



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:

MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

TITULO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

**GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER
AÑO DE BACHILLERATO**

**Trabajo de Titulación para optar al Título de: Licenciado en Pedagogía de las
Matemáticas y la Física**

AUTOR:

Wilson Rodrigo Shuilema Bravo

TUTOR:

Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD.

RIOBAMBA - ECUADOR

Año 2025

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, **Wilson Rodrigo Shuilema Bravo** con cédula de ciudadanía **0605171552**, autor del trabajo de investigación titulado: GeoGebra en el aprendizaje de funciones polinomiales en primer año de Bachillerato, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mí exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor (a) de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, 12 de febrero del 2025



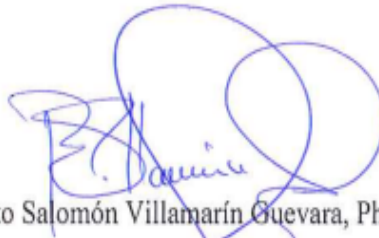
Wilson Rodrigo Shuilema Bravo

CI: 0605171552

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

Quien suscribe, Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD. catedrático adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías por medio del presente documento certifico haber asesorado y revisado el desarrollo del trabajo de investigación **GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**, bajo la autoría de Shuilema Bravo Wilson Rodrigo; por lo que se autoriza ejecutar los trámites legales para su sustentación.

Es todo cuanto informar en honor a la verdad; en Riobamba, 12 de febrero del 2025.



Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD.

C.I:0602882912

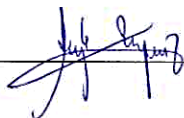
CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO por Shuilema Bravo Wilson Rodrigo, con cédula de identidad número 0605171552, bajo la tutoría del PhD. Roberto Salomón Villamarín Guevara; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba el 14 de mayo del 2025.

Dra. Angelica Maria Urquiza Alcivar

**PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE
GRADO**



Mgs. Laura Esther Muñoz Escobar

**MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE
GRADO**



Mgs. Cristian David Carranco Ávila

**MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE
GRADO**





Dirección
Académica
VICERRECTORADO ACADÉMICO

en movimiento

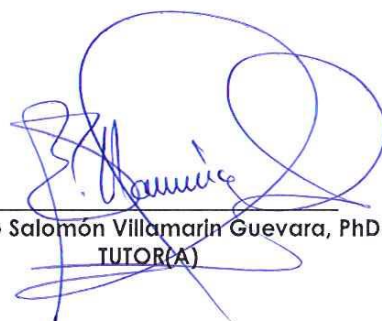


UNACH-RGF-01-04-08.15
VERSIÓN 01: 06-09-2021

CERTIFICACIÓN

Que, **SHUILEMA BRAVO WILSON RODRIGO** con CC: **0605171552** estudiante de la Carrera de **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**, Facultad de **CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS**; ha trabajado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado **GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO** cumple con el 4%, de acuerdo al reporte del sistema Anti plagio **COMPILATION**, porcentaje aceptado de acuerdo a la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 10 de abril de 2025



Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD
TUTOR(A)

DEDICATORIA

Con inmenso cariño, dedico este proyecto a Dios, fuente de vida y fortaleza, quien me ha guiado y sostenido a lo largo de este camino, permitiéndome culminar esta etapa con determinación y esperanza.

A mis padres, cuyo amor incondicional, apoyo constante y confianza inquebrantable han sido mi mayor inspiración. Su sacrificio y dedicación han sido el pilar sobre el cual he construido cada uno de mis logros. A ellos les ofrezco este triunfo como una muestra de gratitud y amor eterno.

A mis amigos y compañeros, por los momentos compartidos, las risas y los desafíos que hicieron de esta travesía una experiencia inolvidable. Y a mis profesores y mentores, cuyas enseñanzas y consejos han sido faros de luz en mi formación académica y personal.

Wilson Rodrigo

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco al Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD. quien fue mi tutor durante todo este proceso. Su orientación, confianza y, sobre todo, su paciencia fueron pilares fundamentales para el desarrollo de esta investigación.

Asimismo, extiendo mi gratitud a los profesores de la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías, especialmente a los de la Carrera de Ciencias Experimentales: Matemática y Física, por compartir sus conocimientos y experiencias conmigo.

Finalmente, agradezco a la Universidad Nacional de Chimborazo por brindarme la oportunidad de crecer y aprender.

Wilson Rodrigo

ÍNDICE GENERAL

DECLARATORIA DE AUTORÍA

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

CERTIFICACIÓN DEL ANTI-PLAGIO

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

ABSTRACT

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	15
1.1 Antecedentes	16
1.2 Planteamiento del problema.....	17
1.2.1 Formulación del problema	18
1.3 Preguntas directrices	18
1.4 Justificación	18
1.5 Objetivos.....	19
1.5.1 General	19
1.5.2 Específicos	19
CAPITULO II MARCO TEÓRICO.....	20
2.1 Estado del arte.....	20
2.2 Fundamentación teórica	21
2.2.1 El sistema educativo ecuatoriano	21
2.2.2 Aprendizaje de la matemática en bachillerato	21
2.2.3 Perfil de egreso en matemáticas en BGU.....	22
2.2.4 Estructura curricular de matemática en BGU	23

2.2.5 La matemática en el BGU	23
2.2.6 Currículo priorizado de matemáticas	24
2.2.7 Funciones polinomiales.....	24
2.2.8 Contenidos relacionados con funciones polinomiales en primer año de bachillerato	25
2.2.9 Metodologías de enseñanza y aprendizaje en matemáticas	26
2.2.10 Problemas de aprendizaje de las polinomiales en primer año de bachillerato.	27
2.2.11 Inclusión de las TICs en el aprendizaje de las matemáticas.....	27
2.2.12 Estándares educativos en matemáticas	28
2.2.13 Inclusión del modelo TPACK en la enseñanza de las matemáticas	29
2.2.14 GeoGebra.....	30
2.2.15.1 Ventajas de GeoGebra	30
2.2.15.2 Limitaciones de GeoGebra	31
2.2.15 Herramientas del GeoGebra para la enseñanza de las funciones polinomiales.....	31
CAPITULO III MARCO METODOLÓGICO	33
3.1 Enfoque de la investigación	33
3.2 Diseño de la investigación	33
3.3 Nivel de investigación.....	33
3.3.1 Investigación descriptiva (propositiva)	33
3.4 Tipo de investigación	33
3.4.1 Según el lugar.....	33
3.4.2 Según el tiempo.....	33
3.5 Población y muestra	33
3.5.1 Población.....	33
3.5.2 Muestra.....	34
3.5.2.1 Tipo de muestreo	35
3.6 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos	36

3.6.1 Técnica	36
3.6.2 Instrumento	36
3.7 Técnicas de procesamiento de datos	36
CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN	37
4.1 Resultados	37
4.2 Discusión.....	47
CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	49
5.1 Conclusiones	49
5.2 Recomendaciones	50
CAPITULO VI	51
BIBLIOGRAFÍA	115
ANEXOS.....	121

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Herramientas de GeoGebra	32
Tabla 2. Población de estudio	34
Tabla 3. Frecuencia por sexo de los estudiantes encuestados	37
Tabla 4. Dificultad para comprender	37
Tabla 5. Frecuencias de dificultades en el entendimiento de funciones polinomiales	38
Tabla 6. Frecuencia de dificultades en el entendimiento de raíces o ceros de polinomios	38
Tabla 7. Frecuencia de dificultades con operaciones en polinomios entre estudiantes	39
Tabla 8. Frecuencia de la dificultad para entender la gráfica de funciones polinomiales	39
Tabla 9. Dificultades para identificar elementos en gráficas de funciones polinomiales	40
Tabla 10. Confianza de los estudiantes al enfrentar evaluaciones de funciones polinomiales	40
Tabla 11. Frecuencia de uso de herramientas digitales para el análisis de funciones polinomiales	41
Tabla 12. Preferencias de los estudiantes para la enseñanza de funciones polinomiales	41
Tabla 13. Frecuencia de satisfacción de los estudiantes con las clases de funciones polinomiales	42
Tabla 14. Frecuencia con la que los recursos didácticos mejoran la comprensión de funciones polinomiales	42
Tabla 15. Frecuencia de utilidad de las actividades en grupo en el aprendizaje de funciones polinomiales	43
Tabla 16. Frecuencia de la demanda estudiantil por ejemplos reales en funciones polinomiales	43
Tabla 17. Percepción del estudiante sobre calificaciones y comprensión de funciones polinomiales	44
Tabla 18. Percepción del tiempo suficiente para aprender funciones polinomiales	44
Tabla 19. Frecuencia de uso de tutoriales en línea para el aprendizaje de funciones polinomiales	45
Tabla 20. Frecuencia de uso de GeoGebra por docentes en clases de funciones polinomiales	45
Tabla 21. Frecuencia de uso de software digital para el estudio autónomo de matemáticas	46
Tabla 22. Frecuencia con la que los estudiantes valoran materiales de apoyo	46

Tabla 23. Frecuencia con que los estudiantes consideran suficientes los recursos	47
---	----

RESUMEN

La investigación se enfocó en elaborar una guía didáctica utilizando GeoGebra para el aprendizaje de funciones polinomiales en estudiantes de primer año de Bachillerato en la Unidad Educativa “Riobamba”, tras identificar dificultades significativas en esta área. Se realizó un estudio cuantitativo no experimental con 184 estudiantes utilizando un muestreo estratificado, en el cual se aplicó un cuestionario para identificar los principales desafíos en la comprensión de funciones polinomiales. Los resultados mostraron dificultades en la definición, propiedades, representación gráfica y análisis algebraico de estas funciones. En respuesta, se realizó una guía didáctica usando GeoGebra, ofreciendo estrategias interactivas que permite a los estudiantes visualizar dinámicamente los conceptos, conectando mejor la representación algebraica y gráfica.

Palabras clave: GeoGebra, funciones polinomiales, aprendizaje, matemáticas.

ABSTRACT

The research focused on the elaboration of a didactic guide using GeoGebra to learn polynomial functions in first year of BGU sublevel students at the Unidad Educativa “Riobamba”, after identifying significant difficulties in this area. A non-experimental quantitative study was conducted with 184 students using stratified sampling, in which a questionnaire was applied to identify the main challenges in the understanding of polynomial functions. The results showed difficulties in the definition, properties, graphical representation and algebraic analysis of these functions. In response, a didactic guide was developed using GeoGebra, offering interactive strategies that allowed students to dynamically visualize the concepts, connecting the algebraic and graphical representation better.

Keywords: GeoGebra, polynomial functions, learning, mathematics.



Reviewed by:
Mgs. Edison Salazar Calderón
ENGLISH PROFESSOR
I.D. 0603184698

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

El rápido desarrollo tecnológico exige que el sistema educativo se ajuste paulatinamente a las nuevas dinámicas sociales. Este hecho demanda de los profesores mayor creatividad y predisposición a incorporar nuevas herramientas dentro de su estrategia de trabajo que estén orientadas a alcanzar un aprendizaje significativo en el alumno. Como señalan Barcia y Mestre (2023), la aplicación de metodologías de enseñanza innovadoras para el área de matemáticas es esencial, especialmente cuando la enseñanza es asistida por la tecnología dentro de un marco educativo constructivista. En este sentido, el alumno es un participante activo que construye conocimiento en lugar de aprender de memoria, al tiempo que fomenta la reflexión crítica y el razonamiento.

Por otra parte, (Jimenez, 2020) señala que uno de los problemas más relevantes en el ámbito educativo es el enfoque respecto al trabajo pedagógico. Se refiere particularmente a la obra de algunos profesores de matemáticas de básica, que enseñan funciones polinómicas utilizando la mecanización, técnicas autoritarias que cierran toda la posibilidad de desarrollo, comprensión, y que no abrigan la posibilidad de aplicar metodologías que desarrollen el aprendizaje significativo.

Para abordar las brechas de comprensión que tienen los estudiantes, Paz et al. (2023) sugieren la implementación de GeoGebra como una estrategia de enseñanza innovadora en el primer año de secundaria. Este software educativo es de acceso gratuito y ha recibido elogios por su calidad y versatilidad, enriqueciendo y transformando la experiencia de aprender matemáticas. La integración de dispositivos tecnológicos en el currículo escolar mejora los estándares académicos y cumple con los objetivos de la educación moderna, además de mejorar la competencia digital de los estudiantes.

La investigación titulada “GeoGebra en el aprendizaje de funciones polinomiales en primer año de bachillerato” tiene como objetivo elaborar una guía didáctica para el aprendizaje de funciones polinómicas para los estudiantes de primer año de bachillerato de la unidad educativa “Riobamba” utilizando las posibilidades que ofrece GeoGebra. La guía está destinada a equipar a los docentes con material de apoyo que les permitan usar efectivamente la tecnología para que los estudiantes puedan aprender de una manera más activa, e interactiva.

El presente trabajo de investigación se lo ha organizado por capítulos, los cuales se describen a continuación:

Capítulo I: Presenta los aspectos esenciales de la investigación, incluyendo la introducción, los antecedentes, el planteamiento del problema, la justificación y los objetivos del estudio.

Capítulo II: Presenta la fundamentación teórica que orienta y sustenta la investigación, abordando los conceptos pertinentes a la enseñanza de matemáticas en la educación media, el estudio de las funciones polinómicas y las dificultades de enseñanza y aprendizaje en el primer año de educación media, entre otros aspectos.

Capítulo III: Explica la estrategia utilizada en la investigación, incluyendo el enfoque, nivel, tipo y diseño de la misma. A continuación se establece la población y muestra así como las técnicas y los instrumentos de recolección de datos, también se especifica el método de análisis y tratamiento de la información.

Capítulo IV: Presenta el análisis e interpretación de los resultados, los cuales se organizan en tablas. Además, incluye la discusión de los hallazgos en relación con el marco teórico.

Capítulo V: Expone las conclusiones y recomendaciones derivadas del análisis de los resultados.

Capítulo VI: Presenta la propuesta orientada al aprendizaje de las funciones polinomiales para los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Riobamba.

1.1 Antecedentes

Chaúque (2024) en su artículo titulado “El uso de GeoGebra como alternativa didáctica en la enseñanza de funciones de primer grado: Una experiencia en 8º grado en el contexto mozambiqueño”, aborda el uso de GeoGebra para el estudio de funciones de primer grado, en los estudiantes de 8º grado (clases A, B y C). En donde se optó por un enfoque cualitativo, exploratorio, descriptivo e interpretativo, concluyendo que el aprendizaje del contenido resultó más significativo, ya que permitió a los estudiantes comprender la definición de función y sus distintas formas de representación e interpretación gráfica.

Sánchez y Borjas (2022) realizaron una investigación titulada “GeoGebra en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas” donde el objetivo era analizar el uso de GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Este estudio se centró en estudiantes de primer año del Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa “5 de Octubre” en el cantón de Echeandía durante el año 2020-2021. Por medio de encuestas realizadas a los docentes, determinaron que este software resulta provechoso para los estudiantes, ya que ayuda a entender mejor los conceptos matemáticos, lo que optimiza el aprendizaje. Además, contribuye a mejorar el interés y la motivación de los estudiantes con el proceso educativo.

En otro contexto, se puede encontrar el trabajo de Calderón et al. (2019) titulado “Logros de Aprendizaje en Funciones Lineales y Cuadráticas Mediante Secuencia Didáctica con el Apoyo del GeoGebra.” El objetivo principal del presente estudio fue mejorar los resultados de aprendizaje en el área de matemáticas con la ayuda del software GeoGebra. Esto se realizó mediante un método mixto; se creó una investigación de diseño cuasi-experimental con dos grupos que fueron evaluados antes y después, con 55 estudiantes en cada grupo. Los hallazgos muestran que la propuesta pedagógica implementada en el grupo experimental proporcionó una mejora significativa en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas. Además, los estudiantes del grupo experimental enfatizaron que GeoGebra les ayudó a comprender mejor las gráficas de estas funciones. En conclusión, los participantes indicaron que el uso del software efectivamente les ayudó a gestionar los resultados de aprendizaje en matemáticas y el logro en el aprendizaje de matemáticas se alcanzó con éxito.

Este enfoque intenta captar tanto la metodología como el enfoque de los resultados mientras mejora la claridad del texto sin cambiar su idea central.

Avecilla et al. (2015) Llevaron a cabo una investigación titulada “GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil”. En dicha investigación se elaboraron contenidos académicos formativos y se llevó a cabo una evaluación acumulativa preliminar mediante un primer test sin el uso de GeoGebra. Luego, se ejecutó un segundo test con el respaldo de este programa, concluyendo que la utilización de GeoGebra mejora el rendimiento académico porque facilita la construcción de una colaboración constructivista activa por parte de los estudiantes y la creación de entornos apropiados para la retroalimentación.

1.2 Planteamiento del problema

Las funciones polinómicas forman una parte integral del currículo de matemáticas para la escuela secundaria porque ayudan a desarrollar el razonamiento lógico y las habilidades de resolución de problemas. Sin embargo, debido a su naturaleza abstracta, los enfoques tradicionales de enseñanza asociados dificultan aún más que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos. Tales barreras contribuyen a la pérdida de interés, la apatía y el bajo rendimiento académico, lo que a su vez reduce la capacidad del estudiante para sobresalir en matemáticas más avanzadas. La ausencia de estrategias pedagógicas activas y materiales de instrucción apropiados que faciliten las necesidades educativas contemporáneas hace imposible cerrar la brecha entre los conceptos matemáticos y sus aplicaciones. Esto, con materiales limitados como recursos didácticos, socava el rendimiento educativo de los estudiantes al restringir sus oportunidades de construir un conocimiento fundamental sólido diseñado para cultivar una pasión por la ciencia y la tecnología. Dada esta situación, se vuelve esencial cambiar la adopción de métodos de enseñanza para que sean más fáciles de navegar y atractivos.

Hernández (2019) describe cómo los estudiantes que comienzan el primer año de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) presentaron varios problemas, incluidos errores en la representación gráfica, dificultades para interpretar gráficos contextuales y automatización de procedimientos. Esto demostró que los estudiantes enfrentaron problemas significativos en la comprensión y aplicación de funciones polinomiales.

Autores como Tocto et al.(2023) identificaron dificultades significativas en el aprendizaje de funciones, específicamente en la relación entre las representaciones algebraicas y gráficas de las funciones de variable real. Los estudiantes de pedagogía que se especializan en matemáticas y física enfrentan desafíos al pasar de representaciones algebraicas a gráficas, particularmente al trabajar con funciones racionales que están definidas solo en ciertos intervalos del conjunto de los números reales. El problema está asociado con las funciones graficadas y sus contrapartes algebraicas, particularmente con una característica y sus elementos, como el dominio y el rango de la función. Los hallazgos apoyan la afirmación de que los estudiantes tienen dificultades para comprender y aplicar funciones polinómicas porque esos conceptos, más fundamentales en el estudio de funciones matemáticas complejas, son bastante indispensables.

A nivel local en Riobamba, se pueden notar problemas de aprendizaje asociados con las funciones polinómicas debido a las observaciones que hice durante mis prácticas preprofesionales en la Unidad Educativa 'Riobamba'. Se observó durante mi estadía que muchos estudiantes tienen dificultades para intentar identificar los gráficos de las funciones y también su eje de simetría, así como las intersecciones con los ejes. Estos errores persistentes ilustran un problema común en el aprendizaje de las funciones polinómicas y esto, a su vez, dificulta la comprensión de conceptos matemáticos más avanzados.

De ahí que el propósito de esta investigación sea el de elaborar una guía didáctica usando GeoGebra para la enseñanza de las funciones polinomiales en los alumnos de primero de bachillerato en la Unidad Educativa Riobamba.

1.2.1 Formulación del problema

¿Cómo utilizar GeoGebra para el aprendizaje de funciones polinomiales en primer año de Bachillerato?

1.3 Preguntas directrices

- ¿Cuáles son los contenidos relacionados con funciones polinomiales en primer año de bachillerato?
- ¿Cuáles son los problemas de aprendizajes relacionados con el tema de funciones polinomiales para primero de bachillerato?
- ¿Cómo utilizar GeoGebra de manera didáctica para la enseñanza aprendizaje de funciones polinomiales en el primero de bachillerato?

1.4 Justificación

No hay duda que la tecnología utilizada en el aprendizaje de las matemáticas es fundamental en la educación. Con la tecnología han llegado nuevos dispositivos y herramientas, y las funciones polinomiales no son la excepción debido a su uso en el contexto académico. En el bachillerato la enseñanza de estas materias se vuelve esencial porque la cantidad de habilidades matemáticas que se deben tener son muchas y a la par la cantidad de disciplinas científicas y sistemas tecnológicos en crecimiento. Pese a esto, hay un gran número de estudiantes que no logran comprender una gran parte de los conceptos relacionados a las funciones polinomiales y esto para nada les motiva a aprenderlo.

El problema que hemos señalado es de gran importancia porque el aprendizaje de las funciones polinomiales debe ser de significado profundo, logrando que los estudiantes no solo memoricen procedimientos, sino que comprendan la teoría detrás de los conceptos matemáticos y que son capaces de utilizarlos en muchas situaciones distintas. En este sentido, autores como Paz et al. (2023) argumentan que el uso de herramientas educativas tales como GeoGebra permiten aproximar a los estudiantes a la visualización y al entendimiento de los conceptos matemáticos siendo de gran ayuda para desarrollar un aprendizaje activo, comprensivo e interactivo.

Bayés y Costa (2022) afirman que el empleo de tecnologías digitales mejora considerablemente la transformación del entorno de aprendizaje, mediante programas como GeoGebra, que se caracterizan por ser más flexibles e inclusivos. Estos autores destacan que

tales recursos permiten a los estudiantes trabajar de manera activa y colaborativa, fomentando el desarrollo de habilidades tecnológicas esenciales. Además, señalan que este tipo de herramientas no solo facilita la manipulación de funciones polinómicas, sino que también prepara a los estudiantes para interactuar con las demandas del siglo XXI.

GeoGebra proporciona recursos pedagógicos modernos que Ortiz (2024) destaca, estos recursos permiten a los profesores implementar estrategias que son verdaderamente innovadoras. Esto hace posible desarrollar un entorno de enseñanza-aprendizaje en el que los estudiantes interactúan de manera activa, visual y tangible con funciones polinómicas, mejorando así su comprensión y retención del conocimiento.

Gracias a estas aclaraciones, fue posible trabajar con estudiantes de primer año de secundaria de la Unidad Educativa Riobamba, porque en este nivel el estudio formal de las funciones polinómicas se enseña de una manera más sistemática para que los estudiantes aprendan a representarlas y analizarlas. Además, en este grado los estudiantes todavía están desarrollando su comprensión del pensamiento algebraico y cómo las ecuaciones se relacionan con sus gráficos.

En este sentido, diseñar una guía didáctica que utilice la herramienta tecnológica como GeoGebra, sugiere una alternativa que solventa estos problemas. Dicha guía permitió a los alumnos de la unidad educativa Riobamba poder observar, manipular y experimentar con las funciones polinomiales, mejorando su entendimiento y pasando de la pasividad y apatía hacia las matemáticas.

1.5 Objetivos

1.5.1 General

Elaborar una guía didáctica con la utilización del GeoGebra para el aprendizaje de funciones polinomiales en estudiantes de primer año de bachillerato.

1.5.2 Específicos

- Seleccionar los contenidos relacionados con funciones polinomiales en primer año de bachillerato.
- Identificar los problemas de aprendizaje relacionados con el tema de funciones polinomiales en primer año de bachillerato.
- Diseñar una guía didáctica con el uso de GeoGebra para el aprendizaje de funciones polinomiales.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Estado del arte

En la investigación de Ruiz (2023) titulada “Utilización de GeoGebra para la enseñanza de las funciones algebraicas y trascendentales”, se examina la implementación de GeoGebra como herramienta didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje a nivel bachillerato. El estudio se enfoca en la elaboración de una propuesta didáctica dirigida a la enseñanza de funciones algebraicas y trascendentales, así como un plan de capacitación docente en el área de matemáticas. A través de una metodología comparativa, se evaluó el rendimiento de los estudiantes antes y después, además de observarse la implementación práctica del software en el aula. Los resultados del estudio destacan las mejoras notables en el rendimiento de los estudiantes, lo que indica lo que se ha demostrado ser una herramienta efectiva para la enseñanza de matemáticas, y sirve como referencia para los profesionales interesados en utilizar ayudas didácticas con estudiantes en aulas ricamente tecnológicas.

En su trabajo de investigación titulado “Impacto del aprendizaje basado en problemas y el uso de GeoGebra en la enseñanza de las derivadas en bachillerato”, Ortiz (2024) señala que los recursos digitales de GeoGebra fueron fundamentales en el desarrollo de la comprensión del concepto de derivadas y problemas de optimización. Discuta una intervención de enseñanza para cálculo diferencial dirigida a estudiantes de primer año de secundaria e implemente la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Los materiales de aprendizaje enfatizan problemas prácticos alineados con los objetivos educativos de 2030, fomentando un aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades digitales. Dentro de las conclusiones que se pueden extraer de los resultados, se destaca que GeoGebra facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos para los estudiantes, mejora sus habilidades para resolver problemas y, como consecuencia, les ayuda a aprender materias que tradicionalmente son difíciles.

En la tesis de Mera y Fosado (2022) titulado “Propuesta metodológica para el uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones polinómicas”, el autor analiza la incidencia de la tecnología digital, en este caso GeoGebra, en la enseñanza de la matemática en el Ecuador en el contexto de la pandemia. La investigación sugiere un cambio en la enseñanza de las funciones polinómicas que desarrollen las capacidades lógicas y matemáticas de los aprendices, basado en la Teoría del Aprendizaje Cognitivo de Piaget y la Teoría Sociocultural de Vygotsky. El estudio se llevó a cabo utilizando un diseño cuasi-experimental con dos grupos de control donde se realizaron una prueba previa y una prueba posterior para evaluar el impacto de GeoGebra en comparación con la instrucción tradicional del docente. Los resultados mostraron una mejora notable en el rendimiento de los estudiantes, lo que sugiere que el uso de GeoGebra en la instrucción mejora el aprendizaje de las funciones polinómicas.

Lema y Sinaluisa (2022) en su tesis titulado “Propuesta metodológica para el uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones polinómicas”, donde relata la elaboración de actividades de aprendizaje a través de GeoGebra como recurso didáctico con el fin de atender la enseñanza de la matemática del primer nivel de bachillerato, en consideración a las

dificultades generadas por la pandemia de COVID-19. Este estudio, de enfoque cuantitativo y tipo descriptivo, diagnosticó las dificultades de aprendizaje de 27 estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema y evidenció problemas elementales tales como operaciones con polinomios, interpretación geométrica, y funciones reales. Con base a estos resultados, se elaboraron propuestas didácticas a partir de GeoGebra, sugiriendo la incorporación de estas herramientas TIC en la planificación microcurricular a nivel propositivo, para dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas.

2.2 Fundamentación teórica

2.2.1 El sistema educativo ecuatoriano

El sistema educativo en Ecuador ha sido diseñado para satisfacer los requisitos de fomentar a los estudiantes de manera holística e integrar los cambios sociales y tecnológicos emergentes para las generaciones más jóvenes. La Ley de Educación Intercultural de 2011 proporciona el contexto jurídico para establecer y desarrollar un sistema educativo inclusivo, equitativo y de calidad.

El sistema educativo ecuatoriano abarca educación preescolar, básica y secundaria, conforme a la LOEI. Se da énfasis al desarrollo interdisciplinario y la diversidad de identidad cultural (Ministerio de Educación, 2022).

Al final de la escuela secundaria, los estudiantes deberían estar preparados con tanto habilidades como conocimientos para el mercado laboral, así como para la educación superior. Se les proporcionaron tanto herramientas teóricas como prácticas para enfrentar desafíos a nivel académico y profesional. La incorporación de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), por ejemplo, el uso de software interactivo para la enseñanza de las matemáticas es una estrategia de enseñanza efectiva para materias fundamentales como las matemáticas. Es importante señalar que la pandemia de COVID-19 planteó preocupaciones sobre la disponibilidad general de recursos tecnológicos con un énfasis más fuerte en la necesidad de capacitar a los docentes sobre cómo enseñar las tecnologías e integrarlas en el proceso instruccional en un entorno virtual (Moreira y Villao, 2023).

Subrayando las brechas educativas en la educación secundaria, el Ministerio de Educación ha implementado esfuerzos en inglés, civismo, literatura, y en la formación profesional intentando mejorar la calidad educativa, fomentando aún más el desarrollo del pensamiento crítico y la alfabetización digital en los estudiantes. La enseñanza y el aprendizaje de los polinomios y, a su vez, el rendimiento académico se consigue utilizando GeoGebra como software didáctico porque permite a los estudiantes apreciar ideas matemáticas más complejas (Ministerio de Educación, 2021).

2.2.2 Aprendizaje de la matemática en bachillerato

La licenciatura en matemáticas es clave para la formación de competencias lógicas y capacidad crítico-profesional. Asimismo, en el resto del mundo, el sistema educativo secundario en Ecuador procura fomentar potencialidades de aquellas habilidades mentales, , preparativas para la enseñanza superior y el trabajo profesional (Amaya y Yáñez, 2021).

Las matemáticas son un área fundamental, a la vez que es un tema relativamente más complicado en educación secundaria, en particular en el entendimiento de álgebra, sus funciones, y el más avanzado razonamiento: cálculo diferencial. Este fenómeno se relaciona con el uso de técnicas pedagógicas tradicionales que se basan en el enseñar para memorizar y no para el aprendizaje (Cázares y Alfonso, 2023). Por lo tanto, resulta aún más evidente que la polisemia de GeoGebra ha logrado comprender con facilidad los polinomios y el aprendizaje en el área de las funciones.

El uso de herramientas tecnológicas interactivas le ofrece al alumno la posibilidad de observar diagramas e investigar diversas funciones, promoviendo un aprendizaje a nivel constructivista según plantea Piaget y Vygotsky. Estas teorías del aprendizaje sugieren que el aprendizaje se potencia cuando los educandos participan activamente en el proceso de aprender e integrar los conocimientos de manera práctica, a través de la experiencia (Ríos y Navarrete, 2023). Además, el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas se alinea con las políticas educativas actuales del Ministerio de Educación, que apoyan el desarrollo de habilidades digitales y la integración de las TIC en el currículo de educación secundaria.

2.2.3 Perfil de egreso en matemáticas en BGU

En Ecuador, para las materias de matemáticas impartidas dentro del marco del Bachillerato General Unificado (BGU), el perfil de competencias está centrado en cultivar habilidades fundamentales que permitan a un estudiante emplear el pensamiento lógico-matemático ante problemas del mundo real que encuentra en su trayectoria académica, así como en las interacciones cotidianas. Se establece en el currículo del BGU que se espera que los estudiantes de este nivel sean capaces de leer, representar y descifrar problemas matemáticos que se basan en álgebra, funciones, geometría y estadística, junto con un adecuado conjunto de habilidades de razonamiento analítico y crítico (Benítez y Martínez, 2023).

El Ministerio de Educación a lo largo de los años ha tratado de facilitar el manejo de las particularidades relacionadas con cada ciclo educativo y como un reto para los cómputos de educación, la inculcación de la metodología relacionada a la solución de problemas estratégicos de matrices socavadas. En especial lo hace en lo referente a la agilidad que tiene el aprendiz en el uso de herramientas tecnológicas asociadas a la cibernética: su pensamiento algorítmico y computacional. El GeoGebra como software didáctico contribuye a cumplir dicho objetivo, facilitando de manera activa el desarrollo y entendimiento de conceptos más complejos como lo son las funciones polinómicas y su representación gráfica (Vélez y Rivadeneira, 2022).

El perfil de egreso subraya la falta de desarrollo relacionado con la enseñanza de las habilidades de análisis y modelado matemático que permiten a los estudiantes teorizar, inferir y operar matemáticamente en escenarios de la vida real. Estas competencias son requeridas en la educación superior y en el lifelong learning, pues los prepara para resolver problemas de forma crítica y creativa (López et al., 2022). Asimismo, el perfil incorpora la necesidad de atención al autodidactismo y la capacidad de trabajar en equipo, competencias útiles ante el cambiante entorno laboral digital.

2.2.4 Estructura curricular de matemática en BGU

El currículo que integra el Bachillerato General Unificado (BGU) incluye matemáticas que al igual que el resto de las áreas, el álgebra, la geometría, la trigonometría, el cálculo y la estadística, contribuyen al desarrollo simultáneo y a la construcción elaborada del contenido. Todo contenido busca al menos desarrollar un dominio que comprenda el sentido del razonamiento que permita operar diferentes niveles de problemas, tanto en la educación y formación superior, como en la realidad cotidiana (Bermúdez et al., 2021).

Dentro del álgebra, la preocupación por la solución de ecuaciones, sistemas de desigualdades y funciones polinómicas es crucial para el desarrollo de un razonamiento abstracto más avanzado. El estudio de funciones polinómicas permite a los estudiantes investigar las propiedades algebraicas y geométricas de estas expresiones a través de sus formas y comportamientos, haciéndolas más fáciles de comprender (Lucas y Aray, 2023). El uso de tecnología educativa, como GeoGebra, ayuda en la enseñanza de estas funciones porque facilita la explicación y representación de conceptos complejos, mejorando así la comprensión.

En Geometría y Trigonometría, se espera que un aprendiz tenga la capacidad de interpretar o construir figuras y diagramas relevantes en el espacio y la medición. En el área de Cálculo, los estudiantes aprenden los fundamentos del análisis matemático que incluye el estudio de límites, derivadas e integrales. Esto les permite modelar y resolver problemas que involucran cambio y optimización. Y finalmente, el contenido de Estadística y Probabilidad trata sobre la recopilación, análisis e interpretación de datos, que son esenciales para el desarrollo del pensamiento crítico y analítico y la toma de decisiones informadas (Gómez et al., 2021).

2.2.5 La matemática en el BGU

En el BGU o Bachillerato General Unificado, que es similar a otros niveles de educación en Ecuador, las matemáticas tienen como objetivo, desde una perspectiva holística, profundizar las habilidades fundamentales que un estudiante requiere en su profesión y escolaridad. Esta parte del sistema educativo está destinada a cultivar las competencias relevantes para el empleo utilizando técnicas de razonamiento profesional y académico, que incluyen álgebra, funciones, geometría, trigonometría, estadística y cálculo (Lasso et al., 2022).

El currículo del área de Matemáticas en el BGU se orienta hacia el aprendizaje que implica la construcción activa de conocimiento en el uso de herramientas, tecnologías, y donde un concepto se asimila en su práctica y aplicación. La defensa en el área de didáctica de las matemáticas sobre la aplicación de programas de GeoGebra ha sido que estos superan las metodológicas de enseñanza de problemas considerados difíciles, ya que permiten el descubrimiento, visualización y manipulación dinámica de los conceptos abstractos (Ríos y Navarrete, 2023). También se inspira en las propuestas pedagógicas de Piaget y Vygotsky, en torno al aprendizaje centrado en la actividad, especialmente el que ocurre durante las interacciones en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La Matemática en BGU trata de integrar el conocimiento de pasos y procedimientos dentro de tal comprensión junto al desarrollo del razonamiento crítico, de la analítica, de la toma de decisiones, de la resolución de problemas y del modelado de situaciones reales o del entorno que los rodea. Tales habilidades constituyen el perfil de egreso a nivel adulto que los estudiantes esbozan durante su educación básica y que posteriormente deberán utilizar en la educación superior y al paso de su trayectoria profesional. Junto a esto, la paradoja del uso de herramientas TIC y de métodos de enseñanza modernos se responde a los fenómenos sociales y la necesidad urgente de rescatar el sentido de la educación en relación con mejorar los resultados académicos, así como acortar las brechas de aprendizaje (Ortiz, 2024).

2.2.6 Currículo priorizado de matemáticas

El currículo centrado en desarrollar habilidades matemáticas específicas intenta mejorar el nivel de pensamiento lógico y crítico, así como las habilidades de razonamiento de los estudiantes, incluida su conocimiento práctico de las matemáticas. Este plan educativo se basa en competencias con niveles de logro y métricas de evaluación especificadas, destinadas a desarrollar habilidades relacionadas con actividades, operaciones, símbolos y representación gráfica de números. También integra otras habilidades del siglo XXI, como la resolución de problemas y la toma de decisiones, para fomentar una educación contextualizada y relevante (Ministerio de Educación, 2021).

Las competencias matemáticas no se limitan solamente a la práctica de un contenido, sino que se extienden a su uso en diversos contextos, por lo que también se ejercita la capacidad de razonar, interpretar, y expresar una idea de manera diáfana y metódica. La priorización curricular contempla que los docentes gozan de la flexibilidad de ajustarlo al nivel del aprendiz. Sin embargo, la intención de capacitar a los educandos que comprendan social, científica, y tecnológicamente la relevancia de las matemáticas, no se retira. De esta manera, se busca una educación integral; una que propicie el desarrollo académico junto al desarrollo ético-cívico responsable.

2.2.7 Funciones polinomiales

En las clases de secundaria, especialmente en álgebra, las funciones polinómicas son de gran importancia ya que se pueden utilizar en otras asignaturas y también ayudan a desarrollar el pensamiento algebraico.

. Una función polinómica está definida por la suma o resta de un número finito de términos de diferente grado, que se las representa de la siguiente manera:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Donde:

- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ son los coeficientes
- n es el grado del polinomio
- x es la variable independiente

- a_0 es el término independiente

En el ámbito educativo, las funciones polinómicas sirven como base para profundizar en conceptos relacionados con las raíces de ecuaciones, su factorización y el análisis de funciones, incluyendo su crecimiento o declive, y la identificación de puntos de inflexión. También son importantes para alinear a los estudiantes en tópicos más complejos tales como cálculo o la optimización debido a que muchas de las ecuaciones que aparecen en estas áreas se pueden plantear y resolver mediante el uso de polinomios (Moreno y Zamora, 2023).

El aprendizaje de polinomios dentro del contexto del Bachillerato General Unificado (BGU) no se limita únicamente a realizar operaciones algebraicas, sino que pretende formar a estudiantes que también sean capaces de elucidar sus representaciones gráficas y sus usos en la vida real. Gráficamente, el estudiante escapará la estructura general de la función, prestando atención a los cortes que la función realiza, al eje X – las raíces y a cómo estas raíces modelan la curva. A lo anterior hay que añadir el impacto que incide en la enseñanza con el uso de GeoGebra, que es uno del software que contribuye en la enseñanza de la matemática a través de representaciones gráficas, realizando una modificación de los coeficientes y el grado del polinomio (Moreno y Zamora, 2023).

