación a la potencialización del educando como un agente de cambio con la capacidad de plantear soluciones y promover las voluntades comunitarias educativas y de diferentes actores sociales frente a un hecho real.

Además de diseñar y ejecutar proyectos de forma colectiva con el propósito de que se puedan abordar desde las unidades educativas las diferentes situaciones de la comunidad en el diario vivir.

2.2.10 Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras recibe este nombre porque su demostración es, sobre todo, una recompensa de la escuela pitagórica. Dónde se consideró que este fue un movimiento filosófico y matemático principalmente ligado con el pensador Pitágoras quien vivió en el siglo VI a.C. a pesar de que sea tornado complicado separar los aspectos históricos de las leyendas que lo rodean a Pitágoras se le considera como el fundador de la escuela pitagórica, donde, a pesar de la época, tanto hombres como mujeres podían estudiar matemáticas. Las matemáticas se aprendieron por el simple hecho de constituir El planteo y resolución de problemas matemáticos en esa época en la que solo arquitectos e ingenieros estaban obligados a estudiarlas (Aguilera, 2025).

Figura 1
Triángulo rectángulo



Nota. En el siguiente triangulo rectángulo la fórmula del Teorema de Pitágoras es: $c^2 = a^2 + b^2$. Elaboración propia.

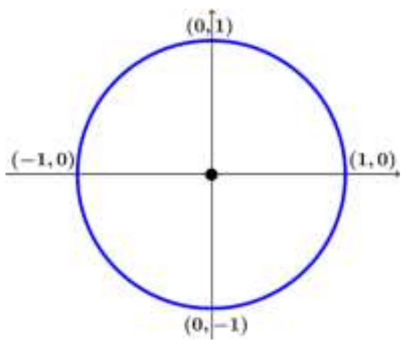
De acuerdo a la Figura 1, a y b representan los catetos y c es la hipotenusa.

2.2.11 Círculo unitario

Por definición, una circunferencia unitaria o círculo trigonométrico es aquel cuyo radio es igual a uno y su centro se encuentra en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas. Los ángulos formados en este círculo se miden en sentido contrario a las manecillas del reloj (Zambrano, 2022)., empezando en el eje positivo de las abscisas.

Por ejemplo, en la figura 2 se muestra un círculo unitario.

Figura 2
Círculo unitario



Nota. Obtenido de Guzmán (2021).

Este círculo se utiliza en la matemática para comprender las relaciones entre las funciones trigonométricas con respecto al plano cartesiano. El círculo unitario es equivalente las coordenadas de los valores del seno de un ángulo en y los valores del coseno equivalen en las coordenadas x.

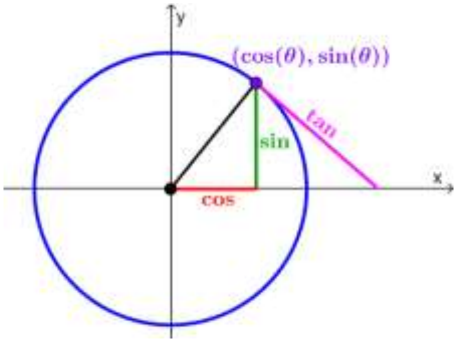
Las funciones trigonométricas como coseno seno y tangente se relacionan con el uso del círculo unitario del teorema de Pitágoras.

2.2.11.1 Funciones trigonométricas mediante el uso del círculo unitario

Para Guzman (2025), “Las funciones trigonométricas se pueden calcular mediante el uso del círculo unitario. Aplicando el teorema de Pitágoras para relacionar las mismas” (párr, 6).

A continuación en la figura 3 se muestran las gráficas de las funciones trigonométricas dentro del círculo unitario ubicadas en el plano cartesiano.

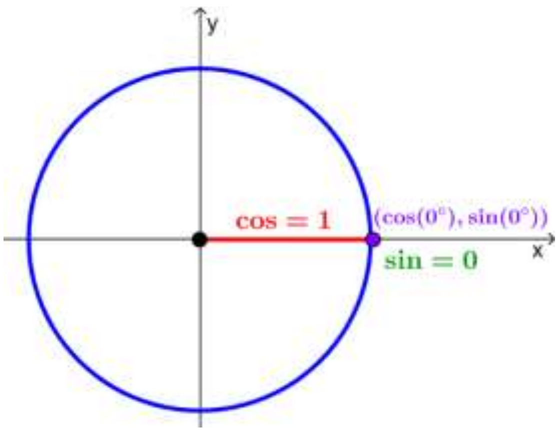
Figura 3
Circulo unitario de funciones trigonométricas



Nota. Obtenido de Guzmán (2021).

Se identifica que, en el círculo unitario, el coseno equivale a la coordenada en x y el seno corresponde a la coordenada en *y*. Por ejemplo, interpretemos $\theta = 0$.

Figura 4
Circulo unitario cuando el ángulo vale cero



Nota. Círculo unitario cuando $\theta = 0$ (Guzmán, 2021).

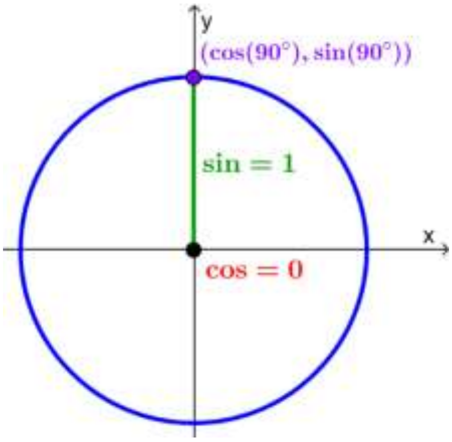
Se observa a la coordenada en *x* que corresponde a 1 y a la coordenada en *y* la cual corresponde a 0, dado que:

- $\cos(0) = 1$
- $sen(0) = 0$

Ahora, que sucede cuando $\theta = 90^o$.

Figura 5

Circulo unitario cuando el ángulo vale noventa



Nota. Circulo unitario cuando $\theta = 0$ (Guzmán, 2021).

En este ejemplo, se identifica a la coordenada en *x* que corresponde a 0 y la coordenada en *y* se refleja en 1, por ende:

- $\cos(90) = 0$
- $sen(90) = 1$

Lo cual se extiende en diferentes ángulos donde se consideran las proporciones tanto de la coordenada *x* y así como la de la coordenada *y*.

2.2.11.2 Círculo unitario en radianes

Cuando se trata de la medición de ángulos en radianes es más fácil utilizar el círculo unitario en radianes debido a que se relacionan con el cálculo. Por tal motivo se encuentran diferentes valores en el círculo unitario donde se utilizan radianes, es así como se debe recordar que una vuelta completa en el círculo unitario corresponde a 360°, lo cual es igual a 2π radianes (Guzmán, 2021).

Se puede realizar la conversión de ángulos en radianes, a la vez poder expresarlos en términos de radianes:

Tabla 1

Transformación de ángulos a radianes

Ángulo	Radianes
$0°$	0
$30°$	$\frac{\pi}{6}$
45^0	$\frac{\pi}{4}$
60^0	$\frac{\pi}{3}$
90^0	$\frac{\pi}{2}$

Nota. Los valores de funciones trigonométricas representan al primer cuadrante del círculo unitario.

2.2.12 Funciones trigonométricas en el plano cartesiano

2.2.13 Definición de funciones trigonométricas

Según Cabrera (2009), "Una función trigonométrica se define como la aplicación de una razón trigonométrica a diferentes valores de la variable independiente, la cual debe estar expresada en radianes." (p.3).

Figura 6

Signos de las funciones trigonométricas

Nota. La imagen es una captura de pantalla del video Signos de las razones trigonométricas, publicado el 15 de mayo del 2021 en YouTube. Disponible en https://www.youtube.com/watch?v=aZ0uhT2v4YI

2.2.14 Funciones trigonométricas

2.2.14.1 Función Seno

Según el autor Mendoza (2019) "el seno de los ángulos constituye la relación existente entre la longitud del cateto opuesto así, como la longitud de la hipotenusa" (p. 18).

De la Figura 1, La fórmula es $sen\ A = \frac{a}{c}$ (catetos)

2.2.14.2 Función Coseno

El coseno de un ángulo es la razón entre el cateto contiguo al ángulo y la hipotenusa.

Se expresa por cos.

De la Figura 1, Su fórmula es $\cos A = \frac{b}{c}$

2.2.14.3 Función Tangente

Se denota por $f(x) = tgx$, de una variable independiente x expresada en radianes a la aplicación de la razón trigonométrica tangente, en un triángulo rectángulo es:

De la Figura 1: $\tan A = \frac{a}{b}$

2.2.15 Funciones trigonométricas recíprocas

2.2.15.1 Función Secante

En un triángulo rectángulo, la medida de un ángulo es la razón que existe entre la longitud de la hipotenusa dividida por la longitud del cateto adyacente del mismo. Esta función asignada a cada número real x el valor de la secante del ángulo cuya medida en radianes es x (Zubieta, 2018).

De la Figura 1: $\sec A = \frac{c}{b}$

2.2.15.2 Función Cosecante

Esta, es calculada como la inversa entre la función seno, a la vez, es expresada en rad.

De la Figura 1: $\csc A = \frac{c}{a}$

2.2.15.3 Función Cotangente

Esta función, es calculada como la inversa de la función tangente, la cual se manifiesta en rad.

De la Figura 1: $\operatorname{ctg} A = \frac{b}{a}$

2.2.16 Propiedades de las funciones trigonométricas

Entre las principales propiedades de las funciones trigonométricas se encuentran las siguientes:

Periodicidad: Tanto seno como coseno y tangente son funciones periódicas por lo cual se manifiestan en intervalos regulares. Los períodos de dichas funciones son 2π para el seno y el coseno, y únicamente π para la tangente.

Paridad: La función del seno es inmovible esto quiere decir que sen(-x) es igual a -sen(x). Con relación a la función coseno de determina que es par, lo que quiere decir que cos(-x) = cos(x). La tangente, por otra parte, no es ni par ni impar por lo cual x incorpora el ángulo ya sea en radianes o en grados.

Relaciones de reciprocidad: estas funciones se guían por diversas relaciones recíprocas. Es decir, la secante (sec) constituye la reciprocidad con el coseno, sin embargo, la cotangente (cot) constituye la reciprocidad con la tangente.

2.2.17 Identidades trigonométricas

Las identidades trigonométricas son ecuaciones que relacionan funciones trigonométricas, y que son válidas para todos los valores del ángulo. Para que se den estas identidades, solo debe existir una variable: el ángulo.

Las identidades trigonométricas fundamentales son:

Relación entre seno y coseno

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

Relación entre secante y tangente

$$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$$

Relación entre cosecante y cotangente

$$\csc^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha$$

Funciones trigonométricas reciprocas

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

3.1 Enfoque de la investigación

La presente investigación tiene un enfoque de carácter cuantitativo. El autor Cárdenas (2018) Manifiesta que la investigación cuantitativa constituye un aspecto metodológico basado en la recolección y análisis de datos de carácter numéricos lo cual permite que se identifiquen relaciones patrones y generalizaciones entre sí. Además, se basa en la medición objetiva de las diferentes técnicas de estadísticas empleadas para la evaluación de la hipótesis y la obtención de conclusiones. Se consideró este enfoque puesto que, en la toma de las pruebas objetivas y en la tabulación de los datos se utilizó una estadística descriptiva.

3.2 Nivel de la investigación

El nivel de la investigación fue descriptivo-propositivo, ya que, a partir de la descripción de las metodologías del Modelo ChanGo, se propuso una guía didáctica dirigida a los estudiantes de Segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre". Esta guía se diseñó considerando las dificultades identificadas en el tema de funciones trigonométricas al aplicar la prueba objetiva.

3.3 Tipos de investigación

3.3.1 Por el lugar

Dado que se trabajó directamente con los estudiantes de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre", se clasificó como una investigación de campo. Se recopiló datos directamente en el entorno donde ocurre el fenómeno de estudio, es decir, con los estudiantes de Segundo de Bachillerato.

3.3.2 Por el tiempo

El estudio fue de tipo transversal debido a que se aplicó el instrumento de recolección de datos en un período tiempo determinado.

3.4 Diseño de la investigación

Con relación al diseño de la investigación este estudio fue de carácter no experimental puesto que, las variables de estudio no fueron manipuladas en el desarrollo del mismo.

3.5 Técnica e instrumento de recolección de datos

3.5.1 Técnica

La técnica que se empleó para recopilar los datos fue una prueba objetiva, esta permitió que se pueda recolectar los datos de forma eficiente y objetiva y estructurada.

3.5.2 Instrumento

Para este estudio se utilizó como instrumento la prueba objetiva donde se evaluó utilizando una rúbrica de evaluación.

Esta prueba constituye un total de nueve preguntas las cuales contienen aspectos prácticos y teóricos con relación al área de la trigonometría con relación a la edad de los educandos.

Dicha rúbrica se desarrolla mediante una escala de valoración que permite la medición para poder identificar cuáles son las dificultades que poseen los estudiantes con respecto a los estándares que se requieren para el aprendizaje de las funciones trigonométricas, dicha escala se compone por cuatro niveles de desempeño los cuales se describen a continuación:

- **(1.SOB) Sobresaliente (4):** Representa el nivel más alto de desempeño, indicando que el estudiante ha superado ampliamente los estándares esperados. Demuestra un dominio sólido del contenido, aplicando conocimientos de manera precisa y eficiente.
- **(2.SAT) Satisfactorio (3):** Refleja que el estudiante ha alcanzado los estándares mínimos requeridos. Su desempeño es adecuado, aunque puede presentar áreas de mejora en la aplicación de conocimientos.
- **(3.EP) En proceso (2):** Manifiesta que el educando se encuentra en camino a alcanzar los requerimientos esperados, sin embargo, todavía presenta ciertas dificultades que necesitan reforzar a la vez apoyo para que el aprendizaje pueda ser consolidado.
- **(4.IN) Insuficiente (1):** Manifiesta que el educando no se encuentra en los niveles que se requieren para tener un aprendizaje significativo por lo cual la dificultad para la comprensión y aplicación de definiciones requiere una intervención notable y un apoyo con estrategias que permitan que el aprendizaje mejore.

Tabla 2

Escala de desempeño de la rúbrica de evaluación de la prueba de conocimientos

Escala	Descripción
(1.SOB) Sobresaliente (4)	Este es el nivel más alto de la escala e indica un desempeño excelente, por encima de los estándares esperados.
(2.SAT) Satisfactorio (3)	Este nivel muestra que se han alcanzado los estándares mínimos esperados.
(3.EP) En proceso (2)	Este nivel refleja que la persona está en camino de alcanzar los estándares esperados.
(4.IN) Insuficiente (1)	Este nivel indica que el desempeño o logro alcanzado está muy por debajo del estándar esperado.

3.6 Población y muestra

3.6.1 Población

La población estuvo compuesta por los educandos que conforman el segundo curso de bachillerato de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre”. Incluyendo así a los paralelos A, B, C, D y E.

Tabla 3
Población, estudiantes de Segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre”

Paralelo	Estudiantes	Porcentaje
A	32	21,33%
B	28	18,67%
C	31	20,67%
D	29	19,33%
E	30	20,00%
Total	150	100%

Nota: Datos referentes a la cantidad de estudiantes de segundo de bachillerato, proporcionados por la Secretaría de la Unidad Educativa “Vicente Anda Aguirre”.

3.6.2 Muestra

Para seleccionar la muestra representativa de esta población, se aplicó la fórmula de Slovin, esta fórmula permitió determinar el tamaño adecuado de la muestra necesaria para asegurar que los resultados sean estadísticamente significativos y representativos de la población total. La fórmula es la siguiente:

$$n = \frac{N}{1 + N(e^2)}$$

Donde:

n *es el tamaño de la muestra*

N *es el tamaño de la población*

e *es el margen de error estimado (0.15)*

Aplicando la formula nos queda:

$$n = \frac{150}{1 + 150((0.15)^2)}$$

$$n \approx 34$$

Tabla 4
Muestra tomada para la prueba objetiva

Paralelo	Estudiantes	Porcentaje
A	7	21,59%
B	6	18,80%
C	8	18,80%
D	6	18,80%
E	7	21,88%
Total	34	100%

Nota: Muestra para el Trabajo de Investigación

3.7 Técnicas y procesamiento de datos

Una vez realizada la recopilación de datos en el software Excel se realizó el respectivo análisis estadístico donde se pudieron obtener las diferentes gráficas y tablas del estudio.

Se realizó tablas de frecuencia que permitió organizar los datos de mejor manera, mismas que facilitó la identificación de los errores que cometieron los estudiantes. Además, se creó gráficos de pastel para representar los resultados de manera visual.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Presentación, análisis e interpretación de la prueba objetiva

A continuación, el análisis e interpretación de cada pregunta a través de tablas y gráficos correspondientes

Pregunta 1. *Dado el ángulo α del siguiente triángulo rectángulo indicar ¿Cuál es: la hipotenusa, el cateto opuesto y el cateto adyacente? Justifica la respuesta.*

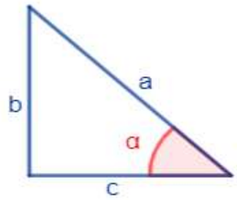


Tabla 5
Resultados sobre: Identificación de catetos e hipotenusa

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	20	58,82
Satisfactorio	3	8,82
En proceso	6	17,65
Insuficiente	5	14,71
Total	34	100

Análisis e interpretación.

La mayoría de los estudiantes están en la escala de sobresaliente y satisfactorio, rindieron la prueba de conocimiento mostraron un conocimiento sobresaliente ante la identificación de la hipotenusa y catetos en el triángulo rectángulo, por otro lado, la menor parte de los estudiantes obtuvieron la escala de insuficiente tienen dificultad en la identificación, mostrando una insuficiencia de conocimiento.

Esto indica que, un grupo significativo alcanzó el nivel sobresaliente, existe un grupo considerable que aún se encuentran en el proceso de alcanzar el nivel de aprendizaje esperado. Los resultados obtenidos permiten enfocar acciones para reforzar a quienes requieran un acompañamiento más cercano.

Pregunta 2. *Simplificar la siguiente expresión.* $2 * [\cos(x) - \cos(2x)] - [2cos(x) - cos(2x)]$

Tabla 6

Resultados sobre: Simplificación de expresiones trigonométricas

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	0	0
Satisfactorio	0	0
En proceso	0	0
Insuficiente	34	100
Total	34	100

Análisis e interpretación.

En la prueba objetiva aplicada se observó un 100% de resultados insuficientes en la simplificación de expresiones trigonométricas donde se logra evidenciar una gran dificultad en el uso del álgebra una de las principales dificultades es la incorrecta aplicación de la propiedad distributiva y errores al operar con los argumentos de la función trigonométrica coseno, lo que afecta tanto el procedimiento como el resultado final, esto subraya la necesidad de fortalecer la enseñanza del álgebra en relación con la trigonometría para asegurar una mejoría en el conocimiento de los estudiantes.