Desbloquear la utilidad de las funciones polinómicas va más allá de las matemáticas; también es relevante y útil en otras disciplinas como la ciencia y la ingeniería, donde se emplean para modelar fenómenos naturales, el movimiento de objetos, el comportamiento de materiales y muchos problemas de optimización. Así, son necesarios enfoques pedagógicos apropiados para preparar a los estudiantes para compromisos académicos y profesionales multidisciplinarios que van más allá de la comprensión de la aplicación de las matemáticas.

2.2.8 Contenidos relacionados con funciones polinomiales en primer año de bachillerato

La investigación de las funciones polinómicas involucra nociones básicas que permiten a los estudiantes a nivelar sus habilidades en análisis y construcción de representaciones, así como el modelado en matemáticas.

Comenzamos con la introducción de funciones polinómicas, centrándonos en su estructura algebraica y forma según lo dado por la expresión polinómica general, que está determinada por los coeficientes y exponentes. Además, examinamos varios rangos de funciones polinómicas, como funciones lineales o de primer grado, funciones cuadráticas o de segundo grado, cúbicas o de tercer grado, y también polinomios de orden superior de grado n , prestando atención a sus diferencias distintivas y fundamentales (Lema y Sinaluisa, 2022).

A parte de eso y en el aprendizaje sobre la representación de polinomios, otro contenido que resulta interesante es el de la educación para la interpretación gráfica de funciones polinómicas, donde se enseña a hacer la construcción gráfica de funciones a partir del estudio de ciertos valores como las raíces, intersecciones, extremos y el comportamiento en los límites. Del mismo modo, se estudia y se introduce el concepto de raíces o ceros en la función, que es el valor de la variable independiente que hacen que $f(x) = 0$. También se

estudia el criterio de concavidad y convexidad y además la existencia de máximos y mínimos relativos en funciones cuadráticas y de grado superior (Ruiz, 2022).

2.2.9 Metodologías de enseñanza y aprendizaje en matemáticas

La elaboración de metodologías de enseñanza y aprendizaje requiere especial atención para diferentes niveles de estudio, puesto que su incomprensión puede traducirse en no lograr la apropiación de los contenidos, como en el caso de temas complejos tales como las funciones polinomiales. Las metodologías en el Bachillerato General Unificado (BGU) deben ser flexibles, divertidas y activas para los estudiantes que buscan alcanzar un aprendizaje significativo y profundo. Existen múltiples opciones para la pedagogía matemática a nivel escolar, como el Aprendizaje Basado en Problemas, la pedagogía constructivista o incluso las tecnologías digitales (Rondón et al., 2024).

El aprendizaje por problemas es una metodología que ha cobrado fuerza en el área de las matemáticas, ya que permite que los estudiantes se relacionen con problemas de la vida cotidiana que requieren la auténtica aplicación de diversos conceptos matemáticos. Este enfoque ayuda no solo en el desarrollo del análisis crítico y de la destreza de los estudiantes para relacionar los conocimientos aprendidos en clase con el contexto, sino también en el fomento del pensamiento a nivel práctico. En adición, el ABP promueve la comunicación y el trabajo en equipo. Estas son competencias indispensables tanto en el ámbito educativo como el laboral (Bermúdez, 2021).

Una metodología relevante adicional es el enfoque construccionista o constructivista, que pone gran énfasis en que los estudiantes construyan conocimiento con la ayuda de experiencias pasadas. Álvarez (2020) afirma que el aprendizaje es un proceso activo donde el aprendiz interactúa con el mundo a través de la manipulación de objetos y la resolución de problemas, lo que mejora su razonamiento lógico-matemático. En el caso particular de las funciones polinómicas, el enfoque deconstructivista busca que los aprendices comprendan sus polinomios como funciones a través de la experimentación y la posterior visualización.

Programas como GeoGebra configuran la tecnología digital, la que ha cambiado e incluido la enseñanza de las matemáticas en distintos niveles, proporcionando prácticas novedosas donde los alumnos pueden interactuar con el contenido. En el caso de GeoGebra, este programa no solo permite el estudio estático de las funciones, sino también su visualización de manera dinámica y su comprensión a través de funciones como intersección, crecimiento y decrecimiento de la curva. El desarrollo de competencias digitales a través del uso de estas herramientas es igualmente importante en el siglo XXI. También se comprobó que la integración de herramientas tecnológicas en la enseñanza matemática aumenta la motivación y el interés que los alumnos muestran hacia la materia. De manera general, la aplicación de la metodología activa de la enseñanza como la enseñanza por problemas, el trabajo grupal, y todo tipo de actividades interactivas, posibilita que los alumnos asuman un rol protagónico en el proceso de apropiación del conocimiento, permitiéndoles aprender a resolver problemas matemáticos en forma autónoma y de manera crítica (Yohannes y Ling, 2021).

2.2.10 Problemas de aprendizaje de las polinomiales en primer año de bachillerato.

El aprendizaje de las funciones polinómicas durante el primer año de Bachillerato plantea muchos problemas para los estudiantes como resultado de la naturaleza intrincada de los conceptos algebraicos subyacentes y su representación gráfica.

Uno de los problemas pedagógicos más problemáticos es su incapacidad para comprender la correspondencia entre la expresión algebraica de una función y su representación gráfica, lo que dificulta una comprensión holística del comportamiento de las funciones polinómicas. Típicamente, los estudiantes luchan con reconocer las raíces, dominio, rango e incluso las propiedades crecientes y decrecientes de una función, especialmente con funciones de orden superior (Parrales et al., 2023). Además, aprender fórmulas a través de la memorización mecánica y carecer de una comprensión profunda impide que estos estudiantes apliquen dicho conocimiento al resolver problemas y en situaciones de la vida real.

Una falta frecuente es no saber cómo operar con expresiones polinómicas, entre ellas la factorización, la resolución de ecuaciones y la simplificación de expresiones. Los estudiantes no son capaces de realizar operaciones previas tales como la división polinómica, la factorización o los productos notables, lo que les dificulta el planteo y la resolución de ecuaciones polinómicas, así como el análisis de su comportamiento gráfico. El no saber aplicar el cálculo para encontrar extremos locales en funciones cuadráticas o de orden superior, limitan en gran medida la interpretación y el modelado de fenómenos matemáticos. (Durán, 2024).

El aprendizaje significativo y autónomo se puede lograr a través de enfoques de enseñanza innovadores que utilizan software como GeoGebra, que permite la exploración dinámica de funciones. Esto contrasta con el enfoque tradicional para enseñar polinomios, que se fija en procedimientos mecánicos y monotonía, debido a la falta de ejercicios prácticos e informativos. Esto lleva a la apatía, desmotivación y rechazo que muchos estudiantes sienten hacia las matemáticas (Yumisaca, 2024).

2.2.11 Inclusión de las TICs en el aprendizaje de las matemáticas

La aplicación de recursos de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para la enseñanza de las matemáticas ha cambiado los métodos de enseñanza, ya que ahora los estudiantes pueden manejar problemas e interactuar con conceptos matemáticos de una manera más interesante. En la escuela secundaria, especialmente en el contexto del BGU (Bachillerato General Unificado), el aprendizaje de conceptos abstractos como las funciones polinómicas se facilita con la ayuda de tecnologías digitales que mejoran la comprensión. La integración de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas va más allá de la mejora de la instrucción; también capacita a los estudiantes para enfrentar los desafíos de un mundo tecnológico en constante crecimiento (Cázares y Alfonso, 2023).

En el aprendizaje de ideas matemáticas sofisticadas, el uso de herramientas tecnológicas, como GeoGebra – un programa para graficar y manipular funciones matemáticas – ha sido útil. Como citan Benitez y Martinez (2023), GeoGebra mejora la comprensión de las funciones polinómicas, ya que los estudiantes pueden observar

dinámicamente cómo se comportan las funciones con el cambio de parámetros, profundizando así su comprensión de la naturaleza de las funciones. GeoGebra también promueve la participación activa, ya que los estudiantes pueden cambiar algunos parámetros en las funciones y ver los efectos de estos cambios instantáneamente.

El incremento y la complementación del aprendizaje activo que realizan las TIC dentro de un enfoque constructorista, se logra en su totalidad por medios tecnológicos. GeoGebra, por ejemplo, permite a los alumnos el aprendizaje autodirigido y la autoconstrucción de su conocimiento respecto a las funciones polinomiales mediante la experimentación y visualización. Con el uso de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, también se contribuye al desarrollo de competencias digitales profesionales de gran relevancia en el siglo XXI (Ríos y Navarrete, 2023).

Con el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, se considera la personalización del aprendizaje porque es posible para los maestros adaptar las actividades y el contenido a las necesidades específicas de cada estudiante. El software de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas, como GeoGebra, proporciona recursos modulares que pueden adaptarse al ritmo y nivel de cada estudiante, fomentando así la inclusión y la equidad en el aprendizaje. Además, la aplicación de herramientas y plataformas digitales aumenta la motivación y el interés dentro de los estudiantes, lo cual es esencial para lograr el dominio en matemáticas.

Integrar las TIC en el aula facilita la evaluación del aprendizaje, ya que permite a los docentes utilizar herramientas digitales de seguimiento para monitorear el progreso de los estudiantes y proporcionar retroalimentación en tiempo real. Esta tecnología ayuda tanto en las evaluaciones formativas como sumativas, mejorando la precisión de los datos relacionados con el rendimiento de los estudiantes en matemáticas (Vélez y Rivadeneira, 2022).

2.2.12 Estándares educativos en matemáticas

Los estándares educativos en matemáticas, tanto en relación a su contenido como en su forma, constituyen un conjunto de expectativas sobre el nivel de conocimiento y habilidades que un alumno debe poseer en diferentes ciclos de su educación. Tal como cualquier otro estándar que se respete, estos sirven como pautas para la enseñanza y aprendizaje de académicos y docentes. En este caso se busca que el aprovisionamiento, la práctica docente, y el aprendizaje en el área de la Matemática a nivel nacional o internacional es de calidad, uniforme y por el nivel que se desea alcanzar. En lo particular al contexto ecuatoriano, los estándares educativos de matemáticas ecuatorianas se encuentran en coherencia con la propuesta del Ministerio de Educación del Ecuador orientan en la filosofía que propone el dotar a los escolares en el contexto actual y de los retos que se imponen en el siglo XXI (Vasquez, 2022).

Las normas educativas para matemáticas en el Bachillerato General Unificado (BGU) han sido diseñadas para cultivar el desarrollo de habilidades básicas, tales como: razonamiento lógico, resolución de problemas, aplicación de las matemáticas en contextos cotidianos, y el uso, la aplicación, así como la integración de las tecnologías digitales. Estos

estándares buscan garantizar que los alumnos no sólo absorban información de forma pasiva, sino que también se motiven realmente a poner en práctica lo que aprendieron. Esto es particularmente importante para la preparación del estudiante para la educación superior y el empleo posterior (Carrillo et al., 2022).

En el BGU se establecen las siguientes áreas de las matemáticas: (1) álgebra, (2) geometría, (3) funciones, (4) estadística y probabilidad y (5) cálculo. En cada una de estas áreas los alumnos deberían alcanzar un nivel adecuado de comprensibilidad para resolver problemas matemáticos integrados y perfectamente estructurados. A modo de ejemplo, para las funciones polinómicas, comprenden las propiedades de las funciones, su representación gráfica, el hallazgo de las raíces y la resolución de las ecuaciones polinómicas. El cumplimiento de los estándares educativos contemporáneos, mediante el uso de GeoGebra, permiten visualizar y realizar análisis de los problemas matemáticos en el dominio de la enseñanza y aprendizaje de dichas funciones (Párraga et al., 2024).

El alineamiento del proceso de enseñanza de las matemáticas con los niveles educativos también ayuda en la evaluación del rendimiento académico de los alumnos porque establece definiciones precisas sobre los logros esperados para cada nivel de conocimiento. Resulta evidente que, en cualquier contexto o región, todos los estudiantes deberían acceder a una educación matemática que les permita construir, al menos ostentar, competencias clave para el logro en distintas dimensiones de su vida profesional (Castro y Fonseca, 2020).

2.2.13 Inclusión del modelo TPACK en la enseñanza de las matemáticas

El Modelo TPACK hace referencia al Conocimiento del Contenido Pedagógico Tecnológico. Se trata de un modelo que desarrolla un marco concerniente a la integración de un conocimiento pedagógico, tecnológico y del contenido de una disciplina con el aprendizaje, en este caso, para diferentes niveles, como las matemáticas. Este modelo resalta que los tres tipos de conocimiento que se proponen deben ser integrados a fin de ofrecer experiencias de aprendizaje eficientes e impactantes. En relación a la enseñanza de las matemáticas, el TPACK aporta que los docentes son especialistas no solo en contenido matemático, en pedagogía, sino también en cómo las tecnologías deben emplearse para enseñar y aprender esos contenidos (Rivera et al., 2021).

Sobre la enseñanza de funciones polinomiales, el modelo TPACK marca una tendencia al utilizar herramientas tecnológicas como GeoGebra. La matemática educativa de GeoGebra no solo exige a los profesores un dominio sobre las funciones polinómicas, esta tecnología también los obliga a saber cómo utilizarla para graficar las funciones y hacerlas comprensibles. A Guzmán y Vesga (2024) les parece que el uso apropiado de GeoGebra propicia que los alumnos observan los comportamientos de las funciones polinómicas, las manipulen y exploren sus propiedades, lo que contribuye a un aprendizaje más profundo.

Esquema TPACK para el área de matemáticas tal como se ha detallado anteriormente, se traduce el componente pedagógico en la capacidad de los docentes para seleccionar estrategias didácticas que optimicen la integración de TIC. Los docentes

integradores del modelo TPACK son capaces de crear actividades de enseñanza que no solo utilizan la tecnología, sino que también tienen en cuenta las necesidades y las particularidades del contenido matemático a impartir. Dentro de este modelo, el conocimiento pedagógico posibilita que los profesores de matemáticas a nivel medio secundario adapten los instrumentos tecnológicos a las diferentes modalidades de aprendizaje de los alumnos, por lo que el estudio de las funciones polinomiales resulta más fácil y atractivo (Rodríguez y Acurio, 2021).

Para asegurar que herramientas como GeoGebra se utilicen correctamente, el componente tecnológico de TPACK es fundamental. La competencia digital del maestro, que abarca la comprensión de cómo incorporar la tecnología en su enseñanza, es crítica para el uso efectivo de estas herramientas. Como se cita en Arroyo (2022), capacitar a los maestros sobre cómo usar plataformas como GeoGebra permite a los educadores enseñar visual y dinámicamente conceptos complejos como las funciones polinómicas.

El modelo TPACK advoca por el uso de una enseñanza interdisciplinaria, dado que los profesores deben asociar la tecnología y el contenido matemático a la enseñanza, además deben implementar metodologías que toma en cuenta las relaciones dentro los tipos de saber. Tal integración permite que se fomente una comprensión más global de las matemáticas en los alumnos, en donde no solo aprenden enclaustradamente los procedimientos y los conceptos, sino que estos son representados y aplicados en contextos diferentes.

2.2.14 GeoGebra

GeoGebra es un software interactivo que asimila diversas características matemáticas como geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos y computación simbólica dentro de un entorno compartido. El elaborado no tiene el zoom necesario. Parece un borrador sin ninguna especificidad sobre la figura geométrica actual en consideración. GeoGebra es considerado como una herramienta de gran utilidad dado que puede ser aplicada a cualquier nivel en la enseñanza de las matemáticas y aprendizaje. Su efectividad se nota a la hora de aprender el concepto de ‘una función polinómica’ dado que los estudiantes pueden fácilmente ver cómo el cambio de coeficientes afecta la curva y su representación gráfica. Crean que GeoGebra fomenta la exploración activa porque ofrece a los estudiantes la posibilidad de descubrir por sí mismos las propiedades matemáticas.

2.2.15.1 Ventajas de GeoGebra

- **Interactividad:** GeoGebra permite a los estudiantes manipular interactivamente los gráficos. Al cambiar los parámetros, es posible observar los resultados inmediatamente en la representación gráfica.
- **Multidimensionalidad:** La plataforma integra varios dominios de matemáticas como el álgebra, la geometría y las operaciones numéricas, lo que ayuda a los estudiantes a conectar diferentes aspectos de un concepto y desarrollar una mejor comprensión. Este enfoque multifacético es especialmente beneficioso al enseñar funciones polinómicas, ya que entender cómo interactúan la expresión algebraica y su representación gráfica es crucial.

- **Accesibilidad y costo:** GeoGebra es un software gratuito y de código abierto, lo que facilita su adquisición y lo hace accesible a las instituciones educativas, especialmente en regiones económicamente desfavorecidas. Su acceso basado en la web, así como su acceso móvil, amplía las posibilidades de aprendizaje más allá del entorno del aula también.
- **Fomento de la autoexploración:** GeoGebra es un software matemático que fomenta el autoaprendizaje y la curiosidad de los estudiantes porque les permite manipular e investigar de manera independiente diversas situaciones matemáticas sin depender excesivamente de la guía del profesor.

2.2.15.2 Limitaciones de GeoGebra

- **Requiere capacitación docente:** Aunque GeoGebra es una herramienta poderosa, solo se puede utilizar de manera efectiva si los maestros han recibido la capacitación adecuada. En ausencia de un conocimiento adecuado del software, es probable que los maestros subestimen su potencial, lo que lo convierte en ineficaz en el aula.
- **Curva de aprendizaje para los estudiantes:** Aunque GeoGebra es relativamente sencillo de usar, algunos estudiantes pueden tener dificultades iniciales para aprender a operar las diferentes funciones del software. Este desafío es especialmente agudo en el nivel Secundario, donde los estudiantes aún están cultivando la habilidad con herramientas tecnológicas.

2.2.15 Herramientas del GeoGebra para la enseñanza de las funciones polinomiales

GeoGebra ofrece una suite de herramientas que son especialmente útiles para enseñar funciones polinómicas. Como indican Lucas y Aray (2023) la vista gráfica de GeoGebra y su interfaz permiten a los estudiantes comprender el efecto de variar los coeficientes y el grado de un polinomio en su gráfico, mejorando así su comprensión, ayudándoles a captar visualmente los fenómenos de los polinomios y facilitándoles el reconocimiento de patrones y el reconocimiento de comportamientos peculiares de las funciones. Se observa que los estudiantes aprenden activamente a medida que se les muestran diferentes modificaciones que se pueden incluir en el gráfico, donde interactúan con los valores y descubren conceptos que no se enseñan directamente.

La vista algebraica en GeoGebra se integra perfectamente con la vista gráfica porque permite a los estudiantes cambiar las expresiones algebraicas correspondientes a las diversas funciones polinómicas. Esto ayuda a los estudiantes a comprender cómo los coeficientes y exponentes de una expresión algebraica afectan su gráfico. Además, permite realizar operaciones algebraicas como la factorización de polinomios, lo cual es vital en el estudio de funciones polinómicas y otros temas relacionados (Gómez et al., 2021).

GeoGebra también incluye herramientas de análisis gráfico, que permiten realizar estudios detallados de las funciones polinomiales. Los estudiantes pueden utilizar herramientas para identificar puntos clave en la gráfica, como máximos, mínimos, puntos de inflexión y las intersecciones con los ejes. Estas herramientas son útiles para el análisis de las funciones polinomiales y el estudio de sus propiedades más complejas, como el comportamiento en torno a los puntos críticos y los cambios de concavidad (Vasquez, 2022).

A continuación, se presenta los iconos, nombres y la función que realiza cada herramienta del GeoGebra:

Tabla 1.

Herramientas de GeoGebra

Icono	Nombre	Función
	Mueve	En este elemento están las herramientas de flecha (mueve) que permiten mover elementos, figura a mano alzada y lápiz
	Nuevo punto	En este elemento se construye el punto básico (libres), de intersección y medios, así como los extremos y raíces de una función.
	Recta	Aquí se encuentran todos los botones para construir objetos rectos, tales como rectas, semirrectas, segmentos, vectores.
	Perpendicular	Esta herramienta permite construir rectas perpendiculares, paralelas, mediatriz, bisectriz, tangentes, ajuste lineal y lugares geométricos.
	Polígono	Esta herramienta se puede construir polígonos regulares e irregulares, vectoriales y rígidos.
	Circunferencia (centro, punto)	Este elemento permite crear todo lo relacionado con circunferencias, así como algunos de sus elementos arcos y sectores circulares.
	Elipse	Este elemento se puede construir las tres cónicas: elipse, parábola e hipérbola, además de cualquier cónica dados 5 puntos.
	Angulo	En esta herramienta están los botones que nos permiten medir ángulos, distancias, áreas, además de la pendiente y relación entre dos objetos.
	Simetría axial (reflexión)	En esta herramienta se puede realizar simetría axial, central, así como inversión, rotación, traslación y homotecia
	Deslizador	En este elemento se encuentran las herramientas de controles como: deslizador, casilla de control y entrada, además de ingresar texto e imagen.
	Desplaza vista gráfica	Esta herramienta se encuentran las opciones gráficas: ocultar y mostrar objetos y etiquetas, alegar y acercar (zoom), y desplazar la vista gráfica.

Nota: Descripción acerca de las herramientas del GeoGebra

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de la investigación

La investigación se llevó a cabo con un enfoque cuantitativo que permite el uso de análisis estadístico para los datos recopilados respecto a los problemas que enfrentan los estudiantes de primer año de secundaria en relación con el aprendizaje de funciones polinómicas. Para Sánchez (2020), la investigación cuantitativa se describe como un método sistemático que incluye la recolección, análisis e interpretación de información numérica.

3.2 Diseño de la investigación

Esta investigación fue enmarcada en un diseño no experimental porque las variables de estudio se analizaron sin ninguna forma de intervención o manipulación, limitándose a explicar la información tal como fue brindada por los informantes.

3.3 Nivel de investigación

3.3.1 Investigación descriptiva (propositiva)

Es descriptiva porque busca representar y analizar las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de funciones polinomiales, observando el fenómeno sin manipular variables. Este enfoque permite comprender de forma sistemática las características del contexto educativo. Por otro lado, es propositiva porque, a partir del diagnóstico realizado, se plantea una solución concreta: una guía didáctica basada en el uso de GeoGebra como herramienta tecnológica.

3.4 Tipo de investigación

3.4.1 Según el lugar

La presente investigación es de tipo de campo, ya que se realizó directamente en la Unidad Educativa “Riobamba”, recolectando datos en el entorno natural donde se desarrollan los proceso aprendizaje de los estudiantes. De acuerdo con los autores Haro et al. (2024) este tipo de investigación se realiza en el lugar en el que se dan los fenómenos que se quieren estudiar, facilitando así su estudio en la situación real.

3.4.2 Según el tiempo

La investigación se enmarca en el enfoque transversal, ya que los datos fueron recolectados en un solo momento o periodo determinado, sin realizar un seguimiento prolongado en el tiempo. Esto permitió obtener una visión concreta de la situación actual respecto al uso de GeoGebra y el nivel de comprensión de las funciones polinómicas por parte de los estudiantes.

3.5 Población y muestra

3.5.1 Población

La población investigada estuvo compuesta por estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Riobamba". La cual se detalla en la Tabla 2.

Tabla 2.
Población de estudio

Paralelo	Número de estudiantes	%
A	29	8.29%
B	34	9.71%
C	34	9.71%
D	33	9.43%
E	32	9.14%
F	29	8.29%
G	34	9.71%
H	32	9.14%
I	33	9.43%
J	31	8.86%
K	29	8.29%
Total	350	100%

Nota: Datos recopilados internamente por la administración de la Unidad Educativa Riobamba.

3.5.2 Muestra

El tamaño de la muestra para la investigación fue determinado mediante la aplicación de la fórmula estadística de tamaño de muestra para poblaciones finitas, considerando una población total de 350 estudiantes. Basándose en un nivel de confianza del 95%, un error máximo permitido del 5%.

$$n = \frac{N * Z^2 * p * q}{e^2 * (N - 1) + Z^2 * p * q}$$

Donde:

n: Tamaño de muestra buscado

N: Tamaño de la población

Z: Nivel de confianza

e: Error máximo aceptado

p: Probabilidad que el evento ocurra

q: Probabilidad que el evento no ocurra

$$n = \frac{350 \cdot 1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5}{0.05^2 \cdot (335 - 1) + 1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5}$$

$$n \approx 184$$

3.5.2.1 Tipo de muestreo

Se seleccionó un muestreo estratificado por paralelos del Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Riobamba”, con el objetivo de garantizar una representación equitativa de todos los subgrupos que conforman la población estudiada. Tal como lo señalan Boza et al. (2021), el muestreo estratificado permite segmentar la población en niveles uniformes con atributos similares, lo cual incrementa la precisión del análisis y asegura que todos los grupos estén representados adecuadamente en el estudio.

Para esta distribución se obtiene utilizando la siguiente fórmula:

$$n_i = \frac{N_i}{N} * n$$

Donde:

- n_i representa el número de estudiantes a encuestar en cada paralelo,
- N_i el número de estudiantes en dicho paralelo,
- N es el total de la población (350 estudiantes),
- n es el tamaño total de la muestra (184 estudiantes).

Tabla 3.

Número de estudiantes a encuestar por paralelo

Paralelo	Número de estudiantes	Estudiantes a encuestar
A	29	16
B	34	18
C	34	18
D	33	17
E	32	17
F	29	15
G	34	18
H	32	17
I	33	17
J	31	16
K	29	15
Total	350	184

Nota: Distribución proporcional ajustada según el total de estudiantes por paralelo. El redondeo se aplicó para mantener el total de la muestra en 184.

3.6 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

3.6.1 Técnica

La encuesta es una técnica para recopilar datos que consiste en aplicar un cuestionario a una muestra seleccionada de individuos. Esta herramienta permite obtener información sobre las opiniones, actitudes y comportamientos de un grupo humano específico. Según Cisneros et al.(2022) la encuesta es comúnmente empleada en la investigación debido a su capacidad para recopilar y procesar datos de manera rápida y eficiente. En el presente estudio, se utilizó la técnica de encuesta porque permite conocer directamente las percepciones y dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de las funciones polinomiales, así como su familiaridad con el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra. Esta información resulta clave para diseñar una guía didáctica pertinente y ajustada a las necesidades reales del grupo de estudio.

3.6.2 Instrumento

Se elaboró un cuestionario compuesto por 20 preguntas utilizando la escala Likert, dirigido específicamente a los estudiantes del Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa Riobamba. Este cuestionario tuvo como objetivo identificar los problemas de aprendizaje relacionados con los contenidos de funciones polinomiales. Cada pregunta fue meticulosamente formulada para adaptarse al enfoque, lenguaje y percepciones del grupo de estudiantes. Además, aprovechando la fácil accesibilidad a internet, el cuestionario se administró de manera virtual a través de Microsoft Forms.

3.7 Técnicas de procesamiento de datos

Para el procesamiento de la información se utilizó herramientas tecnológicas como Excel, y Microsoft Office, mediante la aplicación de la estadística descriptiva.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

4.1 Resultados

Sexo:

Tabla 4.

Frecuencia por sexo de los estudiantes encuestados

Escala	Frecuencia	%
Masculino	82	44,57
Femenino	102	55,43
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La muestra de estudiantes de primer año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Riobamba” se compone en un 44,57% de estudiantes masculinos y un 55,43% de estudiantes femeninos, lo que refleja una ligera predominancia femenina.

Pregunta 1: ¿Con qué frecuencia ha tenido dificultad para comprender el concepto de una función?

Tabla 5.

Dificultad para comprender

Escala	Frecuencia	%
Siempre	38	20,65
Casi siempre	64	34,79
A veces	53	28,80
Casi nunca	24	13,04
Nunca	5	2,72
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 34,79% de los estudiantes reporta tener dificultades para comprender el concepto de función "Casi siempre", siendo este el valor más alto, mientras que solo el 2,72% indica no tener dificultades nunca, representando el valor más bajo. Esto permite notar una tendencia hacia la presencia frecuente de dificultades en este tema.

Pregunta 2: ¿Con qué frecuencia ha tenido dificultad para entender la definición y propiedades de funciones polinomiales?

Tabla 6.

Frecuencias de dificultades en el entendimiento de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	44	23,91
Casi siempre	56	30,43
A veces	50	27,72
Casi nunca	27	9,24
Nunca	7	8,70
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 30.43% de estudiantes con dificultades “Casi siempre” para comprender las funciones polinomiales, seleccionó esta opción como la más marcada. En contraposición, el 8.70% que señaló “Nunca” resulta tener dificultades, corresponde al valor mínimo o la menor frecuencia registrada. El resultado refleja cierta desigualdad en comprensión que existe entre los estudiantes.

Pregunta 3: ¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender raíces o ceros de polinomios?

Tabla 7.

Frecuencia de dificultades en el entendimiento de raíces o ceros de polinomios

Escala	Frecuencia	%
Siempre	43	23,37
Casi siempre	56	30,44
A veces	52	28,26
Casi nunca	18	9,78
Nunca	15	8,15
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 30,44% de los estudiantes indica que tiene dificultades para entender las raíces o ceros de polinomios "Casi siempre", siendo esta la opción con mayor frecuencia. En cambio, solo el 8,15% afirma no tener dificultades nunca, lo que representa el porcentaje más bajo. Esto evidencia una mayor concentración de respuestas en los niveles altos de dificultad.

Pregunta 4: ¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender las operaciones con polinomios (suma, resta, multiplicación, división)?

Tabla 8.

Frecuencia de dificultades con operaciones en polinomios entre estudiantes

Escala	Frecuencia	%
Siempre	41	22,28
Casi siempre	59	32,07
A veces	53	28,80
Casi nunca	18	9,78
Nunca	13	7,07
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción más frecuente entre los estudiantes fue "Casi siempre", con un 32,07%, lo que indica que es el nivel de dificultad más recurrente al realizar operaciones con polinomios. Por otro lado, la opción menos seleccionada fue "Nunca", con solo un 7,07%, lo que muestra que son pocos los estudiantes que no enfrentan complicaciones en este tipo de ejercicios.

Pregunta 5: ¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender la gráfica de funciones polinomiales?

Tabla 9.

Frecuencia de la dificultad para entender la gráfica de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	48	26,09
Casi siempre	57	30,98
A veces	47	25,54
Casi nunca	23	12,50
Nunca	9	4,89
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 30,98% de los estudiantes afirma tener dificultades "Casi siempre" para entender la gráfica de funciones polinomiales, lo que representa la mayor frecuencia entre las opciones. En contraste, únicamente el 4,89% seleccionó la opción "Nunca", evidenciando que muy pocos estudiantes logran entender este tema sin inconvenientes.

Pregunta 6: ¿Con qué frecuencia le resulta difícil identificar las intersecciones con los ejes, la simetría, los intervalos de crecimiento y decrecimiento en las gráficas de funciones polinomiales?

Tabla 10.

Dificultades para identificar elementos en gráficas de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	44	23,91
Casi siempre	56	30,43
A veces	51	27,72
Casi nunca	17	9,24
Nunca	16	8,70
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción más seleccionada por los estudiantes fue "Casi siempre", con un 30,43%, lo que indica que esta dificultad es común en funciones polinomiales. En contraste, la menor frecuencia se registró en la opción "Nunca", con un 8,70%, lo que muestra que solo una pequeña parte de los estudiantes no presenta inconvenientes con este contenido.

Pregunta 7: ¿Con qué frecuencia se siente preparado/a al enfrentarte a evaluaciones que incluyen problemas de funciones polinomiales?

Tabla 11.

Confianza de los estudiantes al enfrentar evaluaciones de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	27	14,67
Casi siempre	56	30,43
A veces	49	26,63
Casi nunca	36	19,57
Nunca	16	8,70
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La mayor parte de los estudiantes, con un 30,43%, señala sentirse preparado "Casi siempre" para rendir evaluaciones relacionadas con funciones polinomiales, lo que muestra una percepción frecuente de seguridad ante estos temas. Por otro lado, únicamente el 8,70% expresa que "Nunca" se siente preparado, siendo esta la opción con menor representatividad.

Pregunta 8: ¿Con qué frecuencia utiliza herramientas digitales como GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha, u otras similares, para graficar o analizar funciones polinomiales?

Tabla 12.

Frecuencia de uso de herramientas digitales para el análisis de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	19	10,33
Casi siempre	49	26,63
A veces	53	28,80
Casi nunca	44	23,91
Nunca	19	10,33
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción más seleccionada fue "A veces", con un 28,80%, lo que indica un uso intermedio de herramientas digitales en el análisis de funciones polinomiales. En contraste, la opción con menor frecuencia fue "Siempre", con un 10,33%, lo que muestra que pocos estudiantes utilizan estas herramientas de forma constante.

Pregunta 9: ¿Considera que los temas de funciones polinomiales deberían ser más dinámicas para facilitar un aprendizaje significativo del tema?

Tabla 13.

Preferencias de los estudiantes para la enseñanza de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	25	13,59
Casi siempre	48	26,09
A veces	57	30,98
Casi nunca	35	19,02
Nunca	19	10,32
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El mayor porcentaje corresponde a la opción "A veces", con un 30,98%, lo que sugiere que muchos estudiantes perciben, en determinadas ocasiones, la necesidad de una enseñanza más dinámica en funciones polinomiales. Por otro lado, la opción menos elegida fue "Siempre", con un 13,59%, indicando que solo una minoría considera esta necesidad de forma permanente.

Pregunta 10: ¿Con que frecuencia está satisfecho con la manera en que se enseñan las funciones polinomiales en su clase?

Tabla 14.

Frecuencia de satisfacción de los estudiantes con las clases de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	22	11,96
Casi siempre	52	28,26
A veces	60	32,61
Casi nunca	32	17,39
Nunca	18	9,78
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 32,61% de los estudiantes eligió la opción "A veces", siendo esta la más representativa, lo que refleja una percepción variable respecto a la satisfacción con la enseñanza de funciones polinomiales. En cambio, solo el 11,96% marcó "Siempre", convirtiéndose en la opción menos seleccionada.

Pregunta 11: ¿Los recursos didácticos (diapositivas, videos educativos, guías) utilizados en el tema de funciones polinomiales ayudan a mejorar su comprensión?

Tabla 15.

Frecuencia con la que los recursos didácticos mejoran la comprensión de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	26	14,13
Casi siempre	51	27,72
A veces	62	33,69
Casi nunca	28	15,22
Nunca	17	9,24
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La mayor parte de los estudiantes, con un 33,69%, indicó que los recursos didácticos mejoran su comprensión "A veces", siendo esta la opción más frecuente. En contraste, solo el 9,24% señaló que "Nunca" percibe una mejora, lo que representa la menor proporción entre las respuestas.

Pregunta 12: ¿Con qué frecuencia encuentra útil las actividades en grupo para resolver problemas de funciones polinomiales?

Tabla 16.

Frecuencia de utilidad de las actividades en grupo en el aprendizaje de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	27	14,67
Casi siempre	51	27,72
A veces	63	34,24
Casi nunca	29	15,76
Nunca	14	7,61
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

El 34,24% de los estudiantes respondió que "A veces" encuentra útiles las actividades en grupo para resolver problemas de funciones polinomiales, siendo esta la opción con mayor porcentaje. Por otro lado, solo el 7,61% indicó "Nunca", lo que muestra que muy pocos estudiantes consideran que estas actividades no les aportan en su aprendizaje.

Pregunta 13: ¿Considera que los temas de funciones polinomiales deberían incluir más ejemplos del mundo real?

Tabla 17.

Frecuencia de la demanda estudiantil por ejemplos reales en funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	20	10,87
Casi siempre	46	25,00
A veces	73	39,67
Casi nunca	32	17,39
Nunca	13	7,07
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

Con un 39,67%, la opción "A veces" fue la más seleccionada, lo que indica que muchos estudiantes valoran, aunque no siempre, la inclusión de ejemplos del mundo real en el aprendizaje de funciones polinomiales. En contraste, la opción "Nunca", con un 7,07%, reflejando que pocos estudiantes descartan completamente esta necesidad.

Pregunta 14: ¿Considera que las calificaciones reflejan adecuadamente su nivel de conocimientos en funciones polinomiales?

Tabla 18.

Percepción del estudiante sobre calificaciones y comprensión de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	23	12,50
Casi siempre	45	24,45
A veces	58	31,52
Casi nunca	39	21,20
Nunca	19	10,33
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción con mayor porcentaje fue "A veces", con un 31,52%, lo que indica que la mayoría de los estudiantes considera que sus calificaciones reflejan su nivel de conocimientos de forma intermitente. En contraste, el porcentaje más bajo fue "Siempre", con un 12,50%, lo que evidencia que pocos estudiantes perciben una relación constante entre su rendimiento y sus calificaciones.

Pregunta 15: ¿Considera usted que el tiempo dedicado en clase al tema de funciones polinomiales es suficiente para entenderlo completamente?

Tabla 19.

Percepción del tiempo suficiente para aprender funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	23	12,50
Casi siempre	49	26,63
A veces	53	28,80
Casi nunca	45	24,46
Nunca	14	7,61
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción con mayor porcentaje fue "A veces", con un 28,80%, reflejando que los estudiantes tienen una percepción intermedia sobre el tiempo dedicado al tema. Por otro lado, solo el 7,61% seleccionó "Nunca", siendo la opción menos frecuente, lo que indica que son pocos los que consideran completamente insuficiente el tiempo en clase.

Pregunta 16: ¿Con que frecuencia usted ha buscado tutoriales en línea para ayudarte con el tema de funciones polinomiales?

Tabla 20.

Frecuencia de uso de tutoriales en línea para el aprendizaje de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	27	14,67
Casi siempre	42	22,83
A veces	74	40,22
Casi nunca	24	13,04
Nunca	17	9,24
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

Con un 40,22%, la opción "A veces" fue la más frecuente, lo que sugiere un uso moderado de tutoriales en línea por parte de los estudiantes al abordar funciones polinomiales. En cambio, solo el 9,24% indicó "Nunca", siendo la opción menos común, lo que muestra que la mayoría ha recurrido a este recurso al menos en alguna ocasión.

Pregunta 17: ¿Con qué frecuencia utiliza su docente el software GeoGebra para facilitar la comprensión de las funciones polinomiales en clase?

Tabla 21.

Frecuencia de uso de GeoGebra por docentes en clases de funciones polinomiales

Escala	Frecuencia	%
Siempre	15	8,16
Casi siempre	55	29,89
A veces	55	29,89
Casi nunca	33	17,93
Nunca	26	14,13
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

Las respuestas más frecuentes fueron "Casi siempre" y "A veces", ambas con un 29,89%, lo que muestra que el uso de GeoGebra por parte de los docentes es percibido como ocasional o frecuente, pero no constante. Por otro lado, la opción menos elegida fue "Siempre", con un 8,16%, indicando que su uso permanente en clase es poco común según los estudiantes.

Pregunta 18: ¿Qué tan frecuentemente usas softwares digitales (GeoGebra, Desmos, WolframAlpha, entre otros) para estudiar matemáticas fuera de la clase?

Tabla 22.

Frecuencia de uso de software digital para el estudio autónomo de matemáticas

Escala	Frecuencia	%
Siempre	22	11,96
Casi siempre	55	29,88
A veces	49	26,63
Casi nunca	45	24,46
Nunca	13	7,07
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La respuesta más frecuente fue "Casi siempre", con un 29,88%, lo que muestra un uso habitual del software digital en el estudio independiente de matemáticas. Por otro lado, la menor proporción corresponde a la opción "Nunca", con un 7,07%, indicando que son pocos los estudiantes que no emplean este tipo de herramientas fuera del aula.

Pregunta 19: ¿Con qué frecuencia crees que sería beneficioso disponer de materiales de apoyo para aprender funciones polinomiales?

Tabla 23.

Frecuencia con la que los estudiantes valoran materiales de apoyo

Escala	Frecuencia	%
Siempre	24	13,04
Casi siempre	61	33,15
A veces	55	29,89
Casi nunca	33	17,94
Nunca	11	5,98
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

Con un 33,15%, la opción "Casi siempre" fue la más elegida, lo que sugiere que muchos estudiantes valoran de forma constante la disponibilidad de materiales de apoyo para el aprendizaje de funciones polinomiales. En contraste, solo el 5,98% seleccionó "Nunca", lo que indica que son muy pocos quienes no consideran útiles estos recursos.

Pregunta 20: ¿Considera que la Unidad Educativa cuenta con los recursos didácticos (libros, guías, videos educativos, GeoGebra) necesarios para aprender funciones polinomiales?

Tabla 24.

Frecuencia con que los estudiantes consideran suficientes los recursos

Escala	Frecuencia	%
Siempre	27	14,66
Casi siempre	42	22,83
A veces	59	32,07
Casi nunca	36	19,57
Nunca	20	10,87
Total	184	100,00

Nota: Datos obtenidos a partir de la encuesta aplicada.

Análisis e interpretación

La opción más frecuente fue "A veces", con un 32,07%, lo que indica que varios estudiantes consideran suficiente la disponibilidad de recursos didácticos de forma ocasional. En contraste, la opción menos seleccionada fue "Nunca", con un 10,87%, lo que muestra que pocos perciben una ausencia total de estos recursos en la unidad educativa.

4.2 Discusión

Los resultados de la investigación sobre el uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones polinomiales en la Unidad Educativa "Riobamba" resaltan desafíos significativos en la comprensión de estas funciones entre los estudiantes de primer año de bachillerato. Estos hallazgos son consistentes con la literatura existente que examina el impacto de las herramientas digitales en la educación matemática.

Por ejemplo, Garijo-Alonso (2014) en su tesis sobre la enseñanza de funciones y gráficos en el primer año de secundaria utilizando GeoGebra, ella señala su efectividad en hacer que la enseñanza de las matemáticas sea más dinámica y mejorar la comprensión de los estudiantes sobre conceptos abstractos a través de gráficos visualizados. Esto corrobora nuestros hallazgos donde se muestra que GeoGebra no se adopta de manera uniforme, pero es valorado por algunos estudiantes como una herramienta educativa importante.

Bastidas y Carapás (2024), en sus estudios sobre el impacto de las TIC en la educación matemática, aseguran que la incorporación de GeoGebra Tech llega a potenciar el rendimiento y la motivación de los estudiantes. Esto coincide con algunas de nuestras conclusiones donde, a pesar de la limitada utilización que los educandos hacen de estas herramientas, los estudiantes valoran su funcionalidad en la comprensión de las matemáticas.

La investigación de Sánchez y Borja (2024) abordó la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, enfatizando como esta herramienta educativa en particular puede cambiar la enseñanza hacia un modelo más activo y centrado

en la solución de problemas. Esto concuerda con las observaciones que nuestros encuestados ofrecieron sobre como las lecciones contenían muy poca interactividad, lo cual ayudará con varios de los problemas que se abordaron en el estudio que se realizó para aprender sobre funciones polinómicas.

Estos estudios validan la necesidad de integrar más recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas, no solo para mejorar la comprensión a nivel conceptual, sino también para hacer las clases más atractivas y significativas para los estudiantes.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- Se seleccionó los contenidos relacionados con funciones polinomiales para el primer año de bachillerato. Los temas abordados, extraídos directamente del libro de Matemáticas de primer año de bachillerato, incluyeron la definición de función, funciones polinomiales, y la representación gráfica.
- Los resultados obtenidos en la encuesta evidenciaron que una parte considerable de los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Riobamba enfrenta dificultades recurrentes en el aprendizaje de funciones polinomiales. Estas dificultades se concentran principalmente en la identificación de raíces o ceros, la interpretación de gráficas y el desarrollo de operaciones algebraicas. Las respuestas se concentraron en los niveles más altos de frecuencia de dificultad, como “Siempre” y “Casi siempre”, lo que sugiere una tendencia clara hacia una comprensión limitada de estos contenidos. Asimismo, muchos estudiantes manifestaron que el tiempo destinado a este tema durante las clases resultaba insuficiente, y que las metodologías empleadas no favorecían del todo el aprendizaje significativo. Este panorama refleja la necesidad de replantear las estrategias didácticas utilizadas, incorporando herramientas tecnológicas y materiales de apoyo que faciliten el desarrollo del pensamiento analítico y visual de los estudiantes en torno a las funciones polinomiales
- Dado que una parte considerable de los estudiantes reconoció el valor de las herramientas digitales en el aprendizaje de funciones polinomiales, la elaboración de una guía didáctica basada en GeoGebra representó una estrategia adecuada para mejorar la comprensión en esta área. Esta guía integró actividades interactivas que permitieron a los estudiantes explorar el comportamiento de las funciones polinomiales en distintos niveles de dificultad, facilitando la relación entre su expresión algebraica y su representación gráfica. El diseño consideró explicaciones teóricas acompañadas de ejemplos resueltos, lo que favoreció un ritmo de aprendizaje autónomo y el desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas.
- Se elaboró la guía didáctica utilizando GeoGebra para el aprendizaje de funciones polinomiales, dirigida a estudiantes de primer año de bachillerato. Esta guía facilita la comprensión de conceptos matemáticos a través de herramientas visuales e interactivas, permitiendo a los estudiantes explorar y manipular funciones polinomiales de manera efectiva y autónoma.

5.2 Recomendaciones

- Se recomienda estructurar los contenidos de funciones polinomiales en un orden progresivo, iniciando con conceptos básicos como la definición y clasificación de funciones polinomiales, seguido de su representación gráfica, identificación de raíces o ceros, y análisis de propiedades como crecimiento y decrecimiento.
- De la misma manera, realizar diagnósticos periódicos para identificar las principales dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de funciones polinomiales. Estos diagnósticos pueden incluir encuestas, pruebas diagnósticas y observaciones en el aula.
- Por otra parte, se recomienda que la guía didáctica con GeoGebra incluya una estructura clara que contemple explicaciones teóricas concisas, ejemplos interactivos y ejercicios prácticos graduados en dificultad.
- Finalmente, se considera fundamental que los docentes alienten a los estudiantes a utilizar la guía didáctica de GeoGebra de forma proactiva y colaborativa. Al integrar esta herramienta en el aula, los estudiantes pueden beneficiarse de la visualización y manipulación de funciones polinomiales en tiempo real, lo que facilita una comprensión más profunda.

CAPITULO VI

PROPUESTA



GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES PARA PRIMER AÑO DE BACHILLERATO

Autor: Wilson Shuilema

Tutor: Roberto Salomón Villamarín Guevara, PhD.

CAPÍTULO I. GENERALIDADES

Las TICs

En la educación matemática ha evolucionado significativamente en los últimos años, respaldándose en teorías y prácticas pedagógicas que potencian el aprendizaje. En este contexto, el software libre GeoGebra se destaca como una herramienta valiosa para la enseñanza de las funciones polinomiales, ya que permite a los estudiantes visualizar, explorar y comprender de manera dinámica los conceptos fundamentales de estas funciones. Su implementación genera un ambiente de aprendizaje interactivo donde los estudiantes pueden experimentar con diferentes parámetros y observar inmediatamente los efectos en las gráficas, facilitando la comprensión de conceptos abstractos.

La Guía Práctica

Funciones Polinomiales con GeoGebra está estructurada en cuatro unidades fundamentales, comenzando desde el conocimiento básico del software hasta el análisis detallado de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. Cada unidad ha sido diseñada para fomentar el desarrollo tanto del fundamento teórico como de las destrezas prácticas, permitiendo a los estudiantes avanzar progresivamente en la comprensión de conceptos más complejos. Este enfoque gradual facilita la observación del progreso de los estudiantes y la valoración de su aprendizaje a través de ejercicios prácticos realizados con GeoGebra.

Pretende

Servir como un recurso integral para el aprendizaje de las funciones polinomiales, aprovechando las ventajas que ofrece GeoGebra para visualizar, analizar y resolver problemas matemáticos. El enfoque interactivo y visual que proporciona el software permite a los estudiantes desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, facilitando la transición desde lo concreto hacia lo abstracto.

La Guía Práctica

La guía utiliza el modelo TPACK (traducido como Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido), el cual es un modelo que propone la integración de tres tipos de conocimientos clave para lograr una enseñanza efectiva con el uso de tecnología: el conocimiento del contenido (lo que se enseña), el conocimiento pedagógico (cómo se enseña) y el conocimiento tecnológico (herramientas digitales que se pueden usar para enseñar). Esta metodología busca que los docentes no solo dominen su materia y las estrategias de enseñanza, sino que también sepan cómo aplicar la tecnología de forma pedagógica para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Justificación

La guía didáctica con GeoGebra se elaboró debido a que los estudiantes manifestaron dificultades constantes para comprender las funciones polinomiales, lo que evidenció la necesidad de incorporar herramientas tecnológicas que favorezcan un aprendizaje más dinámico y visual. GeoGebra, al ser un software interactivo, permite representar gráficamente conceptos abstractos, facilitando así una comprensión más profunda y significativa, ya que cada estudiante puede explorar los contenidos a su propio ritmo, retrocediendo o avanzando según su nivel de entendimiento.

Esta guía propone una serie de actividades estructuradas con el uso de GeoGebra, que integran ejercicios y representaciones gráficas orientadas a fortalecer el razonamiento algebraico y visual, aplicando el software como un recurso complementario que no solo apoya las clases teóricas, sino que también fomenta la participación y el autoaprendizaje en un entorno accesible y flexible.

Objetivos

Objetivo general

Facilitar el aprendizaje de funciones polinomiales mediante el uso de GeoGebra.

Objetivos específicos

Identificar los elementos y características de funciones polinomiales.

Graficar y analizar funciones polinomiales usando GeoGebra.

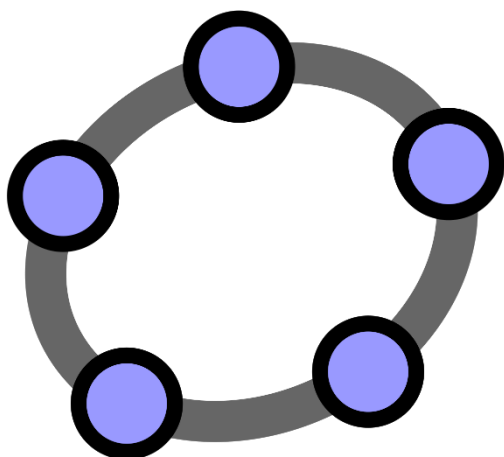
Resolver ejercicios interactivos en GeoGebra para comprender el comportamiento de las funciones polinomiales.

INTRODUCCIÓN A GEOGEBRA

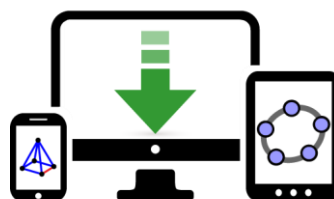
Resultados de aprendizaje: Al finalizar esta sección introductoria, se espera que los estudiantes:

- Reconozcan la interfaz principal de GeoGebra y se familiaricen con sus herramientas básicas.
- Aprendan a graficar funciones matemáticas usando la barra de entrada.
- Usen deslizadores para modificar valores de forma dinámica y observar los efectos en tiempo real.
- Descubran cómo insertar puntos, ya sea manualmente o sobre una función.
- Conozcan cómo cambiar el color y estilo de las gráficas para organizar visualmente su trabajo.
- Practiquen cómo dar nombre a funciones, puntos u objetos en el entorno gráfico.
- Utilicen la herramienta de texto para añadir títulos, explicaciones u observaciones directamente en la vista gráfica.
- Comprendan que GeoGebra es una herramienta que permite explorar funciones de manera visual, dinámica e intuitiva.

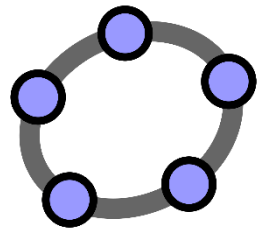
¿QUÉ ES GEOGEBRA?



Software matemático gratuito y muy usado para la enseñanza de matemáticas. Permite representar funciones, geometría, álgebra, cálculo y estadísticas, todo en una misma interfaz.

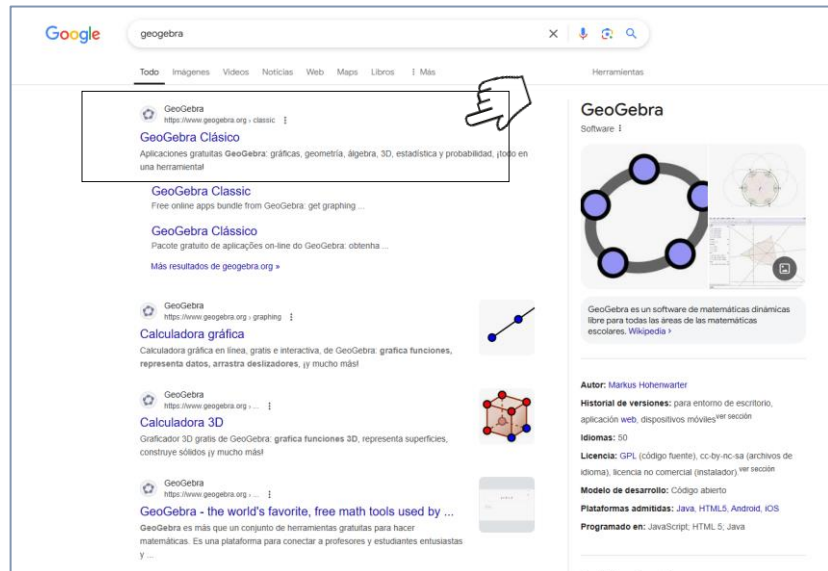


INSTALACIÓN PASO A PASO

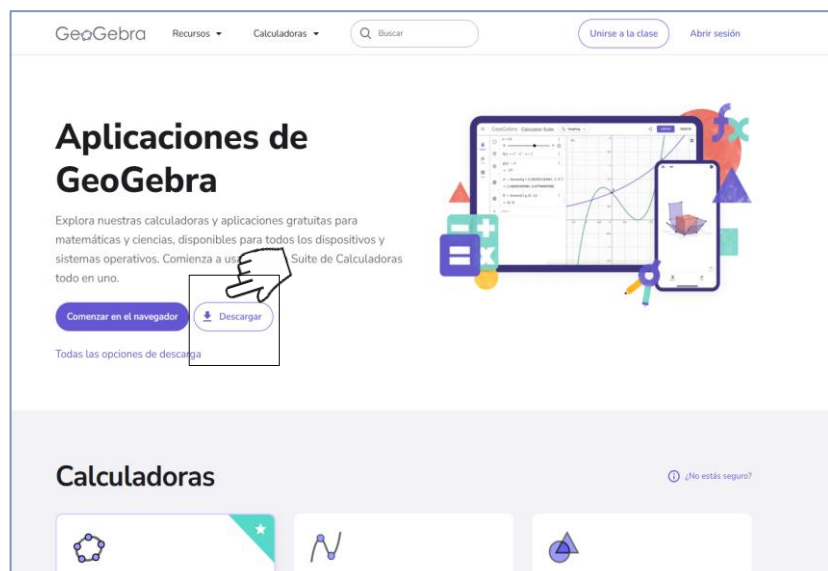


Acceder al sitio web: Ve a

<https://www.geogebra.org>

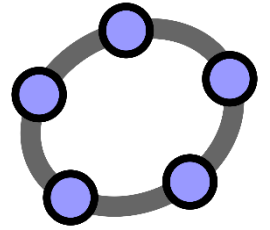


En la página principal, haz clic en “Descargar”

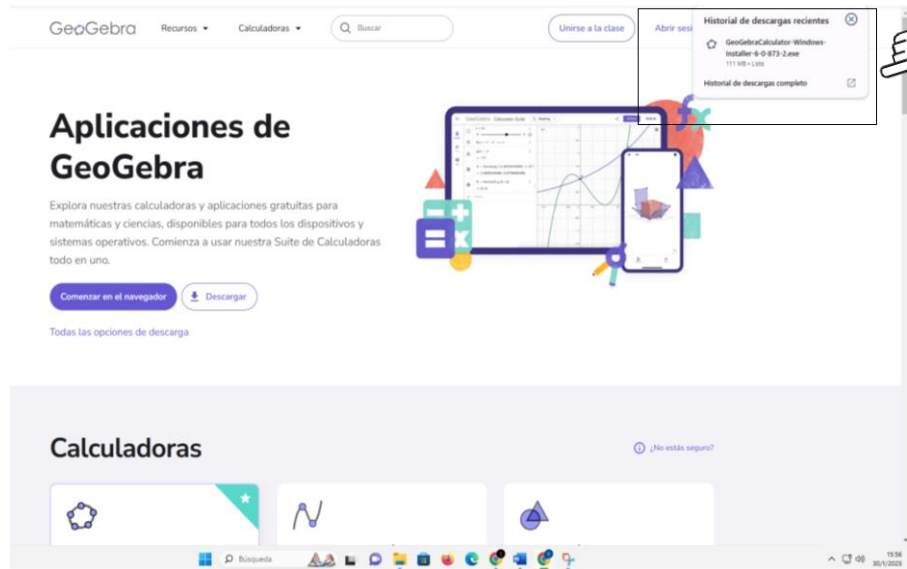


GeoGebra

INSTALACIÓN PASO A PASO



Haz clic en el botón de descarga para obtener el archivo ejecutable

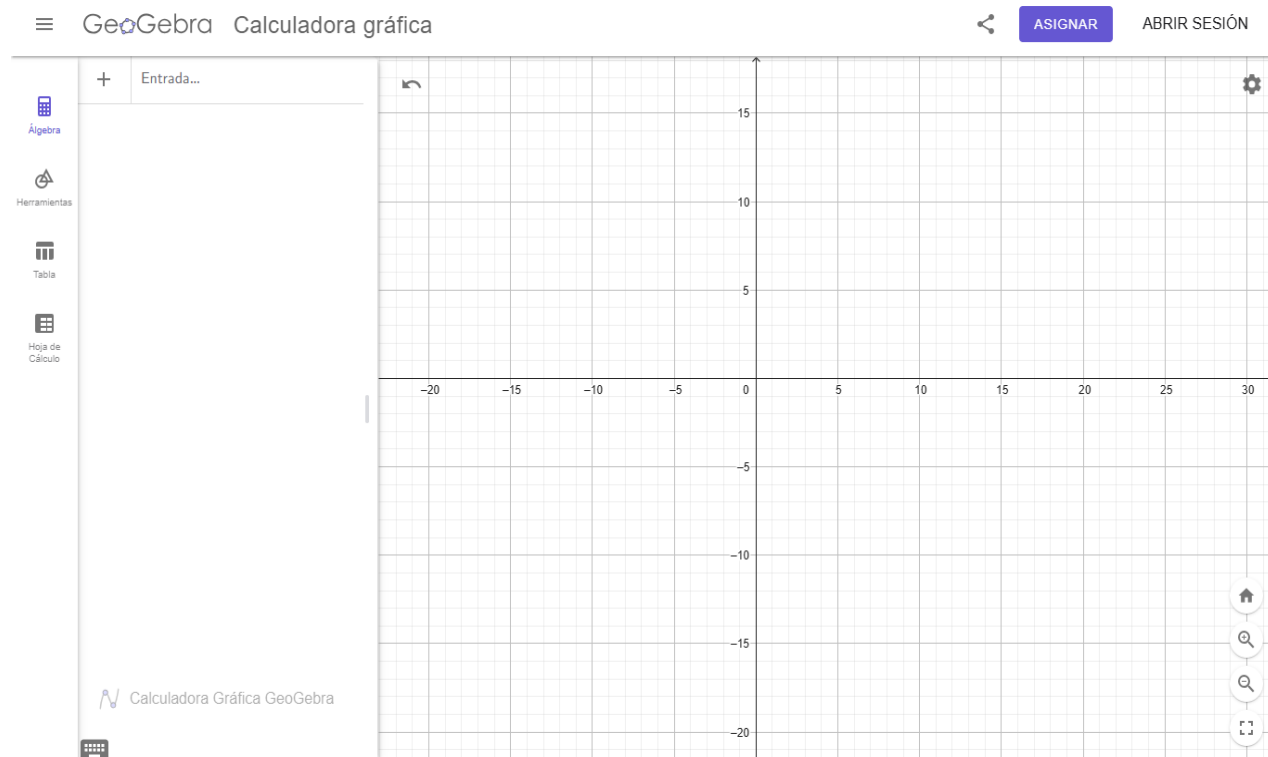


Ya puedes ejecutar el programa.



GeoGebra

INTERFAZ DE GEOGEBRA



ÁLGEBRA

Sirve para manipular expresiones algebraicas y visualizar elementos matemáticos de forma simbólica.



HOJA DE CÁLCULO

Permite realizar operaciones más complejas con datos, similar a una hoja de cálculo tradicional como Microsoft Excel.



HERRAMIENTAS

Contiene instrumentos para crear y editar objetos geométricos y realizar cálculos matemáticos.



PLANO CARTESIANO (ÁREA DE TRABAJO)

Es el espacio donde se dibujan y exploran gráficamente funciones, datos y figuras geométricas.



TABLA

Permite realizar operaciones más complejas con datos, similar a una hoja de cálculo tradicional como Microsoft Excel.



TECLADO NUMÉRICO

Permite la entrada rápida de números y la realización de operaciones matemáticas básicas como suma, resta, multiplicación y división.



HERRAMIENTAS

HERRAMIENTAS BÁSICAS



Mueve: Cambia la posición de los objetos en el gráfico.

Punto: Crea puntos en el gráfico.

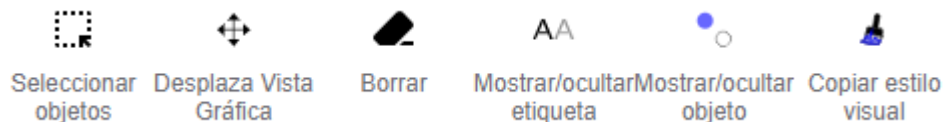
Deslizador: Ajusta valores de manera interactiva.

Intersección: Encuentra el punto donde se cruzan dos líneas o curvas.

Extremos: Localiza el punto más alto o bajo de una curva.

Raíces: Encuentra donde una curva toca el eje horizontal.

HERRAMIENTAS DE EDICIÓN



Seleccionar objetos: Para elegir y mover objetos.

Desplaza Vista Gráfica: Para mover la vista del área de trabajo.

Borrar: Para eliminar objetos.

Mostrar/ocultar etiqueta: Para mostrar o esconder nombres de objetos.

Mostrar/ocultar objeto: Para hacer objetos visibles o invisibles.

Copiar estilo visual: Para copiar y pegar el estilo de un objeto a otro.

HERRAMIENTAS DE CONTENIDO

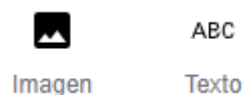


Imagen: Permite agregar imágenes al proyecto.

Texto: Facilita la inserción de texto descriptivo o instructivo.

HERRAMIENTAS DE MEDICIÓN



Ángulo



Distancia o Longitud



Área



Ángulo dada su amplitud



Pendiente

Ángulo: Mide ángulos entre dos líneas o segmentos.

Distancia o Longitud: Calcula la distancia o la longitud de una línea.

Área: Mide el área de una forma cerrada como un polígono.

Ángulo dada su amplitud: Crea un ángulo con una amplitud específica.

Pendiente: Mide la inclinación o pendiente de una línea.

HERRAMIENTAS DE PUNTOS



Punto en objeto



Limitar/liberar punto



Número complejo

{1,2}

Lista

Punto en objeto: Pone un punto sobre una línea o curva.

Limitar/liberar punto: Mueve un punto dentro de límites establecidos.

Número complejo: Representa un número complejo como un punto.

Lista: Crea una lista de puntos o números.

HERRAMIENTAS DE CONSTRUCCIÓN



Medio o Centro



Perpendicular



Mediatriz



Paralela



Bisectriz



Tangentes



Lugar Geométrico

Medio o Centro: Halla el punto central de un segmento.

Perpendicular: Traza una línea perpendicular desde un punto.

Mediatriz: Dibuja la línea que corta un segmento por la mitad y perpendicularmente.

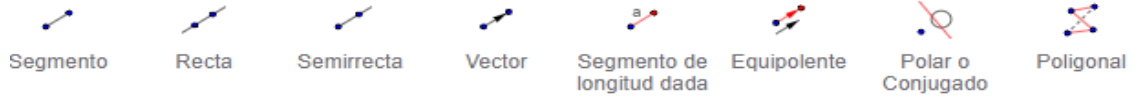
Paralela: Crea una línea paralela desde un punto a otra línea.

Bisectriz: Divide un ángulo en dos ángulos iguales.

Tangentes: Dibuja líneas tangentes a círculos desde un punto.

Lugar Geométrico: Crea una trayectoria de puntos que cumplen una condición específica.

HERRAMIENTAS DE RECTAS



Segmento: Crea una línea entre dos puntos.

Recta: Dibuja una línea infinita.

Semirrecta: Traza una línea que se extiende desde un punto.

Vector: Genera una flecha de un punto a otro.

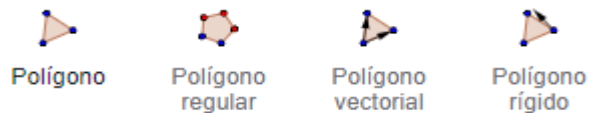
Segmento de longitud dada: Dibuja una línea de longitud específica.

Equipolente: Crea un segmento igual y paralelo a otro.

Polar o Conjugado: Traza líneas relacionadas con círculos.

Poligonal: Conecta varios puntos con líneas.

HERRAMIENTAS DE POLÍGONOS



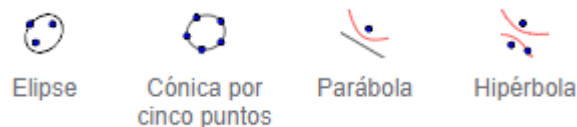
Polígono: Crea un polígono conectando varios puntos.

Polígono regular: Dibuja un polígono donde todos los lados y ángulos son iguales.

Polígono vectorial: Genera un polígono donde los lados son definidos por vectores.

Polígono rígido: Crea un polígono que no cambia de forma al mover sus vértices.

HERRAMIENTAS DE CÓNICAS



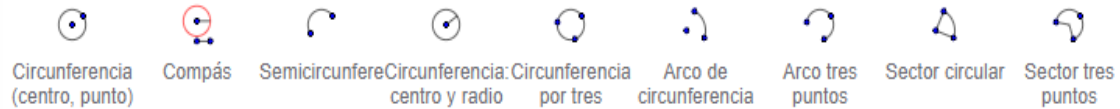
Elipse: Dibuja una elipse usando un punto central y dos puntos que definen los ejes.

Cónica por cinco puntos: Crea una sección cónica que pasa por cinco puntos dados.

Parábola: Traza una parábola definida por un foco y una directriz.

Hipérbola: Genera una hipérbola a partir de dos focos y un punto.

HERRAMIENTAS DE CIRCUNFERENCIAS



Circunferencia (centro, punto): Dibuja un círculo con un centro y un punto en el borde.

Compás: Crea un círculo usando un centro y un radio determinado.

Semicircunferencia: Traza un semicírculo entre dos puntos.

Circunferencia (centro y radio): Dibuja un círculo con un centro y un radio fijo.

Circunferencia por tres puntos: Crea un círculo que pasa por tres puntos seleccionados.

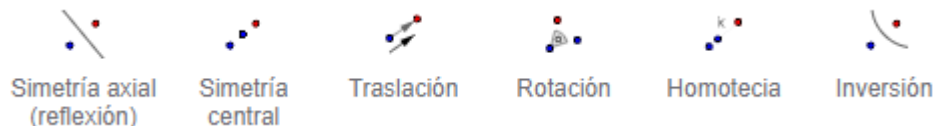
Arco de circunferencia: Genera un arco de círculo entre dos puntos.

Arco tres puntos: Dibuja un arco definido por tres puntos.

Sector circular: Crea un sector de círculo entre dos puntos desde un centro.

Sector tres puntos: Traza un sector definido por tres puntos.

HERRAMIENTAS DE TRANSFORMACIÓN



Simetría axial (reflexión): Refleja un objeto respecto a una línea.

Simetría central: Refleja un objeto respecto a un punto.

Traslación: Mueve un objeto de un lugar a otro sin rotarlo.

Rotación: Gira un objeto alrededor de un punto.

Homotecia: Escala un objeto desde un punto, aumentando o reduciendo su tamaño.

Inversión: Transforma un objeto mediante inversión respecto a un círculo.

HERRAMIENTAS ADICIONALES



Lápiz



Figura a mano
alzada



Relación



Botón



Casilla de
control



Casilla de
Entrada

Lápiz: Permite dibujar líneas o trazos libres en el espacio de trabajo.

Figura a mano alzada: Dibuja formas irregulares libremente.

Relación: Compara y establece relaciones entre objetos (como igualdades).

Botón: Crea un botón que puede ejecutar acciones predefinidas cuando se presiona.

Casilla de control: Permite activar o desactivar funciones u objetos visibles.

Casilla de Entrada: Facilita la introducción de valores o fórmulas manualmente.

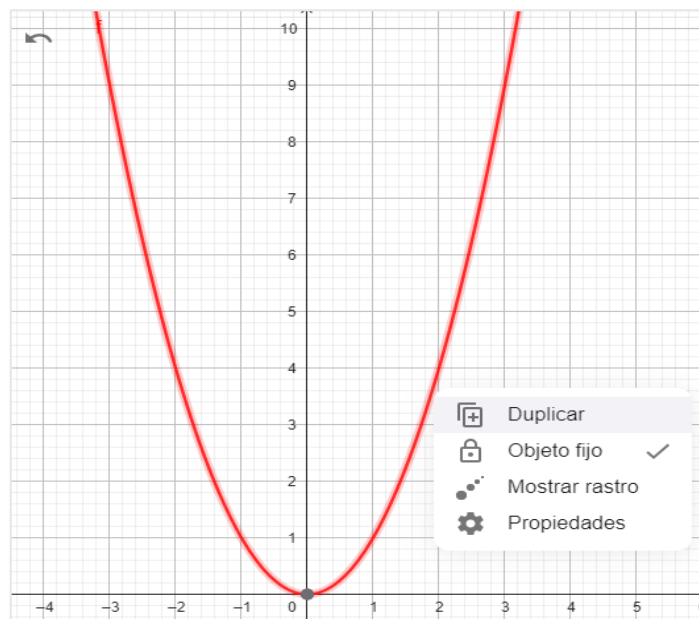
EXPLORANDO GEOGEBRA: HERRAMIENTAS PARA TRABAJAR CON FUNCIONES POLINOMIALES

1. Modificar nombre, color y estilo de una función

- Escribe una función en la barra de entrada, por ejemplo:

$$f(x) = x^2$$

- Haz clic en la función desde la vista algebraica (panel izquierdo).
- Haz clic en la función con el botón derecho → Propiedades.



- **En la pestaña “Color”**

- Puedes cambiar fácilmente el color del objeto seleccionando una tonalidad del cuadro de colores. Esto ayuda a diferenciar funciones o elementos en tu gráfica.



- En la pestaña "Básico" puedes configurar lo siguiente:
 - Nombre: Aquí aparece cómo se llama tu objeto (por ejemplo, f).
 - Definición: Muestra la fórmula con la que se creó el objeto.
 - Rótulo: Puedes agregar un texto personalizado si no deseas que se muestre el nombre automático.
 - Objeto visible: Para mostrar u ocultar el objeto en el plano.
 - Etiqueta visible: Para mostrar el nombre o el valor del objeto.
 - Mostrar rastro: Si activas esta opción, dejará una línea cuando se mueva.
 - Objeto fijo: Impide que se mueva por accidente.
 - Objeto auxiliar: Para que no aparezca en la vista algebraica principal

- Pestaña "Estilo"

Desde esta pestaña puedes:

- Ajustar el grosor del trazo.
- Cambiar la opacidad para hacerlo más o menos transparente.
- Modificar el tipo de línea (continua, punteada, etc.).

- **Uso de deslizadores para modificar funciones**

- Haz clic en la herramienta "Deslizador".
- Da clic en cualquier parte del plano para insertar uno.
- Asigna un nombre (por ejemplo, a) y configura su rango de valores, por ejemplo, de -5 a 5 , con incremento de 1 . Esto implica que a puede adquirir los valores enteros desde -5 hasta 5 .
- Presiona Aceptar.

Deslizador

Nombre
a = 1

☒ Número
☐ Ángulo
☐ Entero

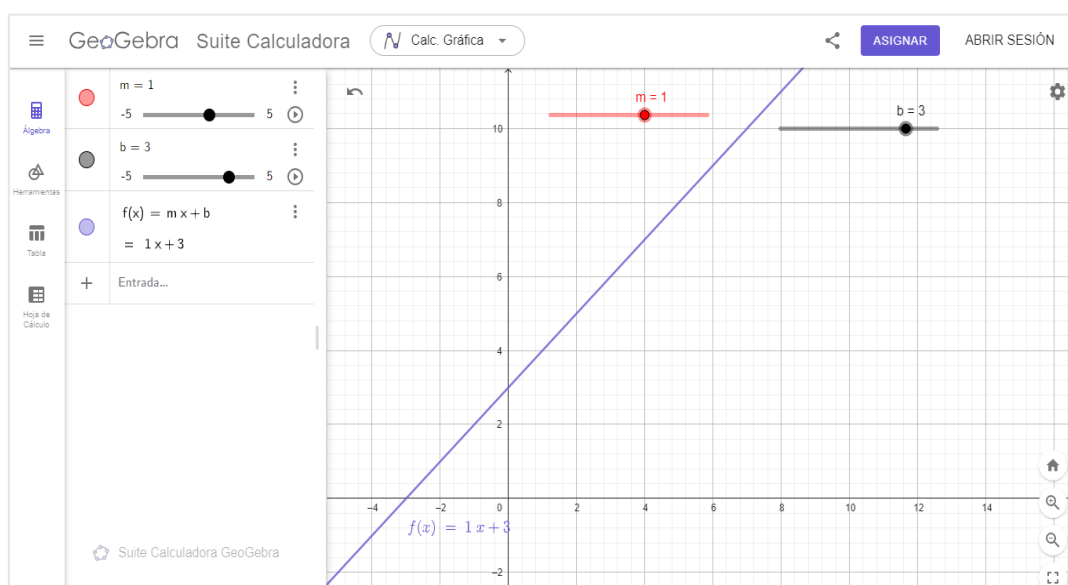
Intervalo
Deslizador
Animación

Mín
-5
Máx
5
Incremento
1

CANCELAR OK

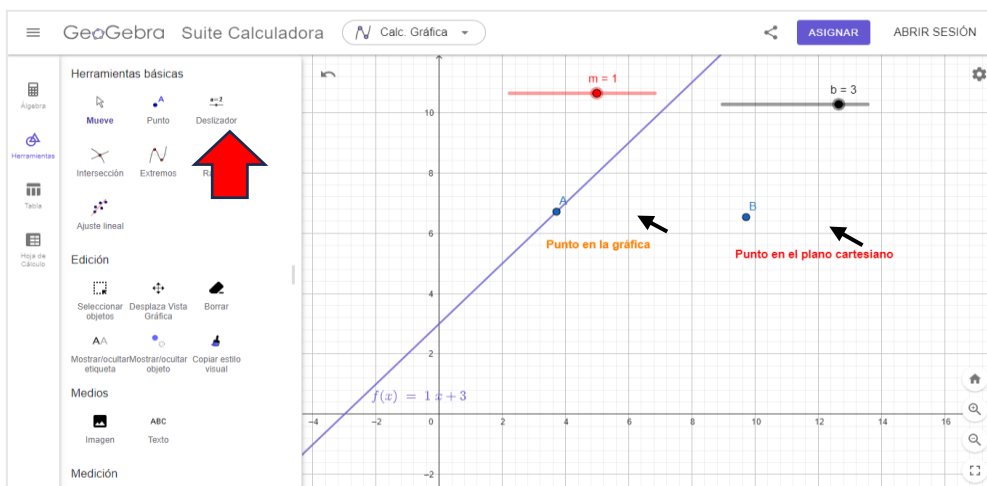
Ejemplo:

- Crea dos deslizadores m y b.
- Luego escribe en la barra de entrada:
 - $f(x) = mx + b$
- Observa cómo la recta cambia de inclinación (m) y se desplaza verticalmente (b).