Pregunta 3. *Calcular el valor de x de la siguiente figura utilizando las razones trigonométricas.*

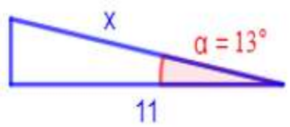


Tabla 7

Resultados sobre: Calculo de la variable "x" a través de razones trigonométricas

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	19	55,88
Satisfactorio	5	14,71
En proceso	8	23,53
Insuficiente	2	5,88
Total	34	100

Análisis e interpretación.

El 55,88% de los educandos realizó de forma adecuada el ejercicio correspondiente a las razones trigonométricas, sin embrago, el 29,41% presento ciertas dificultades. Lo que demuestra que se requiere reforzar la comprensión activa de las razones trigonométricas como: seno, coseno y tangente.

Los problemas que se han identificado pueden ser el resultado de la falta de práctica o la inexistencia de la presentación de la teoría mediante la aplicación de ejercicios. Entre las dificultades principales que se han identificado se encuentran la confusión cuando se deben aplicar razones trigonométricas, es por ello que se presentan errores con respecto a los cálculos y a la presentación de valores que confunden el ángulo con el cateto.

Pregunta 4. *Calcular el perímetro del siguiente polígono.*

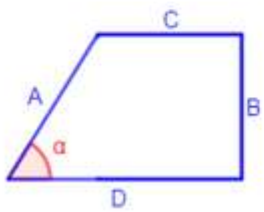


Tabla 8

Resultados sobre: Perímetro del polígono

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	0	0
Satisfactorio	0	0
En proceso	2	5,88
Insuficiente	32	94,12
Total	34	100

Análisis e interpretación.

El 94,12 % de la población de estudio, correspondiendo a la mayoría de educando se encuentran en la escala insuficiente por lo que el conocimiento que demuestran no está al nivel elevado con relación al cálculo del perímetro del polígono en la prueba de conocimientos que se les tomó, esto indica que existe un déficit significativo en la aplicación de conceptos de trigonometría con relación a la problemática de geometría.

Esto se debe a que no existe la debida comprensión con respecto a la relación de las funciones trigonométricas y a los perímetros, por lo cual se requiere que existan métodos de enseñanza que sean más efectivos y que permitan que los estudiantes desarrollen su intuición, puesto que los estudiantes no complementan el primer paso crucial que consiste en la división de polígonos con relación a las figuras que son simples esto ha dificultado la aplicación del procedimiento trigonométrico. Dicha deficiencia enfoca la necesidad que se requiere de fortalecer el análisis geométrico cuando se utiliza el razonamiento trigonométrico.

Pregunta 5. *La elevación de una cometa cuando se ha soltado 50m de hilo tiene un ángulo de 37^0 ¿Cuál es la altura de la cometa?*

Tabla 9

Resultados sobre: Altura de la cometa usando ángulos de elevación

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	0	0
Satisfactorio	1	2,94
En proceso	7	20,59
Insuficiente	26	76,47
Total	34	100

Análisis e interpretación.

Según los resultados de la prueba, el 76,47% de los alumnos no fue capaz de calcular correctamente la altura de una cometa ubicándose en la escala de insuficiente, lo que demuestra la dificultad que sigue existiendo para aplicar las razones trigonométricas en situaciones de la vida real, este tipo de ejercicios no sólo requiere el uso de fórmulas, sino también la capacidad de interpretar el contexto, lo que pone de manifiesto la necesidad de trabajar con ejemplos de la vida real, muchos alumnos tuvieron dificultades porque no crearon un esquema previo que les ayudara a organizar los datos y a comprender plenamente el problema, también colocaron mal la información en el dibujo, lo que los llevó a cometer errores al resolver el ejercicio, esto demuestra la importancia de enseñar a los alumnos a representar gráficamente y analizar los problemas antes de empezar los cálculos utilizando estrategias que les permitan organizar sus pensamientos y aplicar correctamente lo que han aprendido.

Pregunta 6. *De la cima de un faro de 7m de alto se observa una lancha con un ángulo de depresión de 12^0 Calcular la distancia entre la lancha y el pie del faro.*

Tabla 10

Resultados sobre: Distancia entre la lancha y el faro con ángulo de depresión

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	5	14,71
Satisfactorio	1	2,94
En proceso	5	14,71
Insuficiente	23	67,
Total	34	100

Análisis e interpretación.

En el ejercicio sobre el cálculo de la distancia entre un barco y la base de un faro, el 67,65% de los alumnos no consiguió resolverlo correctamente. Esto demuestra que sigue habiendo muchas dificultades a la hora de aplicar la trigonometría a problemas que se asemejan a situaciones de la vida real.

Por lo tanto, sería útil trabajar con ejemplos más familiares y comunes en clase para que los alumnos puedan relacionar mejor lo que aprenden con lo que ven fuera del aula, uno de los principales fallos fue que muchos alumnos no crearon un diagrama que les ayudara a entender el problema antes de empezar a resolverlo, y los que lo hicieron, en varios casos, introdujeron los datos incorrectamente, lo que acabó afectando al resultado final.

Pregunta 7. *Convertir el siguiente ángulo de radianes a grados.* $\frac{3}{10}\ rad$

Tabla 11
Resultados sobre: Conversión de ángulos de radianes a grados

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	8	23,53
Satisfactorio	8	23,53
En proceso	8	23,53
Insuficiente	10	29,41
Total	34	100

Análisis e interpretación.

La conversión de radianes a grados muestra una diversidad de resultados: mientras que el 47,06% de los estudiantes logró un desempeño satisfactorio o sobresaliente, un 29,41% obtuvo resultados insuficientes.

Este resultado indica que una parte de los estudiantes presenta dificultades para comprender la relación entre ambas unidades de medida o para recordar las equivalencias fundamentales, es crucial reforzar estos conocimientos mediante ejemplos visuales y ejercicios prácticos repetitivos, para asegurar una comprensión más sólida y la aplicación correcta de la conversión entre radianes y grados.

Pregunta 8. *Expresa en radianes el siguiente ángulo.* 316^0

Tabla 12
Resultados sobre: Conversión de ángulos de grados a radianes

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	14	41,18
Satisfactorio	5	14,71
En proceso	8	23,53
Insuficiente	7	20,59
Total	34	100

Análisis e interpretación.

De forma similar a la conversión de radianes a grados, al convertir grados a radianes, la mayoría de los alumnos obtuvo un rendimiento sobresaliente y satisfactorio, mientras que el una minoría obtuvo resultados insuficientes.

Esta dificultad sugiere que, aunque una parte significativa de los alumnos comprende correctamente la conversión, un grupo tiene dificultades para aprender y aplicar con fluidez estos conceptos básicos. La principal dificultad parece ser la falta de comprensión de la relación y el proceso de conversión entre las dos unidades, lo que requiere un apoyo adicional para reforzar estos conocimientos fundamentales.

Pregunta 9. *Graficar la función seno con un intervalo de 0^0 hasta 360^0 y responda la siguiente pregunta; ¿Dónde alcanza su valor máximo y su valor mínimo?*

Tabla 13

Resultados sobre: Gráfica de la función seno y análisis de máximos y mínimos

Escala	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sobresaliente	17	50,00
Satisfactorio	11	32,35
En proceso	5	14,71
Insuficiente	1	2,94
Total	34	100

Análisis e interpretación.

La representación gráfica de la función trigonométrica seno y el análisis de sus valores máximos y mínimos resultaron ser un punto fuerte para los alumnos, con una gran parte de estudiantes ubicados en la escala de sobresaliente y satisfactorio, esto demuestra que la enseñanza visual y gráfica es más eficaz y que los alumnos tienen una mayor capacidad de comprensión de los diagramas cuando se presentan visualmente.

Sin embargo, a pesar de los resultados positivos, se observaron algunas deficiencias en determinados aspectos, como la sustitución incorrecta de datos y la confusión de símbolos, que dieron lugar a algunos errores en los cálculos.

4.2 Discusión

Peña (2022) en su trabajo titulado “Enseñanza aprendizaje de la trigonometría a través de la estrategia apoyada en una herramienta digital para educandos del décimo año de la I.E.T.I Villa María de Soledad” Los resultados de la prueba de conocimientos aplicados demuestran que solo el 15,60 % de los estudiantes completó correctamente un ejercicio con razones trigonométricas, mientras que el 28,10 % presentó dificultades. Esto indica la necesidad de reforzar la comprensión práctica de las razones seno, coseno y tangente, entre los principales problemas se encuentran la confusión al aplicar las razones trigonométricas y la asignación incorrecta de valores al confundir el ángulo con el cateto, lo que demuestra que la mayoría de los estudiantes tienen un bajo rendimiento en los conceptos evaluados de trigonometría, lo que indica un problema que requiere atención educativa.

Las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas son evidentes en los estudiantes de segundo de bachillerato. Según Veiga (2014), los errores suelen surgir al intervenir operaciones como la radicación y potenciación, especialmente cuando se generaliza el uso de la propiedad distributiva de forma incorrecta (p.205), estos desafíos son evidentes en trigonometría cuando las propiedades algebraicas se utilizan incorrectamente y cuando las fórmulas trigonométricas son difíciles de simplificar, el 100% de los estudiantes en el examen tuvieron puntajes inadecuados en esta área, lo que indica la necesidad de fortalecer la instrucción de las características de las funciones trigonométricas, particularmente en lo que se relaciona con el álgebra.

Por otro lado, Alexis (2016) también señala áreas que requieren trabajo, como el conocimiento de las identidades trigonométricas y la elección de las funciones trigonométricas correctas en circunstancias particulares dado que el 78,10 % de los estudiantes dio respuestas inadecuadas al calcular la altura de una cometa, lo que indica una falta de comprensión en la aplicación contextualizada de los principios trigonométricos, los desafíos que enfrentaron los participantes de la investigación se alinean con estas áreas, lo que enfatiza la importancia de incorporar problemas reales en la instrucción para mejorar la comprensión y la resolución de problemas.

No obstante, Robayna (2007) señala que estos errores son el resultado de utilizar la propiedad distributiva e interpretar erróneamente las variables o incógnitas como números, lo que expone problemas estructurales y de pensamiento numérico, este estudio apoya esta teoría porque todos los alumnos 100% fueron incapaces de simplificar expresiones trigonométricas y mostraron dificultades comparables al utilizar el álgebra, sobre todo al trabajar con funciones como el coseno.

CAPITULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

La investigación organizó los fundamentos teóricos del modelo ChanGo enfatizando su énfasis en la cooperación, el aprendizaje significativo y el uso de entornos virtuales y reales dando como conocimiento que, particularmente en asignaturas abstractas como la trigonometría, el modelo ChanGo ofrece técnicas metodológicas útiles para agilizar el proceso de enseñanza - aprendizaje.

Con relación a los datos que se obtuvieron con respecto a la prueba objetiva se identifica que los estudiantes presentaron mayores dificultades cuando se trataba de resolver problemas prácticos y con respecto a la comprensión de significado de las razones trigonométricas, las cuales atribuyen a la deficiencia del uso de enfoques convencionales con relación a la contextualización e interacción entre docente estudiante. Además, dicho diagnóstico fue primordial para poder obtener una mejor orientación y que se pueda desarrollar con mayor facilidad la propuesta didáctica.

Finalmente, el estudio concluyó con la ejecución de una guía didáctica que contribuya con la enseñanza de funciones trigonométricas para estudiantes que cursan el segundo año de bachillerato en la Unidad Educativa Vicente Anda Aguirre, la misma que se basa en los principios del modelo ChangGo, se construye mediante la utilización de metodologías del modelo antes mencionado con la finalidad de superar los problemas que se han identificado y mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de trigonometría. Así también, contribuye con el desempeño de experiencias en el aprendizaje de forma contextualizada colaborativa y activa, trabajando de forma conjunta con las técnicas educativas que están inmersas en el modelo ChangGo.

5.2 Recomendaciones

Sin lugar a dudas la ejecución del modelo ChangGo es recomendable para que se pueda desarrollar de forma adecuada la asignatura abstracta como lo es la trigonometría, puesto a que hace énfasis en el desarrollo del aprendizaje colaborativo y significativo utilizando las situaciones virtuales, así como las reales. Esta implementación metodológica desde el inicio puede contribuir con el estudiante a la comprensión de ciertos temas que son complejos y contribuye con el incremento de la participación mejorando así la calidad educativa dando respuesta positiva a los diferentes entornos actuales y a las necesidades que tiene cada educando.

Se recomienda que la formación docente y los cursos de actualización promuevan el abandono de las técnicas tradicionales basadas en la memorización y la repetición, en favor de metodologías activas que fomenten la interacción, la contextualización y el pensamiento crítico, estas sesiones de formación deben centrarse en la enseñanza de la trigonometría, utilizando herramientas dinámicas e interactivas que permitan a los estudiantes relacionar la información matemática con situaciones reales, mejorando así su desempeño en la resolución de problemas prácticos.

También se sugiere que su implementación sea revisada periódicamente a través de sistemas de evaluación que resalten logros, desafíos y oportunidades de desarrollo, garantizando una retroalimentación continua que maximice el desempeño académico, se propone reforzar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas mediante la aplicación eficaz y consistente de la guía didáctica propuesta basada en el modelo ChanGo, se debe considerarse un recurso fluido y adaptable, centrado en actividades experimentales, colaborativas y contextualizadas.

CAPÍTULO VI. PROPUESTA

6.1 Tema de la propuesta

Guía didáctica con la implementación de las metodologías del modelo ChanGo para funciones trigonométricas.

6.2 Justificación de la propuesta

En el campo de la educación matemática es fundamental proporcionar a los estudiantes herramientas didácticas que favorezcan la comprensión de conceptos abstractos especialmente en áreas como la trigonometría donde la relación entre ángulos y razones trigonométricas puede resultar compleja. La metodología de enseñanza tradicional se basa en la memorización tanto de procedimientos como de fórmulas para poder desarrollar el ejercicio sin embargo esta metodología genera ciertas dificultades con relación a la interpretación y aplicación de las definiciones en diferentes contextos reales lo que impide que el aprendizaje se torne significativo.

Debido a que se ha identificado esta problemática se propone el diseño de la guía didáctica que se encuentra enfocada en la enseñanza de funciones trigonométricas con las respectivas estrategias interactivas y activas para fomentar las diferentes exploraciones aplicación y análisis del conocimiento en diferentes escenarios. La investigación realizada en la muestra estudiada muestra que una parte significativa de los estudiantes presentan dificultades tanto en la comprensión conceptual de las funciones trigonométricas como en su representación gráfica y resolución de problemas aplicados.

El desarrollo de esta guía responde a la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje mediante recursos estructurados que faciliten la asimilación de los contenidos promuevan la participación activa y refuercen la autonomía del estudiante. Además la propuesta se alinea con metodologías innovadoras del Modelo ChanGo, en donde integra actividades basadas en la experimentación el trabajo colaborativo y el aprendizaje experiencial.

En este sentido la elaboración de la guía didáctica no solo contribuye a la comprensión profunda de las funciones trigonométricas, sino que también fortalece el pensamiento analítico y la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes, permitiéndoles desarrollar habilidades esenciales para su formación académica y profesional.

6.3 Objetivo de la propuesta

6.3.1 Objetivo general

Fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas como estudiantes a través de la guía didáctica basada en estrategias interactivas y activas para fomentar la comprensión y aplicación de definiciones

6.3.2 Objetivos específicos

- Identificar las definiciones de esenciales para las funciones trigonométricas y la aplicación en los diferentes entornos.

- Fomentar el uso de estrategias dinámicas para que la enseñanza y el aprendizaje de las funciones trigonométricas se tornan más fáciles.
- Proporcionar ejemplos detallados y actividades estructuradas que permitan a los estudiantes analizar, representar y aplicar funciones trigonométricas de manera efectiva.

6.4 Recursos utilizados

Para la elaboración de la guía didáctica se empleó diferentes recursos didácticos, tecnológicos y bibliográficos, los cuales se enlistan a continuación:

6.4.1 Recursos bibliográficos

- Libros que tengan información de trigonometría
- información sobre las metodologías del Modelo ChanGo

6.4.2 Recursos tecnológicos

- Software GeoGebra para la visualización de las funciones trigonométricas

6.4.3 Recursos didácticos

- Guías impresas con ejercicios

6.5 Guía didáctica

Bibliografía

Aguilera, C. (1 de 2025). *Teorema de Pitágoras: qué es, algunas demostraciones y ejemplo de aplicación práctica - Smartick*. https://www.smartick.es/blog/matematicas/geometria/teorema-de-pitagoras/#:~:text=El%20teorema%20de%20Pit%C3%A1goras%20dice,cuadrados%20construidos%20sobre%20los%20catetos.

Alexis, P. (2016). La trigonometría: Dificultades existentes en el proceso de enseñanza - Aprendizaje. *Colón Ciencias, Tecnología y Negocios, 3*(1), 36-43. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9489255

Ausubel, D. (1963). The Psychology of Meaningful Verbal Learning. Grune & Stratton. *Scientific Research Publishing*.

Barragán, M., Ititia, M., & Benavides, M. (2023). Unidad Educativa 16 de Agosto: una experiencia educativa de confianza, libertad y autonomía. *Revista para el aula - IDEA- UxE*(46).

Boud, K., & Walker, D. (1985). Reflection: Turning experience into learning. *London: Routledge*.

Cabrera. (2009). "Las funciones trigonométricas: aplicaciones y uso de herramientas TIC". *Revista digital innovación y experiencias educativas, (26).*

Cantoral, R. M. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros. *Avances de investigación en educación matemática: AIEM*, 9-28.

Cárdenas, J. (2018). Investigación cuantitativa. *Refubium - Freie Universität Berlin Repository,* 2. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.17169/refubium-216

Carneros Revuelta, S., & Cárdenas Sevilla, L. (2023). El uso transformador del espacio desde el Modelo ChanGo. *Revista ecodiseño y sostenibilidad*. https://doi.org/https://www.doi.org/10.53766/ECOSOS/

Carneros, S., Paredes, S., & Zamboni, V. (Abril de 2023). Construcción colectiva. 98. Repensando el modelo ChanGo: https://www.modelochango.com/_files/ugd/77a98d_ba4542b054b742859a22bb1fe02b7c2c.pdf

Carozzo, J. (2020). La asamblea de aula. *Fondo Editorial*.

Casasola Rivera, W. (2020). El papel de la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje universitarios. *Comunicación, 29*(1), 38-51. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.18845/rc.v29i1-2020.5258

de Pitágoras, T. (2004). *Teorema de Pitágoras*. https://teoremadepitagoras. info/el-teorema-de-pitagoras

Delgado, J. R., Arpi, L. C., Vivanco, C. I., & Rojas, L. (2024). *Aula Invertida y el rendimiento académico en Trigonometría*. ESPACIOS, 45(02), 44-60. https://doi.org/10.48082/espacios-a24v45n02p04

Educativa, R. (2 de 2022). *¿Que es el aprendizaje vivencial y cómo fomentarlo?* https://www.redem.org/que-es-el-aprendizaje-vivencial-y-como-fomentarlo/

Estévez, R., & Sierra, M. (2004). La guía didáctica: sugerencias para su elaboración y utilización. *Dialnet*. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6320438

Fiallo, J., & Gutierrez, A. (2012). Unidad de enseñanza para la razones trigonométricas en un ambiente Cabri para el desarrollo de habilidades de demostración. *ResearchGate*, 173. https://www.researchgate.net/publication/303753211_Unidad_de_ensenanza_para_la_razones_trigonometricas_en_un_ambiente_Cabri_para_el_desarrollo_de_habilidades_de_demostracion

García Aretio, L. (2002). La Educación a Distancia, de la teoría a la práctica. *Perfiles educativos, 22*(88), 328. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982000000200007&lng=es&tlng=es.

Gonzáles Hernández, W. (2021). Los espacios de aprendizaje y las formas de organización de la enseñanza: una caracterización desde la subjetividad. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación, 20*(42), 313-328. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.21703/rexe.20212042gonzalez18

Gonzales La Nuez, O., & Suárez Suri, G. (2018). Los medios de enseñanza en la didáctica especial de la disciplina Anatomía Humana. *Revista Médica Electrónica, 40*(4), 1126-1138. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1684-18242018000400018&lng=es&tlng=es

Gonzales, A. (2010). UNIVERSIDAD, COMUNIDAD Y FORMACIÓN HUMANÍSTICO CULTURAL. *Dialnet*.

Guzmán, J. (16 de 05 de 2021). *Neurochispas*. El Círculo Unitario: El Círculo Unitario

Landín Jurado, N. (2023). *La escuela y su rol como agente de cambio: Transformaciones generadas en instituciones educativas desde la implementación del Modelo ChanGo en instituciones educativas de las provincias de Manabí y Santa Elena en el período 2019 - 2022.* Universidad Casa Grande, Guayaquil, Ecuador.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). Situated learning: Legitimate peripheral participation. *Cambridge University Press.*

Leocadio, P., Quintana Valdés, A., & Buden Serrano, I. d. (2024). El proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la Universidad Autónoma de Santo Domingo. *Revista Científico Metodológica*(79). http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1992-82382024000100008&lng=es&tlng=es.

López Calva, M. (1996). *El humanismo en la práctica docente.* Universidad Iberoa Centro, Puebla.

Mendoza Prado, C. J. (2019). *Funciones trigonométricas.* Universidad Nacional de Trujillo.

Modelo Chango. (2023). https://www.modelochango.com/

Patiño, H. (2012). Educación Humanista en la universidad. Un análisis a partir de las prácticas docentes eficientes. *Dialnet*.

Peña Benítez, Y. (07 de 2022). Aprendizaje de la trigonometría mediante una estrategia didáctica apoyada en una herramienta digital para estudiantes del grado décimo de la I.E.T.I Villa María de Soledad. http://hdl.handle.net/20.500.12749/17603

Robayna, M. S. (2008). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.* Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Solís Cevallos, M., San Andrés Laz, E., & Pazmiño Campuzano, M. (2019). Esfero rojo, esfero azul: Un enfoque tradicional de la educación actual en el Ecuador. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía, 4*(8), 803-827. https://doi.org/https://doi.org/10.35381/r.k.v4i8.494

Tamayo, M. (2004). *El proceso de la Investigación científica*. LIMUSA. https://es.scribd.com/doc/286815058/El-Proceso-de-La-Investigacion-Cientifica-Mario-Tamayo-y-Tamayo-4-Edicion-2004

Torres Corrales, D., & Montiel Espinosa, G. (2021). Resignificación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer grado de ingeniería. *Educación matemática, 33*, 202-232. https://doi.org/https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/view/7133

UNESCO. (2017). *El aprendizaje basado en la comunidad para el desarrollo sostenible*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000247569_spa

Universidad de la República Uruguay. (2020). *Etapas de la investigación Bibliografica.* https://www.fenf.edu.uy/wp-content/uploads/2020/12/14dediciembrede2020Etapasdela-investigacionbibliografica-1.pdf

Veiga, D. (2014). *ACTAS DE LA X CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA.* SOAREM. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-propiedad-distributiva-analisis-de-obstaculos-a-partir-de-una-ingenieria-didactica/

Verschaffel, L., Van Dooren, W., & De Smedt, B. (2015). Mathematical Learning. En S. EE.UU. (Ed.), *Encyclopedia of the Sciences of Learning* (págs. 2107-2110). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_448

Zambrano, N. (2022). TRIGONOMETRÍA Y APLICACIONES.

Zubieta, J. (2018). Tipificación de errores y dificultades en el desarrollo de las funciones trigonométricas de estudiantes de grado décimo. *Universidad Pedagógica Nacional*.

GUÍA DIDÁCTICA DE

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Autor: Joel Ocapana

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO I. GENERALIDADES

6.6 Introducción

El aprendizaje de las funciones trigonométricas representa un desafío significativo para los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre". En este contexto, el Modelo ChanGo surge como una alternativa metodológica innovadora que busca potenciar el aprendizaje activo y significativo de los conceptos trigonométricos.

Este modelo, fundamentado en estrategias didácticas dinámicas, promueve la participación del estudiante en la construcción de su propio conocimiento, facilitando la asimilación y aplicación de los principios trigonométricos a través de metodologías interactivas y contextualizadas.

La presente guía didáctica tiene como objetivo principal proporcionar un recurso pedagógico estructurado y fundamentado en las metodologías del Modelo ChanGo para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las funciones trigonométricas. Esta guía se basa en las dificultades encontradas luego de la aplicación de una prueba de conocimientos, permitiendo ofrecer soluciones concretas a los problemas detectados en el proceso de aprendizaje. A través de esta guía, se pretende ofrecer a los docentes estrategias prácticas y actividades innovadoras que faciliten el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La estructura de la guía se organiza en diferentes secciones que abordan desde los fundamentos teóricos de las funciones trigonométricas hasta el diseño de actividades y evaluaciones alineadas con el Modelo ChanGo. De esta manera, se busca contribuir al fortalecimiento de las prácticas pedagógicas y al mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas.

6.7 Justificación

El desarrollo de esta guía didáctica surge como respuesta a las dificultades que presentan los estudiantes de segundo de Bachillerato en la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre" en la comprensión y aplicación de las funciones trigonométricas. Los resultados obtenidos a partir de una prueba de conocimientos evidenciaron deficiencias significativas en el aprendizaje de estos conceptos, lo que hace necesario implementar estrategias innovadoras y efectivas para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El Modelo ChanGo ha sido seleccionado como base metodológica de esta guía debido a su enfoque en el aprendizaje activo, promoviendo la participación directa del estudiante en la construcción de su conocimiento. A través de estrategias dinámicas e interactivas, se busca facilitar la comprensión y aplicación de los conceptos trigonométricos en contextos reales, fomentando el pensamiento lógico y analítico.

Asimismo, esta guía didáctica responde a la necesidad de proporcionar a los docentes recursos estructurados que les permitan diversificar sus estrategias de enseñanza. Al contar con un material fundamentado en un modelo pedagógico innovador, los docentes podrán adaptar su metodología a los distintos estilos de aprendizaje de los estudiantes, promoviendo un entorno educativo más dinámico y motivador.

6.8 Objetivos

6.8.1 Objetivo general

- Facilitar el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa 'Vicente Anda Aguirre', mediante la implementación de metodologías del Modelo ChanGo que promuevan una comprensión profunda, activa y significativa de los conceptos clave de la trigonometría.

6.8.2 Objetivos específicos

- Aplicar actividades de aprendizaje activas y colaborativas para que los estudiantes identifiquen y comprendan las propiedades fundamentales de las funciones trigonométricas, como seno, coseno y tangente, mediante el uso de situaciones problemáticas contextualizadas.
- Facilitar la resolución de problemas trigonométricos aplicando identidades trigonométricas, para que los estudiantes puedan manipular las funciones en diversas situaciones matemáticas.

6.9 Metodologías del modelo ChanGo

Asambleas
Es un espacio de encuentro y comunicación semanal para propiciar la participación, la reflexión, la escucha y el fortalecimiento de la institución. Pone especial interés en la construcción y fortalecimiento de la sociedad, y en la formación ética del individuo y del grupo.

Aprendizaje por ambientes
El trabajo en ambientes de aprendizajes se basa en crear diversos espacios organizados en el aula o en la escuela que fomentan el aprendizaje en diferentes áreas de conocimiento. El docente se posiciona como acompañante de estos ambientes, los cuales desarrollan las capacidades de los estudiantes a través de retos y actividades ubicadas en rincones que invitan a los estudiantes a manipular materiales didácticos.

Aprendizaje experiencial
Dota a los estudiantes de aprendizajes prácticos en base a los saberes y destrezas profesionales de la comunidad. Al introducir en la escuela los conocimientos y oficios del contexto, se reconoce a la comunidad, se motiva al estudiante y se fomenta el aprendizaje interdisciplinar. En enfoque técnico las múltiples disciplinas involucradas en tal aprendizaje aportan a la formación profesional y personal de los estudiantes.

Tutorías comunicativas
Son un espacio de encuentro diario con los y las estudiantes. Pretende abordar situaciones emergentes, del tipo emocional, disciplinar y social. A la vez, tiene como prioridad el fortalecimiento de la comunicación.

Talleres experimentales
Estos espacios permiten organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, poniendo en práctica el "aprender haciendo" y estimulando el ejercicio de los procesos cognitivos superiores. Como espacios de construcción de conocimiento, estos talleres buscan enriquecer el conocimiento teórico por medio de considerar al contenido experiencial como un elemento indispensable en el proceso de aprendizaje.

Aprendizaje por servicio
Propone que los estudiantes construyan y ejecuten un proyecto interdisciplinar para abordar una problemática de la comunidad. El aprendizaje tiene vocación de servicio, volviéndolo positivo para la comunidad y significativo, así como tangible para el estudiante. Además, estos proyectos incluyen a familias, vecinos/as y organizaciones de la comunidad.

CAPITULO II DESARROLLO

6.10 Tema: Álgebra

6.10.1 Implementación metodológica

Para abordar el tema de álgebra, se propone trabajar con las metodologías:

- Aprendizaje por Ambientes, donde se organizan estaciones donde los estudiantes interactúan con materiales didácticos y situaciones contextualizadas para descubrir y practicar propiedades numéricas.

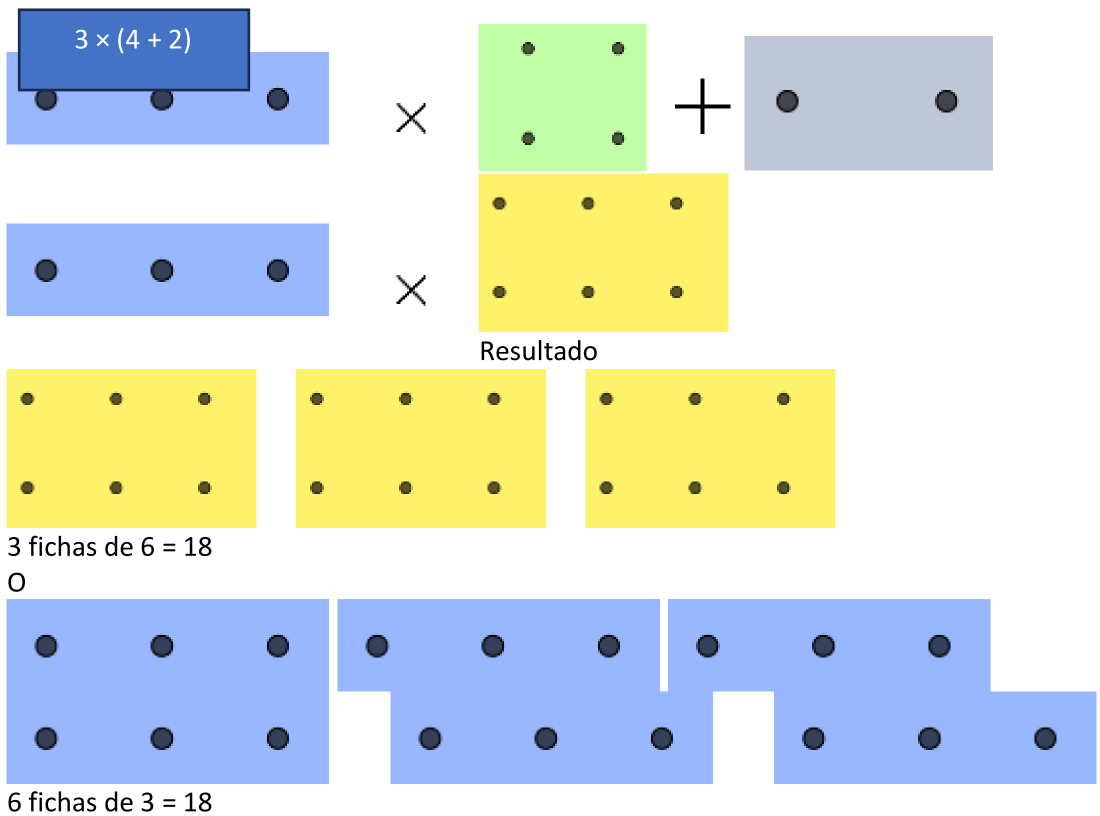
➢ Talleres experimentales, en la que se desarrollan actividades prácticas con materiales concretos y situaciones reales, promoviendo el "aprender haciendo". La combinación de ambas metodologías enriquece el aprendizaje y favorece una comprensión significativa del álgebra.

6.10.2 Estaciones de Aprendizaje

Estación 1:

Aplicación de la **propiedad distributiva** con material concreto (fichas, regletas, bloques).

- Ejercicio: Representar visualmente 3 × (4 + 2) con agrupaciones de fichas de colores.



Estación 2:

Tarjetas para ordenar y emparejar ecuaciones equivalentes.

- Tarjetas:
  - 2 × (3 + 5) =?
  - (2 × 3) + (2 × 5) =?

Estación 3:

Juego de emparejamiento digital o con cartas, donde los estudiantes buscan pares de expresiones que muestran la misma propiedad.

Material audio visual

Se adjunta el siguiente código QR de un cuestionario donde se podrá evidenciar la propiedad distributiva:

https://wordwall.net/es/resource/30847952/propiedad-distributiva

Estación 4:

Situaciones de la vida cotidiana donde se apliquen las propiedades (reparto de materiales, descuentos, agrupación de elementos).

- Ejemplo: ¿Cuántas galletas tengo en total si tengo 4 paquetes de galletas y en cada uno hay 3 de chocolate y 2 de vainilla?

Cada grupo rota por todas las estaciones, registra sus respuestas y las comparte en una síntesis final colectiva.

6.10.2.1 Contenidos Conceptuales y Ejercicios

✓ Propiedades de la suma

- Conmutativa: $4 + 2 = 2 + 4$
- Asociativa: $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$

✓ Propiedades de la resta

- No conmutativa: $10 - 3 \neq 3 - 10$
- Elemento neutro: $34 - 0 = 34$

✓ Propiedades de la multiplicación

- Conmutativa: $10 \times 3 = 3 \times 10$
- Asociativa: $(3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5)$
- Elemento neutro: $7 \times 1 = 7$
- Distributiva:

- $3(6x + 7) = 18x + 21$
- $7 \times 997 = 7(1000 - 3) = 6979$
- $2 \times (3 + 5) = 6 + 10 = 16$

6.10.3 Cierre

Reto grupal: “Distribuye y gana”
Cada grupo recibe una hoja con operaciones como:

- $4 \times (7 + 1)$
- $3 \times (2 + 6)$
- $6 \times (5 - 3)$

Usan la propiedad distributiva para resolver, decoran sus resultados y completan la frase:
"La propiedad distributiva es útil porque..."

Presentan oralmente su frase y la relacionan con experiencias reales (reparto de alimentos, descuentos en compras, etc.).

6.11 Tema: ángulos

6.11.1 IMPLEMENTACIÓN METODOLÓGICA

Para abordar el tema de ángulos, se propone trabajar con las metodologías:

- **Taller experimental**, en la que se realizan actividades manipulativas con instrumentos de medición y materiales reciclables para construir y clasificar ángulos.

- **Aprendizaje experiencial**, que parte de situaciones reales observables en el entorno de los estudiantes (escuela, casa, calle), donde los ángulos tienen una función práctica, para construir conocimiento a partir de la experiencia directa.

6.11.2 Exploración inicial y contextualización

Los estudiantes trabajan en parejas para identificar tres situaciones de la vida cotidiana donde intervienen ángulos (ej. inclinación de una rampa, apertura de una puerta, pase en fútbol).
Se comparten ejemplos de cómo un ángulo mayor o menor cambia el resultado o la funcionalidad de esas situaciones.

- **Medición y clasificación de ángulos**

Con transportadores y reglas, los estudiantes miden ángulos reales en el aula (puertas, mesas, pizarras).
Luego, usando cartulinas y tijeras, recortan triángulos y otras figuras, clasificando sus ángulos según:

- **Amplitud**: agudo, recto, obtuso, llano, cóncavo, completo, convexo.

- **Relación entre ángulos**: complementarios, suplementarios.

- **Posición**: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice.

Cada equipo registra los ángulos encontrados y los representa en esquemas con nombre y medida estimada.

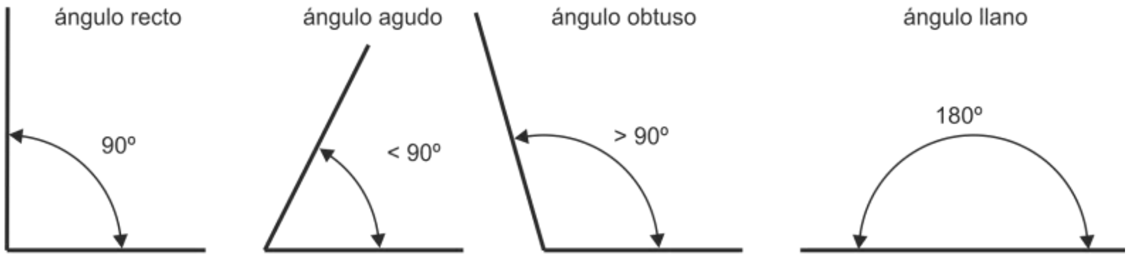
6.11.3 CONCEPTUALIZACIÓN

6.11.3.1 Definición de ángulo

El ángulo es la porción del plano comprendida entre dos semirrectas (lados) con un origen común llamado vértice. Los ángulos parten de un punto y tienen dos líneas que salen de ese punto y que generan una apertura representada por un arco. El grado de apertura de esos arcos (y no su extensión) está representado por el ángulo.

2.2.3.2.Tipos de ángulos

Figura 7
Tipos de ángulos

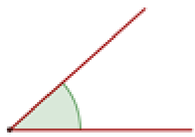
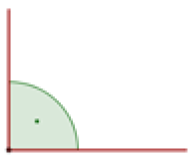
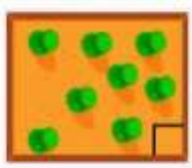
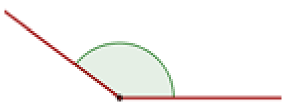


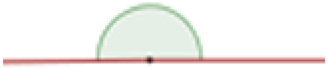
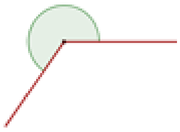
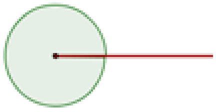
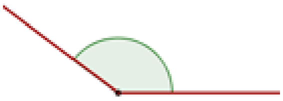
Un ángulo nulo es el que mide 0°.