- **Crear puntos**

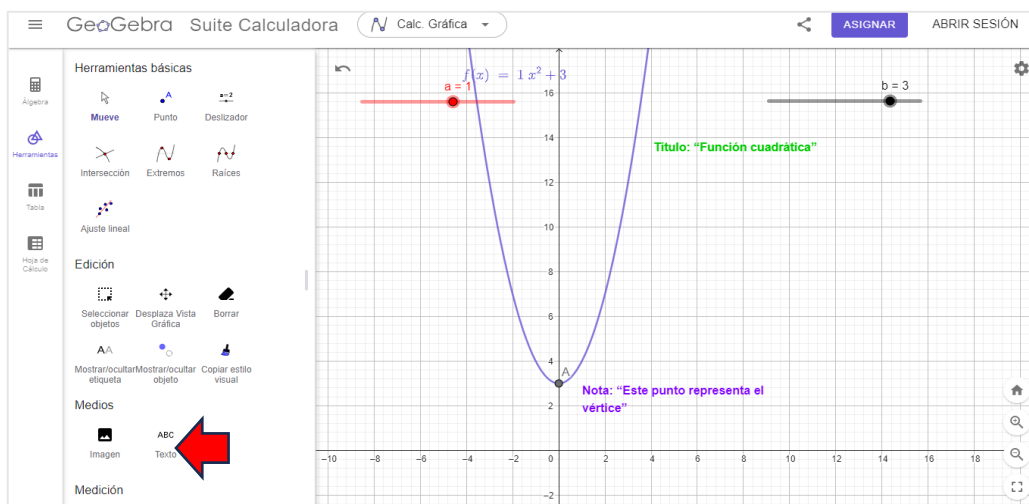
- Selecciona la herramienta "Punto" (ícono del punto azul).
- Haz clic en cualquier parte del plano cartesiano para insertar un punto libre.
- Si haces clic sobre una gráfica, el punto se colocará exactamente sobre ella.
- También puedes escribir directamente en la barra de entrada: $A = (2, f(2))$



Consejo: Cambia el color o nombre del punto desde el panel de propiedades, igual que con funciones.

- **Texto**

- Selecciona la herramienta "Texto" (ícono con la letra ABC).
- Haz clic sobre el área del plano donde deseas escribir.
- Aparecerá una ventana donde puedes escribir cualquier contenido, como:
- Título: "Función cuadrática"
- Nota: "Este punto representa el vértice"
- Clic en Aceptar para colocar el texto en el plano.



FUNCIONES POLINOMIALES

Resultado de aprendizaje: El resultado de aprendizaje incluyen la comprensión de las propiedades, el análisis de gráficos y la resolución de ecuaciones polinómicas.

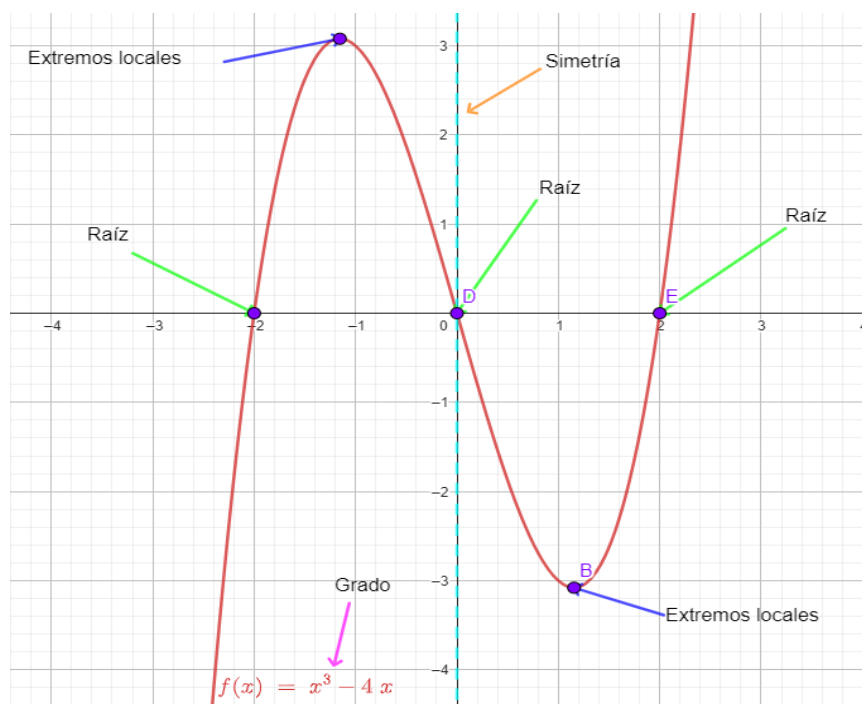
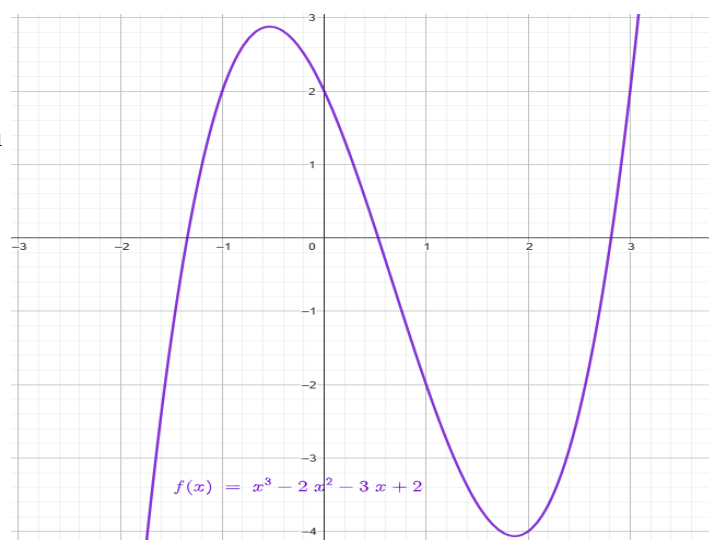
¿Qué son las funciones polinomiales?

Una función polinómica es una función matemática de la forma: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

Donde:

- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ son los coeficientes
- n es el grado del polinomio
- x es la variable independiente

Ejemplo: $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2$



CARACTERÍSTICAS

Grado: El grado del polinomio determina el número máximo de raíces y la cantidad de cambios de dirección en su gráfico.

Comportamiento asintótico: Las funciones polinómicas no tienen asíntotas

Raíces o ceros: Los valores de x donde $f(x) = 0$

Extremos locales: Puntos donde la función cambia de dirección (máximos o mínimos).

Simetría: Algunas funciones polinómicas

FUNCIONES POLINOMIALES

COEFICIENTES

Cada número que acompaña a las potencias de x

Grado

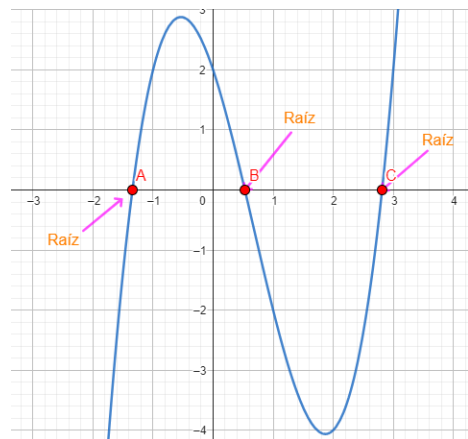
$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2$$

Coeficiente principal Coeficiente Coeficiente Término independiente

$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2$$

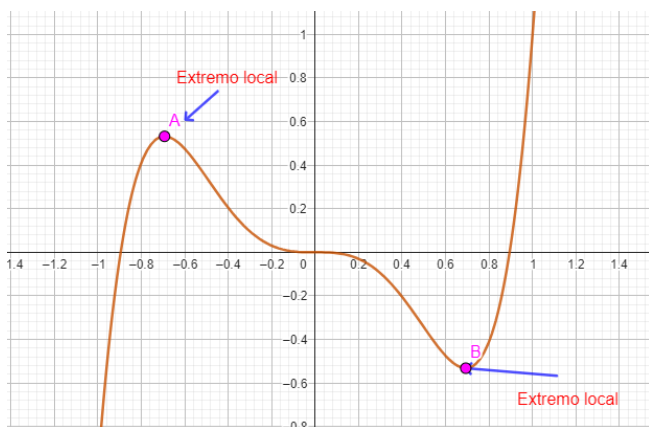
GRADO

El mayor exponente de x en el polinomio.



RAÍCES O CEROS

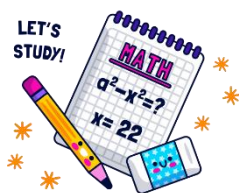
Son los valores de x donde $f(x) = 0$, es decir, los puntos donde la gráfica corta



EXTREMOS LOCALES

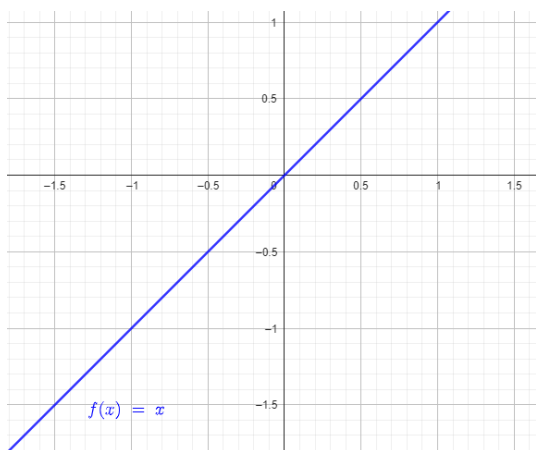
Puntos donde la función cambia de dirección, es decir, máximos o mínimos

CLASIFICACIÓN DE POLINOMIOS



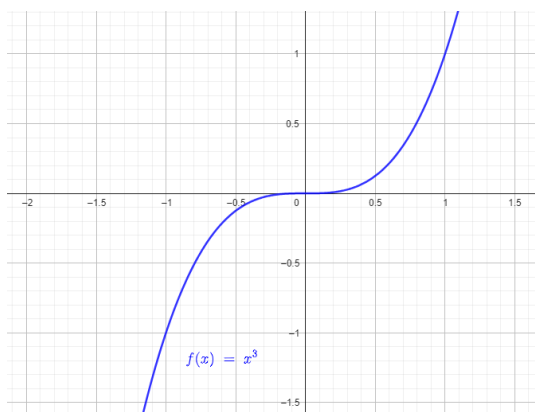
Polinomio de grado 0

LINEAL



Polinomio de grado 2

CÚBICA

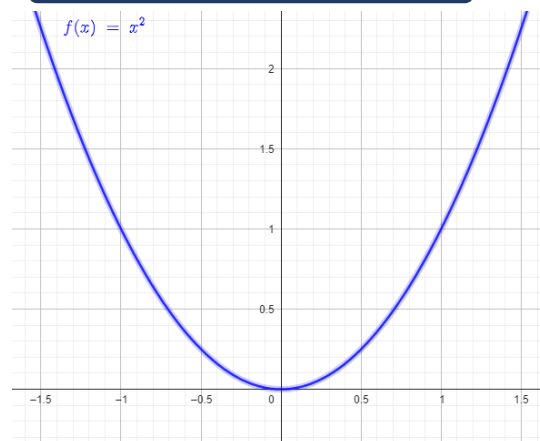


CONSTANTE



Polinomio de grado 1

CUADRÁTICA



Polinomio de grado 3

GLOSARIO MATEMÁTICO PARA EL ESTUDIO DE FUNCIONES POLINÓMICAS

Pendiente(m): Indica la inclinación de la recta.

Ordenada al origen (b): Punto donde la recta corta el eje y. es decir, cuando $x = 0$.

Concavidad: La concavidad describe la dirección en la que se abre una curva.

Vértice: Punto máximo o mínimo de una parábola.

Eje de simetría: Línea vertical que pasa por el vértice. Divide la parábola en dos partes iguales.

Raíces o ceros de la función: Puntos donde la gráfica corta el eje x.

Discriminante (Δ): Parte de la fórmula cuadrática: $\Delta = b^2 - 4ac$. Determina el número de soluciones reales.

Punto de inflexión: Punto donde la función cúbica cambia de concavidad.

Extremos locales: Máximos o mínimos relativos que se pueden presentar en una función de tercer grado.

Crecimiento y decrecimiento: Intervalos donde la función aumenta o disminuye.

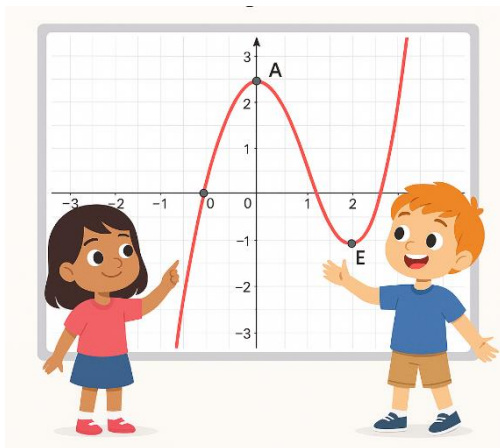
Dominio: El dominio de una función es el conjunto de todos los valores posibles de x (entrada) para los que la función está definida.

Recorrido: El recorrido de una función es el conjunto de valores de salida ($f(x)$). Depende del tipo de función y su gráfica.

¿CÓMO GEOGEBRA AYUDA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES?

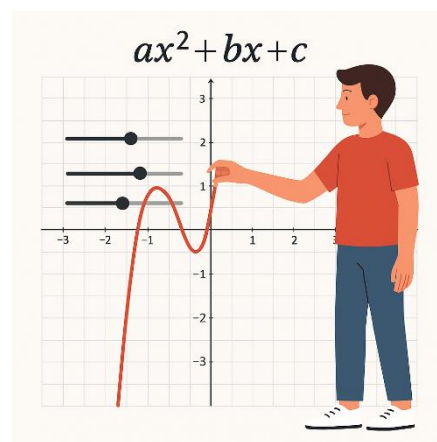
Visualización gráfica interactiva

Permite a los estudiantes **ver en tiempo real** cómo se comporta una función polinómica, facilitando la comprensión de conceptos como: Raíces, extremos locales, simetría y Comportamiento al infinito.



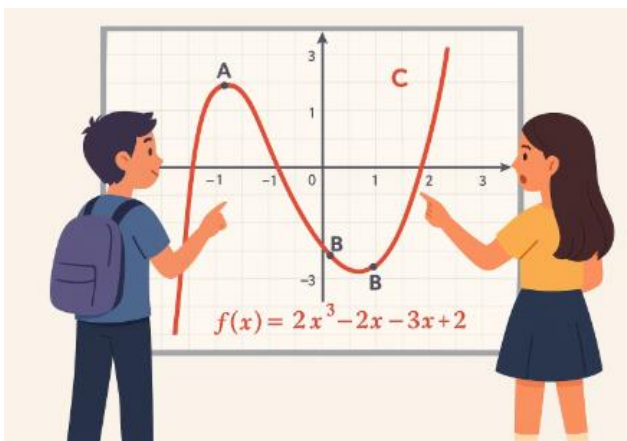
Manipulación de coeficientes

GeoGebra facilita el uso de deslizadores para modificar los coeficientes del polinomio y observar en tiempo real cómo afectan al gráfico.



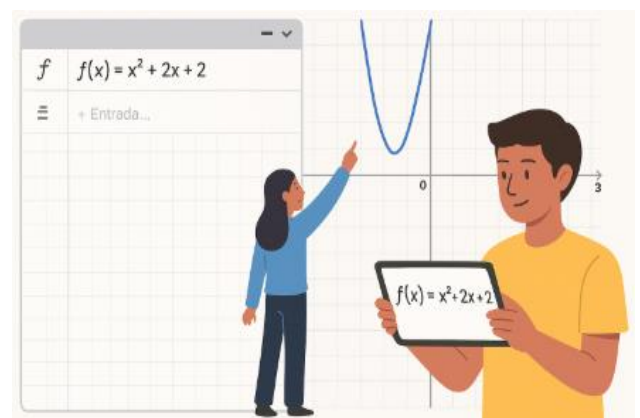
Análisis de raíces y extremos

Los estudiantes pueden usar herramientas como el cálculo de raíces y la búsqueda de extremos de la función directamente en el gráfico.



Soluciones gráficas y algebraicas

GeoGebra muestra tanto el gráfico de la función como su expresión algebraica, lo que permite a los estudiantes vincular ambos enfoques de manera eficaz.



EJEMPLO PRÁCTICO EN GEOGEBRA: FUNCIÓN LINEAL (GRADO 1)

Pedagogía: Resultados del Aprendizaje

- El objetivo pedagógico de esta actividad es que el estudiante comprenda, identifique y represente una función lineal, reconociendo visualmente sus elementos principales (pendiente y ordenada al origen) a través de la interacción con GeoGebra.
- Se busca que el estudiante desarrolle la capacidad de analizar el comportamiento gráfico de la función lineal cuando se modifican sus coeficientes, fomentando el aprendizaje activo y significativo mediante la exploración directa.

Conocimiento del contenido: Función Lineal

La función lineal es una expresión algebraica de la forma: $f(x) = mx + b$

donde:

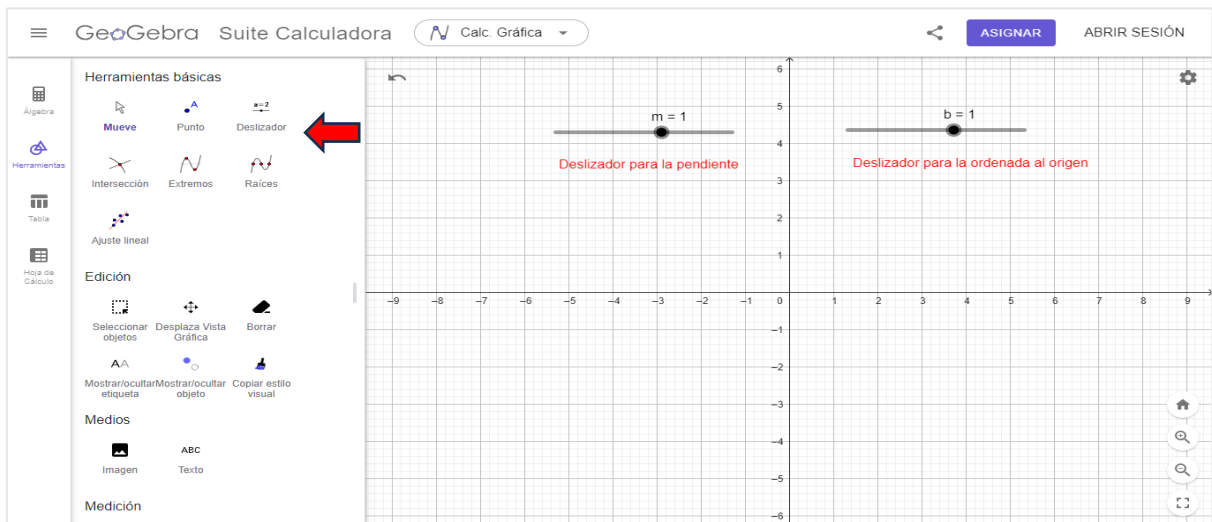
- m representa la pendiente de la recta (indica si sube o baja, y qué tan inclinada es).
- b representa la ordenada al origen (el punto donde la recta cruza el eje y).

Este tipo de funciones representa relaciones proporcionales o lineales entre dos variables, y su gráfica siempre es una línea recta. Comprender la función lineal es fundamental para el estudio de otras funciones, el análisis de datos y la resolución de problemas cotidianos como costos, distancias o tiempo.

Aplicación: Representación Gráfica de la Función Lineal

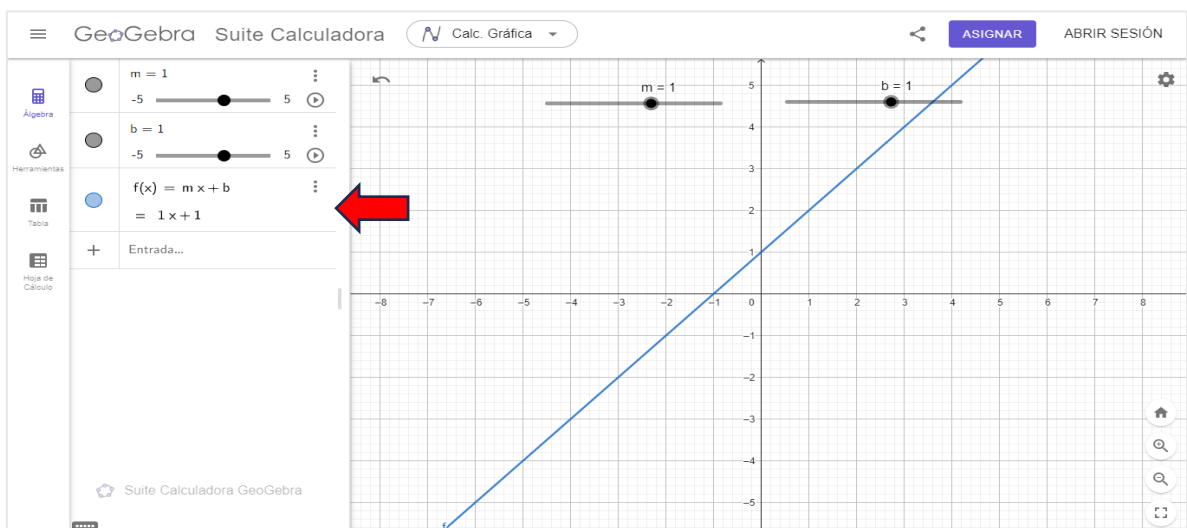
1. Crear los deslizadores

- Dado que se trabaja con una función lineal, es necesario crear deslizadores para los coeficientes m (pendiente) y b (ordenada al origen), lo que permitirá modificar sus valores de forma dinámica.
- Define su rango (por ejemplo, de -5 a 5) y el incremento (por ejemplo, 1).



2. Introducir la ecuación del polinomio

- En la barra de entrada en la parte superior, escribe la ecuación del polinomio:
$$f(x) = mx + b$$
- Presiona Enter para que GeoGebra grafique la función en el plano cartesiano. La gráfica se actualizará automáticamente en tiempo real al modificar los valores de m y b mediante los deslizadores.

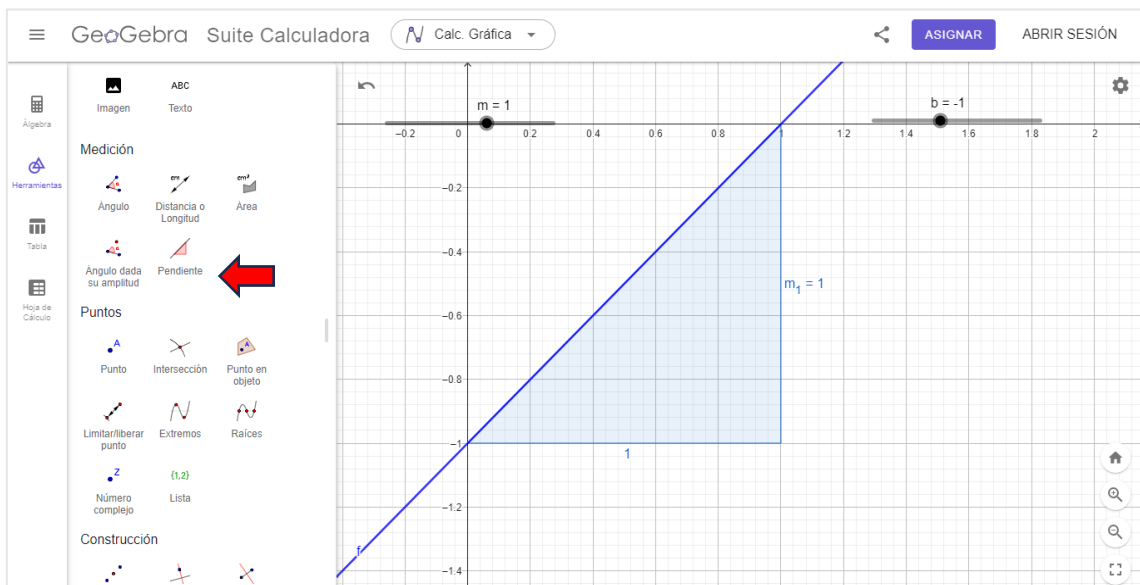


3. Generar elementos clave de la función

Con la gráfica activa, usa herramientas de GeoGebra o cálculos para mostrar:

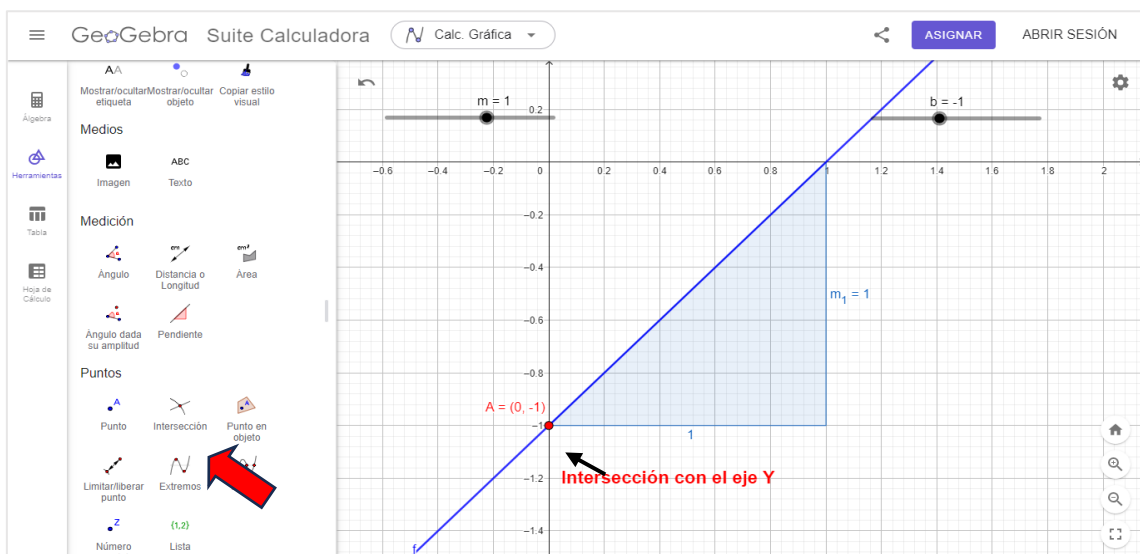
Pendiente (m):

- Selecciona la herramienta "Pendiente" (ícono con una regla diagonal).
- Haz clic sobre la recta o función.
- GeoGebra mostrará automáticamente el valor de la pendiente en el gráfico.
- También puedes escribir en la barra de entrada: $Pendiente(f)$



Intersección con el eje y:

- Selecciona la herramienta "Intersección".
- Haz clic en la recta y luego en el eje y (el eje vertical).
- GeoGebra generará el punto de intersección automáticamente.



Raíz o intersección con el eje x:

- Selecciona la herramienta "Raíces".
- Haz clic sobre la recta.
- Aparecerá el punto donde la gráfica corta el eje x.



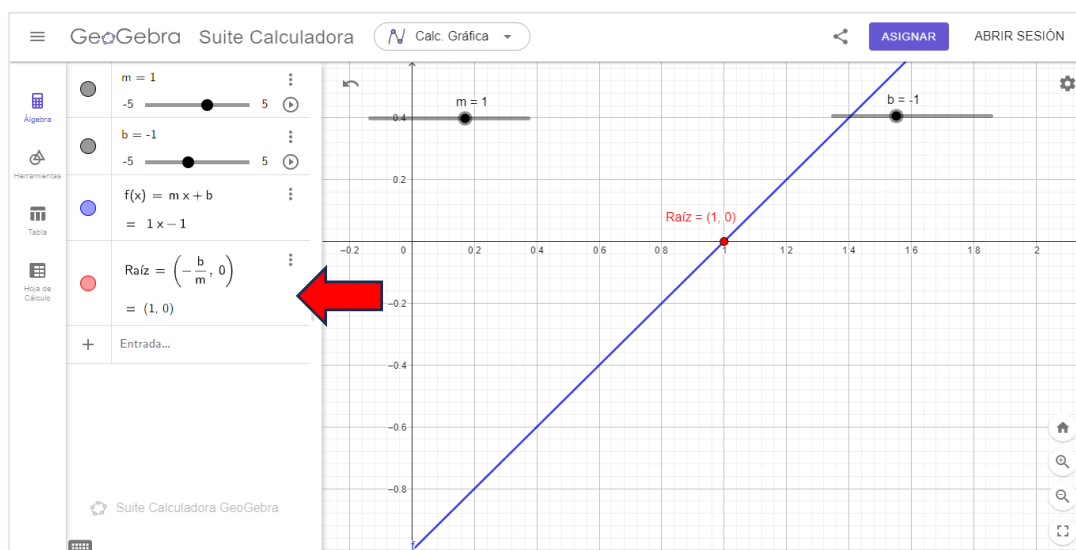
4. Analizar la función

a. ¿Cómo identifico la raíz gráficamente?

Respuesta: Es el punto donde la recta corta el eje x, es decir, donde $f(x)=0$

Puedes encontrarlo:

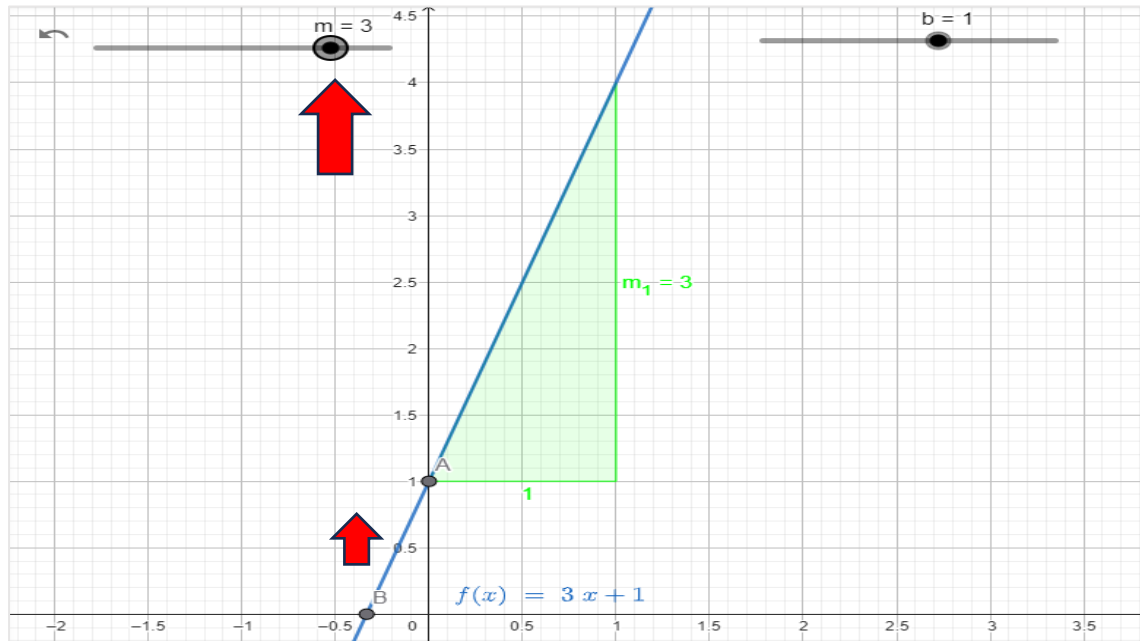
- Observando el punto donde la recta toca el eje horizontal (eje x).
- Usando la herramienta "Raíces" en GeoGebra, como se lo hizo anteriormente.
- O calculando con la fórmula: $Raíz = (-b/m, 0)$



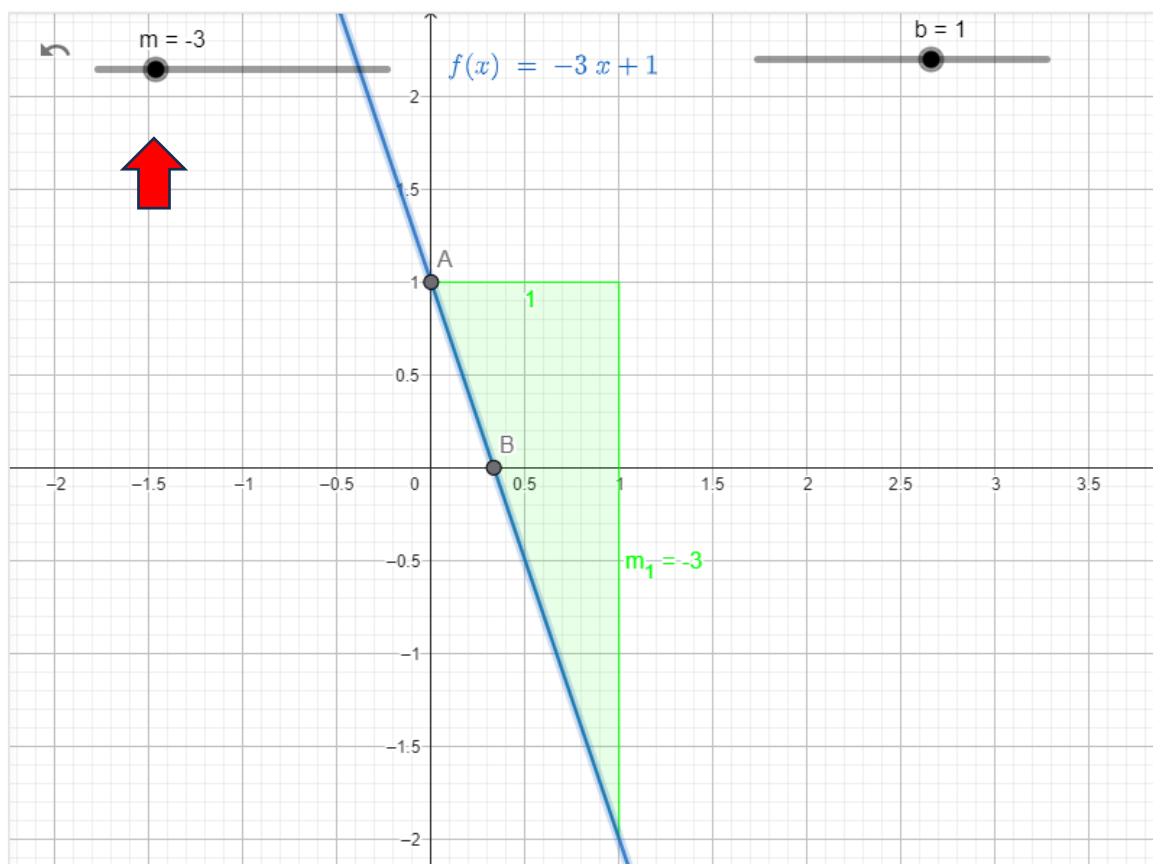
b. ¿Qué pasa si cambio solo m?

Respuesta: Cambia la inclinación de la recta.

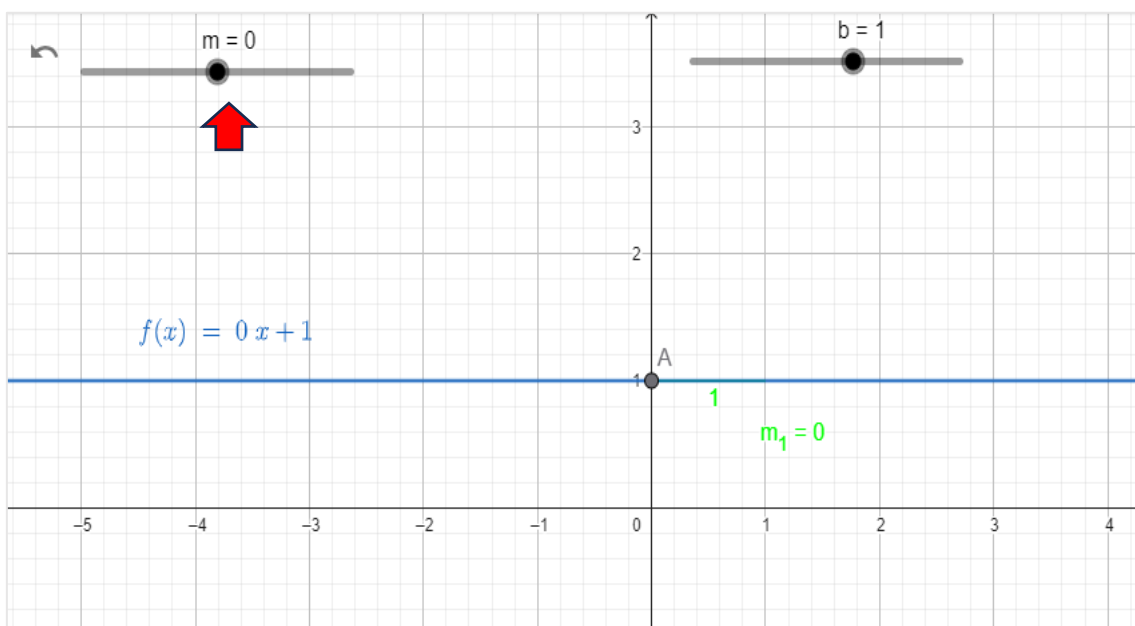
- Si $m > 0$: la recta sube de izquierda a derecha, y su pendiente será positiva



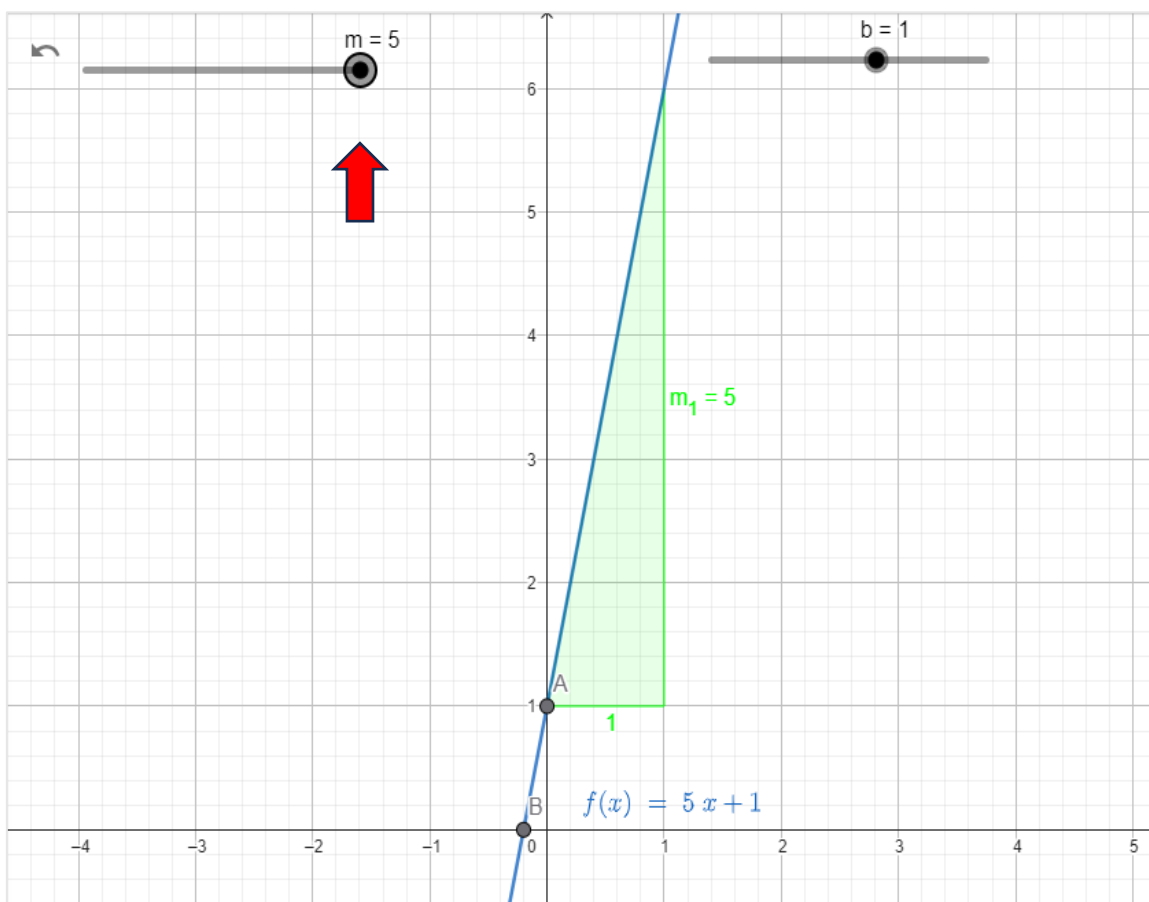
- Si $m < 0$: la recta baja de izquierda a derecha, su pendiente será negativa



- Si $m = 0$, la recta se convierte en una línea horizontal, ya que no tiene inclinación, por tanto, su pendiente es 0.
- Toda la recta tiene el mismo valor de y , que es b .