Los ángulos se pueden clasificar de acuerdo con ciertos criterios.

- ✓ **Según su amplitud:**

Tabla 14
Ángulos según su amplitud

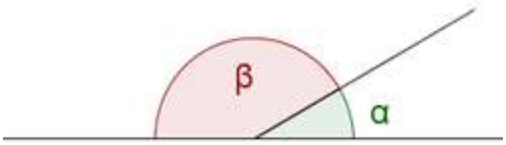
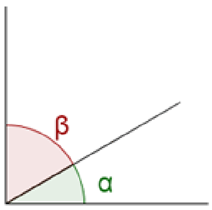
Ángulo nulo. *Es el que mide 0°.* 	**Ángulo agudo**. *Es el que mide entre 0° y 90°.*  
Ángulo recto. *Es el que mide 90°.*   	**Ángulo obtuso**. *Es el que mide entre 90° y 180°.*  

Ángulo llano. *Es el que mide 180º.*  	**Ángulo cóncavo**. *Es el que mide más de 180°.*  
Ángulo completo. *Es el que mide 360°.*  	**Ángulo convexo:** *Es el que mide menos que un ángulo llano.*  

✓ Según la relación con otro ángulo:

Tabla 15

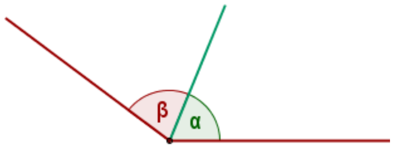
Ángulos según la relación con otro ángulo

Ángulos suplementarios. Son ángulos que suman 180º. 	**Ángulos complementarios**. Son ángulos que suman 90°. 

✓ Según su posición:

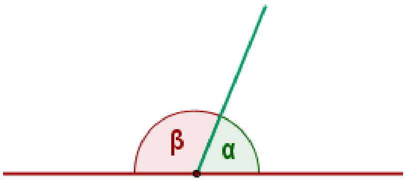
- **Ángulos consecutivos**. Son ángulos que comparten un lado y el vértice.

Figura 8
Ángulo consecutivo



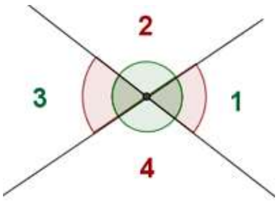
- **Ángulos adyacentes**. Son ángulos consecutivos y el lado que no comparten forma parte de la misma recta.

Figura 9
Ánulo adyacente



- **Ángulos opuestos por el vértice**. Son ángulos que comparten el vértice, pero ninguno de los lados.

Figura 10
Ángulo opuesto por el vértice



6.11.3.2 Ángulos en grados

Los grados son una unidad tradicional de medida de ángulos.

Un círculo completo tiene: 360° (grados)

Un cuarto de círculo: 90°

Medio círculo: 180°

6.11.3.3 Ángulos en radianes

Código QR de un video educativo sobre ¿Qué es un radián?

Enlace del video:

https://www.youtube.com/watch?v=85SVk39-iRI&ab_channel=ELINEOMX

Los radianes son la unidad natural de medida angular en matemáticas, especialmente útil en trigonometría y cálculo.

Se define como el ángulo subtendido por un arco de longitud igual al radio del círculo.

Un círculo completo tiene: 2π radianes

Medio círculo: π radianes

Un cuarto de círculo: $\frac{\pi}{2}$ radianes

6.11.3.4 Conversión entre grados y radianes

De grados a radianes

$$radianes = grados * \frac{\pi}{180}$$

De radianes a grados

$$grados = radianes * \frac{180}{\pi}$$

2.2.4. CIERRE

Síntesis grupal
Las parejas comparten una situación real donde identificaron ángulos ese mismo día, clasificándolos e indicando cómo los medirían.

Autoevaluación rápida
Los estudiantes marcan afirmaciones según su nivel de confianza en lo aprendido.

Preguntas de reflexión

- ¿Qué actividad fue más significativa y por qué?
- ¿Dónde más puedes aplicar lo que aprendiste sobre los ángulos fuera del aula?

6.12 Tema: Círculo unitario

6.12.1 Implementación metodológica

Para abordar el tema del círculo unitario, se propone trabajar con las metodologías:

- **Aprendizaje experiencial**, que parte de situaciones cotidianas (movimientos circulares reales) para introducir el concepto del círculo unitario y su uso en la ubicación angular.
- **Taller experimental**, donde los estudiantes manipulan materiales y trabajan con representaciones gráficas para construir el círculo unitario y deducir valores de seno y coseno desde la experiencia práctica.

6.12.2 Introducción conceptual desde la experiencia

Se plantea un problema contextual: calcular la posición en una pista circular según el ángulo recorrido.
Los equipos reflexionan sobre actividades cotidianas con movimiento circular (ej. relojes, ruedas, rotación planetaria) y comparten sus ideas.

6.12.3 Construcción del círculo unitario

- **Paso para realizar.**
- **Formar equipos de trabajo**

  Divide la clase en pequeños grupos (3-4 estudiantes por equipo).

- **Entregar materiales**

  Da a cada equipo:

  - Un círculo de papel (sin marcas)
  - Lápiz o marcador
  - Hilo o compás (opcional)
  - Tijeras y regla (solo para comprobar al final, no en la construcción inicial)

- **Desafío: dividir el círculo sin regla**

  Pide que dividan el círculo en partes iguales (12 o 8) solo usando observación visual y dobleces si lo desean.

- **Marcar ángulos clave visualmente**

  Indicar con líneas o marcas los ángulos más conocidos:

  - 30°, 45°, 60°, 90°
  - A través de las divisiones hechas (por ejemplo, 360° ÷ 12 = 30°)

- **Relacionar puntos con coordenadas aproximadas**

  Con base en la posición de cada punto en el círculo, que los estudiantes:

  - Estimen las coordenadas como si el círculo fuera una **circunferencia de radio 1 (círculo unitario)**.
  - Usen simetría para identificar valores positivos/negativos en X o Y.

- **Comparación y reflexión grupal**

  - Comparan sus construcciones entre equipos.
  - Analizan qué tan cerca estuvieron de los ángulos reales y coordenadas del círculo unitario.

- **Luego se presenta el modelo formal:**

  - Se explica que el radio del círculo unitario es 1.
  - Las coordenadas de un punto en el círculo son:
    - x = cos(θ)
    - y = sin(θ)

Los estudiantes completan una tabla de valores en grados, radianes, seno y coseno, comparando con sus estimaciones.

6.12.4 Conceptualización

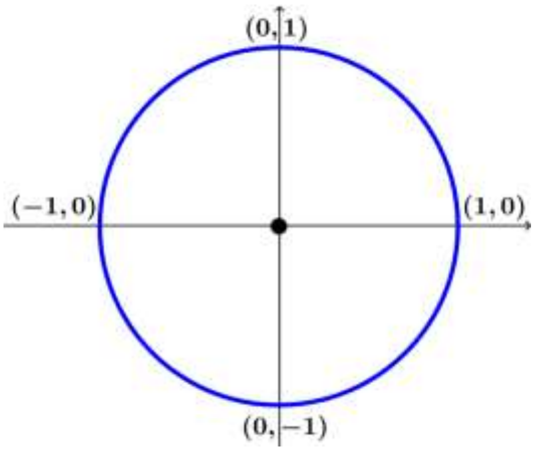
6.12.4.1 El círculo unitario

El círculo unitario es utilizado en matemáticas para relacionar a las funciones trigonométricas básicas en una manera más fácil. Dado que el radio del círculo unitario es 1, esto facilita la aplicación del teorema de Pitágoras y resulta en que las coordenadas en *x* sean equivalentes al coseno y las coordenadas en *y* sean equivalentes al seno.

6.12.4.2 ¿Qué es?

Un círculo unitario es un círculo que tiene un radio de 1. Por ejemplo, la siguiente imagen muestra un círculo unitario.

Figura 11
Círculo unitario



El círculo unitario es empleado en matemáticas para entender las relaciones de las diferentes funciones trigonométricas en el plano cartesiano. En este círculo, los valores del seno de un ángulo son equivalentes a las coordenadas en y y los valores del coseno de un ángulo son equivalentes a las coordenadas en x.

Usando el teorema de Pitágoras en el círculo unitario, podemos relacionar a las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.

6.12.4.3 Calcular funciones trigonométricas usando el círculo unitario

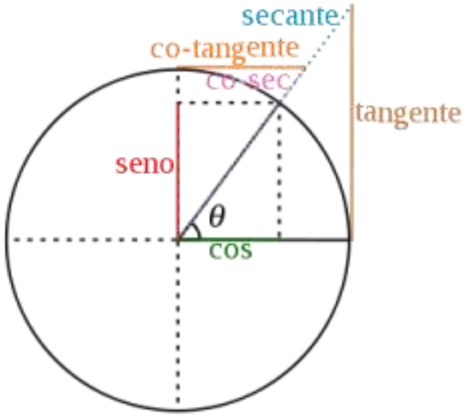
- ✓ **¿Qué es la definición de las funciones trigonométricas en el círculo unitario?**

La definición en el círculo unitario nos permite extender el dominio de seno y coseno a **todos los números reales**. El proceso para determinar el seno o coseno para cualquier ángulo $\boldsymbol{\theta}$ es como sigue:

1. Empezando en $(\mathbf{1}, \mathbf{0})$, nos movemos a lo largo del círculo en sentido contrario a las manecillas del reloj hasta que el ángulo que se forma entre tu posición, el origen y el eje x positiv|o sea igual a $\boldsymbol{\theta}$.
2. $sen\ \boldsymbol{\theta}$ es igual a la coordenada y de tu punto, y $cos\ \boldsymbol{\theta}$ es igual a la coordenada x.

En el siguiente diagrama, tenemos graficadas a las funciones trigonométricas en un círculo unitario en el plano cartesiano.

Figura 12
Funciones trigonométricas en el círculo unitario

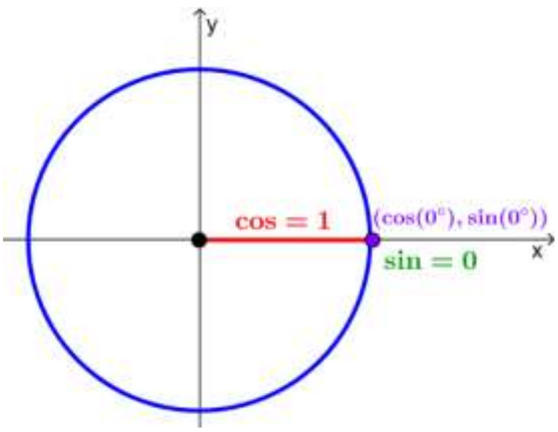


En el círculo unitario, el coseno es equivalente a la coordenada en x y el seno es equivalente a la coordenada en y. Por ejemplo, veamos lo que sucede cuando $\theta = 0$.

En la siguiente tabla se muestra los signos de las funciones trigonométricas en cada cuadrante del plano cartesiano.

Función	Cuadrante I	Cuadrante II	Cuadrante III	Cuadrante IV
Seno **Cosecante**	$+$	$+$	$-$	$-$
Coseno **Secante**	$+$	$-$	$-$	$+$
Tangente **Cotangente**	$+$	$-$	$+$	$-$

Figura 13
Círculo unitario cuando θ=0



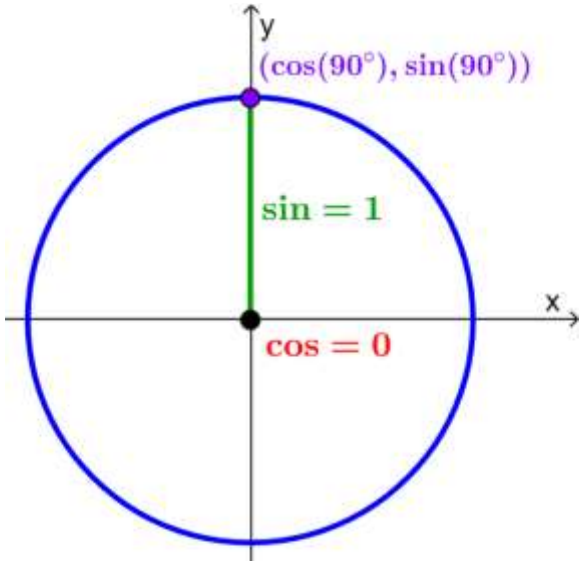
Observamos que la coordenada en *x* es 1 y la coordenada en *y* es 0, por lo que tenemos:

- $\cos(0) = 1$
- $sen(0) = 0$

Ahora, veamos lo que sucede cuando $\theta = 90^o$.

Figura 14

Círculo unitario cuando θ=90



En este caso, observamos que la coordenada en *x* es 0 y la coordenada en *y* es 1, por lo que tenemos:

- $\cos(90) = 0$
- $sen(90) = 1$

Esto puede ser extendido a varios ángulos al considerar las proporciones de la coordenada *x* y de la coordenada *y.*

✓ Círculo unitario en radianes

Muchas veces, medir a los ángulos en radianes resulta más útil, sobre todo en temas relacionados a Cálculo. Por esta razón, vamos a encontrar varios valores en el círculo unitario usando radianes. Recordemos que una vuelta completa al círculo unitario es igual a 360°, lo cual es igual a 2π radianes.

Podemos convertir a los ángulos en radianes y expresar en términos de radianes:

Figura 15

Ángulos en radianes y grados (seno y coseno)

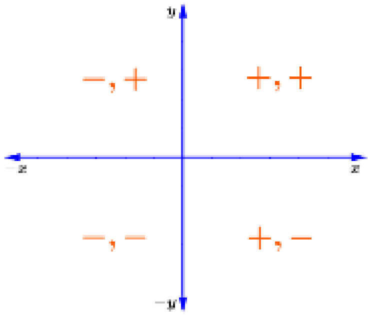
Angulo	Equivalencia en radianes	Seno	Coseno
0^0	0	0	1
30^0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

45^0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60^0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90^0	$\frac{\pi}{2}$	1	0

Estos son los valores de las funciones trigonométricas en el primer cuadrante del círculo unitario. Los números $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ y 1 se repiten tomando en cuenta los signos de los 4 cuadrantes:

Figura 16

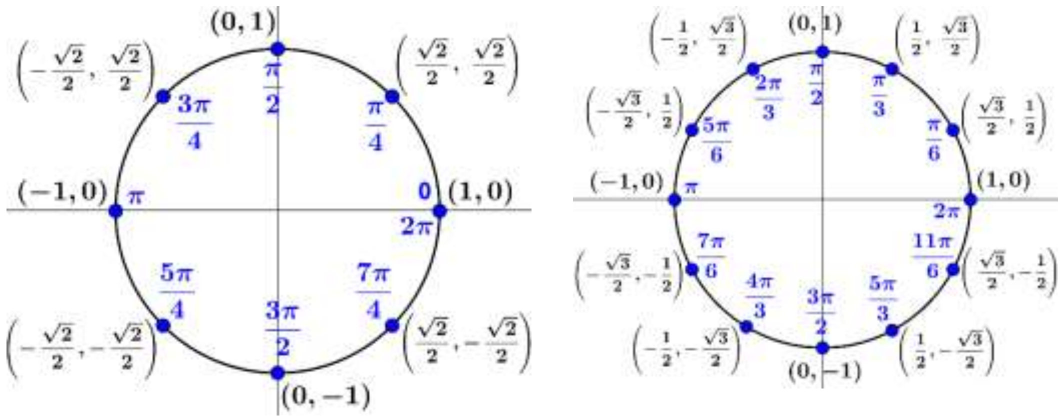
Signos en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano



Entonces, los siguientes diagramas representan al círculo unitario con los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos más importantes.

Figura 17

Círculo unitario con el valor de las funciones trigonométricas más esenciales



6.12.5 Cierre

➢ **Desafío rápido:**

- ¿Cuál es el reflejo de $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ en el tercer cuadrante?

- ¿Cómo se ubica un ángulo negativo (–60°) en el círculo unitario?

- **Reflexión personal:**

  - ¿Qué aprendiste hoy sobre la relación entre ángulos y coordenadas?
  - ¿Cómo se conecta este conocimiento con temas como el movimiento circular, gráficos, electricidad o navegación?

6.13 Tema: Triángulos rectángulos

6.13.1 Implementación metodológica

Para abordar el tema de triángulos rectángulos, se trabajan las siguientes metodologías:

- **Taller experimental**, con actividades prácticas de construcción, medición y análisis de triángulos rectángulos tanto en el aula como en el entorno escolar, utilizando herramientas concretas y software de modelado.
- **Aprendizaje experiencial**, mediante la exploración de objetos reales (rampas, techos, puentes) para identificar triángulos rectángulos y sus elementos aplicados en contextos técnicos reales.
- **Aprendizaje por servicio**, a través del diseño de un proyecto para mejorar la accesibilidad en la comunidad mediante la creación de una rampa funcional, integrando trigonometría y criterios de inclusión.

6.13.2 Exploración inicial

- Se muestran imágenes de una rampa, una casa y un puente.



- Se promueve una conversación guiada sobre el uso de triángulos rectángulos en estas estructuras.
- Los estudiantes reflexionan sobre su uso en la ingeniería, navegación y arquitectura.

6.13.3 Construcción y análisis

- Con materiales como cartulina, cuerda, transportadores y reglas, los estudiantes construyen triángulos rectángulos.
- Miden ángulos, catetos e hipotenusas y aplican el Teorema de Pitágoras.
- Salen al patio a medir estructuras reales, determinando pendientes con datos recolectados.

6.13.4 Definición de Triángulo Rectángulo

Un triángulo rectángulo es aquel que posee un ángulo recto (90°). Los elementos clave en un triángulo rectángulo son:

6.14 Catetos:

Los dos lados más cortos del triángulo que forman el ángulo recto.

6.14.1 Implementación metodológica

Para trabajar el tema de triángulos rectángulos, se emplean las siguientes metodologías:

- **Taller experimental**, que utiliza materiales manipulables para construir triángulos rectángulos y ubicar la hipotenusa, complementado con ejercicios gráficos.
- **Aprendizaje experiencial**, donde los estudiantes relacionan situaciones reales (escaleras, rampas, cuerdas de tensión) con la geometría de triángulos rectángulos, comprendiendo su aplicación práctica.

6.14.2 Provocación inicial

- Se plantea un reto de orientación urbana: cómo llegar de A a B en línea recta si hay un obstáculo.
- Se invita a los estudiantes a descubrir que el camino más corto entre dos puntos en un triángulo rectángulo es la hipotenusa.

✓ **Discusión dirigida**

Participación oral para recuperar saberes previos:

- ¿Qué es un triángulo rectángulo?
- ¿Qué saben del teorema de Pitágoras?
- ¿Dónde se encuentra la hipotenusa?

✓ **Construcción práctica**

- Con cartulina, regla y escuadra, los estudiantes construyen varios triángulos rectángulos.
- Identifican el ángulo recto y marcan la hipotenusa.
- En parejas, intercambian sus figuras para verificar entre ellos si han señalado correctamente la hipotenusa.

6.14.3 Conceptualización

6.14.3.1 Definición de los Catetos

Un triángulo rectángulo tiene **dos catetos**, que son los lados que forman el **ángulo recto (90°)**. Se llaman:

- **Cateto adyacente**: *El que está pegado al ángulo de referencia.*
- **Cateto opuesto**: *El que está frente al ángulo de referencia.*

Ahora llevemos esto a la vida real:

Construcción y arquitectura

Figura 18
Construcción y arquitectura

Cuando los ingenieros diseñan edificios, puentes o rampas, deben calcular la altura y la base de estructuras triangulares para asegurar estabilidad y funcionalidad.

Ejemplo: En una escalera de emergencia, los arquitectos deben saber cuánto debe medir la base para que la escalera alcance una altura determinada.

Deportes y entrenamiento

Figura 19
Deportes y entrenamiento

Muchos deportes implican movimientos en líneas rectas y diagonales que forman triángulos rectángulos.

Ejemplo: En atletismo, cuando un corredor dobla en ángulo recto en la pista, su desplazamiento puede analizarse con los catetos para calcular su recorrido más eficiente.

Navegación y mapas

Figura 20
Navegación y mapas

En la cartografía y el GPS, calcular la distancia entre dos puntos a través de rutas perpendiculares es clave.

Ejemplo: Si un barco viaja primero al norte y luego al este, la distancia total recorrida puede dividirse en los catetos de un triángulo rectángulo.

Diseño de juegos y animaciones

Figura 21
Diseño de juegos y animaciones

Los programadores usan cálculos con catetos para simular movimientos en videojuegos y gráficos.

Ejemplo: En un videojuego de plataformas, si un personaje salta en diagonal, su movimiento se descompone en desplazamiento vertical (cateto opuesto) y horizontal (cateto adyacente).

Ingeniería y mecánica

Figura 22
Ingeniería y mecánica

En el diseño de estructuras mecánicas, los ingenieros usan catetos para calcular fuerzas y desplazamientos.

Ejemplo: En una grúa, la inclinación del brazo se basa en los catetos para determinar la altura máxima que puede alcanzar.

6.14.4 Cierre

- **Reflexión final grupal:**

- ¿Qué aprendí hoy sobre la hipotenusa?
- ¿En qué actividades reales puedo aplicar esto?

- **Retroalimentación del docente:**

- Se refuerza que la hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto y que se usa en contextos reales.
- Se recuerda la utilidad del teorema de Pitágoras.

6.15 Hipotenusa:

El lado más largo, opuesto al ángulo recto.

6.15.1 Implementación metodológica

Para trabajar el tema de triángulos rectángulos, se emplean las siguientes metodologías:

- **Taller experimental**, que utiliza materiales manipulables para construir triángulos rectángulos y ubicar la hipotenusa, complementado con ejercicios gráficos.
- **Aprendizaje experiencial**, donde los estudiantes relacionan situaciones reales (escaleras, rampas, cuerdas de tensión) con la geometría de triángulos rectángulos, comprendiendo su aplicación práctica.

6.15.2 Desarrollo de la sesión

- **Actividad principal: "Construyo y compruebo mi triángulo"**

Los estudiantes trabajan en parejas usando materiales concretos (reglas, escuadras, cintas métricas, papel milimétrico):

- ✓ **Construcción guiada:**
    - Dibuja un triángulo rectángulo con catetos de 6 cm y 8 cm.
    - Mide la hipotenusa y compárala con el valor calculado usando el Teorema de Pitágoras: ¿Coinciden ambos valores? ¿Por qué crees que ocurre eso?

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

- ✓ **Rotación de triángulos:**
    - Se repite el proceso con diferentes medidas de catetos y se comparan los resultados.
- ✓ **Verificación digital (opcional):**
    - Se utiliza GeoGebra o la calculadora para comprobar los valores calculados a mano.

6.15.3 Conceptualización

6.15.3.1 ¿Qué es la hipotenusa?

La hipotenusa es el lado más largo de un triángulo rectángulo y siempre está opuesto al ángulo recto (90°). Es el elemento clave para muchas aplicaciones en geometría, trigonometría y en la vida cotidiana.

6.15.3.2 Propiedades de la hipotenusa

Es el lado más largo del triángulo rectángulo, Está siempre frente al ángulo recto (90°),

Se puede calcular con razones trigonométricas como seno y coseno,

Se usa en navegación, construcción, diseño gráfico y más.

6.15.3.3 ¿Cómo identificar la hipotenusa?

Para encontrar la hipotenusa en un triángulo rectángulo

- ✓ **Se recomienda**

Buscar el ángulo de 90°

Encontrar el lado que está frente a ese ángulo

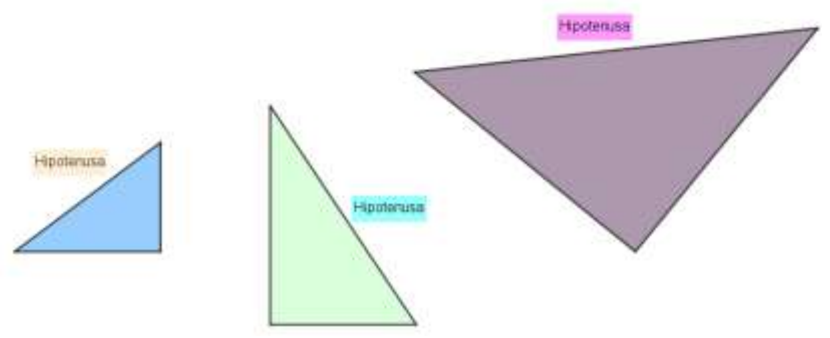
Ese lado es la hipotenusa.

- ✓ **Ejercicios de aplicación**

Ejercicio 1

Observa los siguientes triángulos y marca cuál es la hipotenusa en cada caso:

Figura 23
Hipotenusa Triángulos rectángulos



Ejercicio 2

Si en un triángulo rectángulo un ángulo mide 30° y otro 60°, ¿cuál de los dos catetos es más largo? Explica por qué.

En un triángulo rectángulo de 30° y 60°, el cateto más largo está opuesto al ángulo de 60°, y el cateto más corto está opuesto al ángulo de 30°. Esto sucede porque, mientras mayor sea el ángulo, más grande será el lado opuesto a él.

Ejercicio 3

Menciona 3 situaciones donde se use la hipotenusa en la vida diaria.

Una escalera apoyada en la pared.

Una rampa

Una tensión de un cable del suelo al poste de luz.

6.15.4 Cierre

- **Retroalimentación**

La hipotenusa es el lado más largo de un triángulo rectángulo.

El teorema de Pitágoras nos ayuda a calcular la hipotenusa o los catetos de un triángulo rectángulo con la fórmula

Aprendimos que la matemática no es solo teoría, ¡es algo que usamos en el mundo real!

6.16 Teorema de Pitágoras:

Para cualquier triangulo rectángulo

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- **Siendo;**

a y b son los catetos y c es la hipotenusa

Pendiente (Grado de inclinación)

La pendiente m de una recta mide la inclinación de la recta con respecto al eje horizontal x. Se define como la razón entre el cambio en la coordenada y y el cambio en la coordenada x, es decir:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- **Siendo;**

$(y_2 - y_1)$ y $(x_2 - x_1)$ diferencia en las coordenadas de x y y de los dos puntos

$\Delta \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1}$ representa el cambio en la altura (desplazamiento vertical).

$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}$ representa el cambio en la base (desplazamiento horizontal).

La pendiente también se interpreta como la tangente del ángulo de inclinación θ de la recta con el eje x:

$$m = tan\theta \rightarrow \theta = \tan^{-1}(m)$$

- **Interpretación:**

Si la pendiente es positiva ($m > 0$), la recta sube de izquierda a derecha.

Si la pendiente es negativa ($m < 0$), la recta baja de izquierda a derecha.

Si la pendiente es cero ($m = 0$), la recta es horizontal.

Si la pendiente es indefinida ($x_1 = x_2$), la recta es vertical.

6.16.1 Implementación metodológica

Para abordar el teorema de Pitágoras, se utilizan las siguientes metodologías:

- **Taller experimental**, donde los estudiantes manipulan modelos físicos (triángulos de cartulina, cuerdas, reglas) para comprobar el teorema y resolver problemas aplicados.
- **Aprendizaje experiencial**, que parte de situaciones reales (gato subiendo por una tabla, escaleras apoyadas, medición de distancias), para que los estudiantes construyan el conocimiento a través de la observación y la deducción práctica.

6.16.2 Provocación inicial

- **Situación problema**: Un gato quiere subir a una mesa. La mesa mide 80 cm y la tabla se apoya a 60 cm de distancia.
- **Preguntas clave**:
    - ¿Cómo calculamos la longitud de la tabla sin medirla?
    - ¿Qué relación hay entre la altura, la base y la tabla inclinada?

  En parejas, los estudiantes discuten posibles estrategias.

✓ **Participación colectiva**

Discusión grupal sobre ideas previas.

Introducción del concepto formal:

- Catetos = lados que forman el ángulo recto.
- Hipotenusa = lado frente al ángulo de 90°.
- Teorema: $c^2 = a^2 + b^2$

Representación gráfica del problema en la pizarra.

✓ **Construcción de modelos físicos**

- Con cartulina, escuadra y tijeras, los estudiantes construyen triángulos rectángulos.
- Dibujan cuadrados sobre los lados y calculan áreas.
- Verificar que área del cuadrado sobre la hipotenusa = suma de las área de los cuadrados.

6.16.3 Conceptualización

6.16.3.1 Teorema

Un teorema en matemáticas es una proposición o afirmación que se puede demostrar de manera lógica y rigurosa, utilizando reglas y principios matemáticos. Un teorema es siempre válido y se utiliza para establecer verdades fundamentales en el ámbito matemático.

6.16.3.2 Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras tiene este nombre porque su demostración, sobre todo, es esfuerzo de la **escuela Pitagórica**. El pitagorismo fue una corriente filosófica y matemática asociada al pensador griego **Pitágoras**, quien vivió en el siglo VI a.C.

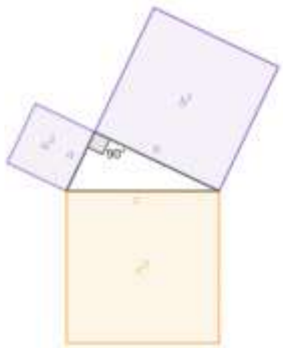
Figura 24

Pitágoras

El teorema de Pitágoras dice que, la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de su hipotenusa

Figura 25

Representación de catetos e hipotenusa



$$c^2 = a^2 + b^2$$

En un triángulo rectángulo, los lados menores son los que forman el ángulo recto y se llaman **catetos** y el lado mayor se llama **hipotenusa**. En el triángulo rectángulo de la imagen:

- **a** y **b** son los catetos
- **c** es la hipotenusa

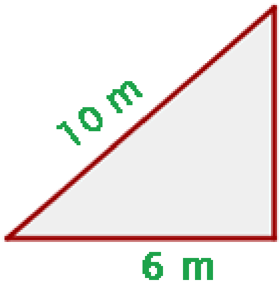
Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1

Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?

Figura 26

Esquema de escalera apoyada a la pared



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{(10m)^2 - (6m)^2}$$

$$b = \sqrt{100m^2 - 36m^2}$$

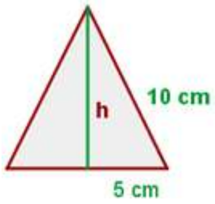
$$b = \sqrt{64m^2}$$

$$b = 8m$$

Ejercicio 2

Hallar el área del triángulo equilátero

Figura 27
Triángulo equilátero



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{(10cm)^2 - (5cm)^2}$$

$$b = \sqrt{100cm^2 - 25cm^2}$$

$$b = \sqrt{75cm^2}$$

$$b = 8{,}66cm$$

Área

$$A = \frac{b * h}{2}$$

$$A = \frac{10cm * 8{,}66cm}{2}$$

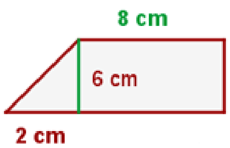
$$A = \frac{86{,}6cm^2}{2}$$

$$A = 43{,}3cm^2$$

Ejercicio 3

Hallar el perímetro y el área de la siguiente figura.

Figura 28
Trapecio rectángulo



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b = \sqrt{(2cm)^2 + (6cm)^2}$$

$$b = \sqrt{4cm^2 + 36cm^2}$$

$$b = \sqrt{40cm^2}$$

$$b = 6{,}32cm$$

Área

$$A = \frac{b * h}{2}$$

$$A = \frac{2cm * 6cm}{2}$$

$$A = \frac{12cm^2}{2}$$

$$A = 6cm^2$$

$$A_2 = b * h$$

$$A_2 = 8cm * 6cm$$

$$A_2 = 48cm^2$$

$$A_{total} = A + A_2$$

$$A_{total} = 6cm^2 + 48cm^2$$

$$A_{total} = 54cm^2$$

Perímetro

$$P = l + l + l + l$$

$$P = 10cm + 6cm + 8cm + 6{,}32cm$$

$$P = 30{,}32cm$$

6.16.4 Cierre

✓ **Reflexión final:**

- ¿En qué situaciones reales usaste el Teorema de Pitágoras?
- ¿Por qué es útil para arquitectos o ingenieros?
- ¿Se puede aplicar para medir sin recorrer físicamente un camino?

Evaluación rápida:

- Explica el Teorema de Pitágoras con tus propias palabras.
- Resuelve un problema similar al del gato y la tabla, explicando cada paso.

Ejercicio 1

Demostrar que el triángulo dado por los vértices $A(1,-2)$, $B(3,2)$, $C(5,-4)$ es un triángulo rectángulo y graficar en el software GeoGebra.

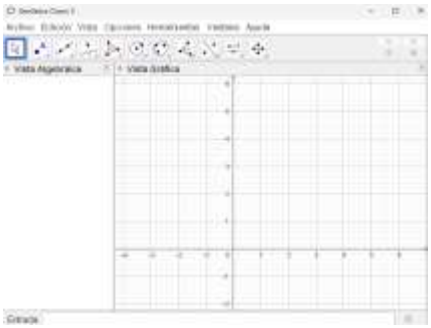
Primero, vamos a realizar la gráfica ya que, la manera grafica siempre nos va a ayudar a entender de mejor manera.

Implementación en GeoGebra

- **Pasos GeoGebra:**

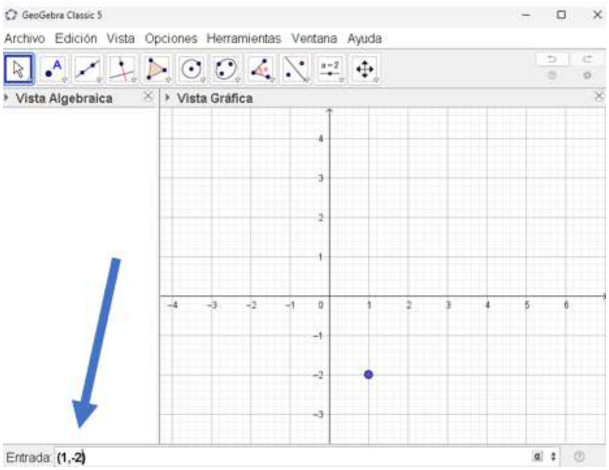
Abrir el software GeoGebra

Figura 29
Software GeoGebra



En el cuadro de texto "Entrada:" vamos a ingresar nuestros vértices

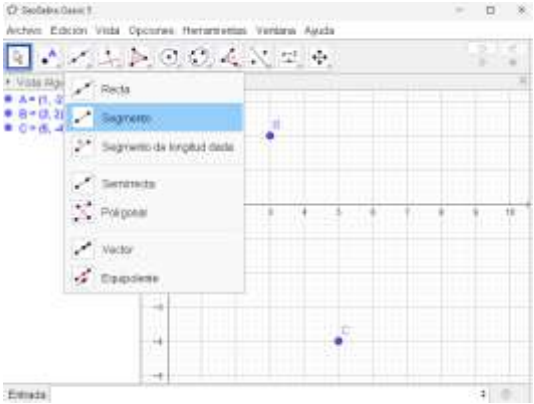
Figura 30
Casilla de entrada GeoGebra



Una vez colocado todos los vértices, nos dirigimos a la barra de herramientas y seleccionamos: Recta, segmento.

Figura 31

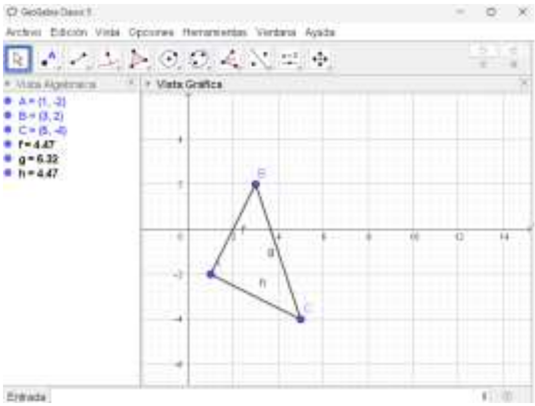
Barra de herramientas GeoGebra



Seguido de ello, con los segmentos unimos los puntos A, B y C.

Figura 32

Triángulo representado en GeoGebra

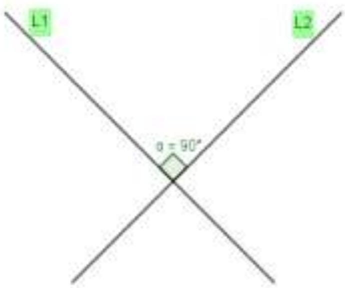


Aplicando el concepto de pendiente.

Recordando que, si tengo una recta L_1 y otra L_2, y sé que las rectas son perpendiculares, es decir, forman un ángulo de 90^o entre sí, el producto de las pendientes $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Figura 33

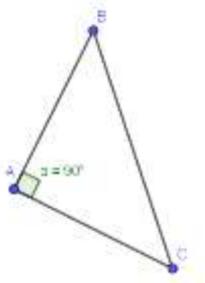
Rectas perpendiculares



Se confirma que el triángulo es rectángulo porque dos de sus lados tienen pendientes opuestas e inversas, lo que indica que son perpendiculares.

Figura 34

Triángulo rectángulo



Como el ángulo recto, está en mi vértice A, vamos a calcular la pendiente de m_{AB} y m_{AC}, realizamos los cálculos aplicando la formula de la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} \rightarrow (1,-2)(3,2)$$

$$m_{AB} = \frac{2-(-2)}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{AC} \rightarrow (1,-2)(5,-4)$$

$$m_{AC} = \frac{-4-(-2)}{5-1} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{4}$$

Se aplica la fórmula para verificar si es un triángulo rectángulo

$$m_{AB} \times m_{AC} = -1$$

$$2 \times -\frac{1}{2} = -1$$

$$-1 = -1$$

La afirmación es verdadera, entonces si es un triángulo rectángulo.

Ejercicio 2

Calcula el valor de la pendiente y el grado de inclinación de la recta que pasa por los puntos $A(2,3)$ y $B(4,7)$ e implementar en GeoGebra.