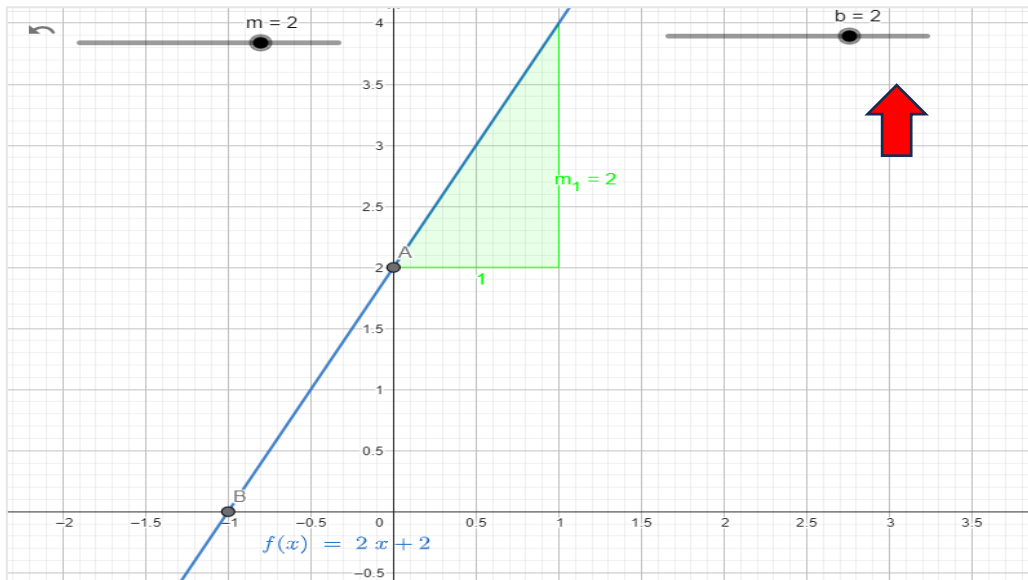
- Cuanto mayor sea el valor absoluto de m , más empinada será la recta.



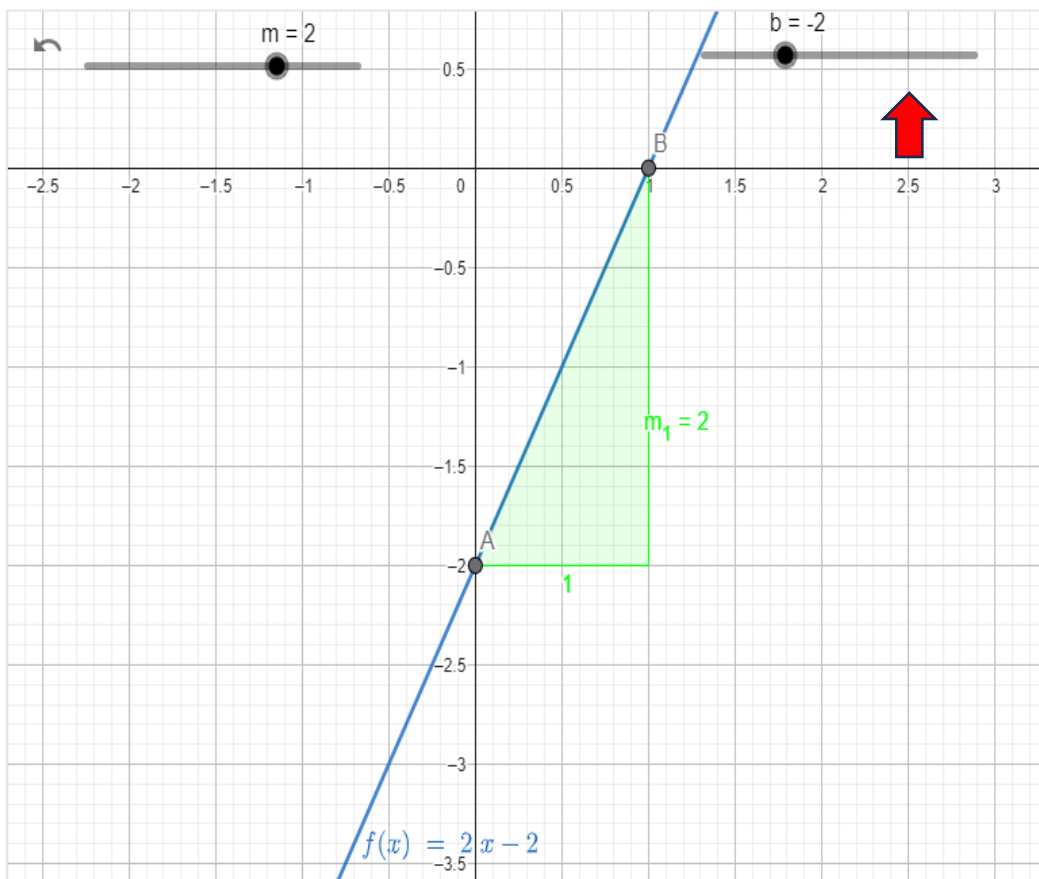
c. ¿Cómo se mueve la recta si cambio solo b?

Respuesta: La recta se desplaza verticalmente

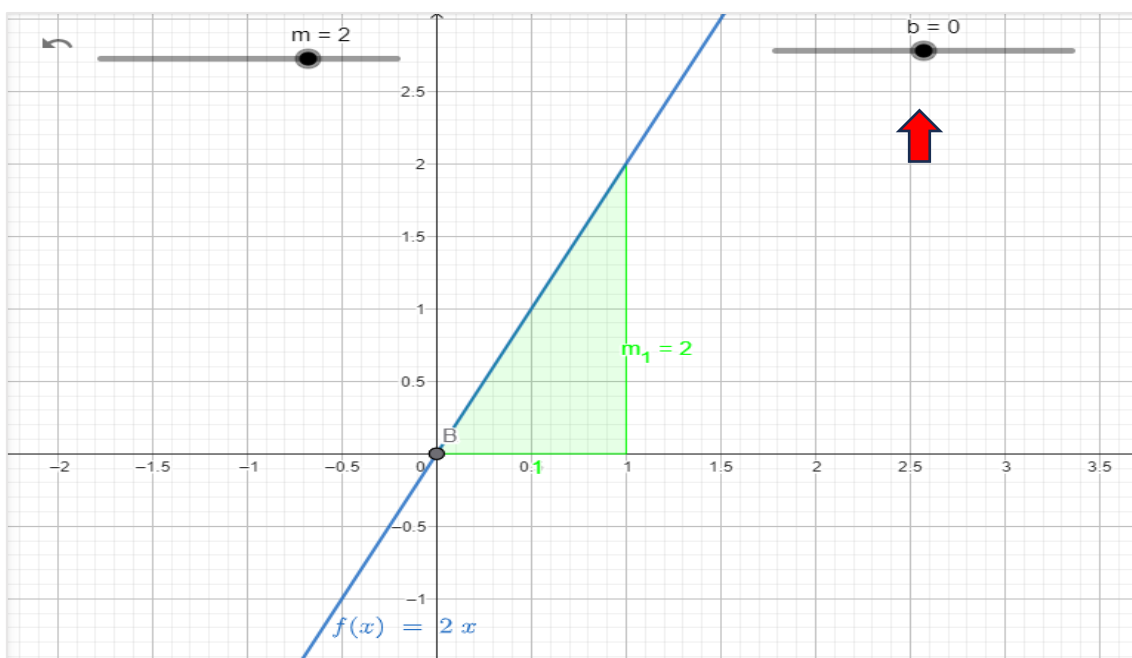
- Si $b > 0$, la recta corta el eje y por encima del origen, justo en el valor de b.
- La recta se desplaza hacia arriba en el plano.
- Puedes comparar la recta con la gráfica anterior.



- Si $b < 0$, La recta corta el eje y por debajo del origen.



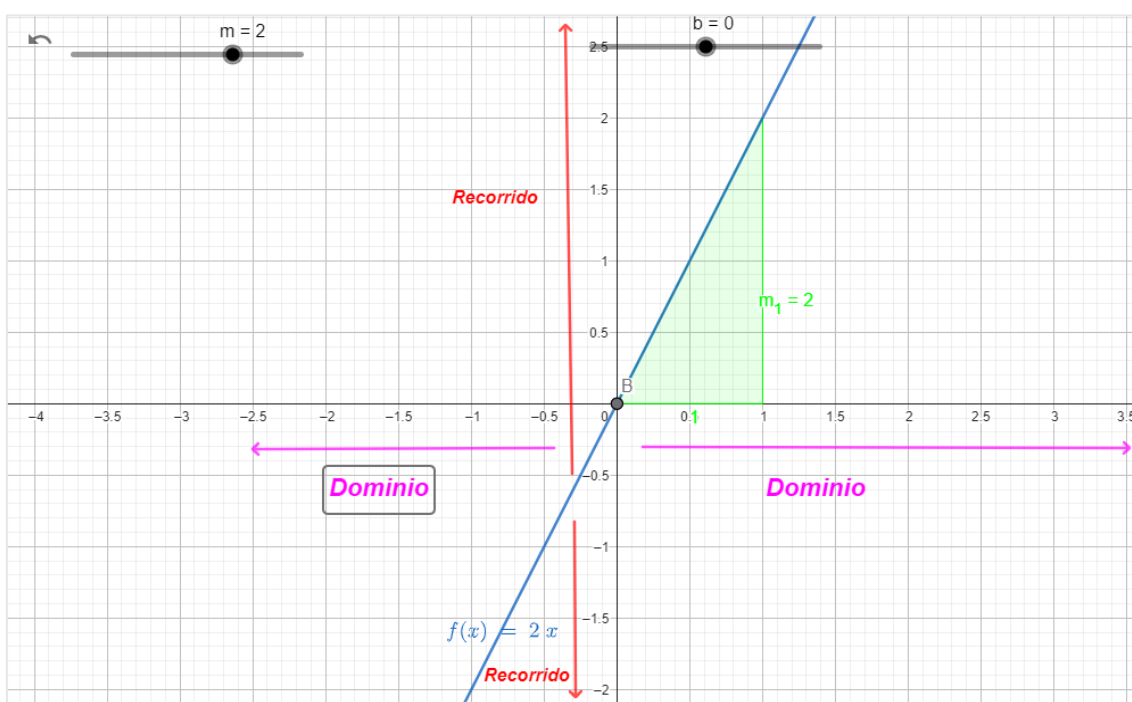
➤ Si $b = 0$, la recta pasa exactamente por el origen $(0,0)$.



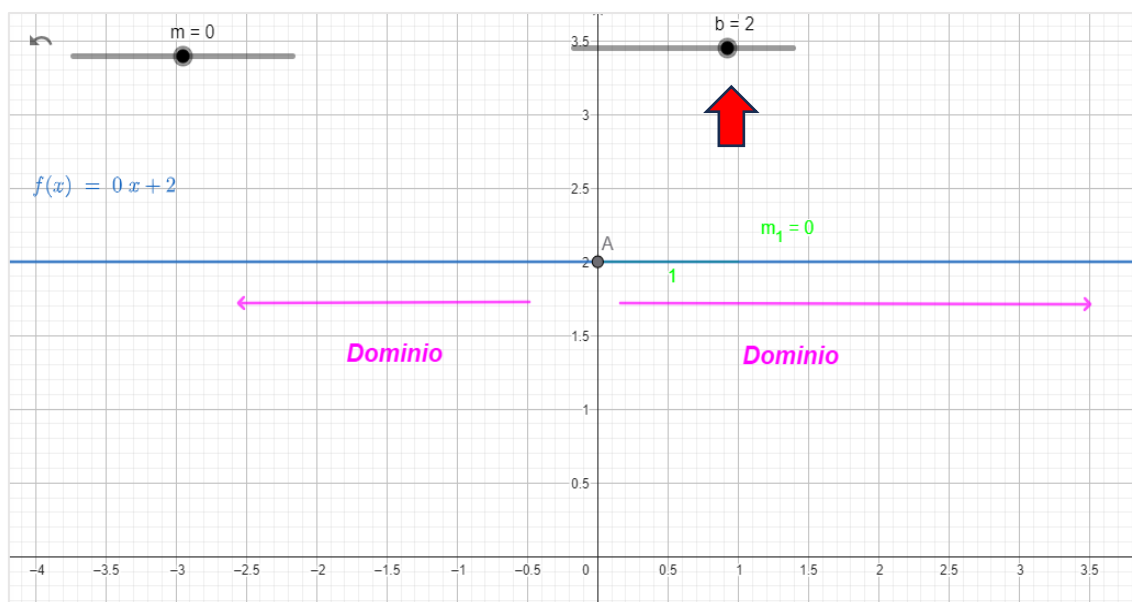
OJO: En todos los casos de b la pendiente no cambia, solo cambia el punto donde la recta corta el eje y .

d. ¿Cuál es el dominio y el recorrido?

Respuesta: Tanto el dominio como el recorrido de la función lineal corresponden a $\mathbb{R}$, es decir, todos los números reales. Esto se debe a que la recta se extiende indefinidamente en ambas direcciones, tanto horizontal como verticalmente.



- Si la función es constante, por ejemplo, el $f(x) = 2$.



- **Dominio:** $\mathbb{R}$ (Todos los números reales)
- **Recorrido:** solo ese valor: $\{2\}$

LO QUE APRENDISTE EN ESTA ACTIVIDAD

- ✚ Una función lineal tiene la forma general:

$$f(x) = mx + b$$

- ✚ El valor de m indica la pendiente (si la recta sube o baja).
- ✚ El valor de b indica el punto donde la recta corta el eje y .
- ✚ El dominio y recorrido de una función lineal son:

$$\mathbb{R}(\text{Todos los números reales})$$

- ✚ La raíz (intersección con el eje x) se puede hallar con:

$$\text{Raíz} = \left(-\frac{b}{m}, 0\right)$$

- ✚ GeoGebra permite:

- Visualizar la función en tiempo real.
- Explorar cómo cambian la recta y sus elementos al modificar m y b .
- Usar herramientas como intersección, extremos y raíz para analizar la gráfica.

RECUERDA

- ✚ Si $m > 0$, la recta crece.
- ✚ Si $m < 0$, la recta decrece.
- ✚ Si $m = 0$, la recta es horizontal
- ✚ Si $b > 0$, la recta se desplaza hacia arriba
- ✚ Si $b < 0$, la recta se desplaza hacia abajo
- ✚ Si $b = 0$, la recta pasa por el origen.

EJERCICIO PARA EL ESTUDIANTE: ANALIZA UNA FUNCIÓN LINEAL EN GEOGEBRA

Enunciado:

 Crea los deslizadores para **m** (de -5 a 5) y **b** (de -5 a 5), con incremento de 1

 Escribe la función:

a. $f(x) = mx + b$

Mueve los deslizadores y responde:

b. **Elige un valor para m y uno para b.**

 ¿Cuál es la ecuación que obtuviste?

c. **¿Dónde corta la recta el eje y?**

 Escribe las coordenadas del punto de intersección.

d. **¿Dónde corta la recta el eje x?**

 Usa la herramienta de “raíz” o la fórmula $x = -\frac{b}{m}$ para calcularlo.

e. **Cambia el valor de m a 0.**

 ¿Qué sucede con la recta? ¿Tiene raíz? ¿Por qué?

f. **Cambia el valor de b a 0.**

 ¿Por dónde pasa ahora la recta?

g. **Elige un valor negativo para m.**

 ¿Qué ocurre con la dirección de la recta?

EJEMPLO PRÁCTICO EN GEOGEBRA: FUNCIÓN CUADRÁTICA (GRADO 2)

Pedagogía: Resultados del Aprendizaje

- El objetivo pedagógico es que el estudiante identifique, represente y analice una función cuadrática a través de GeoGebra, comprendiendo sus elementos clave: el vértice, las raíces, el eje de simetría, la orientación de la parábola y su recorrido.
- La intención es fomentar el aprendizaje activo mediante la experimentación visual y dinámica, promoviendo una comprensión más profunda de las características de este tipo de función.

Conocimiento del contenido: Función Cuadrática

La función cuadrática es una función polinómica de segundo grado, cuya forma general es:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde:

- a : determina la forma y orientación de la parábola.
- b : influye en la posición horizontal del vértice.
- c : representa la intersección con el eje y .

El vértice se calcula con:

$$x = -\frac{b}{2a}; y = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

El eje de simetría es la línea vertical que pasa por el vértice.

Puede tener 0, 1 o 2 raíces reales, dependiendo del discriminante (ecuación que sirve para ver si existen raíces reales) que se calcula con:

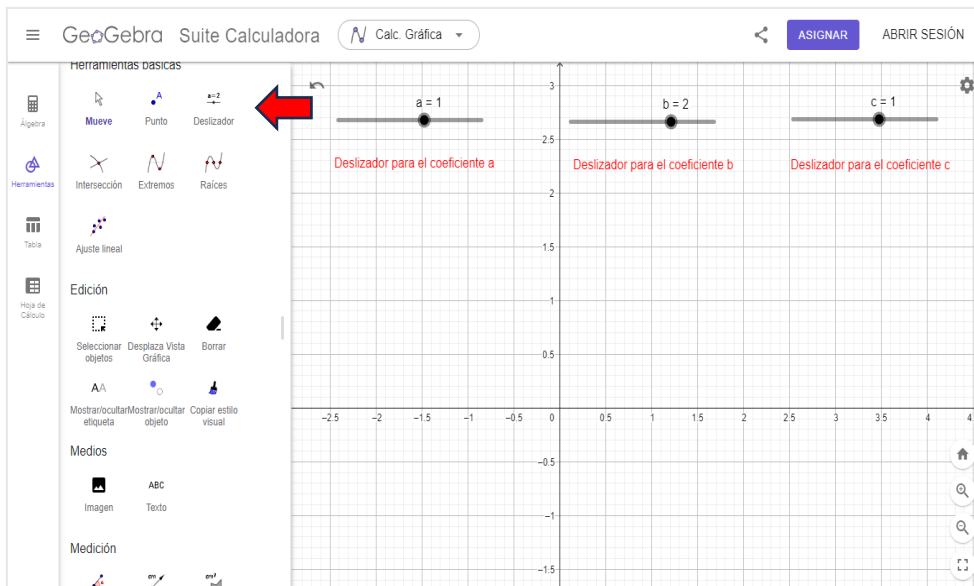
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Valor de Δ	¿Qué significa?	Resultado gráfico
$\Delta > 0$	Tiene 2 raíces reales diferentes	La parábola corta el eje x en 2 puntos.
$\Delta = 0$	Tiene 1 raíz real doble	La parábola toca el eje x en 1 solo punto.
$\Delta < 0$	No tiene raíces reales	La parábola no toca el eje x .

Aplicación: Representación Gráfica de la Función Cuadrática

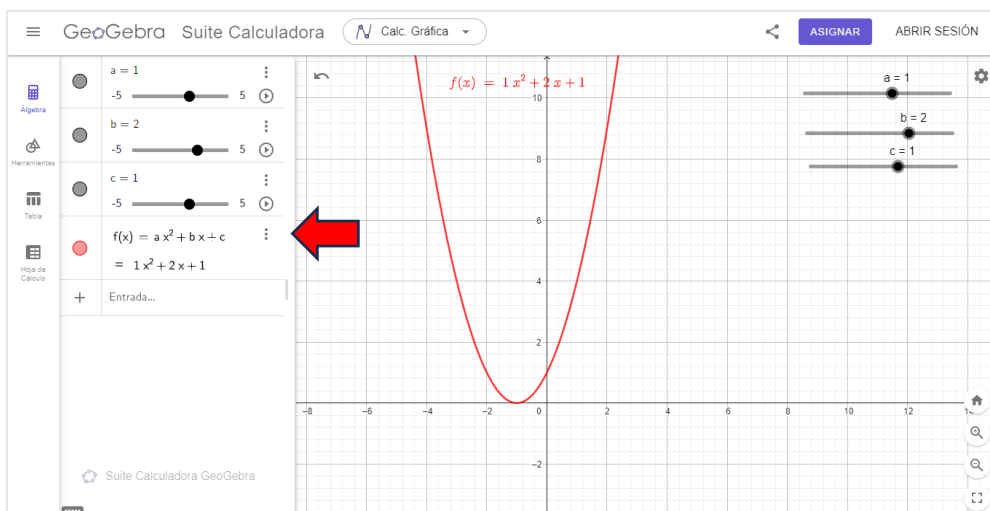
1. Crear los deslizadores

- Como se va a trabajar con una función cuadrática, se deben crear tres deslizadores llamados a, b y c.
- A cada deslizador se le puede poner un rango (por ejemplo, desde -5 hasta 5) y un incremento de 1 para que sea fácil moverlos y observar los cambios en la gráfica.



2. Introducir la ecuación del polinomio

- En la barra de entrada (parte superior), escribe la ecuación del polinomio cuadrático: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Luego, presiona Enter para que GeoGebra muestre la gráfica en el plano cartesiano.
- La parábola se actualizará automáticamente en tiempo real cuando muevas los valores de a, b y c con los deslizadores.

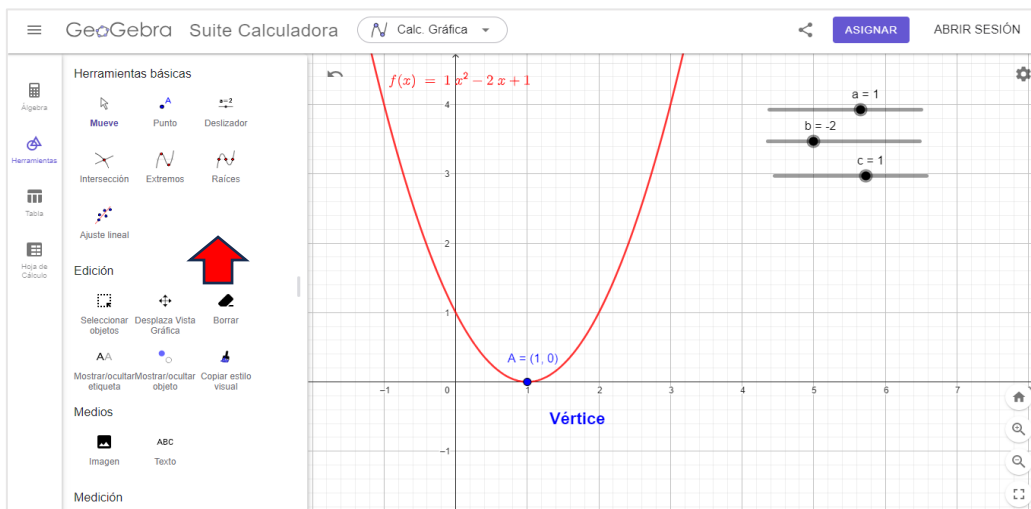


3. Generar elementos clave de la función

Con la gráfica activa, usa herramientas de GeoGebra o cálculos para mostrar:

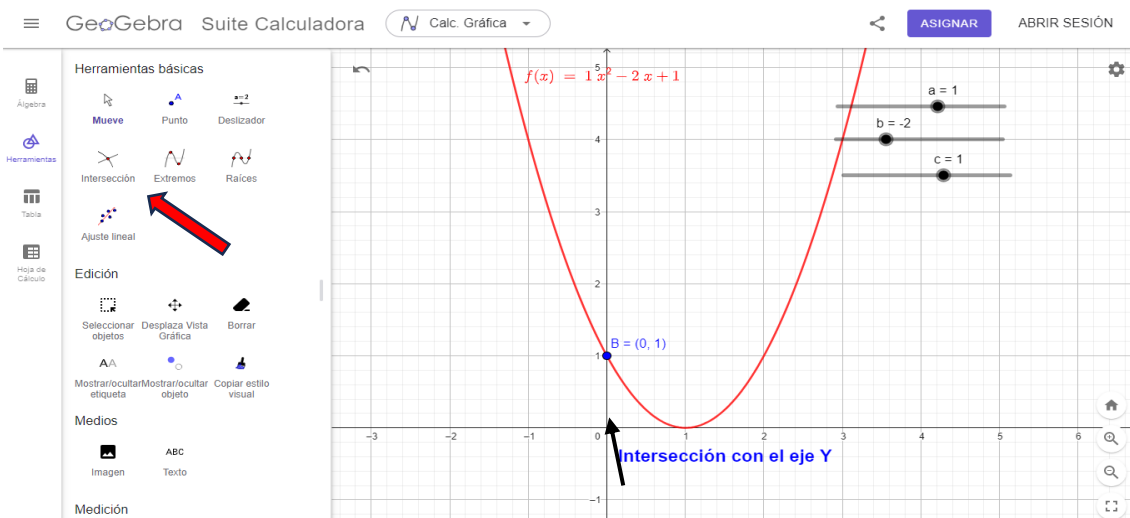
Vértice:

- Selecciona la herramienta "Extremos".
- Haz clic sobre la parábola.
- GeoGebra marcará el vértice (el punto máximo o mínimo).
- O puedes utilizar la formula: $V = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$



Intersección con el eje y:

- Selecciona la herramienta "Intersección".
- Haz clic en la parábola y luego en el eje y (el eje vertical).
- GeoGebra generará automáticamente el punto de intersección.
- O puede utilizar la siguiente fórmula: $CorteY = (0, c)$

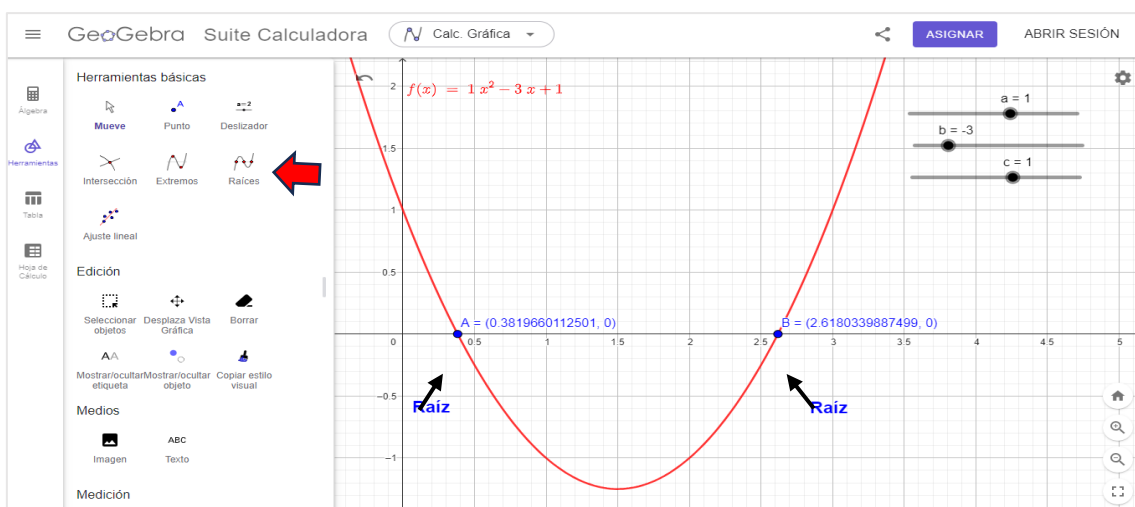


Raíces o ceros de la función:

- Selecciona la herramienta "Raíces".
- Haz clic sobre la parábola.
- Aparecerán los puntos donde la gráfica corta el eje x, si existen.
- También puedes usar la fórmula general:

$$Raiz_1 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0 \right)$$

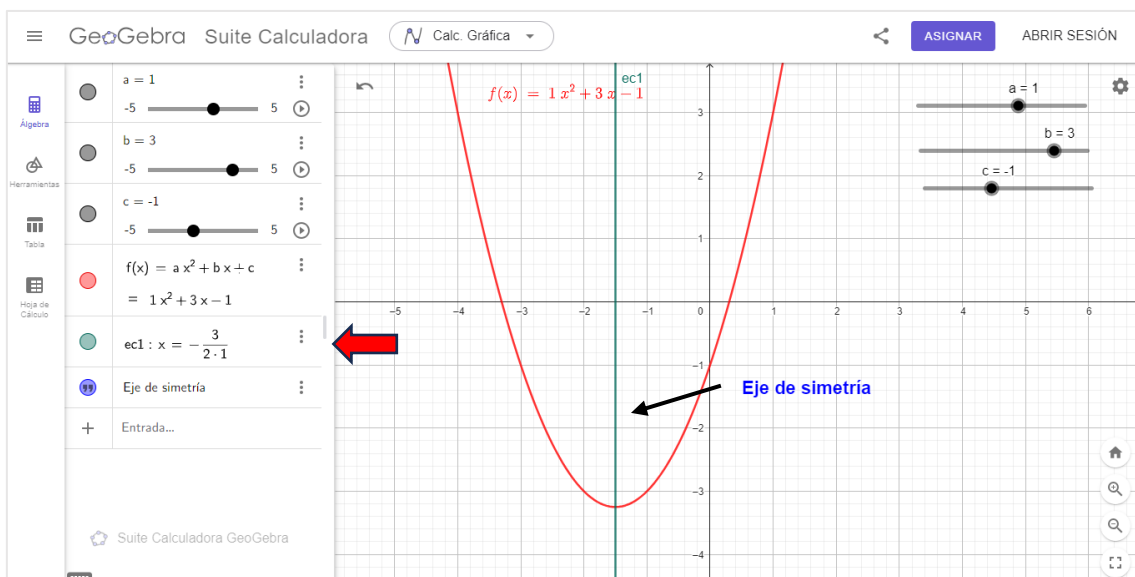
$$Raiz_2 = \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0 \right)$$



Eje de simetría:

- Puedes escribir directamente en la barra de entrada:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

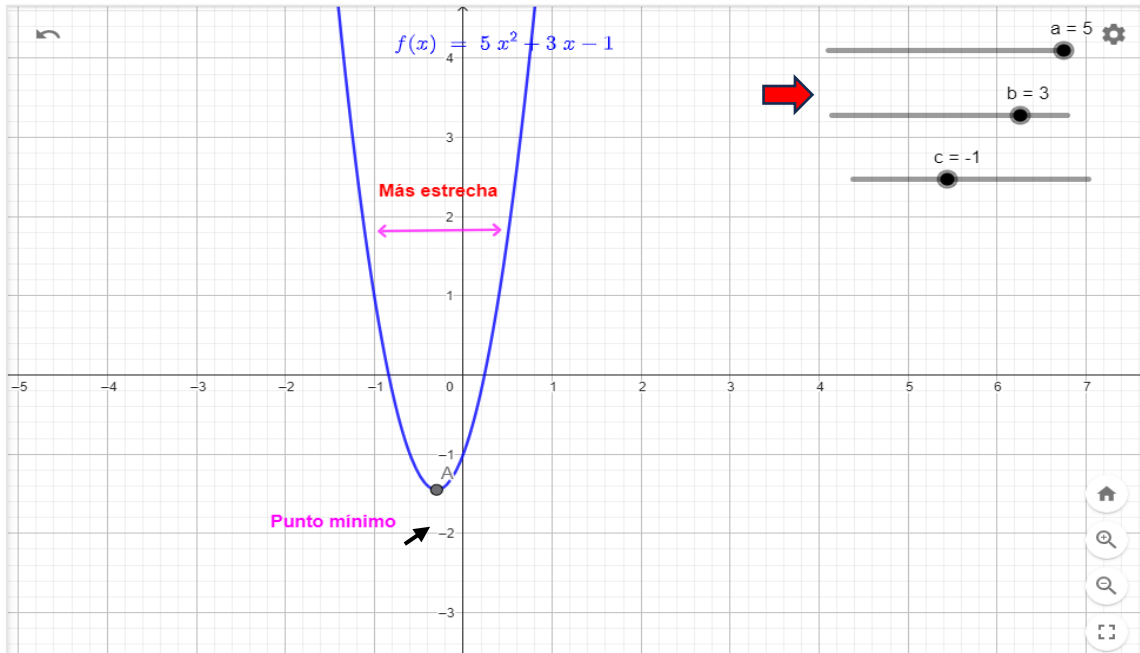


4. Analizar la función

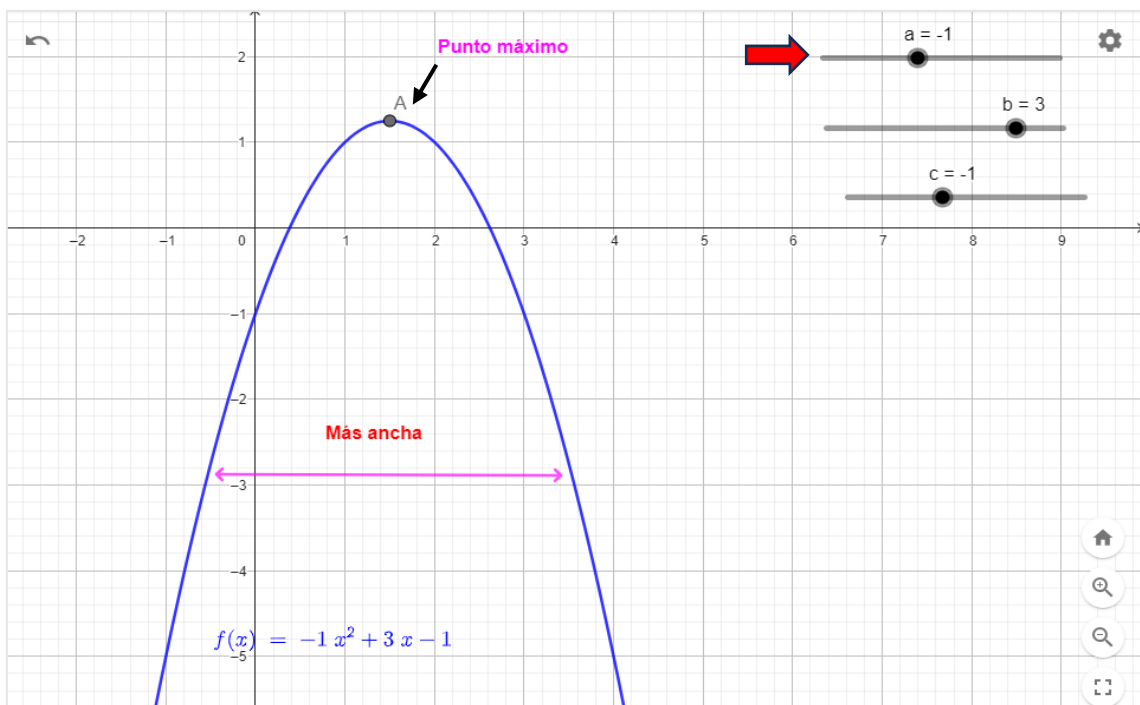
a. ¿Qué pasa si cambio solo el valor de a ?

Respuesta: Cambia la forma y orientación de la parábola.

- Si $a > 0$, se abre hacia arriba (cóncava), tiene un punto mínimo.
- Y si $|a| > 1$ la parábola es más estrecha.



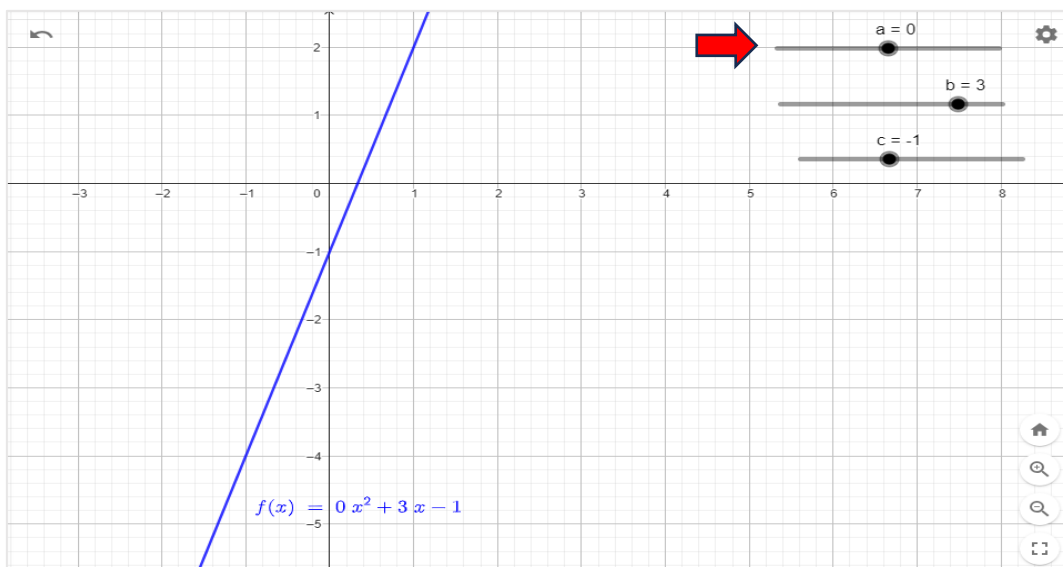
- Si $a < 0$: se abre hacia abajo (convexa), tiene un punto máximo.
- Y si $0 < |a| < 1$ la parábola es más ancha.



➤ Si $a = 0$, la función ya no es cuadrática, sino lineal.

Por lo tanto:

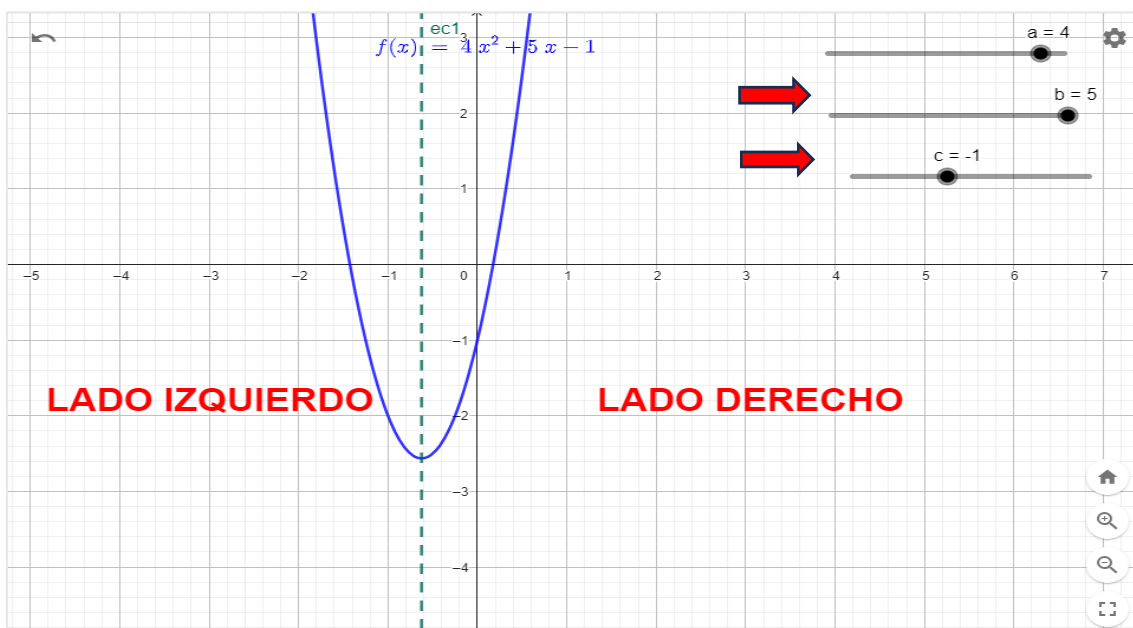
- No se forma una parábola.
- No hay vértice.
- No hay eje de simetría.
- No hay concavidad.
- Es solo una recta.



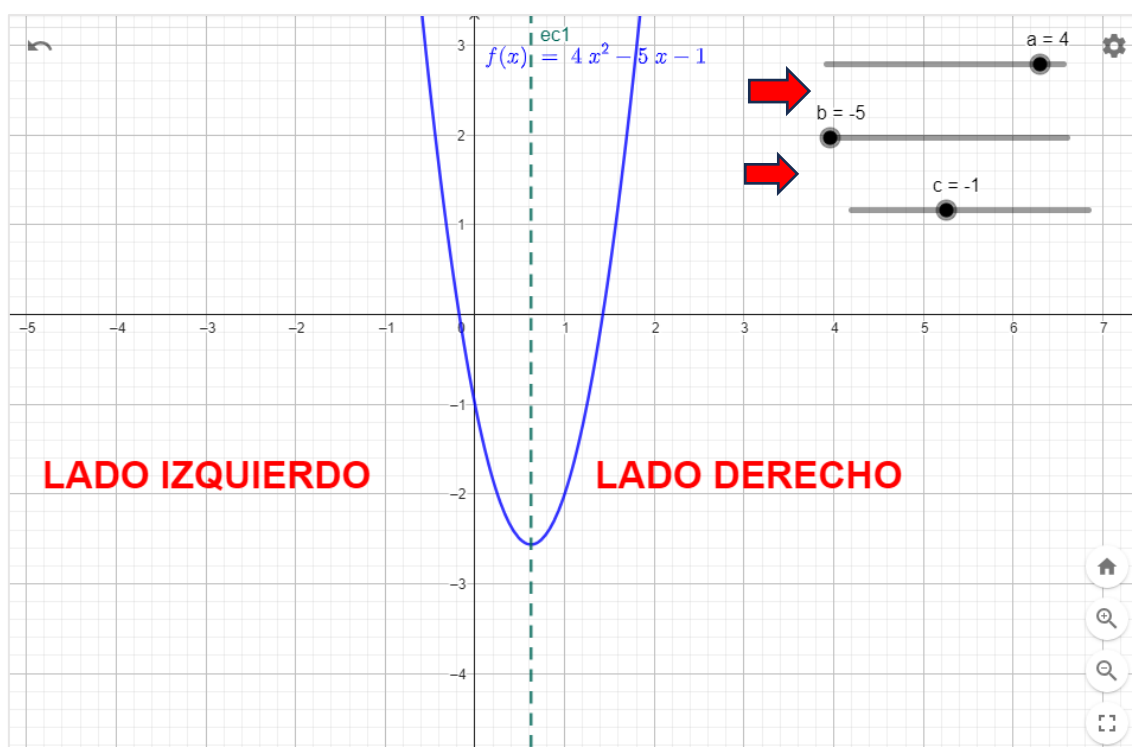
b. ¿Qué pasa si cambio solo el valor de b ?

Respuesta: Cambia la posición horizontal del vértice.

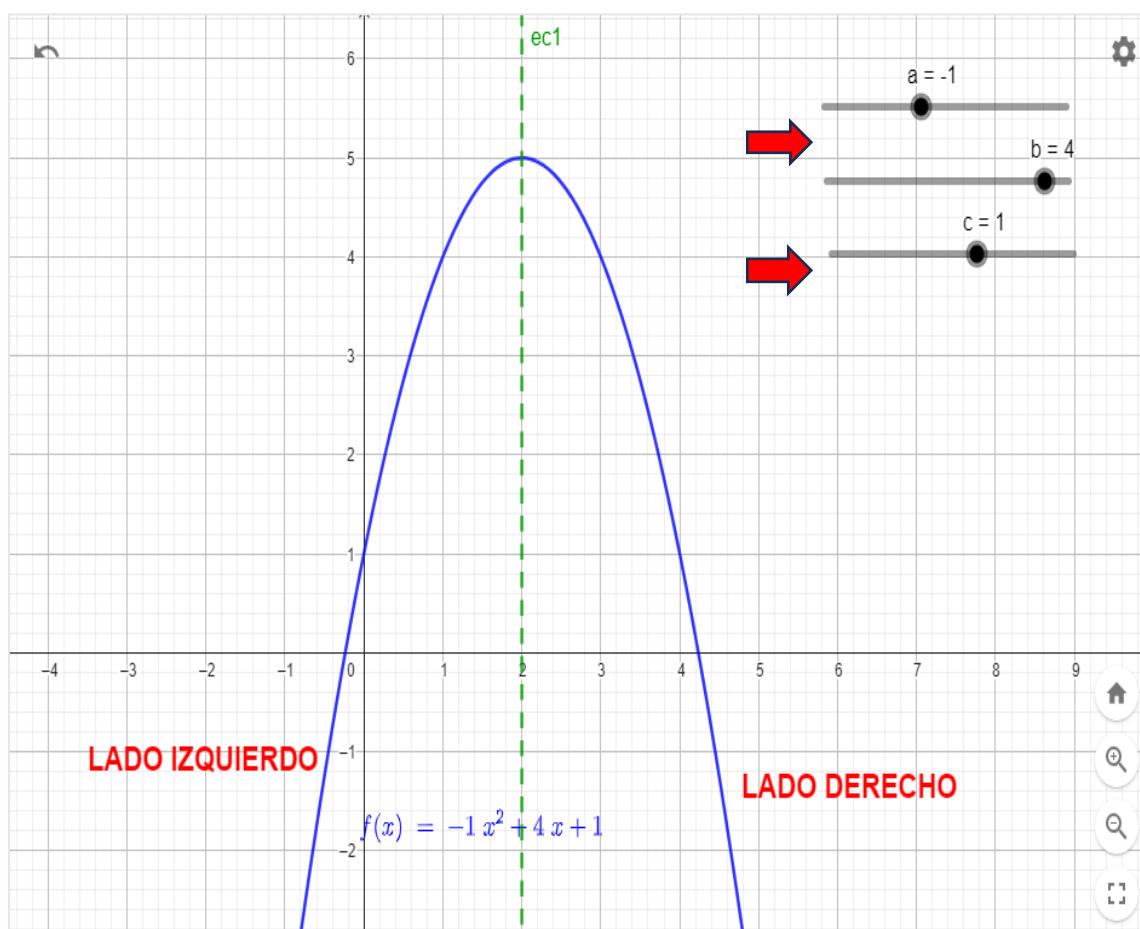
➤ Si $b > 0$ y $a > 0$, el vértice se desplaza hacia la izquierda.



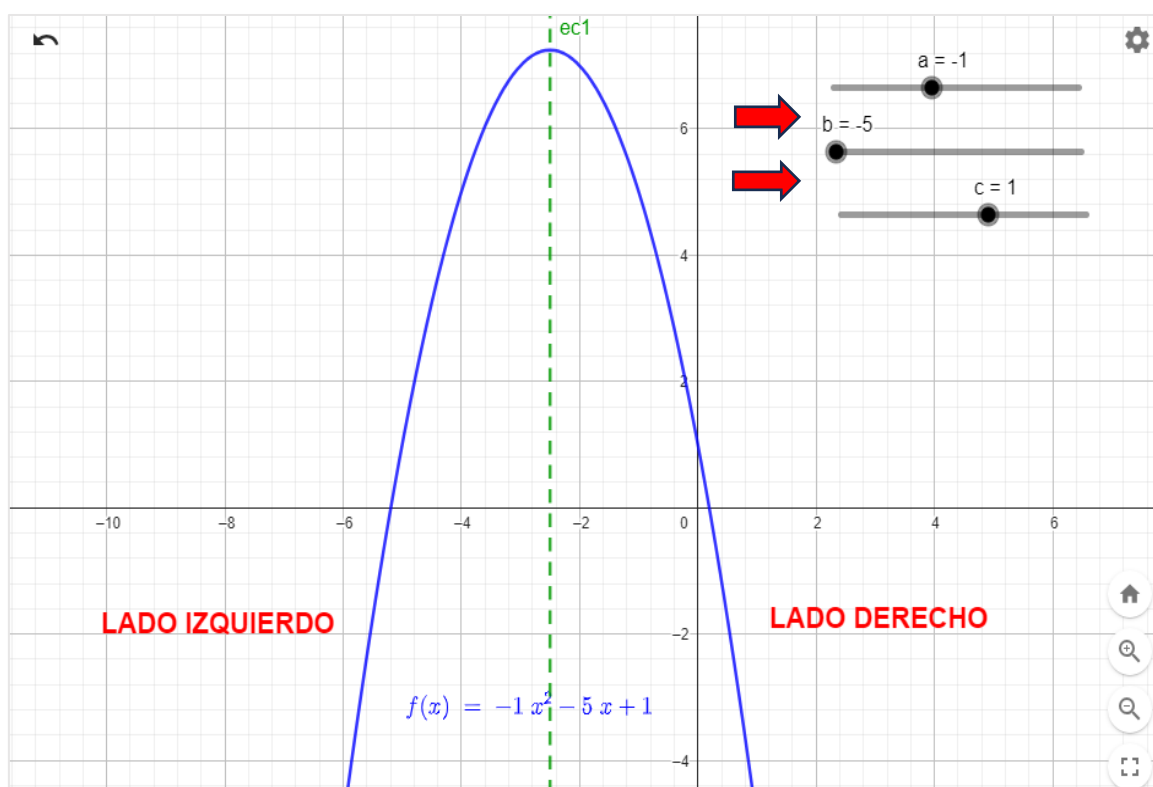
➤ Si $b < 0$ y $a > 0$, el vértice se desplaza hacia la derecha.



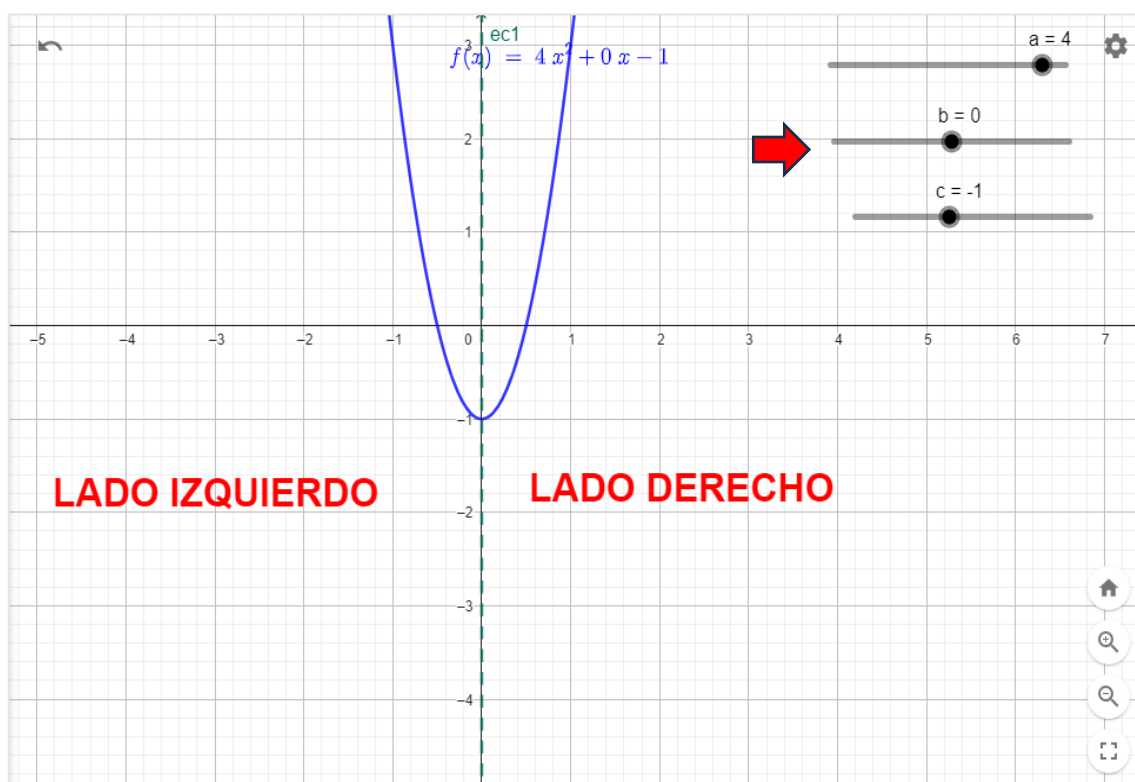
➤ Si $b > 0$ y $a < 0$, el vértice se desplaza hacia la derecha.



- Si $b < 0$ y $a < 0$, el vértice se desplaza hacia la izquierda.



- Si $b = 0$: el eje de simetría queda en y , la parábola es simétrica respecto al eje y .



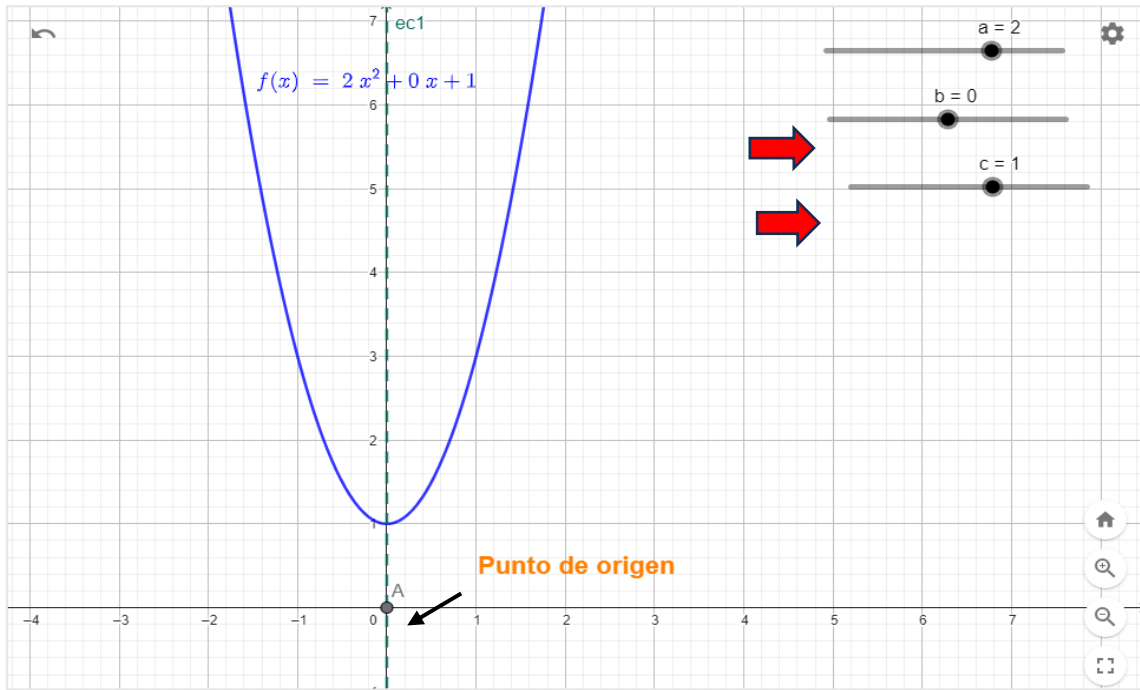
OJO: En todos los casos, la forma de la parábola no cambia, solo su posición horizontal.

c. ¿Qué pasa si cambio solo el valor de c ?

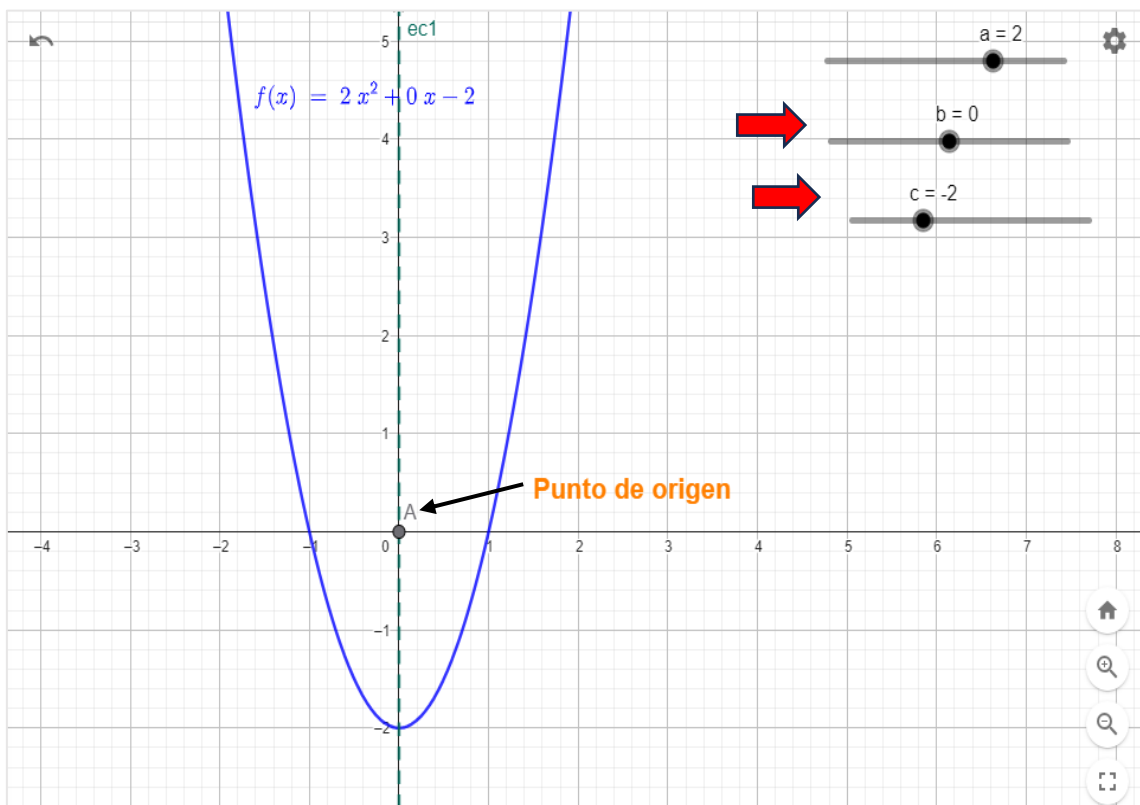
Respuesta: Cambia la altura del corte con el eje y .

Analizamos el caso de: $f(x) = ax^2 + c$

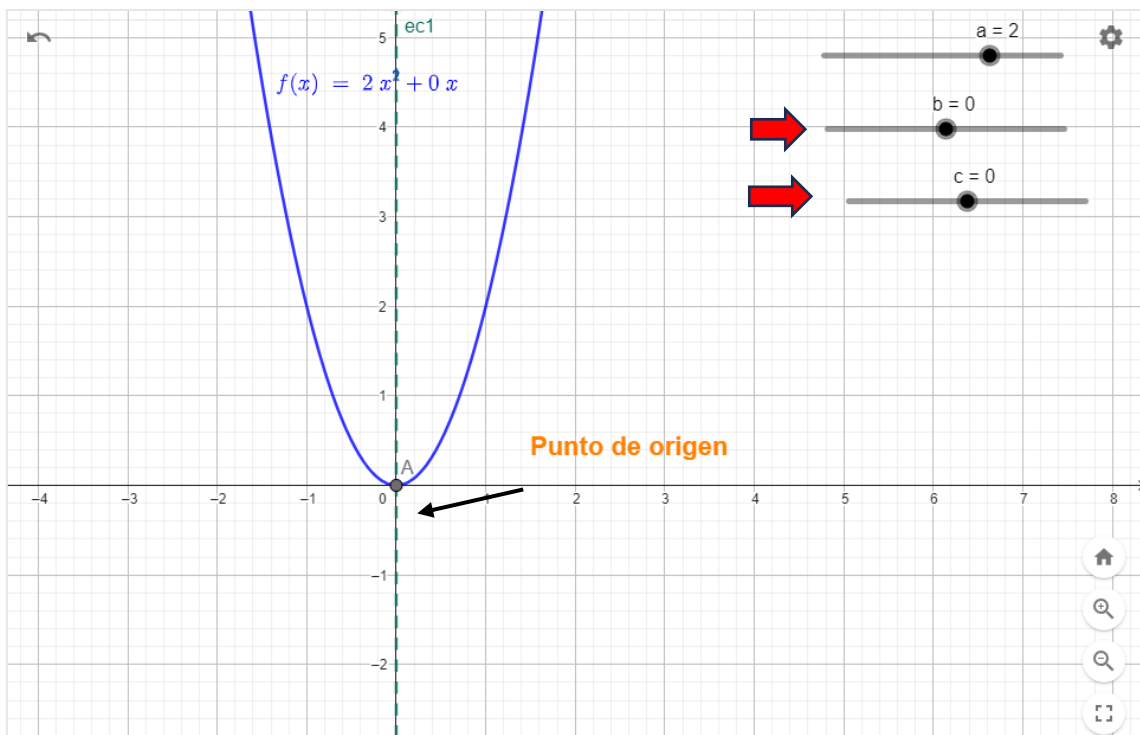
➤ Si $c > 0$: la parábola corta el eje por encima del origen.



➤ Si $c < 0$, la parábola corta el eje por debajo del origen.



- Si $c = 0$, la parábola pasa por el origen.



OJO: En todos los casos, el valor de c no cambia la forma de la parábola, solo su posición vertical.

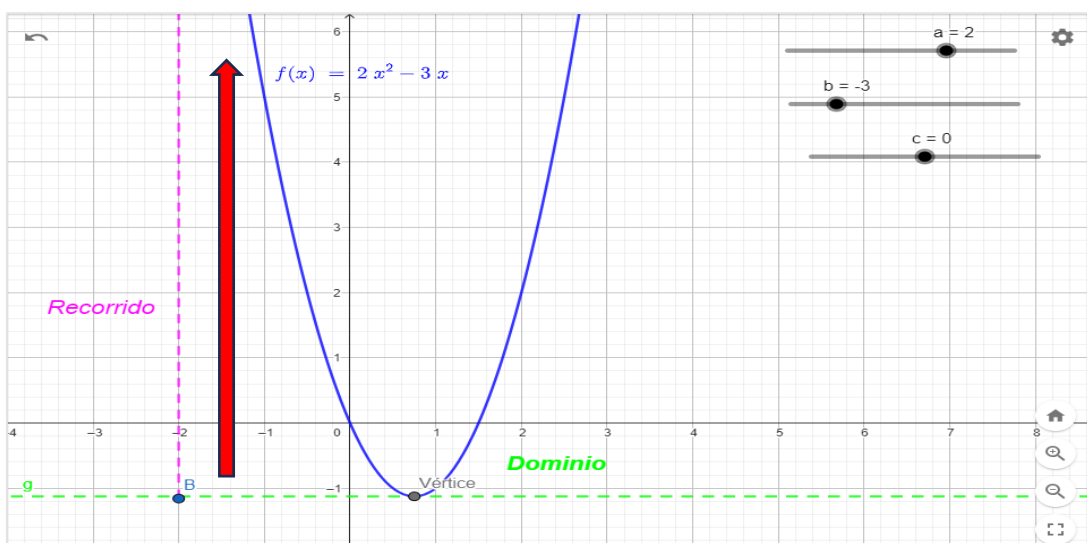
d. ¿Cuál es el dominio y el recorrido?

Dominio: $\mathbb{R}$ (todos los números reales).

Recorrido: Depende de hacia dónde se abre la parábola.

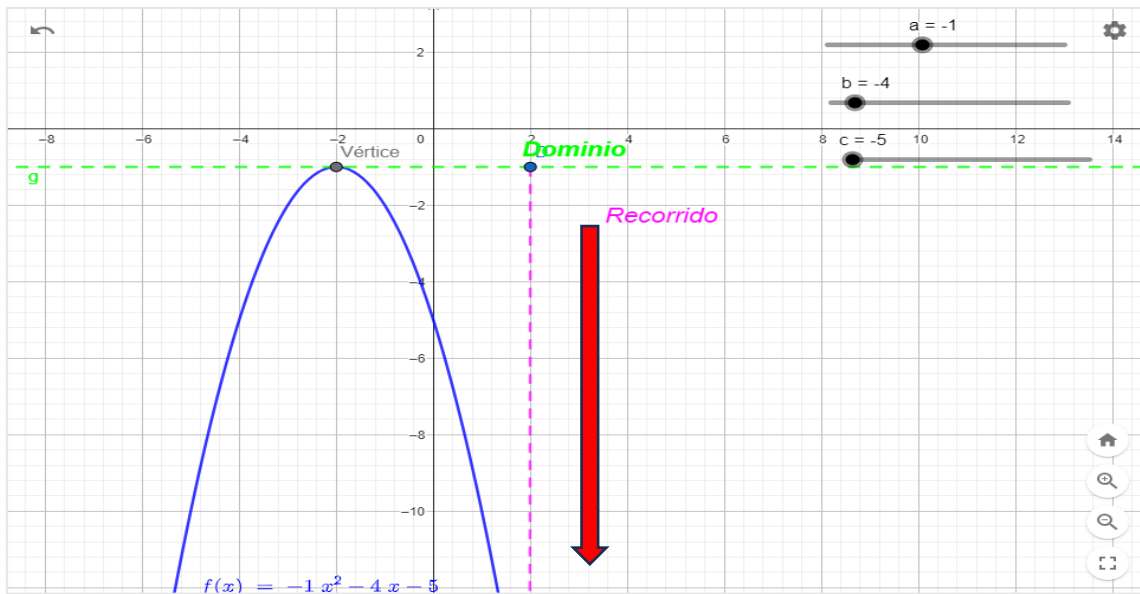
Si abre hacia arriba ($a > 0$) :

- El punto más bajo es el vértice (mínimo).
- Entonces, los valores del recorrido van desde: $[\text{vértice}, \infty)$.



Si abre hacia abajo ($a < 0$) :

- El punto más alto es el vértice (máximo).
- Entonces, los valores del recorrido van desde: $[vértice, -\infty)$.



LO QUE APRENDISTE EN ESTA ACTIVIDAD

✚ Una función cuadrática tiene la forma general:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

✚ El valor de a indica:

- Si la parábola se abre hacia arriba o hacia abajo (concavidad).
- Qué tan ancha o estrecha es la parábola.

✚ El valor de b afecta:

- La posición del vértice y el eje de simetría.

✚ El valor de c indica:

- El punto donde la parábola corta el eje y .

✚ El vértice se puede hallar con la fórmula:

$$V = \left(-\frac{2b}{a}, f\left(-\frac{2b}{a}\right) \right)$$

✚ El dominio de una función cuadrática es: $\mathbb{R}$ (todos los números reales)

✚ El recorrido depende de la dirección de la parábola:

- Si $a > 0$: EL recorrido es: $[vértice, \infty)$.
- Si $a < 0$: EL recorrido es: $[vértice, -\infty)$

✚ GeoGebra te permitió:

- Visualizar la parábola en tiempo real.
- Usar herramientas para marcar vértice, raíces, eje de simetría, etc.
- Entender cómo cambian los elementos al modificar los coeficientes a , b y c .

RECUERDA

✚ Si $a > 0$, la parábola tiene mínimo.

✚ Si $a < 0$, la parábola tiene máximo.

✚ Si $b = 0$, la parábola es simétrica respecto al eje y .

✚ Si $c = 0$, la parábola pasa por el origen.

EJERCICIO PARA EL ESTUDIANTE: ANALIZA UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA EN GEOGEBRA

Enunciado:

 Crea los deslizadores para a , b y c (valores de -5 a 5, con incremento de 1).

 Escribe la función:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Mueve los deslizadores y responde:

a. **Elige un valor para a , b y c .**

 ¿Cuál es la ecuación que obtuviste?

b. **¿Dónde corta la parábola en el eje y ?**

 Escribe las coordenadas del punto de intersección.

c. **¿Dónde corta la parábola en el eje x ?**

 Usa la herramienta de “Raíz” o la fórmula cuadrática para hallarlo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

d. **Cambia el valor de a para el valor 0.**

 ¿Qué sucede con la gráfica? ¿Sigues siendo una parábola? ¿Por qué?

e. **Cambia el valor de b a 0.**

 ¿Qué ocurre con el eje de simetría y la forma de la parábola?

f. **Elige un valor negativo para a .**

 ¿Qué ocurre con la orientación de la parábola? ¿Tiene un punto máximo o mínimo?

g. **Usa la herramienta "Extremos" para encontrar el vértice.**

 ¿Cuál es la coordenada del vértice?

h. **Analiza el recorrido de la parábola según el valor de a .**

 ¿El vértice representa un valor mínimo o máximo?

EJERCICIOS PRÁCTICOS DE GEOGEBRA DE GRADO TRES

Pedagógica: Resultados del Aprendizaje

El propósito de esta actividad es que los estudiantes:

- Visualicen el comportamiento de una función cúbica usando herramientas digitales interactivas como GeoGebra.
- Comprendan cómo los coeficientes a, b, c y d afectan la forma de la gráfica.
- Identifiquen elementos importantes de la función: raíces, extremos locales (máximo y mínimo), punto de inflexión, y su dominio y recorrido.
- Desarrollen habilidades de exploración y análisis al observar cómo cambia la gráfica al modificar los valores de los coeficientes.
- Relacionen la expresión algebraica con su representación gráfica.
- Apliquen el pensamiento crítico al describir e interpretar los cambios de crecimiento y decrecimiento en la función.

Conocimiento del contenido: Función cúbica

La función cúbica es una expresión algebraica de la forma:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Donde:

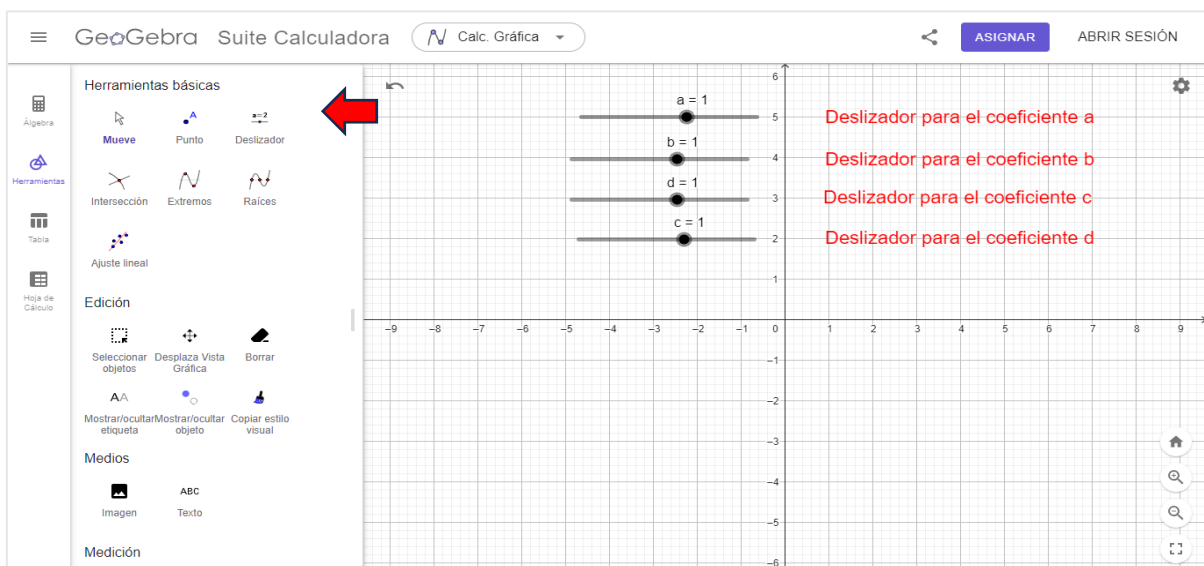
- a controla la forma general de la curva, la dirección (si crece o decrece) y la concavidad.
- b y c afectan la posición y la presencia de máximos y mínimos locales.
- d representa el valor en el que la curva corta el eje y (ordenada al origen).

Este tipo de función representa relaciones **no lineales** entre variables, y su gráfica tiene una forma curva que puede presentar **cambios de dirección**. A diferencia de la función lineal (que es una recta), la cúbica puede **cambiar de sentido**, tener **puntos de inflexión** y hasta **tres raíces reales**.

Aplicación: Representación Gráfica de la Función Cúbica

1. Crear los deslizadores

- Haz clic en el ícono de “Deslizador”.
- Da clic en un lugar vacío del gráfico.
- Asigna el nombre a, y configura el intervalo de -5 a 5 con incremento de 1 .
- Presiona “OK”.
- Repite el proceso para los deslizadores b, c y d.



2. Introducir la ecuación del polinomio

- Dirígete a la barra de entrada.
- Escribe la siguiente ecuación: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- Presiona Enter.

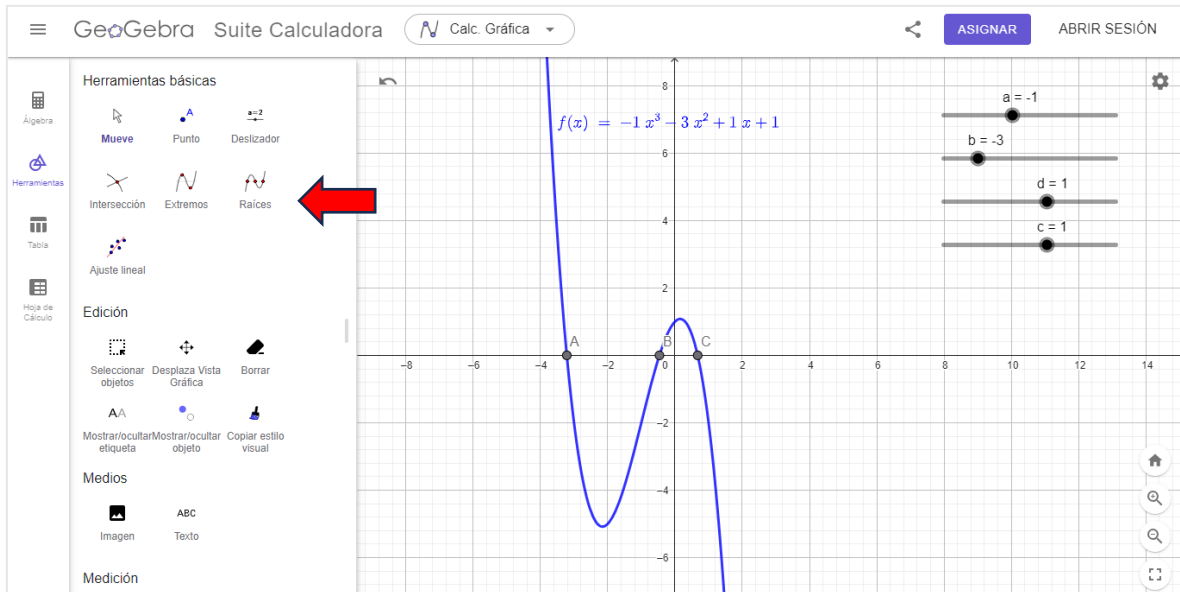


3. Generar elementos claves de la función

Con la gráfica activa, usa herramientas de GeoGebra o cálculos para mostrar:

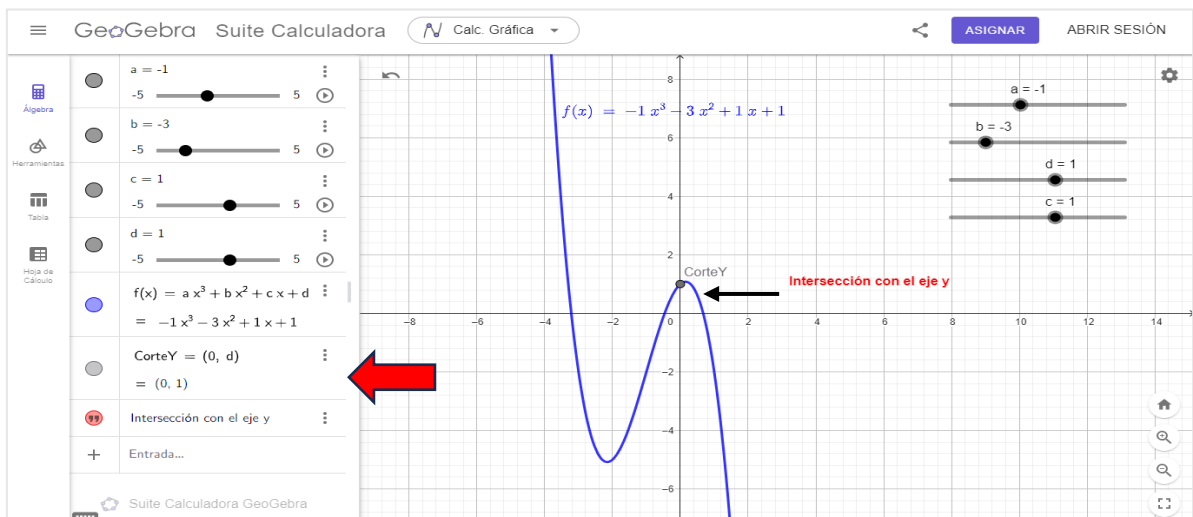
Raíces:

- Haz clic en la herramienta “Raíces”.
- Luego haz clic en la gráfica de la función cúbica.
- GeoGebra marcará automáticamente las raíces reales con puntos visibles sobre el eje x.