Pendiente

$$y_1 = 3 \qquad y_2 = 7$$
$$x_1 = 2 \qquad x_2 = 4$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7-3}{4-2}$$

$$m = \frac{4}{2}$$

$$m = 2$$

Grado de inclinación

$$\theta = \tan^{-1}(m)$$

$$\theta = \tan^{-1}(2)$$

$$\theta = 63.44^{o}$$

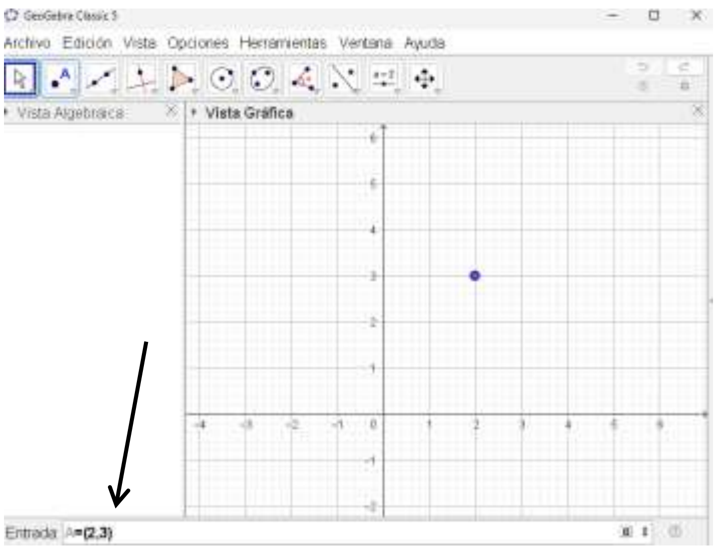
Implementación en GeoGebra

Pasos GeoGebra

- Abrir el software GeoGebra
- Insertar los puntos en el cuadro de entrada

Figura 35

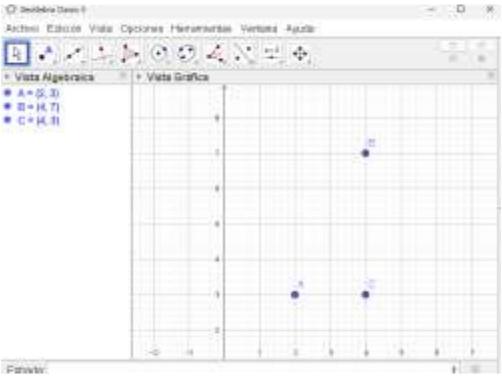
Casilla de entrada en GeoGebra



Para construir el triángulo rectángulo, crea un tercer punto con la misma coordenada x de B y la misma coordenada y de A: $C = (4,3)$

Figura 36

Representación de puntos en GeoGebra



Unir los puntos

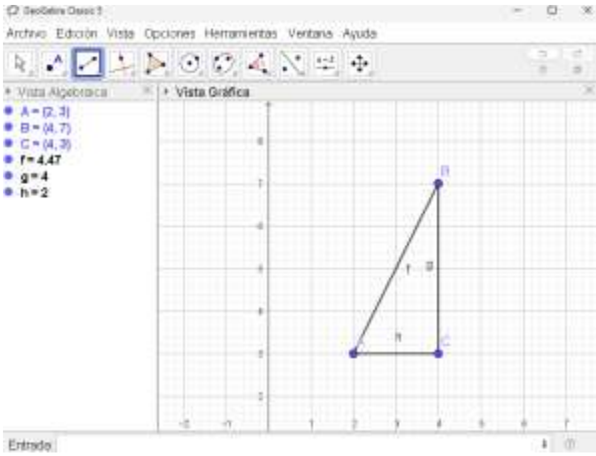
Segmento (A,B)

Segmento (A,C)

Segmento (C,B)

Figura 37

Unión de puntos en GeoGebra



Calcular la pendiente AB

Se calcula la pendiente de la recta AB porque es la hipotenusa del triángulo rectángulo y representa la inclinación del segmento que conecta los puntos A(2,3) y B(4,7).

$$m = \frac{(y(B) - y(A))}{(x(B) - x(A))}$$

Donde;

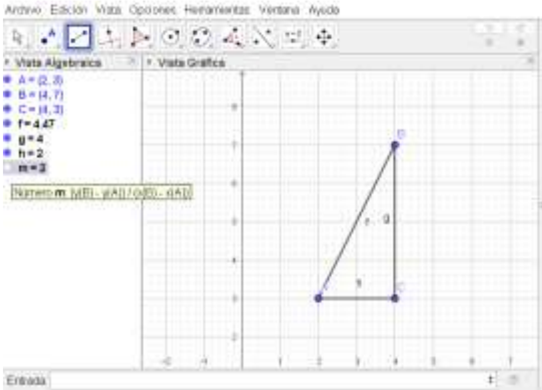
$\boldsymbol{m}$ → Representa la pendiente de la recta, que indica qué tan inclinada está.

$\boldsymbol{y(B) - y(A)}$ → Es el cambio en la coordenada y, también llamado incremento o desplazamiento vertical.

$\boldsymbol{x(B) - x(A)}$ →Es el cambio en la coordenada x, llamado incremento o desplazamiento horizontal.

Figura 38

Cálculo de la pendiente en GeoGebra

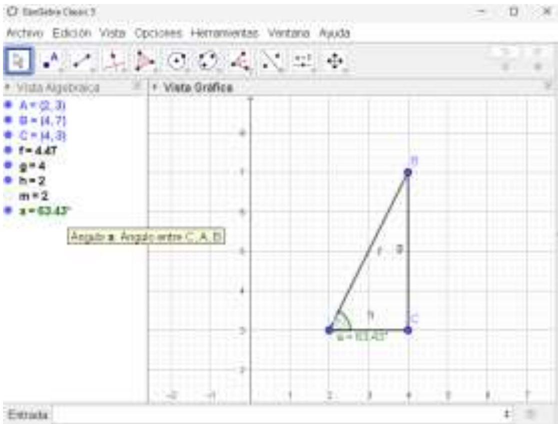


Calcular **el ángulo de** inclinación

$$\alpha = Ángulo(C, A, B)$$

Figura 39

Cálculo de ángulo de inclinación



6.16.4.1 **Proyecto** de impacto social**:**

Los estudiantes trabajarán en equipos para diseñar una rampa accesible para la institución educativa a la que pertenece.

Deberán calcular la pendiente y justificar su diseño aplicando lo aprendido sobre triángulos rectángulos.

Finalmente, presentarán sus diseños a la comunidad educativa y discutirán su importancia en la inclusión social.

6.16.4.2 **Simulación** con tecnología**:**

Los estudiantes utilizarán programas como GeoGebra para modelar otros triángulos rectángulos y explorar cómo varían sus lados y ángulos según las medidas ingresadas.

Se realiza una asamblea corta de 10 minutos, con preguntas guía:

- ¿Por qué crees que es importante saber medir la pendiente de una superficie?
- ¿Cómo influye la matemática en la accesibilidad, la arquitectura y la seguridad?

Cada grupo comparte un aprendizaje clave y una posible aplicación concreta de la función tangente en su comunidad (ejemplo. mejorar una rampa escolar, diseñar un sendero).

6.17 Tema: Funciones trigonométricas

6.17.1 Implementación metodológica

Para trabajar funciones trigonométricas, se emplean las siguientes metodologías:

- **Taller experimental**, en la que los estudiantes aplican funciones trigonométricas en problemas reales usando triángulos, transportadores y representaciones gráficas.
- **Aprendizaje experiencial**, basado en situaciones realistas (medición de alturas o distancias sin acceso directo), donde los estudiantes construyen el conocimiento mediante razonamiento práctico.

6.17.2 Provocación

Situación contextualizada: Estás en un parque y quieres calcular la altura de una montaña rusa desde el suelo con solo conocer el ángulo de elevación y la distancia al punto de observación.
Preguntas clave:

- ¿Cómo calcularías esa altura sin subir?
- ¿Qué rol juegan los ángulos?
  En parejas, los estudiantes mencionan otras tres situaciones similares.

6.17.3 Actividad principal

Construcción y análisis

- Cada estudiante recibe un triángulo de papel, transportador y regla.
- Se les pide identificar los lados y aplicar las funciones seno, coseno y tangente.
- Luego usan calculadora científica para comprobar valores.

Graficación:

- Gráfica de seno, coseno y tangente usando valores en radianes.
- Análisis de periodicidad, simetría y dominio.
- Exploración de sus propiedades:
  - Períodos
  - Amplitud
  - Simetría (par/impar)
  - Valores máximos y mínimos

6.17.4 Conceptualización

6.17.4.1 Definición de Funciones trigonométricas

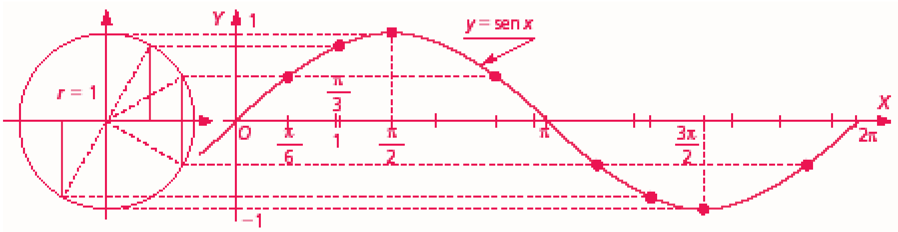
Una función trigonométrica, también llamada circular, es aquella que se define por la aplicación de una razón trigonométrica a los distintos valores de la variable independiente, que ha de estar expresada en radianes. Existen seis clases de funciones trigonométricas: seno y su inversa, la cosecante; coseno y su inversa, la secante; y tangente y su inversa, la cotangente. Para cada una de ellas pueden también definirse funciones circulares inversas: arco seno, arco coseno, etcétera.

6.17.4.2 Gráfica de La función seno

Se denomina función seno, y se denota por $f(x) = sen(x)$, *a la aplicación de la razón trigonométrica seno a una variable independiente x expresada en radianes.*

Figura 40

Gráfica de la función seno



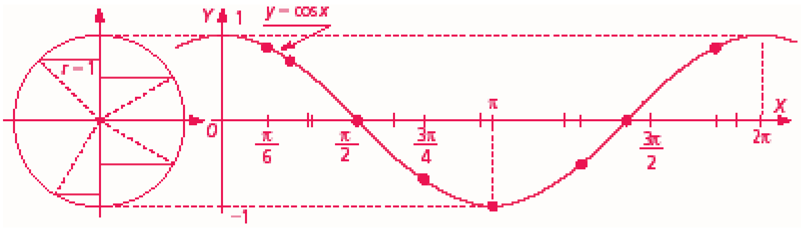
La función cosecante *puede calcularse como la inversa de la función seno expresada en radianes.*

6.17.4.3 Grafica de La función coseno

La función coseno, que se denota por $\mathrm{f(x) = cos\ (x)}$, *es la que resulta de aplicar la razón trigonométrica coseno a una variable independiente x expresada en radianes.*

Figura 41

Gráfica de función coseno



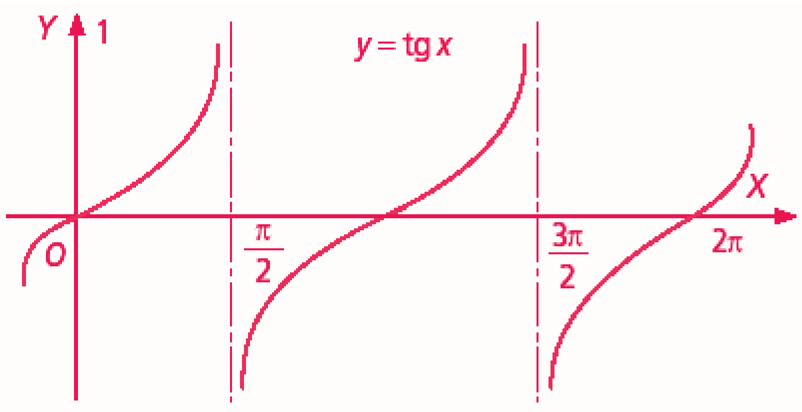
La función secante: *se determina como la inversa de la función coseno para un ángulo dado expresado en radianes.*

6.17.4.4 Grafica de La función tangente

Se define función tangente de una variable numérica real a la que, *resulta de aplicar la razón trigonométrica tangente a los distintos valores de dicha variable.*

Figura 42

Gráfica de la función tangente



La función cotangente: *es la inversa de la tangente, para cualquier ángulo indicado en radianes.*

6.17.4.5 Propiedades de las funciones trigonométricas

Como características importantes y distintivas de las funciones trigonométricas pueden resaltarse las siguientes:

- Las funciones seno, coseno y tangente son de naturaleza periódica, de manera que el periodo de las funciones seno y coseno es 2π y el de la función tangente es π.

$$sen\ x = sen(x + 2\pi), \cos x = \cos(x + 2\pi)\,, \tan x = (x + \pi)$$

- Las funciones seno y coseno están definidas para todo el conjunto de los números reales. Ambas son funciones continuas (no así la función tangente).

- Las funciones seno y coseno están acotadas, ya que sus valores están contenidos en el intervalo $[-1{,}1]$. La función tangente no está acotada.

- Las funciones seno y tangente son simétricas respecto al origen, ya que $sen\ (-\mathrm{x}) = -\mathrm{sen\ x}$; $\mathrm{tg}\ (-\mathrm{x}) = -\mathrm{tg\ x}$. En cambio, la función coseno es simétrica respecto al eje Y: $cos\ (-x) = cos\ x$.

6.17.4.6 Funciones circulares recíprocas

Se llaman funciones circulares recíprocas a las que anulan la acción de las funciones trigonométricas. A cada función trigonométrica le corresponde una función circular recíproca, según la relación siguiente:

- La función recíproca del seno es arco **seno**, *simbolizada por* $f(x) = arc\ senx$.

- La función recíproca del coseno es arco **coseno**, *expresada por* $f(x) = arc\ cosx$.

- La función recíproca de la **tangente** es arco tangente, *denotada por* $f(x) = arc\ tanx$.

6.17.5 Cierre

Expresión creativa:

Cada estudiante elige una de estas opciones:

- Dibujo n triángulo rectángulo en una situación real (escalera, sombra, poste).
- Mini drama: breve dramatización donde se resuelva un problema con funciones trigonométricas.
- Explicación en 1 minuto: en parejas, explicar a un compañero qué son y para qué sirven.

Puesta en común:
Voluntarios comparten sus dibujos, historias o explicaciones con el grupo.

Reflexión personal:

- ¿Qué concepto me resultó más claro hoy?
- ¿En qué momento o profesión podría aplicar esto fuera de la escuela?

6.18 Función Seno

6.18.1 Implementación metodológica

- **Taller experimental, s**e utiliza la cuerda como modelo físico para reproducir el movimiento de la función seno y graficar los valores clave.
- **Aprendizaje experiencial**, a partir del movimiento de un columpio o una cometa, los estudiantes reconocen cómo la función seno aparece en su entorno.

6.18.2 Desarrollo de la actividad

Situación inicial:

- Estás en un columpio, subes y bajas de forma constante.

  Preguntas clave:

- ¿Cómo podríamos predecir cuándo estarás arriba o abajo?
- ¿Qué fenómenos naturales se comportan de manera parecida?

→ Discusión rápida en equipos: marea, sonido, latidos, ciclos de luz, etc.

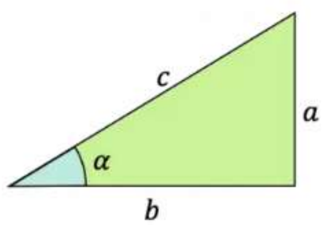
6.18.3 Conceptualización

6.18.3.1 Definición de Función Seno

La **función seno** de un ángulo α es una función trigonométrica cuya fórmula se define como la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo (triángulo con un ángulo recto).

Figura 43
Fórmula de la función seno

$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$



Este tipo de función matemática suele escribirse con la abreviatura «sen» o «sin» (del latín *sinus*). Además, también se le puede llamar función sinusoidal, sinusoide o senoide.

La función seno es una de las razones trigonométricas más conocidas, junto con el coseno y la tangente de un ángulo.

6.18.3.2 Valores característicos de la función seno

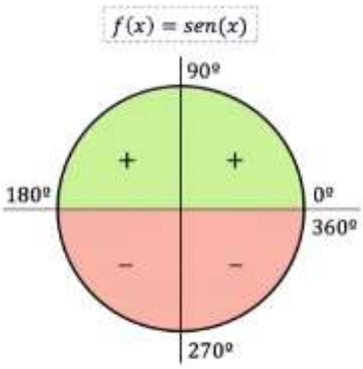
Hay algunos ángulos determinados que se repiten frecuentemente y, por lo tanto, es conveniente saber el valor de la función seno en estos ángulos:

Tabla 16

Valores de la función seno

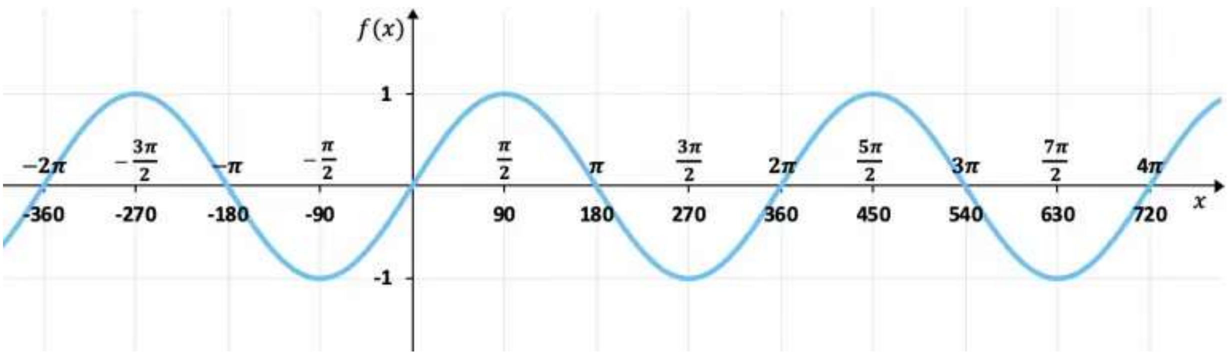
α (grados)	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	135^0	180^0	225^0	270^0	315^0
α (Radianes)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$
$sen\ \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

De forma que el signo de la función seno depende del cuadrante en el que se encuentre el ángulo: si el ángulo está dentro del primero o segundo cuadrantes el seno será positivo, por contra, si el ángulo cae en el tercero o cuarto cuadrante el seno será negativo.



6.18.3.3 Representación gráfica de la función seno

Con la tabla de valores que hemos visto en el apartado anterior podemos graficar la función seno. De modo que al representar la función seno gráficamente se obtiene:



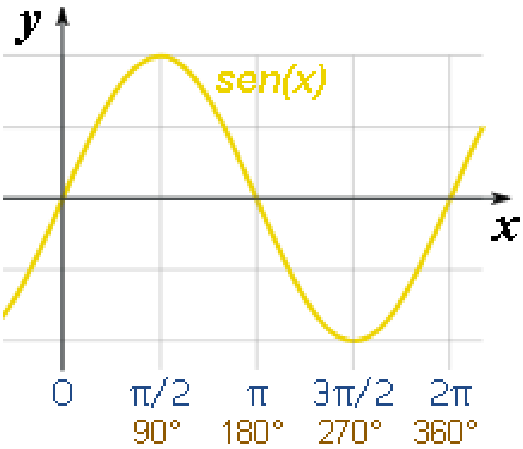
Como puedes ver en la gráfica, los valores de las imágenes de la función seno siempre están entre +1 y -1, es decir, está acotada superiormente por +1 e inferiormente por -1. Además, los valores se van repitiendo cada 360 grados (2π radianes), por lo que se trata de una función periódica cuyo periodo es 360º.