Intersección con el eje y:

- Haz clic en la herramienta “Intersección”.
- Haz clic en la curva y luego en el eje y.
- GeoGebra generará el punto de intersección automáticamente.
- O puede utilizar la siguiente fórmula: $CorteY = (0, d)$



Extremos locales:

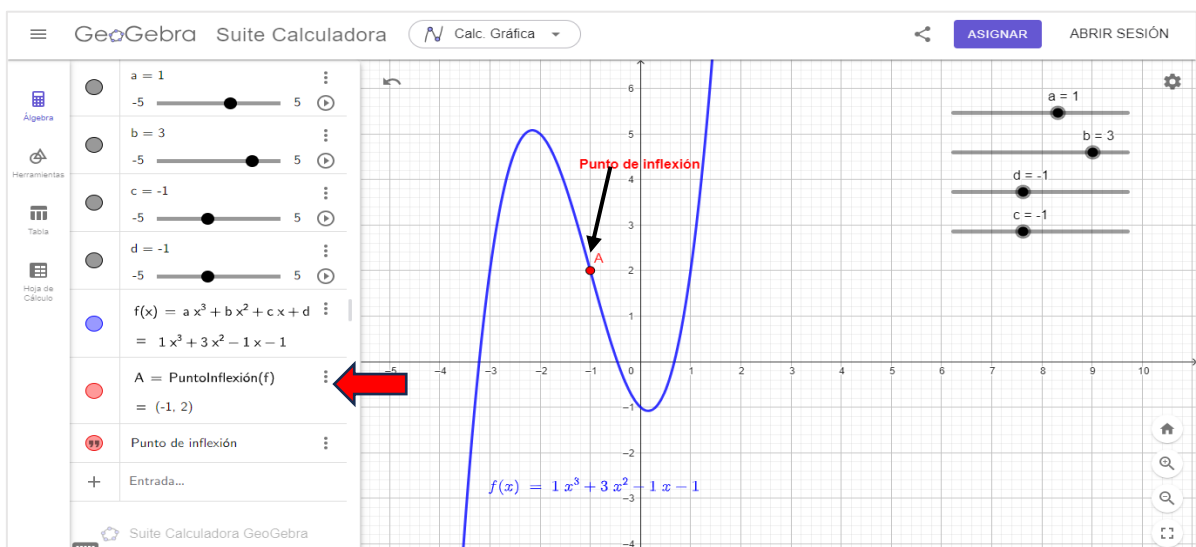
- Haz clic en la herramienta “Extremos”.
- Luego haz clic en la curva de la función cúbica.
- GeoGebra marcará los puntos de los extremos mínimo y máximo si existen.



Punto de inflexión:

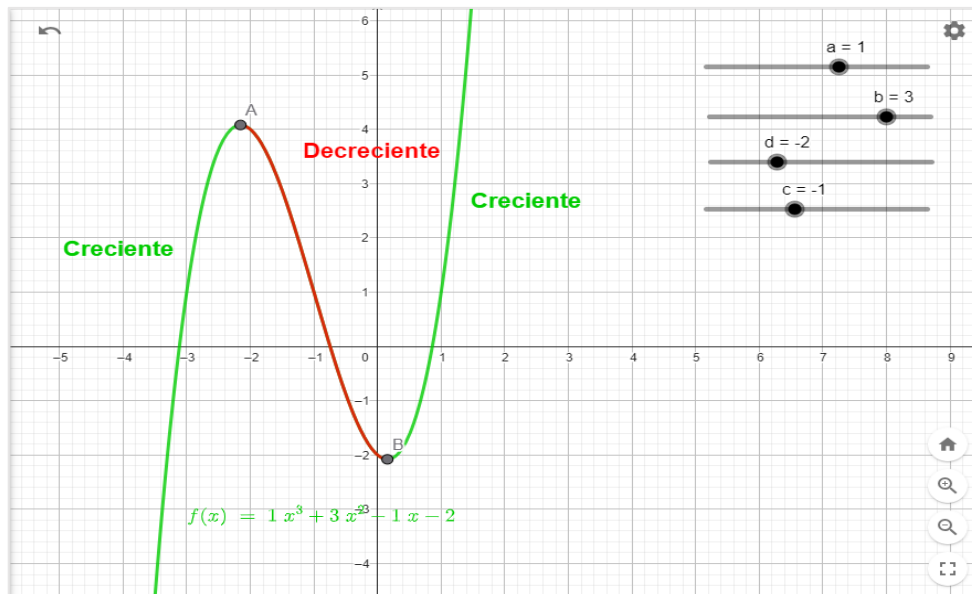
- Ve a la barra de entrada.
- Escribe el comando: $\text{PuntoInflexión}[f]$
- Presiona Enter.
- GeoGebra marcará el punto donde cambia la concavidad.
- O puedes utilizar la siguiente fórmula:

$$\text{PuntoInflexión} = \left(\left(-\frac{b}{3a} \right), f\left(-\frac{b}{3a} \right) \right)$$



Intervalo de crecimiento y decrecimiento:

- **Creciente en:** $(-\infty, A) \cup (B, +\infty)$
- **Decreciente en:** (A, B)

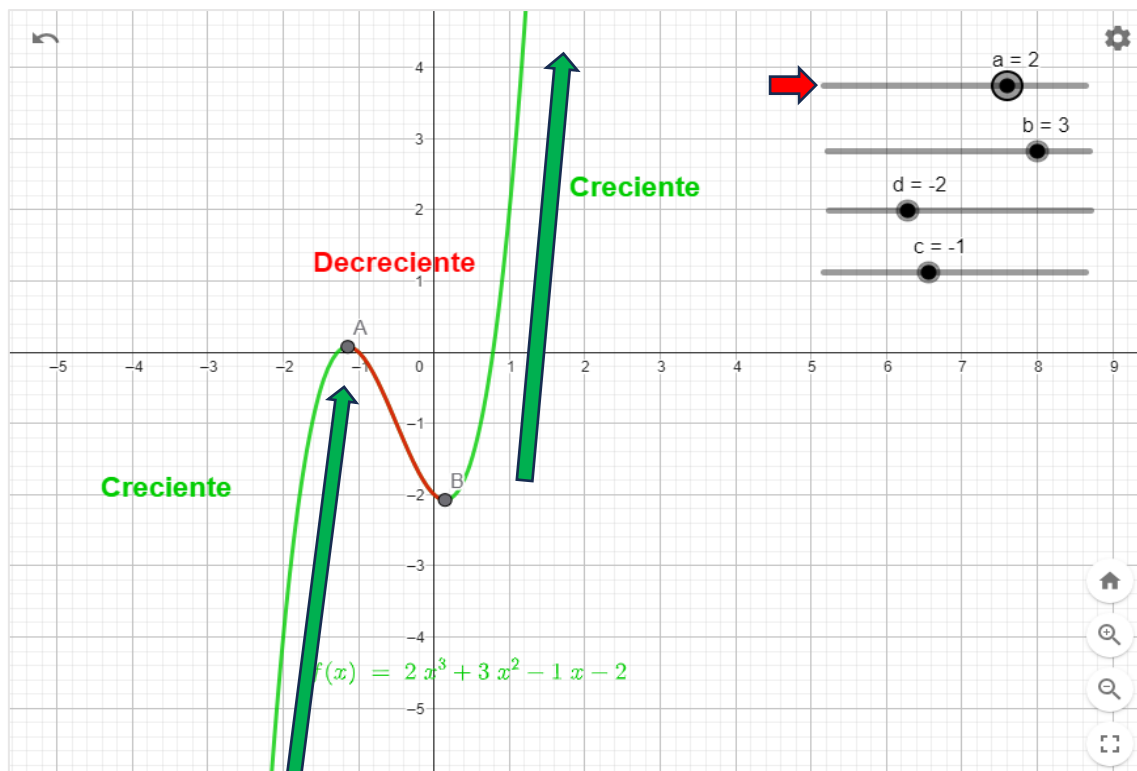


4. Analizar la función

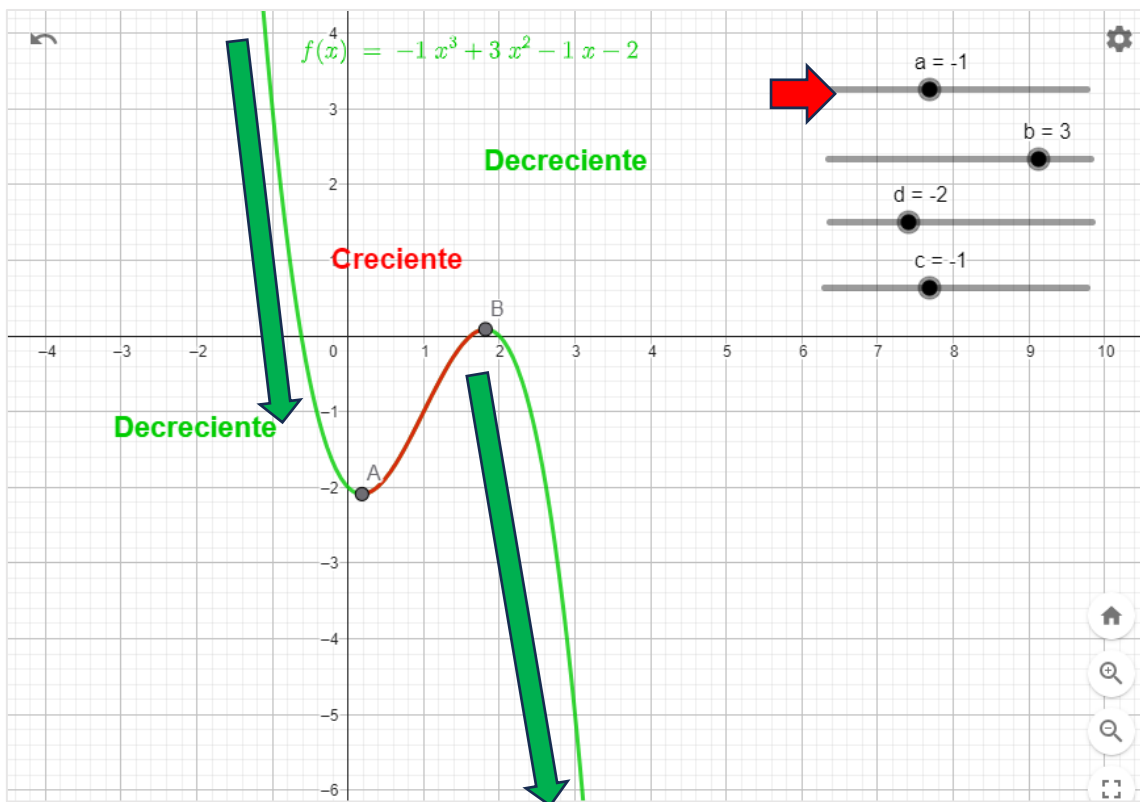
a. ¿Qué pasa si cambio solo a?

Respuesta: Cambia la forma general de la curva (apertura y orientación).

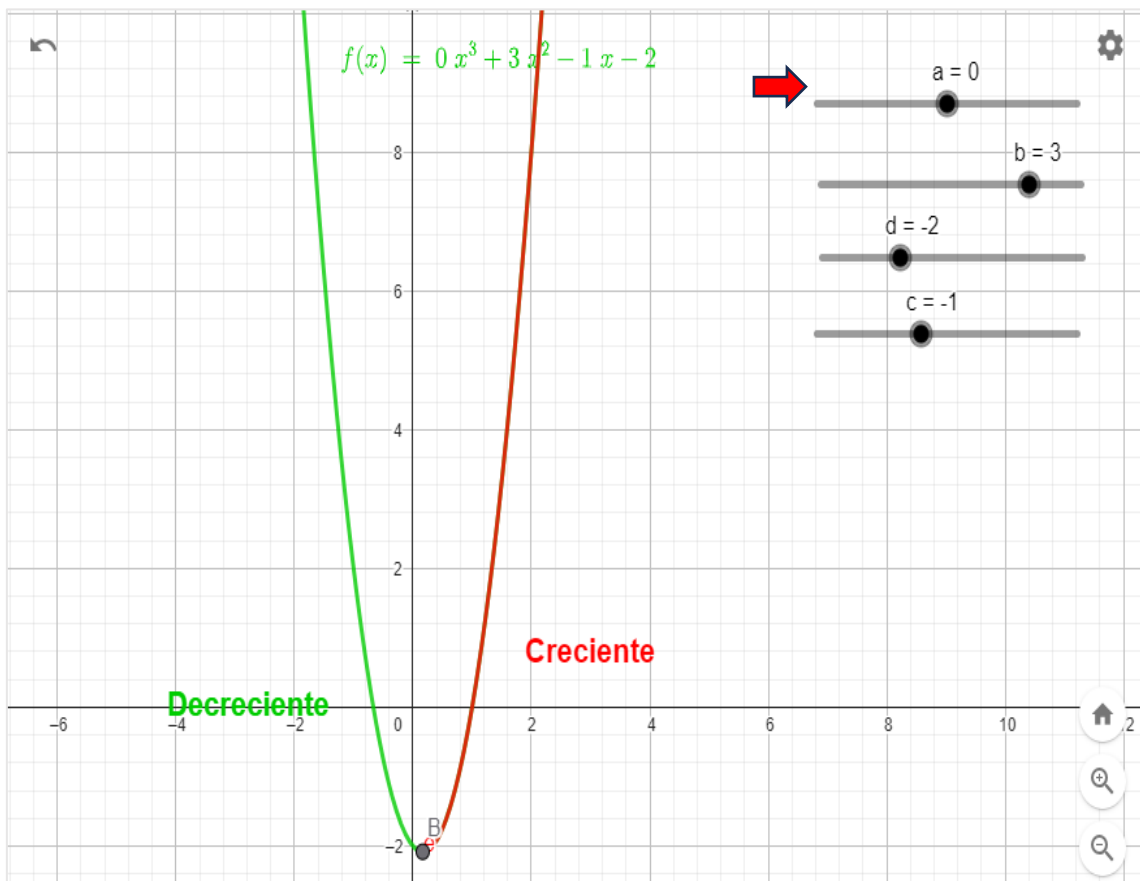
- Si $a > 0$, la gráfica empieza abajo y termina arriba.



➤ Si $a < 0$, la gráfica empieza arriba y termina abajo.



➤ Si $a = 0$, la función ya no es cúbica y se transforma en una función cuadrática.

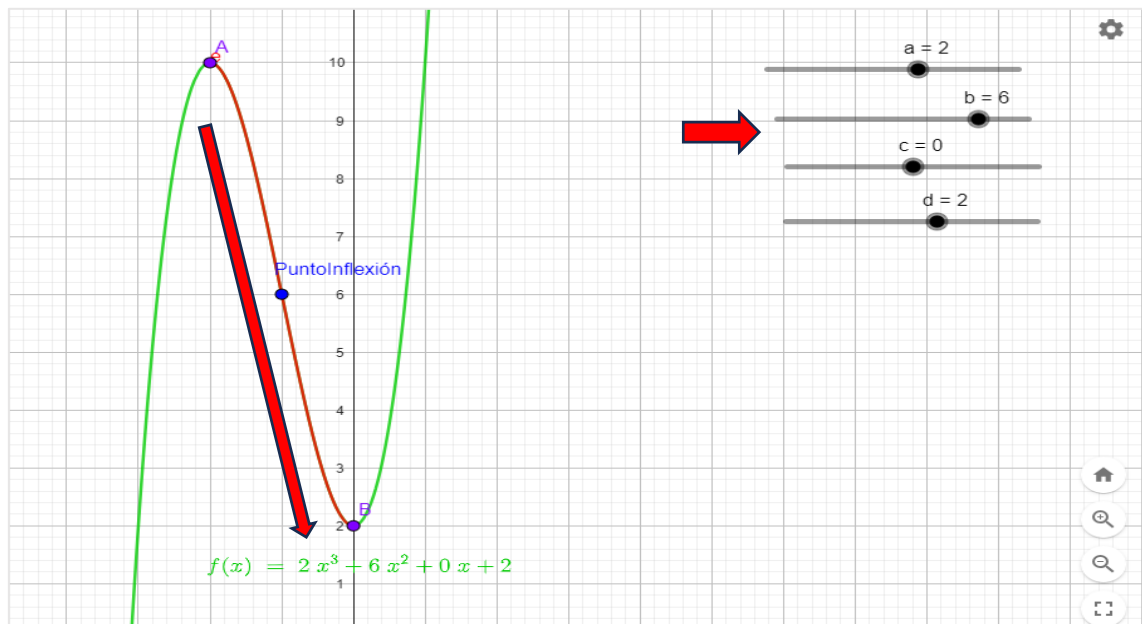


b. ¿Qué pasa si cambio b?

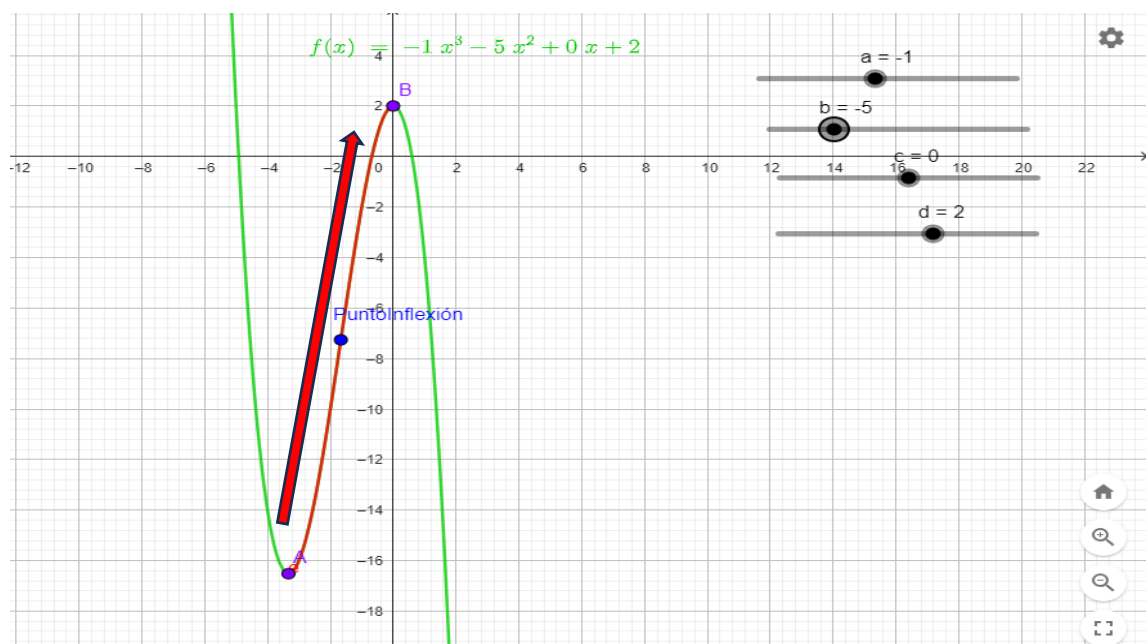
Respuesta: Cambia la posición de los extremos locales (máximo y mínimo) y modifica la curvatura de la función.

Analicemos el caso de: $f(x) = ax^3 + bx^2 + d$

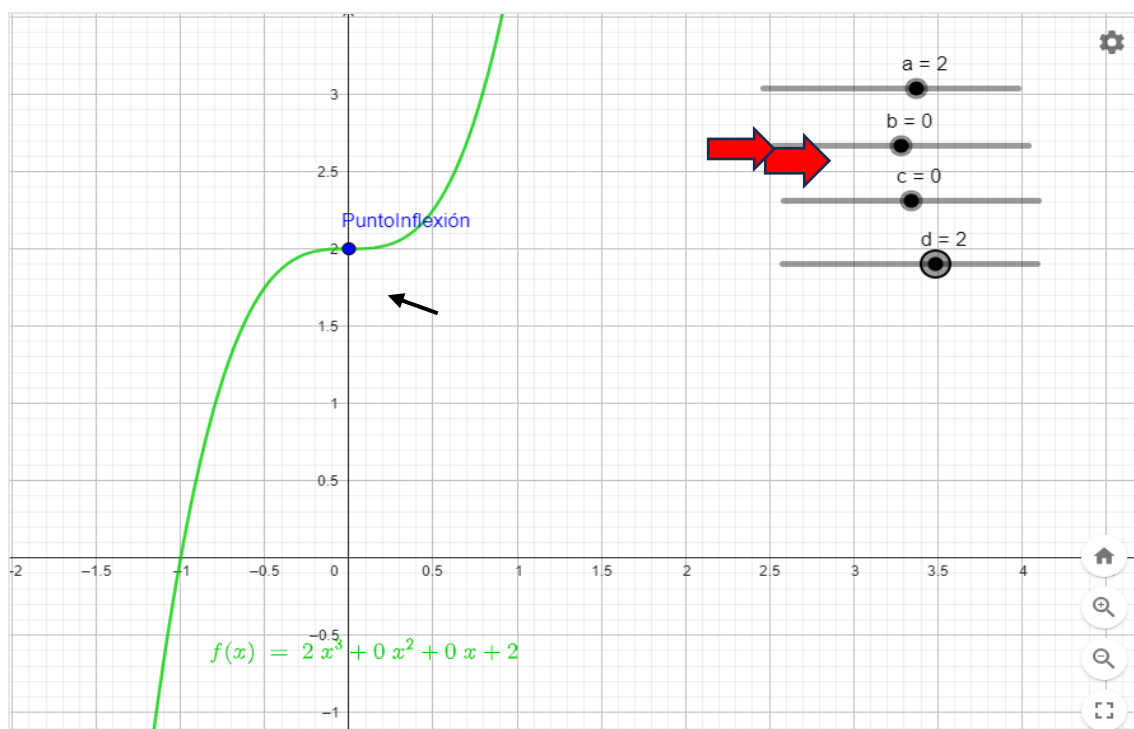
- Si $b > a > 0$, a mayor valor b el tramo decreciente se vuelve más pronunciado, desplazando el punto de inflexión y acentuando el comportamiento curvo de la función cúbica.



- Si $b < a < 0$, a menor valor b el tramo creciente se vuelve más pronunciado, desplazando el punto de inflexión y acentuando el comportamiento curvo de la función cúbica.



- Si $b = 0$, la función cúbica pierde su curvatura doble (es decir, no tiene máximos ni mínimos locales), con un único punto de inflexión que es igual a el valor de d .

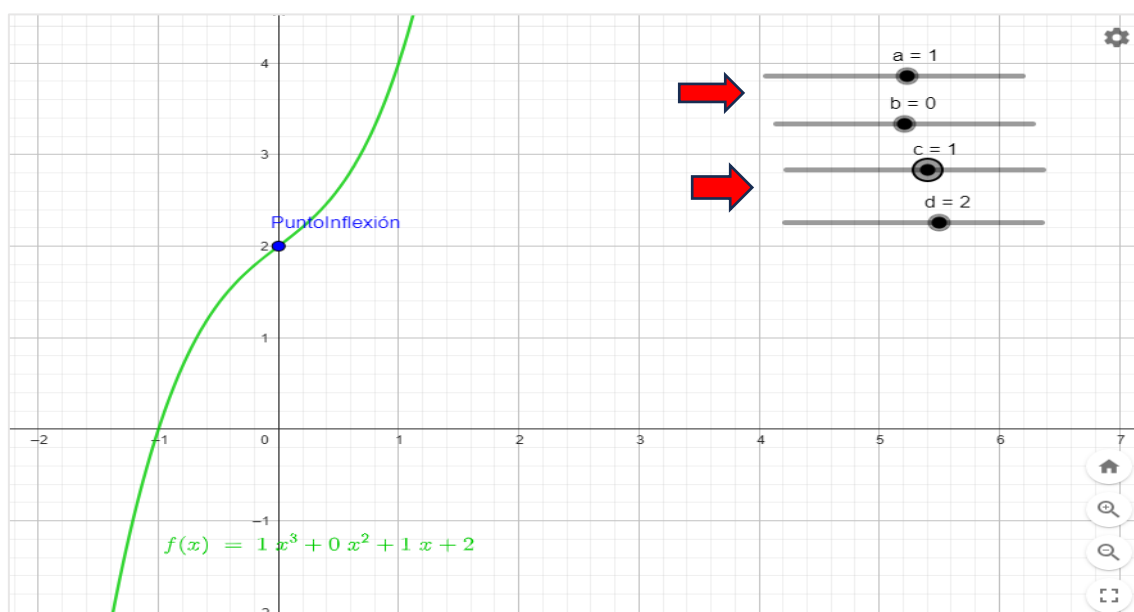


c. ¿Qué pasa si cambio solo el valor c ?

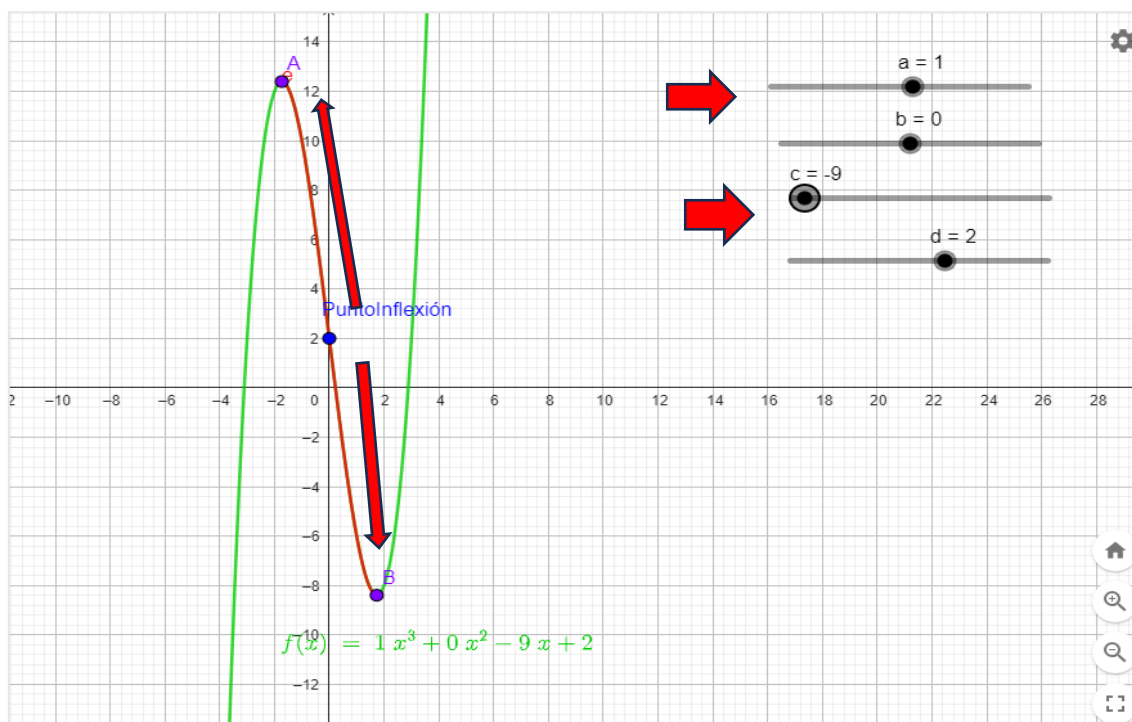
Respuesta: El coeficiente c afecta la forma general de la curva en su parte central.

Analicemos el caso de: $f(x) = ax^3 + cx + d$

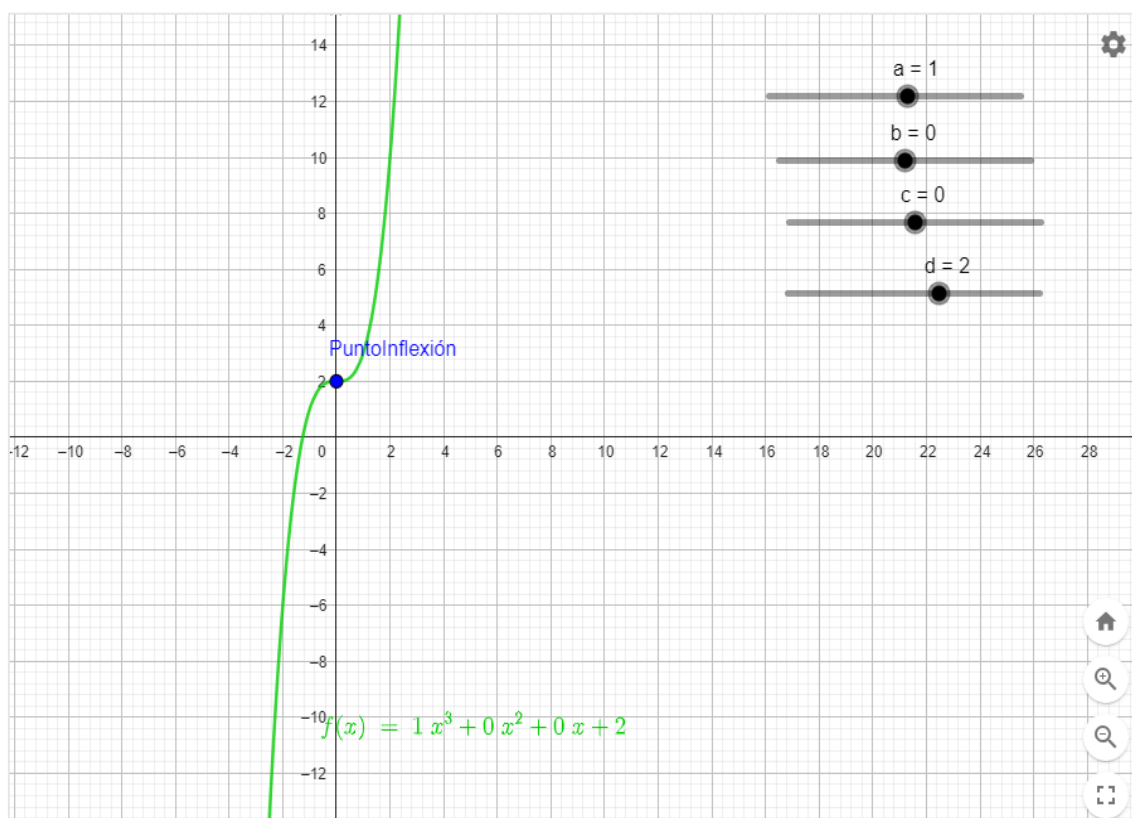
- Si $c > a > 0$, la función no tiene extremos locales y presenta un único punto de inflexión.
- La función es estrictamente creciente.



- Si $c < 0$ y $a > 0$, a medida que c tome valores negativos, el valor absoluto de los extremos locales aumenta, acentuando la diferencia entre los máximos y mínimos relativos.

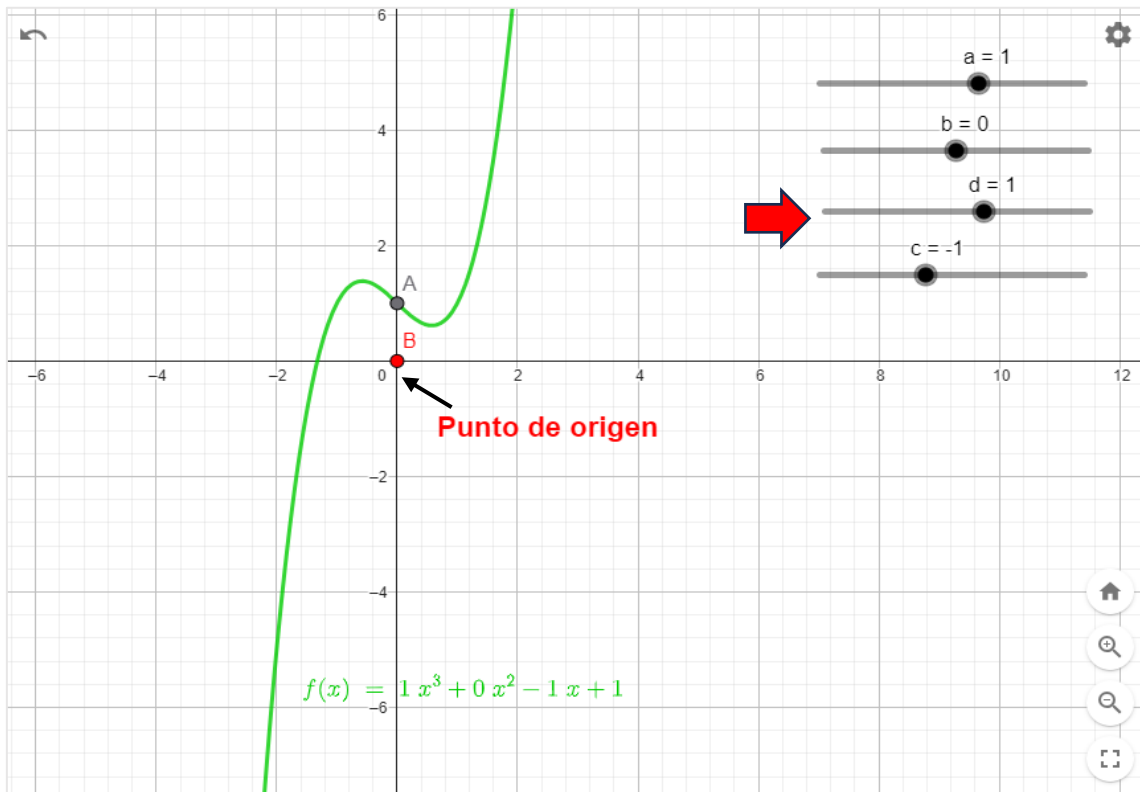


- Si $c > 0$, la función cúbica pierde su curvatura doble (es decir, no tiene máximos ni mínimos locales), con un único punto de inflexión que es igual al valor de d .

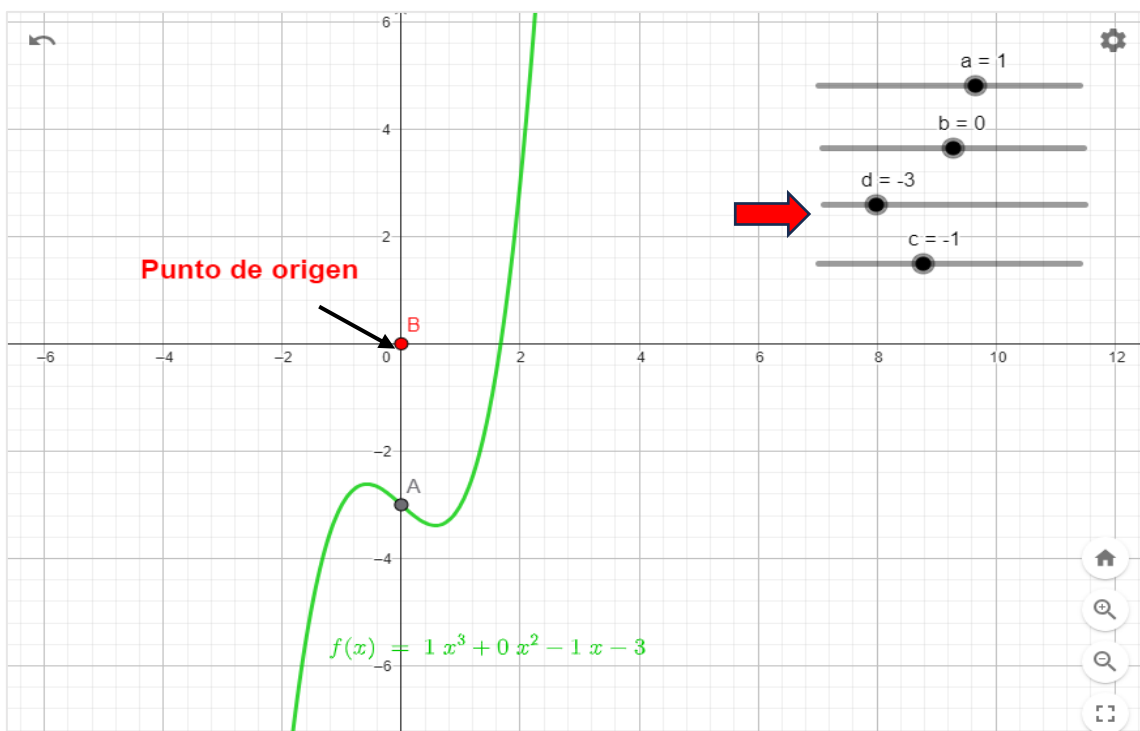


d. ¿Qué pasa si cambio solo el valor de d?