Por otro lado, en este gráfico se aprecia perfectamente que la función seno es impar, porque sus elementos opuestos tienen imágenes opuestas, o dicho de otra forma, es simétrica respecto el origen (0,0). Por ejemplo, el seno de 90º es 1 y el de -90º es -1.

➢ Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1

Graficar la función seno con un intervalo de 0^0 hasta 360^0 y responda la siguiente pregunta; ¿Dónde alcanza su valor máximo y su valor mínimo?



x	y
0^o	0
90^o	1
180^o	0
270^o	-1
360^o	0

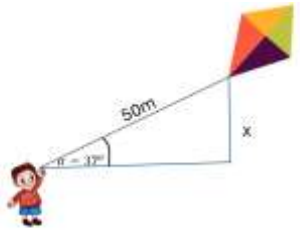
0^o $f(x) = sen(x)$ $f(0) = sen(0)$ $f(0) = 0$	90^o $f(x) = sen(x)$ $f(90^o) = sen(0)$ $f(90) = 1$	180^o $f(x) = sen(x)$ $f(180^o) = sen(0)$ $f(0) = 0$
270^o $f(x) = sen(x)$ $f(270^o) = sen(0)$ $f(270^o) = -1$	360^o $f(x) = sen(x)$ $f(360^o) = sen(360)$ $f(360^o) = 0$	

Valor máximo: El valor máximo es 1

Valor mínimo: El valor mínimo es -1

Ejercicio 2

La elevación de una cometa cuando se ha soltado 50m de hilo tiene un ángulo de 37^0 ¿Cuál es la altura de la cometa?



$$sen(\alpha) = \frac{C.Opuesto}{Hipotenusa}$$

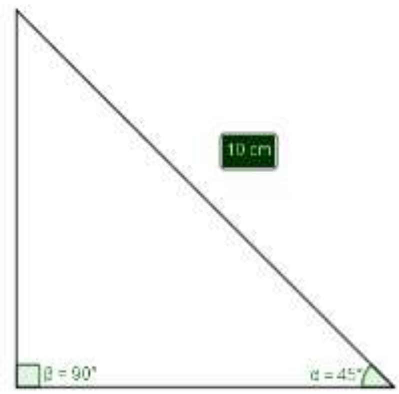
$$sen(37^o) = \frac{x}{50m}$$

$$sen(37^o) * 50m = x$$

$$\mathbf{30.09m = x}$$

Ejercicio 3

Dado que un triángulo rectángulo tiene un ángulo agudo de $\theta = 45^0$, y la hipotenusa mide 10 cm, queremos calcular el valor del cateto opuesto utilizando la función seno.



$$sen(\theta) = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

Cateto opuesto = ?

Hipotenusa = 10

$\theta = 45^0$

$$sen(45^0) = \frac{cateto\ opuesto}{10cm}$$

$$sen(45^0) * 10cm = cateto\ opuesto$$

$$cateto\ opuesto = 7{,}07cm$$

6.18.4 Cierre

➢ **Actividad con cuerda:**

- Dos estudiantes sostienen los extremos de una cuerda.
- Otro estudiante sube y baja el centro formando un patrón ondulado.
- Observan cómo el movimiento se parece a una onda senoidal.
- Se conectan los puntos altos, medios y bajos con el gráfico de la función seno.

➢ Graficación:

- En cuaderno:
  - $sen(0°) = 0$
  - $sen(90°) = 1$
  - $sen(180°) = 0$
  - $sen(270°) = -1$
  - $sen(360°) = 0$

→ Se dibuja la curva que representa este comportamiento.

6.19 Función Coseno

6.19.1 Implementación metodológica

Taller experimental: Modelado del coseno mediante actividades prácticas con materiales como compases, cuerda o movimiento circular.

Aprendizaje experiencial: Relación del coseno con fenómenos reales como el movimiento de un péndulo, olas del mar o ciclos en la naturaleza.

6.19.2 Desarrollo de la actividad

- **Situación inicial**:

- Olas del mar, columpios o movimientos cíclicos suaves.
- **Pregunta clave**: ¿Cómo los representamos con una función matemática?

- **Reflexión en equipos**:

- ¿Qué otros movimientos naturales siguen patrones cíclicos similares al coseno?
- Ejemplo: latidos cardíacos, vibraciones, giros de manecillas, luz solar diaria.

6.19.3 Participación guiada

- **Ejemplo visual con reloj**:

- Observamos la trayectoria de una manecilla girando.
- Relacionamos el coseno con la **proyección horizontal** del movimiento circular.

- **Discusión dirigida**:

- ¿Qué pasaría si el movimiento no fuera circular? ¿El coseno seguiría siendo útil?
- Se reflexiona sobre **periodicidad y utilidad más allá del triángulo rectángulo**.

6.19.4 Conceptualización

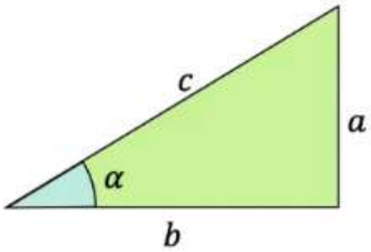
6.19.4.1 Función coseno

La función coseno de un ángulo α es una función trigonométrica cuya fórmula se define como la razón entre el cateto contiguo (o adyacente) y la hipotenusa de un triángulo rectángulo (triángulo con un ángulo recto).

Figura 44

Fórmula de la función coseno

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$



A este tipo de función matemática también se le llama cosinusoide, cosenoide o función cosenoidal.

La función coseno es una de las tres razones trigonométricas más conocidas, junto con el seno y la tangente de un ángulo.

6.19.4.2 Valores característicos de la función coseno

Hay algunos ángulos determinados que se repiten frecuentemente y, por lo tanto, es conveniente saber el valor de la función coseno en estos ángulos:

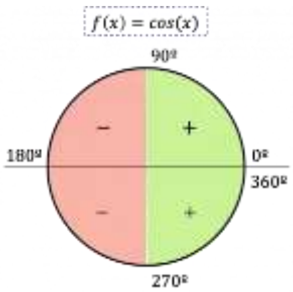
Figura 45

Valores de la función coseno

α (grados)	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	135^0	180^0	225^0	270^0	315^0
α (Radianes)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$
$\cos\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Figura 46

Signos en el plano cartesiano de la función coseno

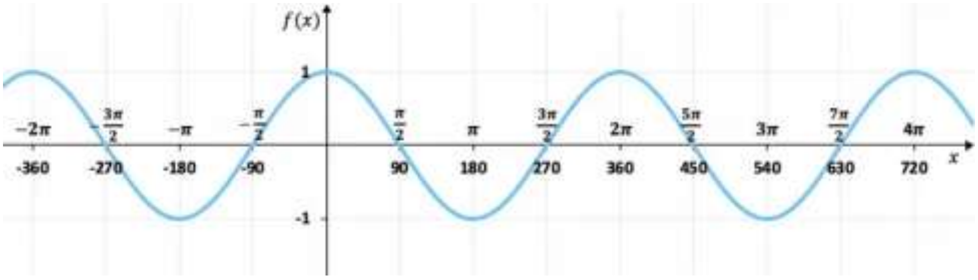


6.19.4.3 Representación gráfica de la función coseno

Con la tabla de valores que hemos visto en el apartado anterior podemos graficar la función coseno. Y al representar la función coseno gráficamente se obtiene:

Figura 47

Gráfica de la función coseno

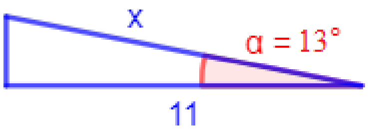


Como puedes ver en la gráfica, los valores de las imágenes de la función coseno siempre están entre +1 y -1, es decir, está acotada superiormente por +1 e inferiormente por -1. Además, los valores se van repitiendo cada 360 grados (2π radianes), por lo que se trata de una **función periódica** cuyo periodo es 360º.

Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1

Calcular el valor de x de la siguiente figura utilizando las razones trigonométricas.



$$\cos(x) = \frac{C.Adyacente}{Hipotenusa}$$

$$\cos(13^o) = \frac{11}{x}$$

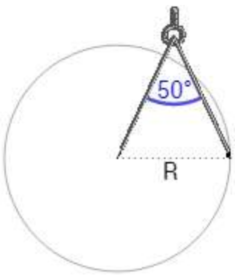
$$\frac{1}{\cos(13^0)} = \frac{x}{11}$$

$$\frac{11}{\cos(13^0)} = x$$

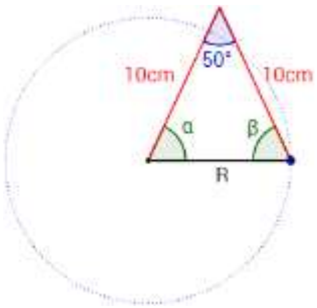
$$11.289 = x$$

Ejercicio 2

Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º entre sí.



Representamos los ángulos que forman los brazos con el papel y escribimos los datos que tenemos:



El compás junto con el radio R forma un triángulo isósceles (dos lados iguales). Esto significa que los ángulos α y β son iguales.

Como la suma de los ángulos (interiores) de un triángulo es siempre 180º, podemos calcular α=β:

$$\alpha + \beta + 50^0 = 180^0$$

$$\alpha + \alpha = 180^0 - 50^0$$

6.19.5 Cierre

- **Reto grupal final:**

- Pensar tres ejemplos de la vida cotidiana donde haya un patrón representable por la función coseno.
  Ejemplo:
  - Movimiento del péndulo
  - Oscilación de un resorte
  - Ondas en puentes suspendidos
  - Corriente alterna en electricidad
- **Presentar sus ejemplos** al resto del grupo, explicando cómo se relacionan con la función coseno.

- **Representación visual:**

- Dibujos, movimientos o gráficos que imiten el comportamiento de la función coseno.

- **Reflexión final:**

- ¿Por qué el coseno no es solo una fórmula?
- ¿Qué te demuestra sobre el mundo el hecho de que algo tan abstracto modele tantos fenómenos naturales?

6.20 Función Tangente

6.20.1 Implementación metodológica

Taller experimental, aplicación de la función tangente en problemas prácticos con medición de pendientes e inclinaciones reales.

Aprendizaje experiencial, observación directa de inclinaciones en el entorno (rampas, techos, pendientes), interpretación de su ángulo a través de la tangente.

6.20.2 Desarrollo de la sesión

Se organizan tres estaciones de trabajo en el aula, y los grupos rotan cada 8 minutos:

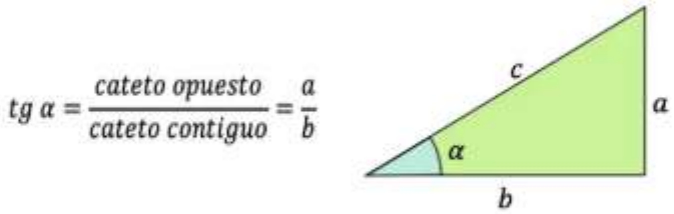
- **Estación 1: Modelado gráfico**
    - Los estudiantes grafican la función tangente desde 0° hasta 360° , identificando asíntotas, puntos notables y su periodicidad.
    - Responden: ¿Por qué la función tangente crece tanto al acercarse a 90° y 270°?
- **Estación 2: Cálculo aplicado**
    - Resolución de problemas: cálculo de ángulos de inclinación con datos de catetos (opuesto y adyacente).
    - Ejemplo: una pendiente de 2 m de alto y 5 m de base. ¿Cuál es su ángulo de inclinación?
- **Estación 3: Análisis de situaciones reales**
    - Imágenes de rampas, toboganes, techos. Deben estimar ángulos con base en la proporción de sus lados y verificar con tangente.
    - Se busca vincular lo abstracto con el entorno real.

6.20.3 Conceptualización

6.20.3.1 Función tangente

La función tangente de un ángulo α es una función trigonométrica cuya fórmula se define como la razón entre el cateto opuesto y el cateto contiguo (o adyacente) de un triángulo rectángulo (triángulo con un ángulo recto).

Figura 48
Fórmula de la función tangente



A este tipo de función matemática también se le llama tangentoide, tangenoide o función tangencial. Y se puede expresar con la abreviatura «tg» o también «tan».

6.20.3.2 Valores característicos de la función tangente

Hay algunos ángulos determinados que se repiten frecuentemente y, por lo tanto, es conveniente saber el valor de la función tangente en estos ángulos:

Figura 49
Valores esenciales de la función tangente

α (grados)	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	135^0	180^0	225^0	270^0	315^0
α (Radianes)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$
$tg\ \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	-1	0	1	$\pm\infty$	-1

Por otro lado, la función tangente se puede relacionar con las funciones seno y coseno mediante la siguiente identidad fundamental trigonométrica:

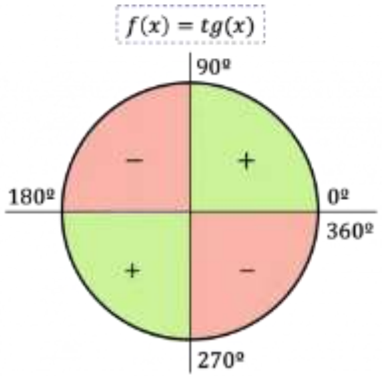
$$\tan\theta = \frac{sen\ \theta}{\cos\theta}$$

De modo que el signo de la función tangente depende del cuadrante en el que se encuentre el ángulo:

- Si el ángulo pertenece al primer cuadrante su tangente será positiva, ya que en ese cuadrante el seno y el coseno también son positivos.
- Si el ángulo cae en el segundo cuadrante su tangente será negativa, porque en ese cuadrante el seno es positivo pero el coseno es negativo.
- Si el ángulo está dentro del tercer cuadrante su tangente será positiva, debido a que en ese cuadrante tanto el seno como el coseno son negativos.
- Si el ángulo se encuentra en el cuarto cuadrante su tangente será negativa, puesto que en ese cuadrante el seno es negativo y en cambio el coseno positivo.

Figura 50

Signos en el plano cartesiano de la función tangente

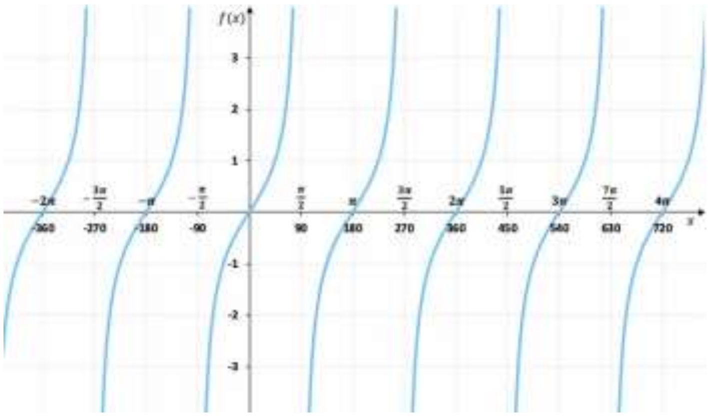


6.20.3.3 Representación gráfica de la función tangente

Con la tabla de valores que hemos visto en el apartado anterior podemos graficar la función tangente. Y al representar la función tangente gráficamente se obtiene:

Figura 51

Gráfica de la función tangente



Como puedes ver en la gráfica, los valores de las imágenes de la función tangente no están acotados, a diferencia de las funciones seno y coseno. Además, los valores se van repitiendo cada 180 grados (π radianes), por lo que se trata de una **función periódica** cuyo periodo es 180º.

6.20.4 Cierre

Se realiza una asamblea corta de 10 minutos, con preguntas guía:

- ¿Qué estación fue más significativa para tu aprendizaje y por qué?
- ¿Por qué crees que es importante saber medir la pendiente de una superficie?
- ¿Cómo influye la matemática en la accesibilidad, la arquitectura y la seguridad?

Cada grupo comparte un aprendizaje clave y una posible aplicación concreta de la función tangente en su comunidad (ej. mejorar una rampa escolar, diseñar un sendero).

6.21 Tema: Funciones reciprocas

6.21.1 Implementación metodológica

Para trabajar el concepto de recíproco en trigonometría, se aplican las siguientes metodologías:

- **Asamblea:** Espacio para iniciar y cerrar la clase, donde los estudiantes comparten ideas y reflexionan sobre las funciones recíprocas y su relevancia en la trigonometría, fomentando la participación y la escucha activa.

- **Aprendizaje por ambientes:** Estaciones con tarjetas de funciones trigonométricas básicas y recíprocas, donde los estudiantes exploran relaciones y construyen definiciones en equipo, mientras el docente acompaña y promueve la autonomía.

6.21.2 Exploración con tarjetas

Cada estudiante recibe una tarjeta con una función trigonométrica básica (sen, cos, tan) o una función recíproca ($csc, sec, cot - ctg$).

1. **Paso 1:** Formen parejas, un estudiante con una función básica y otro con su recíproca.
2. **Paso 2:** Discutan y expliquen cómo se relacionan ambas funciones.
3. **Paso 3:** Compartan sus hallazgos con la clase.

- **Construcción visual**

1. Dibuja un triángulo en tu cuaderno y marca los lados con "hipotenusa", "cateto opuesto" y "cateto adyacente".
2. Escribe las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente.
3. Ahora, invierte cada fracción y anota las funciones recíprocas.
4. Reflexiona: ¿Cómo cambia el valor al hacer esta transformación?

- **Desafío en equipo**

Cada equipo recibe un problema práctico donde se debe usar **una función recíproca**.

- ¿Cómo resolverían el problema sin usar la función recíproca?
- ¿Qué cambia al aplicarla?
- Expongan su razonamiento ante la clase.

6.21.3 Conceptualización

6.21.3.1 ¿Que son las funciones trigonométricas reciprocas?

Las funciones trigonométricas recíprocas son las **inversas multiplicativas** de las funciones seno, coseno y tangente. Esto significa que, si multiplicamos una función por su recíproca, obtenemos 1:

$sen(x) \times \csc(x) = 1,$

$\cos(x) \cdot \sec(x) = 1,$

$\tan(x) \cdot \cot(x) = 1.$

Figura 52
Funciones recíprocas

Función base	Función reciproca	Definición
$sen(x)$	$csc(x)$	$csc(x) = \frac{1}{sen(x)}$
$cos(x)$	$sec(x)$	$sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$
$\tan(x)$	$cot(x)$	$cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$

- **Usando esta notación, se obtiene:**

$\csc(x) = \frac{c}{CO},$

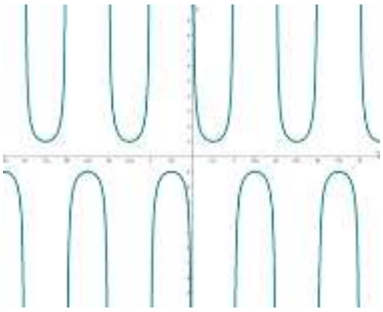
$\sec(x) = \frac{c}{CA},$

$\cot(x) = \frac{CA}{CO}.$

6.21.3.2 Interpretación de las funciones reciprocas

- **Gráfico de la función cosecante**

Figura 53
Gráfica de la función cosecante



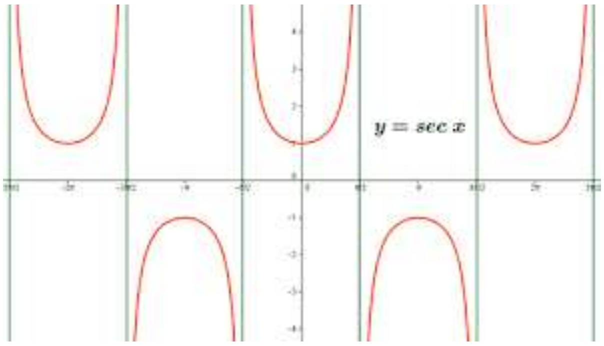
Se forma a partir del seno.

Tiende a valores grandes cuando el seno es cercano a 0.

➢ Gráfico de la función secante

Figura 54

Gráfica de la función secante



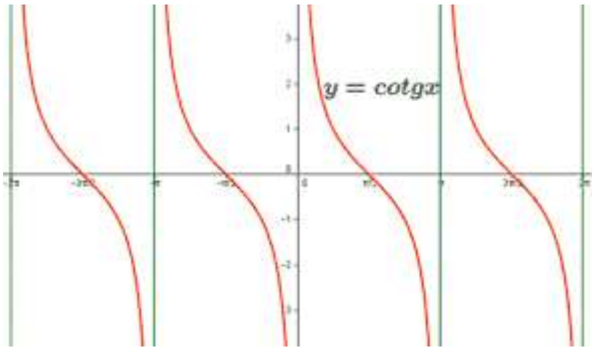
Se forma a partir del coseno.

Sus ramas crecen hacia infinito en los puntos donde el coseno se acerca a 0.

➢ Gráfico de la función cotangente

Figura 55

Función de la cotangente



Se forma a partir de la tangente.

Tiene una forma similar a la tangente, pero reflejada y con asíntotas en distintos lugares.

6.21.3.3 Aplicación en la calculadora.

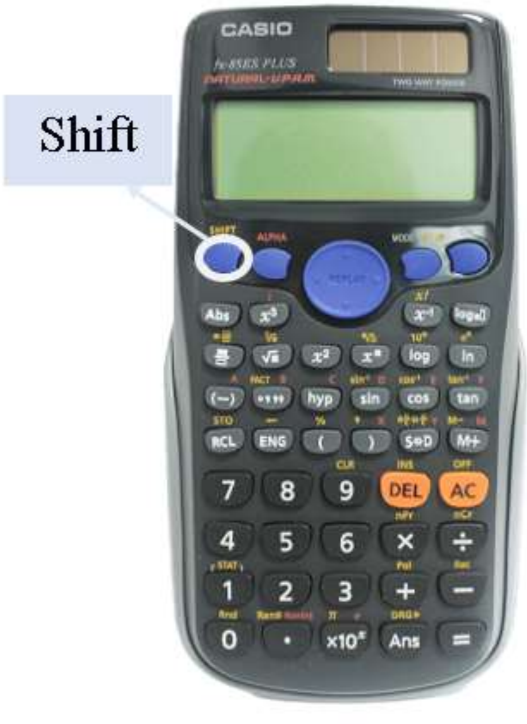
Para poder resolver las funciones trigonométricas básica y reciprocas aplicaremos lo siguiente.

Funciones trigonométricas básicas:

Aplastar la tecla: sin, cos o tan (depende que indique el ejercicio)

En el caso de que nos pidas funciones inversas $arc\ sen\ -\ sen^{-1}, arc\ cos - cos^{-1}, arc\ tan - tan^{-1}$

- Aplastar la tecla Shift



- Seguido de ello aplastar la tecla: sin, cos, tan (depende el ejercicio)

6.21.3.4 Desarrollo de la cesión

Se organizará el aula en **3 rincones de trabajo**, cada uno enfocado en una función recíproca:

Rincón 1: Cosecante (csc)

- Actividad: Dibujo de triángulos y relación con el seno.
- Material: Carteles con triángulos, calculadoras, marcadores.
- Objetivo: Visualizar cómo se calcula la cosecante a partir del seno.

Rincón 2: Secante (sec)

- Actividad: Relación con el coseno y gráficos de su comportamiento.
- Material: Plantillas de ejes cartesianos, ejercicios guiados.
- Objetivo: Entender su gráfico y por qué explota cuando el coseno se acerca a 0.

Rincón 3: Cotangente (cot)

- Actividad: Comparación con la tangente en gráficos.
- Material: Hojas con gráficos de tangente, reglas y compases.
- Objetivo: Diferenciar cot(x) de tan(x) visualmente y algebraicamente.

Al final de cada estación, los estudiantes completan una pequeña ficha con sus conclusiones.

6.21.4 Cierre

- **Aplicación práctica:**

Se invita a los estudiantes a pensar y redactar **una situación de la vida real** (arquitectura, física, ingeniería, aviación, etc.) donde podría utilizarse una función trigonométrica recíproca. Ejemplos orientadores:

- *Una grúa que levanta materiales desde cierto ángulo...*
- *Un arquitecto que calcula inclinaciones del techo...*

Luego, en pequeños grupos:

1. Comparten sus ideas.
2. Eligen una y la presentan en voz alta explicando **qué función recíproca usarían** y **por qué**.

- **Reflexión final:**

- ¿Qué aprendí hoy que antes no sabía?
- ¿Para qué me sirve este conocimiento?
- ¿Cómo me sentí al aplicar esto a un caso real?

6.22 Ejercicios de refuerzo

Ejemplo 1

Expresión inicial:

$$[2(\mathrm{x}+5)]$$

Paso 1: *Multiplicamos el 2 por cada término dentro del paréntesis.*

$$(2 \cdot x + 2 \cdot 5)$$

Paso 2: *Realizamos las operaciones.*

$$(2x + 10)$$

Resultado final:

$$(2\mathrm{x} + 10)$$

Ejemplo 2

Expresión inicial:

$$[-3(y-4)]$$

Paso 1: *Distribuimos el -3 a cada término dentro del paréntesis.*

$$[-3 \cdot y + (-3) \cdot (-4)]$$

Paso 2: *Realizamos las operaciones.*

$$(-3y + 12)$$

Resultado final:

$$(-3y + 12)$$

Ejemplo 3

Expresión inicial:

$$[5(a+2b-3)]$$

Paso 1: *Aplicamos la propiedad distributiva a cada término.*

$$[5 \cdot a + 5 \cdot 2b + 5 \cdot (-3)]$$

Paso 2: *Hacemos las multiplicaciones.*

$$(5a + 10b - 15)$$

Resultado final:

$$(5a + 10b - 15)$$

Ejemplo 4

Expresión inicial:

$$((x-4)(2x+1))$$

Paso 1: *Aplicamos distributiva entre binomios.*

$$[x \cdot 2x + x \cdot 1 + (-4) \cdot 2x + (-4) \cdot 1]$$

Paso 2: *Resolvemos cada producto.*

$$(2x^2 + x - 8x - 4)$$

Paso 3: *Reducimos términos semejantes.*

$$(2x^2 - 7x - 4)$$

Resultado final:

$$(2x^2 - 7x - 4)$$

Ejemplo 5

Expresión inicial:

$$[3(\sin x + 2\cos x) + 5\cos x - 2\sin x]$$

Paso 1: *Aplicamos la propiedad distributiva.*

$$(3 \cdot \sin x + 3 \cdot 2\cos x + 5\cos x - 2\sin x)$$

$$(3\sin x + 6\cos x + 5\cos x - 2\sin x)$$

Paso 2: *Reducimos términos semejantes:*

Agrupamos senos y cosenos:

$$[(3\sin x - 2\sin x) + 3(6\cos x - \ 5\cos x)]$$

Paso 3: *Sumamos los coeficientes.*

$$1\sin x + 3(1\cos x)$$

Resultado final:

$$(\sin x + \cos x)$$

Ejercicio 1

$$[2(x+4)+3x-5]$$

Ejercicio 2

$$[-3(a-2b+5)+4a-6b]$$

Ejercicio 3

$$[x(2x+3)+5x^2-x]$$

Ejercicio 4

$$[4(senx+\cos x)-2(\cos x+senx)]$$

Ejercicio 5

$$[3(tanx-\cos x)+2\cos x-5]$$

Ejercicio 6

$$[x(senx+2\cos x)+3x(\cos x-sen\,x)]$$

ANEXOS

Anexo 1

Prueba de conocimientos

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

PRUEBA DE CONOCIMIENTO

Objetivo General de la Investigación:

Proponer una guía didáctica utilizando metodologías del modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Objetivos Específicos:

Conceptualizar las bases teóricas del modelo ChanGo en experiencias de aprendizaje.

Elaborar una guía didáctica para el aprendizaje de funciones trigonométricas para los estudiantes de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre" implementando metodologías del modelo ChanGo.

Objetivo del instrumento:

Diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Técnica de recopilación de datos: Encuesta.

Tipo de instrumento: Prueba de Conocimiento.

Dirigido: A estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado del paralelo "A" de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre".

Fecha de aplicación: __________ **Lugar de aplicación:** Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre"

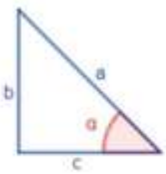
Responsable de aplicación: Joel Alexander Ocapana Moyota

Instrucción:

- Lee detenidamente cada pregunta antes de comenzar a resolverla.
- Debe resolver los ejercicios utilizando el espacio indicado

Cuestionario

1. **Dado el ángulo α del siguiente triángulo rectángulo indicar ¿Cuál es: la hipotenusa, el cateto opuesto y el cateto adyacente? Justifica la respuesta.**



$a =$ ______________________________

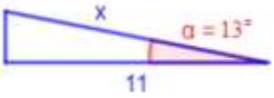
$b =$ ______________________________

$c =$ ______________________________

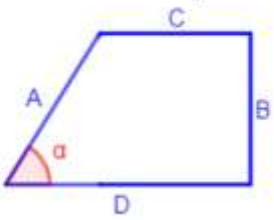
2. **Simplificar la siguiente expresión.**

$$\mathbf{2 * (\cos(x) - \cos(2x)) - (2\cos(x) - \cos(2x))}$$

3. **Calcular el valor de x de la siguiente figura utilizando las razones trigonométricas.**



4. **Calcular el perímetro del siguiente polígono.**



Donde:

$\boldsymbol{\alpha = 58^o}$

$\boldsymbol{B = C}$

$\boldsymbol{A = 24.6m}$

5. **La elevación de una cometa cuando se ha soltado 50m de hilo tiene un ángulo de 37^0 ¿Cuál es la altura de la cometa?**

6. **De la cima de un faro de 7m de alto se observa una lancha con un ángulo de depresión de 12^0 Calcular la distancia entre la lancha y el pie del faro.**

7. **Convertir el siguiente ángulo de radianes a grados.** $\frac{3\pi}{10} rad$

8. **Expresa en radianes el siguiente ángulo.** 316^0

9. **Graficar la función seno con un intervalo de 0^0 hasta 360^0 y responda la siguiente pregunta; ¿Dónde alcanza su valor máximo y su valor mínimo?**

x	y
0^o	
90^o	
180^o	
270^o	
360^o	

6. **De la cima de un faro de 7m de alto se observa una lancha con un ángulo de depresión de 12^0 Calcular la distancia entre la lancha y el pie del faro.**

7. **Convertir el siguiente ángulo de radianes a grados.** $\frac{3\pi}{10} rad$

8. **Expresa en radianes el siguiente ángulo.** 316^0

9. **Graficar la función seno con un intervalo de 0^0 hasta 360^0 y responda la siguiente pregunta; ¿Dónde alcanza su valor máximo y su valor mínimo?**

x	y
0^o	
90^o	
180^o	
270^o	
360^o	

Anexo 2

Rúbrica de Evaluación

RUBRICA DE EVALUCIÓN

Pregunta 6: Distancia entre lancha y faro

Criterio	Insuficiente	En proceso	Suficiente	Excelente
Cálculo de la distancia (esquema, procedimiento, resultado final)	No elabora un esquema ni desarrolla un procedimiento lógico para determinar la distancia.	Elabora un esquema o procedimiento incompleto con errores conceptuales.	Elabora un esquema correcto y desarrolla un procedimiento adecuado con errores menores.	Elabora un esquema claro y desarrolla un procedimiento completo y preciso.

Pregunta 7: Conversión de radianes a grados

Criterio	Insuficiente	En proceso	Suficiente	Excelente
Conversión de radianes a grados (comprensión, procedimiento, resultado final)	No comprende la relación entre radianes y grados ni desarrolla un procedimiento correcto.	Comprende parcialmente la relación, pero comete errores al realizar el cálculo.	Comprende la relación y desarrolla un procedimiento adecuado con errores menores.	Comprende la relación y desarrolla un procedimiento correcto y preciso.

Pregunta 8: Conversión de grados a radianes

Criterio	Insuficiente	En proceso	Suficiente	Excelente
Conversión de grados a radianes (comprensión, procedimiento, resultado final)	No comprende la relación entre grados y radianes ni desarrolla un procedimiento correcto.	Comprende parcialmente la relación, pero comete errores al realizar el cálculo.	Comprende la relación y desarrolla un procedimiento adecuado con errores menores.	Comprende la relación y desarrolla un procedimiento correcto y preciso.

Pregunta 9: Gráfico de la función seno

Criterio	Insuficiente	En proceso	Suficiente	Excelente
Representación de la función seno (cálculo de valores, representación gráfica, identificación de máximos y mínimos)	No calcula correctamente los valores ni representa gráficamente la función.	Calcula algunos valores correctamente, pero la representación gráfica presenta errores significativos.	Calcula los valores necesarios y representa gráficamente la función con errores menores.	Calcula todos los valores correctamente y representa con precisión la función gráfica, incluyendo máximos y mínimos.

Anexo 3

Validación del instrumento de recolección de datos

Experto 1: Mgs. Cristian Carranco (Docente de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE EDUCACION, HUMANAS Y TECNOLOGIAS
PEDAGOGIA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMATICAS Y LA FISICA

Instrumento de validación

Tema: Modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre".

Autor: Joel Alexander Ocapana Moyota

Objetivos de la investigación

General:

Proponer una guía didáctica utilizando metodologías del modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Especificos:

Diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Prueba de conocimiento

CRITERIOS PARA EVALUAR																					
PREGUNTA	**ADECUACIÓN**															**PERTINENCIA**					**Observaciones (considerar si debe eliminarse o modificarse, por favor especificar)**
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					**Opciones de respuestas adecuadas**					**Opciones de respuesta en orden lógico**					**Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar**					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					X					X					X					X	
2					X					X					X					X	
3					X					X					X					X	
4					X					X					X					X	
5					X					X					X					X	
6					X					X					X					X	
7					X					X					X					X	
8					X					X					X					X	
9					X					X					X					X	

ASPECTOS GENERALES	SI	NO	Observaciones
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.	**X**		
La secuencia de ítems es adecuada.	**X**		
El número de ítems es suficiente.	**X**		

EVALUACIÓN GENERAL				
Validez del instrumento	**Excelente**	**Satisfactorio**	**Necesita mejorar**	**Inadecuado**
	X			

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO		
Validado por: Mgs. Cristian David Carranco Ávila		**C.I.** 1003433388
Institución de filiación	**Fecha:** 18-11-2024	Firma: CRISTIAN DAVID CARRANCO AVILA
Cargo: Docente de Matemáticas (UNACH)	**Cel.** 0993143295	

Experto 2: MsC.. Norma Allauca (Docente de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE EDUCACION, HUMANAS Y TECNOLOGIAS
PEDAGOGIA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMATICAS Y LA FISICA

Instrumento de validación

Tema: Modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre".

Autor: Joel Alexander Ocapana Moyota

Objetivos de la investigación

General:

Proponer una guía didáctica utilizando metodologías del modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Específicos:

Diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Prueba de conocimiento

CRITERIOS PARA EVALUAR																					
PREGUNTA	**ADECUACIÓN**															**PERTINENCIA**					**Observaciones (considerar si debe eliminarse o modificarse, por favor especificar)**
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					**Opciones de respuestas adecuadas**					**Opciones de respuesta en orden lógico**					**Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar**					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					x					x					x					x	
2					x					x					x					x	
3					x					x					x					x	
4					x					x					x					x	
5					x					x					x					x	
6					x					x					x					x	
7					x					x					x					x	
8					x					x					x					x	
9					x					x					x					x	

ASPECTOS GENERALES	**SI**	**NO**	**Observaciones**
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.	x		
La secuencia de ítems es adecuada.	x		
El número de ítems es suficiente.	x		

EVALUACIÓN GENERAL				
Validez del instrumento	**Excelente**	**Satisfactorio**	**Necesita mejorar**	**Inadecuado**
		x		

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO		
Validado por: MsC. Norma Isabel Allauca Sandoval		**C.I.** 0604079533
Institución de filiación	**Fecha:** 18-11-2024	Firma: NORMA ISABEL ALLAUCA SANDOVAL
Cargo: Docente de Matemáticas (UNACH)	**Cel.** 0986821491	

Experto 2: MsC. Gladys Padilla (Docente de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre"

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE EDUCACION, HUMANAS Y TECNOLOGIAS
PEDAGOGIA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMATICAS Y LA FISICA

Instrumento de validación

Tema: Modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de la Unidad Educativa "Vicente Anda Aguirre".

Autor: Joel Alexander Ocapana Moyota

Objetivos de la investigación

General:

Proponer una guía didáctica utilizando metodologías del modelo ChanGo para el aprendizaje de funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Específicos:

Diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre".

Prueba de conocimiento

PREGUNTA	CRITERIOS PARA EVALUAR																				Observaciones (considerar si debe eliminarse o modificarse, por favor especificar)
	ADECUACIÓN															PERTINENCIA					
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					Opciones de respuestas adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico					Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					X					X					X					X	
2					X					X					X					X	
3					X					X					X					X	
4					X					X					X					X	
5					X					X					X					X	
6					X					X					X					X	
7					X					X					X					X	
8					X					X					X					X	
9					X					X					X					X	

ASPECTOS GENERALES	SI	NO	Observaciones
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.	X		
La secuencia de ítems es adecuada.	X		
El número de ítems es suficiente.	X		

EVALUACIÓN GENERAL				
Validez del instrumento	Excelente	Satisfactorio	Necesita mejorar	Inadecuado
	X			

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO		
Validado por: Gladys Carmela Padilla Shambi		**C.I.** 0604377739
Institución de filiación	**Fecha:** 18-11-2024	Firma:
Cargo: Docente de Matemáticas (Unidad educativa "Vicente Anda Aguirre")	**Cel.** 0983499810	