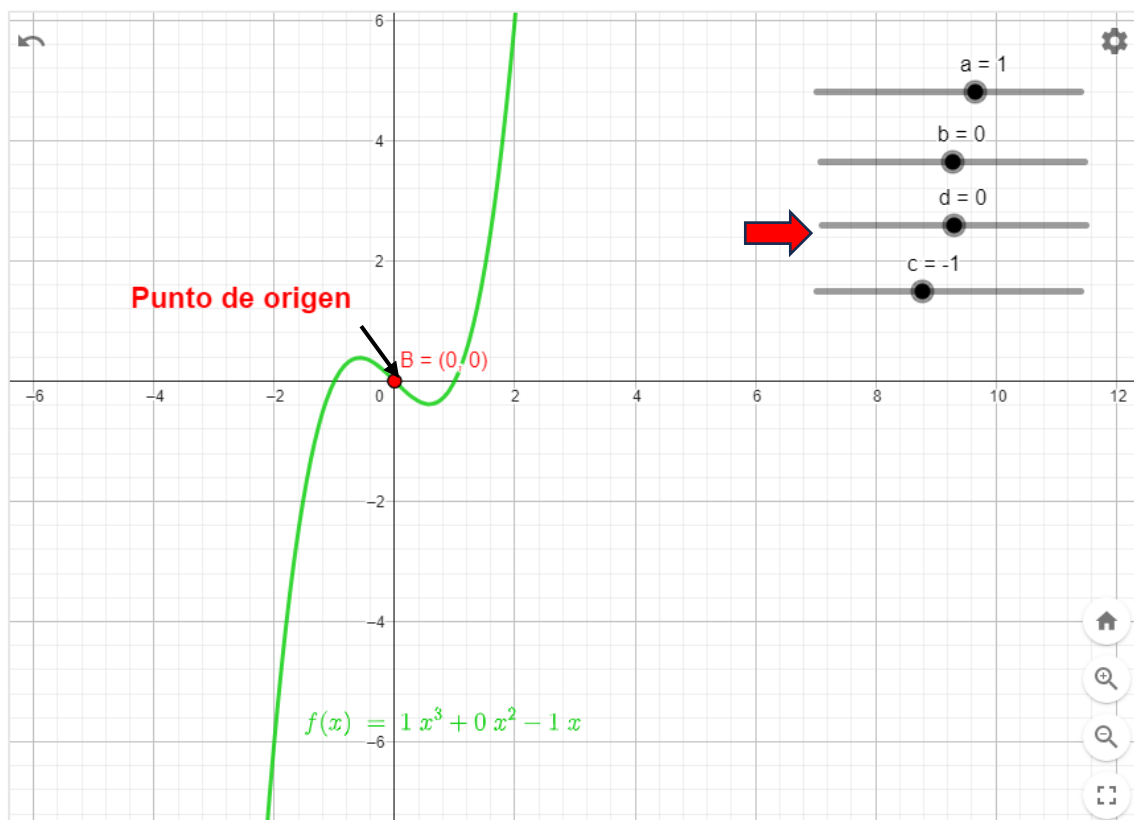
- Si $d > 0$, La función se desplaza hacia arriba, es decir, que el punto de intersección con el eje y está por encima del origen



- Si $d < 0$, la función se desplaza hacia abajo, es decir, el corte con el eje y se encuentra por debajo del origen.



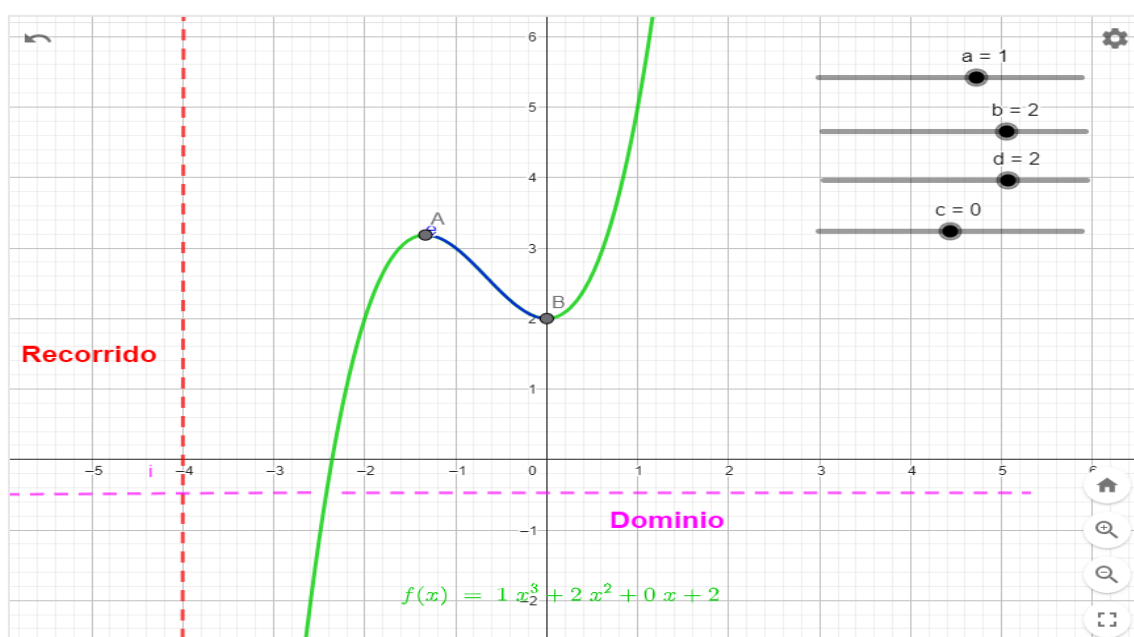
- Si $d = 0$, la función pasa por el origen $(0,0)$, es decir, que el punto de intersección con el eje y es el mismo que el origen.



e. ¿Cuál es el dominio y el recorrido?

Respuesta: La función cúbica está definida para todos los valores reales de X y Y

- **Dominio:** $\mathbb{R}$ (todos los números reales)
- **Recorrido:** $\mathbb{R}$ (todos los números reales)



LO QUE APRENDISTE EN ESTA ACTIVIDAD

- ✚ Una función cúbica tiene la forma general:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

- ✚ El coeficiente a define la forma general y la orientación de la curva.
- ✚ El coeficiente b influye en la ubicación de los extremos locales.
- ✚ El coeficiente c afecta la pendiente local en torno al origen.
- ✚ El coeficiente d indica el punto donde la curva corta el eje y .
- ✚ El dominio y recorrido de una función cúbica son: $\mathbb{R}$ (todos los números reales)
- ✚ El punto de inflexión se puede calcular con:

$$\text{PuntoInflexión} = \left(-\frac{b}{3a}\right), f\left(\left(-\frac{b}{3a}\right)\right)$$

- ✚ GeoGebra permite:

- Visualizar en tiempo real el comportamiento de la función.
- Explorar cómo cambian las curvas al modificar los valores de a , b , c , y d .
- Utilizar herramientas como extremos, raíces, y punto de inflexión.
- Colorear segmentos para analizar crecimiento y decrecimiento.

RECUERDA

- ✚ Si $a > 0$, la función empieza abajo y termina arriba.
- ✚ Si $a < 0$, la función empieza arriba y termina abajo.
- ✚ Si $b = 0$, es posible que no existan extremos locales.
- ✚ Si hay dos extremos locales, la función tendrá una parte decreciente entre ellos y creciente antes y después.
- ✚ El punto de inflexión indica dónde cambia la curvatura (de cóncava a convexa, o viceversa).

EJERCICIO PARA EL ESTUDIANTE: ANALIZA UNA FUNCIÓN CÚBICA EN GEOGEBRA

Enunciado:

 Crea los deslizadores para a, b, c y d (de -5 a 5), con incremento de 1.

 Escribe la función:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Mueve los deslizadores y responde:

a. **Elige valores para a, b, c y d.**

 ¿Cuál es la ecuación que obtuviste?

b. **¿Dónde corta la curva el eje y?**

 Escribe las coordenadas del punto de intersección.

c. **¿Dónde corta la curva el eje x?**

 Usa la herramienta de “raíz” para hallarlas.

d. **Usa la herramienta “Extremos”.**

 ¿La función tiene máximos o mínimos locales?

 Escribe sus coordenadas.

e. **Cambia el valor de a para el valor de 0.**

 ¿Qué tipo de función obtienes? ¿Cómo cambia la gráfica?

f. **Usa la fórmula del punto de inflexión:**

$$PuntoInflexión = \left(-\frac{b}{3a}\right), f\left(\left(-\frac{b}{3a}\right)\right)$$

 Grafica el punto en GeoGebra. ¿Qué notas sobre la curvatura?

g. **Observa los tramos donde la función crece o decrece.**

 Marca y colorea cada segmento en diferentes colores.

LABORATORIO VISUAL: EXPERIMENTA CON EL GRADO n



¡Bienvenido al laboratorio de gráficas! Aquí no tienes que calcular nada, solo observa. Usa el deslizador para cambiar el grado del polinomio y disfruta viendo cómo la curva cobra vida. Mira cómo se deforma, cuántas veces corta el eje x , si sube, baja, si tiene simetría o si cambia de dirección. Este espacio es solo para mirar y pensar.

1. Crear los deslizadores

- Haz clic en el ícono de "Deslizador".
- Haz clic en la vista gráfica para colocarlo.

En la ventana que aparece:

Nombre: Escribe n

Mínimo: 1

Máximo: 8 (o más si deseas)

Incremento: 1

- Clic en Aceptar.

OJO: Fija el deslizador para que solo tome valores enteros.

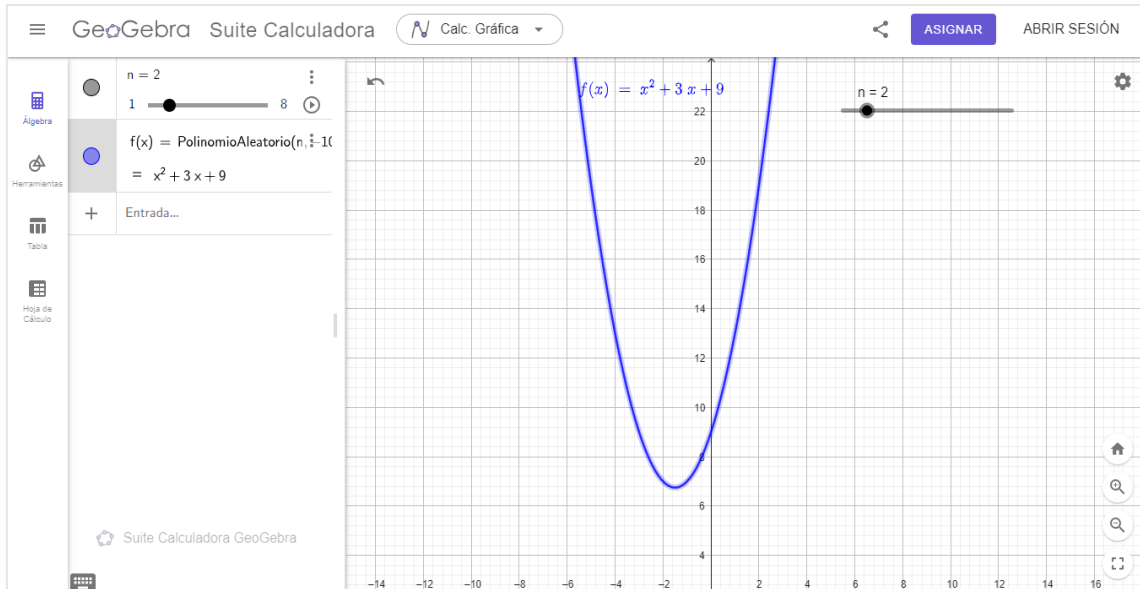


2. Introducir la ecuación del polinomio

- Ve a la barra de entrada.
- Escribe este comando exactamente:

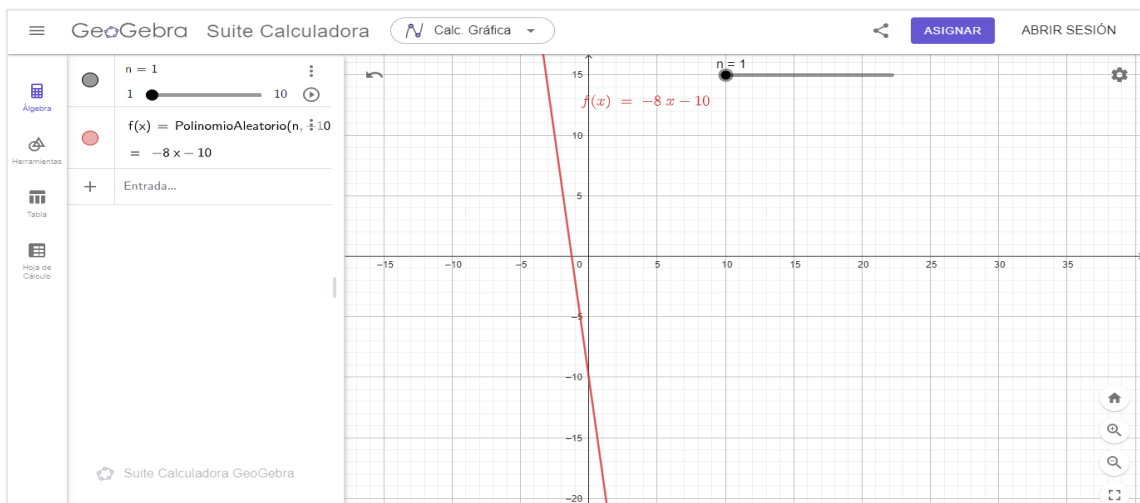
$$f(x) = \text{PolinomioAleatorio}[n, -10, 10]$$

- Esto generará una función polinomial de grado (n) con coeficientes entre -10 y 10.
- Presiona Enter y se mostrará la gráfica.



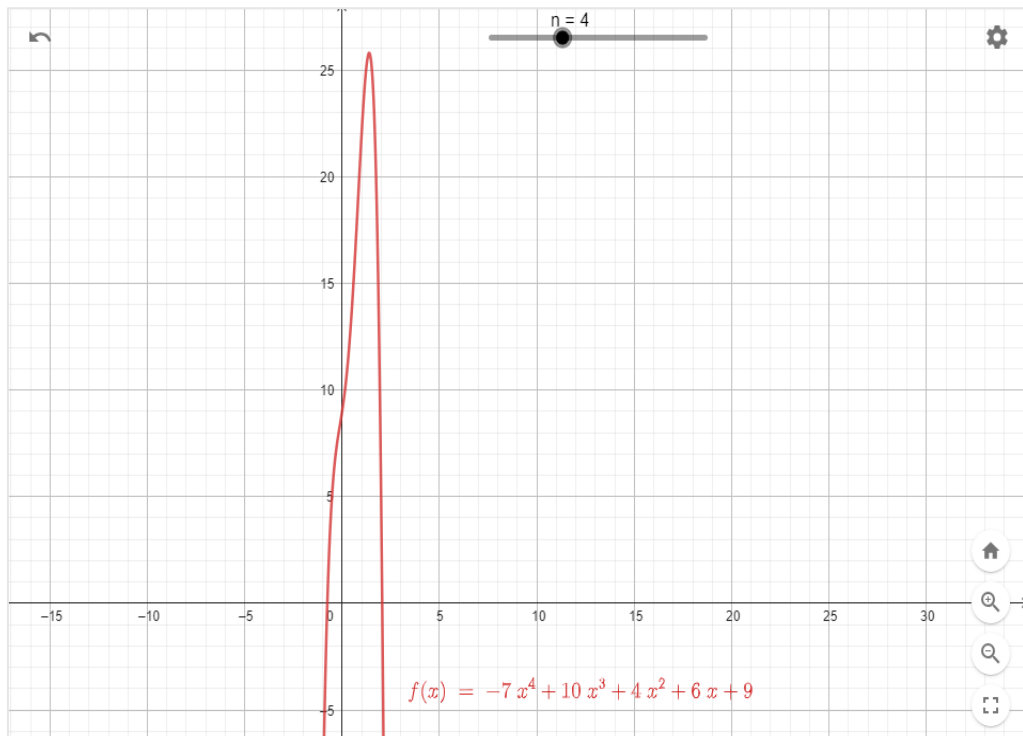
3. ¿Cómo funciona?

- Cada vez que cambies el valor del deslizador "n", GeoGebra generará una nueva función aleatoria con ese grado (n).
- La gráfica se actualizará automáticamente.
- Solo debes observar cómo cambia la forma de la curva, el número de raíces, la simetría, etc.

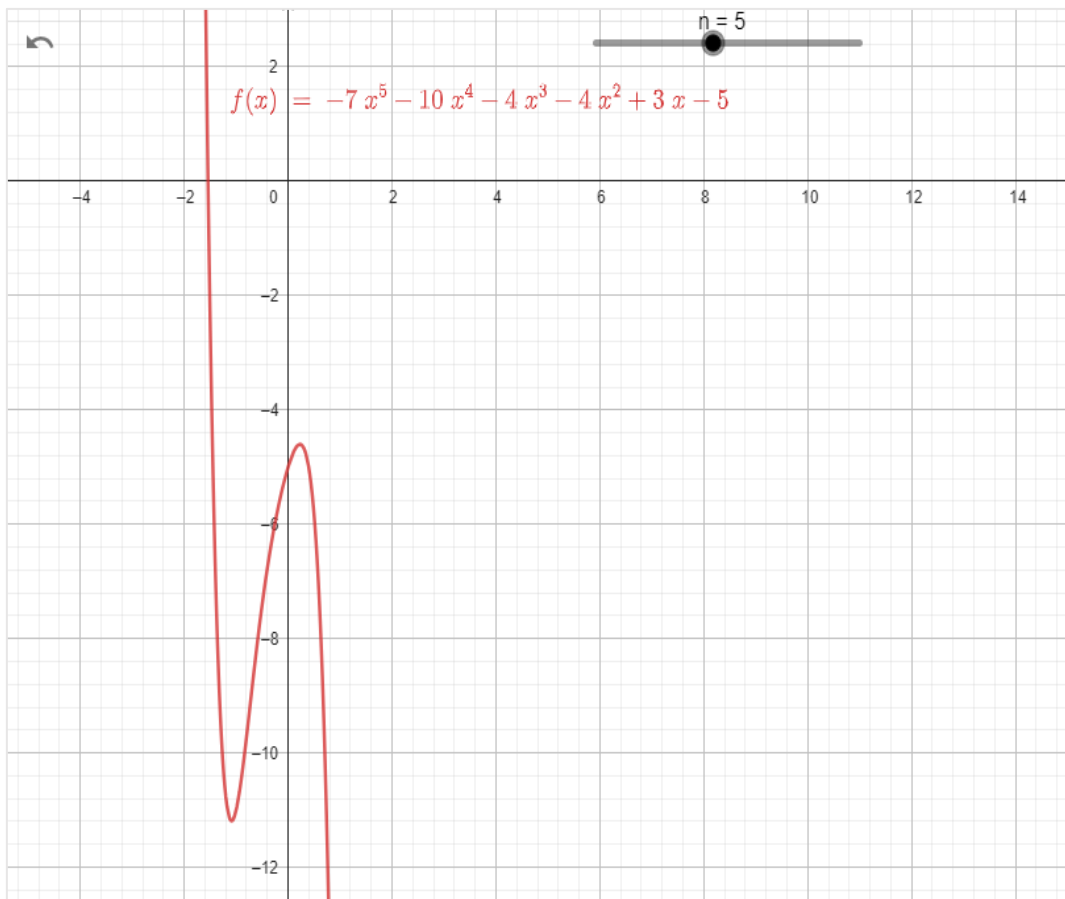


EJEMPLOS

➤ Función polinomial de 4 grado



➤ Función polinomial de 5 grado



➤ Función polinomial de 6 grado



4. Tabla de observación: Exploración de funciones polinomiales de grado n

➤ Ajusta el deslizador para cambiar el grado del polinomio. Observa la gráfica generada automáticamente y completa la tabla según lo que ves.

Grado n	¿Tiene simetría?	¿Cuántas raíces se ven?	¿Extremos locales? (máx/mín)	¿Tiene punto de inflexión?	Observaciones generales
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

5. Cierre del tema: Funciones polinomiales de grado n

- En este recorrido exploramos cómo el grado de una función polinomial afecta la forma de su gráfica. A medida que subimos de grado, notamos más raíces, más curvas, más complejidad... ¡y también más belleza matemática!
- Al usar GeoGebra, tu papel fue el de un observador curioso: controlaste el grado, viste aparecer curvas nuevas, descubriste simetrías y reconociste cómo cambian los extremos.
- Este laboratorio visual no tenía cálculos: solo necesitabas tu atención, tus preguntas y tu capacidad de observar patrones.

CONCLUSIONES

- Las funciones polinomiales son un concepto fundamental en el estudio de las matemáticas, especialmente en el ámbito de la algebra y el cálculo. A través de esta guía, hemos explorado los aspectos esenciales de las funciones polinomiales, desde su definición y propiedades hasta la manera de graficarlas y analizarlas utilizando la herramienta GeoGebra. Este enfoque no solo facilita la comprensión teórica de las funciones polinomiales, sino que también permite a los estudiantes interactuar de manera visual con los conceptos, ayudándolos a visualizar cómo los cambios en los coeficientes y el grado de un polinomio afectan su gráfico.
- Las funciones polinomiales, tanto de grado 1 como de grados superiores, presentan características distintas que los estudiantes deben aprender a identificar y analizar. Por ejemplo, los polinomios de grado 1 producen gráficos lineales, mientras que los polinomios de grado 3 o más complejos crean curvas con múltiples puntos de intersección, máximos y mínimos. Estos comportamientos, que a primera vista pueden parecer complicados, se simplifican cuando se utilizan herramientas como GeoGebra, que permiten a los estudiantes observar de forma dinámica cómo varían las gráficas al modificar los parámetros de las ecuaciones.
- Además, la herramienta GeoGebra ofrece un entorno interactivo en el que los estudiantes pueden no solo graficar polinomios, sino también experimentar con deslizadores que les permiten manipular coeficientes y observar los efectos en tiempo real. Esto fortalece su comprensión al conectar los conceptos abstractos con una experiencia visual concreta. Los ejercicios prácticos incluidos en la guía proporcionan a los estudiantes oportunidades para aplicar estos conocimientos y desarrollar habilidades en la resolución de problemas, tanto de forma analítica como visual.
- El análisis de las raíces, los puntos de máximo y mínimo, y el comportamiento de las funciones en los extremos es crucial para la resolución de ecuaciones polinómicas y la comprensión de las características de los gráficos. Además, con la ayuda de GeoGebra, los estudiantes pueden experimentar con la derivada de una función para identificar los puntos donde la función cambia de dirección, lo que refuerza su comprensión de conceptos de cálculo básico, como los extremos relativos.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, F. J. (2020). *Estudio de la enseñanza de la lectoescritura desde un enfoque constructivista*. España: Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://accedacris.ulpgc.es/bitstream/10553/76486/2/Estudiodelaensen%CC%83anza.pdf>
- Amaya, D., y Yáñez, M. (2021). Las TIC en el aprendizaje de la matemática en bachillerato. *Polo del conocimiento*, 6(2). <https://doi.org/10.23857/pc.v6i2.2290>
- Arroyo, E. O. (2022). *Conocimientos del Modelo TPACK Desarrollados por Docentes de Matemáticas en un Taller de Simulaciones en Geogebra*. Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, México. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/bitstream/20.500.11845/3413/1/Arroyo%2C%20E.%20%282022%29.pdf>
- Avecilla, F., Cárdenas, O., Barahona, B., y Ponce, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su. *Revista Tecnológica ESPOL –RTE*, 28(121-132).
- Barcia, D., y Gómez, M. (10 de Julio de 2023). Estrategias didácticas para el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del séptimo año de la Unidad Educativa Víctor Manuel Peñaherrera. *Revista Científica Arbitrada De Investigación En Comunicación, Marketing Y Empresa*, 6(1). Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://www.reicomunicar.org/index.php/reicomunicar/article/view/131>
- Bastidas, J., y Carapáz, A. (2024). GeoGebra y el rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales. *LATAM*, 5(6), 1767–1777. <https://doi.org/https://doi.org/10.56712/latam.v5i6.3121>
- Bayés, A., y Costa, V. (2022). Calculadora Gráfica GeoGebra para o estudo da função polinomial, polinomial e séries de Taylor. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional De São Paulo*, 11(2), 052–071. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2022.v11i2p052-071>.
- Benítez, L., y Martínez, R. (2 de Octubre de 2023). La resiliencia matemática en estudiantes de un bachillerato rural. *Revista latinoamericana de estudios educativos*, 53(1). <https://doi.org/10.48102/rlee.2023.53.1.533>
- Bermúdez, J. (10 de Mayo de 2021). El aprendizaje basado en problemas para mejorar el pensamiento crítico: revisión sistemática. *INNOVA*, 6(2). <https://doi.org/10.33890/innova.v6.n2.2021.1681>
- Bermúdez, M., Bermúdez, M., Cayambe, M., Gómez, G., y Nuñez, C. (26 de Octubre de 2021). Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemática del

- bachillerato de la Unidad Educativa El Empalme, Ecuador-2020. 5(5).
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.982
- Boza, J., Pérez, J., y Ledesma, J. d. (2021). *Introducción a las técnicas de muestreo Economía y Empresa* (Segunda ed.). Ediciones Pirámides.
- Calderón, R., Franco, F., y Alvarado, T. (2019). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra. *Revista Polo de Conocimiento*, 449-470. DOI: 10.23857/pc.v3i8.624.
- Carrillo, J., Montes, M., y Rodríguez, N. (2022). El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas. DYKINSON, S.L. <https://doi.org/10.14679/1457>
- Castro, L., y Fonseca, E. (20 de Junio de 2020). Estándares de desempeño en matemáticas para la educación básica de Honduras: un análisis de contenido para la determinación de su validez. *Paradigma: Revista de Investigación Educativa*(43). <https://doi.org/10.5377/paradigma.v27i43.9878>
- Cázares, M., y Alfonso, D. (24 de Marzo de 2023). Práctica docente y metacognición en bachillerato para favorecer el aprendizaje de las matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, 25. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e01.4227>
- Chaúque, E. (2024). O uso do GeoGebra como alternativa didática no ensino de funções do primeiro grau: Uma experiência na 8a classe no contexto Moçambicano. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 13, 124-160. <https://doi.org/https://doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i1p124-160>
- Cisneros, A. J., Guevara, A. F., Urdánigo, J. J., y Garcés, J. E. (28 de Enero de 2022). Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Datos que apoyan a la Investigación Científica en tiempo de Pandemia. 8(1). <https://doi.org/10.23857/dc.v8i41.2546>
- Durán, L. (23 de Mayo de 2024). Dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje del álgebra. (49). Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://revistas.upel.edu.ve/index.php/gaceta/article/view/2615>
- Garijo-Alonso, L. (2014). *Enseñanza de funciones y gráficas en 1º Bachillerato basado en el uso de GeoGebra [Tesis de maestria,Universidad Internacional de La Rioja*. Universidad Internacional de La Rioja. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2432>
- Gómez, M., Doroteo, M., y Valentin, M. (03 de Noviembre de 2021). Modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de matemática en estudiantes de segundo bachillerato,

- unidad educativa Vicente Rocafuerte, Ecuador-2020. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(5). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.1048
- Guzmán, J. R., y Vesga, G. J. (4 de Julio de 2024). TPACK en Iberoamérica. Revisión de la producción científica en acceso abierto entre 2017 y 2021. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 50(1). <https://doi.org/10.4067/s0718-07052024000100173>
- Haro, A., Chisag, E., Ruiz, J., Caicedo, y Johanna. (4 de Abril de 2024). Tipos y clasificación de las investigaciones. *REVISTA LATINOAMERICANA DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES*, 5(2). <https://doi.org/10.56712/latam.v5i2.1927>
- Hernández, N. (2019). *Unidad Didáctica "Introducción a las funciones y gráficas" para el primer curso de ESOS [Trabajo fin de master, UNIVERSIDAD DE GRANADA]*. <https://doi.org/10.30827/Digibug.59261>
- Jimenez, G. (25 de Abril de 2020). Estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza de las funciones polinómicas en el área de las Matemáticas. 19(29). Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://portal.amelica.org/ameli/journal/499/4992369007/html/>
- Lasso, F. M., Ilbay, M. P., Sánchez, E. M., y Zambrano, A. Y. (31 de Marzo de 2022). Interactive software to support the process and learning of mathematics for the first of high school. *Ecuadorian Science Journal*, 6(1). <https://doi.org/10.46480/esj.6.1.183>
- Lema, S., y Sinaluisa, J. (2022). *GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas del primer año de bachillerato*. Universidad Nacional de Chimborazo , Riobamba , Ecuador . Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/9473/1/UNACH-EC-FCEHT-PCEINF-0006-2022.pdf>
- López, E., Álvarez, C. J., y Ruvalcabar, O. (1 de Septiembre de 2022). Actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de bachillerato. *Revista Varela*, 22(63), 248-257. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://revistavarela.uclv.edu.cu/index.php/rv/article/view/1436>
- Lucas, G., y Aray, C. (10 de Julio de 2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria*, 5(5). <https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747>
- Mera, C., y Fosado, O. (30 de Abril de 2022). Propuesta metodológica para el uso de Geogebra en la enseñanza de funciones Polinómicas. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias*

- Informáticas*, 15(5). Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8590708>
- Ministerio de Educación. (2021). *Currículo priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, metemáticas, digitales y socioemocionales*. Retrieved 1 de Abril de 2025, from Currículo priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, metemáticas, digitales y socioemocionales : https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/12/Curriculo-priorizado-con-énfasis-en-CC-CM-CD-CS_Superior.pdf
- Ministerio de Educación. (28 de Julio de 2022). *Ley Orgánica de Educación Intercultural*. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from Ley Orgánica de Educación Intercultural: https://www.gob.ec/sites/default/files/regulations/2023-07/Documento_Ley-Organica-Educacion-Intercultural.pdf
- Moreira, J., y Villao, B. (13 de Mayo de 2023). La adaptabilidad en el uso de las TIC en America Latina durante la pandemia causada por el Covid-19. (13). <https://doi.org/10.32719/25506641.2023.13.5>
- Moreno, L. A., y Zamora, J. L. (2023). *Propuesta didáctica basada en las metodologías activas a través del uso del software GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. PUCE, Esmeraldas, Ecuador. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://repositorio.puce.edu.ec/server/api/core/bitstreams/b913bcd4-3665-45a5-a6a9-3294c1c51fb9/content>
- Ortiz, Á. (2024). *Impacto del aprendizaje basado en problemas y el uso de GeoGebra en la enseñanza de las derivadas en bachillerato*. Universidad de Burgos, España, España. Retrieved Febrero de 2025, from https://riubu.ubu.es/bitstream/handle/10259/9530/Ortiz_Cu%3b1ado_Angela-TFM.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Párraga, A. P., Cedeño, E. L., Amores, C. G., Molina, A. D., Batíoja, I. J., Lloacana, M. Y., y Duran, V. D. (2024). La Gamificación como Estrategia Pedagógica en la Educación Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 6435-6465 <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/11834>.
- Parrales, D. G., Pinargote, L. Á., Cobeña, M. Á., y Tenelema, C. M. (16 de Octubre de 2023). aprendizaje de polinomios algebraicos a través de la resolución de problemas en noveno año de Educación General Básica. *LATAM*, 4(4). <https://doi.org/10.56712/latam.v4i4.1253>

- Paz, N. P., Lávaque, J., Celeste, C., y Fadon, M. (25 de Julio de 2023). Funciones polinómicas y GeoGebra. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <https://jem.unsa.edu.ar/ojs/index.php/jem/article/view/26>
- Ríos, C., y Navarrete, Y. (1 de Marzo de 2023). Estrategia didáctica para el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes de tercero de Bachillerato. *Revista Estudios del Desarrollo Social: Cuba y América Latina*, 11(1). Retrieved 8 de Febrero de 2025, from http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2308-01322023000100003&script=sci_arttext&lng=pt
- Rivera, S., Salcedo, P., Valdivia, J., y López, O. (Agosto de 2021). Estudios empíricos del modelo sobre conocimiento didáctico-tecnológico del contenido (TPACK) en matemáticas, incluidos en bases bibliográficas internacionales. *Información tecnológica*, 32(4). <https://doi.org/10.4067/S0718-07642021000400109>
- Rodríguez, M. F., y Acurio, S. A. (10 de Mayo de 2021). Modelo TPACK y metodología activa, aplicaciones en el área de matemática. Un enfoque teórico. *Revista Científica UISRAEL*, 8(2). <https://doi.org/10.35290/rcui.v8n2.2021.394>
- Rondón, J. A., Torres, Á. R., Maliza, W. I., y Alba, O. (26 de Agosto de 2024). Estrategia didáctica sustentada en el Aprendizaje Basado en Proyectos en la asignatura Matemática del bachillerato técnico en Informática. 8(3). <https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.3.2024.3942-3965>
- Ruiz, L. (2022). *Implementación del software GeoGebra en el estudio de la integral definida y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa San Francisco*. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo , Riobamba , Ecuador . Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <http://dspace.esPOCH.edu.ec/bitstream/123456789/17298/1/20T01591.pdf>
- Ruiz, S. F. (2023). *Utilización de GeoGebra para la enseñanza de las funciones algebraicas y trascendentales*. Tecnológico de Monterrey, México, México . Retrieved Febrero de 2025, from <https://repositorio.tec.mx/server/api/core/bitstreams/a75a2500-5ce6-4d69-a9ff-d4a9e5c4e254/content>
- Sánchez, F. A. (15 de Junio de 2020). Fundamentos epistémicos de la investigación cualitativa y cuantitativa: Consensos y disensos. 13(1). <https://doi.org/10.19083/ridu.2019.644>
- Sánchez, R., y Borja, A. (2022). Geogebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Domino de Las Ciencias*, 8(2), 33–52. <https://doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>.

- Sánchez, R., y Borja, A. (2024). Geogebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista científica Dominio de las ciencias* , 8(2), 33-52. <https://doi.org/https://dx.doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>
- Sinaluisa, J., y Lema, S. (2022). *GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas del primer año de bachillerato*. Ecuador: Universidad Nacional de Chimborazo.
- Tocto, J., Quizhpe, I., y Vivanco, R. (2023). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de pedagogía de las matemáticas y la física. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 7225-7244. https://doi.org/https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.5864
- Vasquez, M. (2022). *Gamificación y estándares de aprendizaje del área de matemáticas en estudiantes, UE Veinticuatro de Mayo, Santo Domingo. Ecuador 2021*. Universidad César Vallejo, Lima , Perú. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/78247/Vasquez_UMM-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Vélez, A., y Rivadeneira, F. (26 de Febrero de 2022). Las Habilidades Cognitivas en el Aprendizaje de las Matemáticas de los Estudiantes de 1 de Bachillerato General Unificado en la Unidad Educativa Fiscal “Portoviejo” del Cantón Portoviejo. *Dominio de las Ciencias*, 8(1). <https://doi.org/10.23857/dc.v8i1.2629>
- Yohannes, A., y Ling, H. (19 de Diciembre de 2021). GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*, 31(9). <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>
- Yumisaca, F. (2024). *Aprendizaje de las funciones polinómicas aplicando la metodología de aula invertida utilizando Scientific Workplace para estudiantes del Décimo año de la Unidad Educativa “Baños”, periodo 2022 – 2023*. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo , Riobamba , Chimborazo , Ecuador. Retrieved 8 de Febrero de 2025, from <http://dspace.esPOCH.edu.ec/bitstream/123456789/22184/1/20T01872.pdf>

ANEXOS



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

**FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS**

**CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN
PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES

Objetivo General de la Investigación:

Identificar problemas de aprendizaje relacionados con el tema de funciones polinomiales en estudiantes del Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Riobamba”.

Marque con una “X” la opción que mejor refleje su opinión:

Sexo:

Masculino	
Femenino	

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES

- 1. ¿Con qué frecuencia ha tenido dificultad para comprender el concepto de una función?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

- 2. ¿Con qué frecuencia ha tenido dificultad para entender la definición y propiedades de funciones polinomiales?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

3. **¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender raíces o ceros de polinomios?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

4. **¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender las operaciones con polinomios (suma, resta, multiplicación, división)?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

5. **¿Con qué frecuencia encuentra dificultad para entender la gráfica de funciones polinomiales?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

6. **¿Con qué frecuencia le resulta difícil identificar las intersecciones con los ejes, la simetría, los intervalos de crecimiento y decrecimiento en las gráficas de funciones polinomiales?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

7. **¿Con qué frecuencia se siente preparado/a al enfrentarte a evaluaciones que incluyen problemas de funciones polinomiales?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

8. **¿Con qué frecuencia utiliza herramientas digitales como GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha, u otras similares, para graficar o analizar funciones polinomiales?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

9. **¿Considera que los temas de funciones polinomiales deberían ser más dinámicas para facilitar un aprendizaje significativo del tema?**

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

ESTRATEGIAS Y RECURSOS DE ENSEÑANZA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES

10. ¿Qué tan frecuente está satisfecho con la manera en que se enseñan las funciones polinomiales en su clase?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

11. ¿Los recursos didácticos (diapositivas, videos educativos, guías) utilizados en el tema de funciones polinomiales ayudan a mejorar su comprensión ?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

12. ¿Con qué frecuencia encuentra útil las actividades en grupo para resolver problemas de funciones polinomiales?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

13. ¿Considera que los temas de funciones polinomiales deberían incluir más ejemplos del mundo real?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

14. ¿Considera que las calificaciones reflejan adecuadamente su nivel de conocimientos en funciones polinomiales?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

15. ¿Considera usted que el tiempo dedicado en clase al tema de funciones polinomiales es suficiente para entenderlo completamente?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

16. ¿Con que frecuencia usted ha buscado tutoriales en línea para ayudarte con el tema de funciones polinomiales?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

17. ¿Con qué frecuencia utiliza su profesor el software GeoGebra para facilitar la comprensión de las funciones polinomiales en clase?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

18. ¿Qué tan frecuentemente usas softwares digitales (Geogebra, Desmos, WolframAlpha, entre otros) para estudiar matemáticas fuera de la clase?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

19. ¿Con qué frecuencia crees que sería beneficioso disponer de materiales de apoyo como guías didácticas, videos tutoriales y fichas de ejercicios para aprender funciones polinomiales?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--

20. ¿Considera que la Unidad Educativa cuenta con los recursos didácticos (libros, guías, videos educativos, GeoGebra) necesarios para aprender funciones polinomiales?

Siempre		Casi siempre		A veces		Casi nunca		Nunca	
---------	--	--------------	--	---------	--	------------	--	-------	--



Carrera de Pedagogía de
las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

en movimiento



Riobamba, 04 de febrero de 2025

MGS.

ILBAY CANDO JHONNY PATRICIO

**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

Presente. -

De mi consideración:

Reciba un cordial saludo y sinceros deseos de éxitos en las funciones que desempeña.

Yo, **Shuilema Bravo Wilson Rodrigo**, con C.I. **0605171552** estudiante de la carrera de **Pedagogía De Las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, me encuentro realizando el trabajo de titulación **GEOMETRIA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**

Como parte del mencionado trabajo se incluye la aplicación de una encuesta, por lo que, conocedora de su amplia trayectoria profesional y experiencia docente, solicito comedidamente su aporte en la **VALIDACIÓN** del instrumento de investigación adjunto.

Por la gentil atención que de sirva dar a mi pedido le anticipo mi agradecimiento.

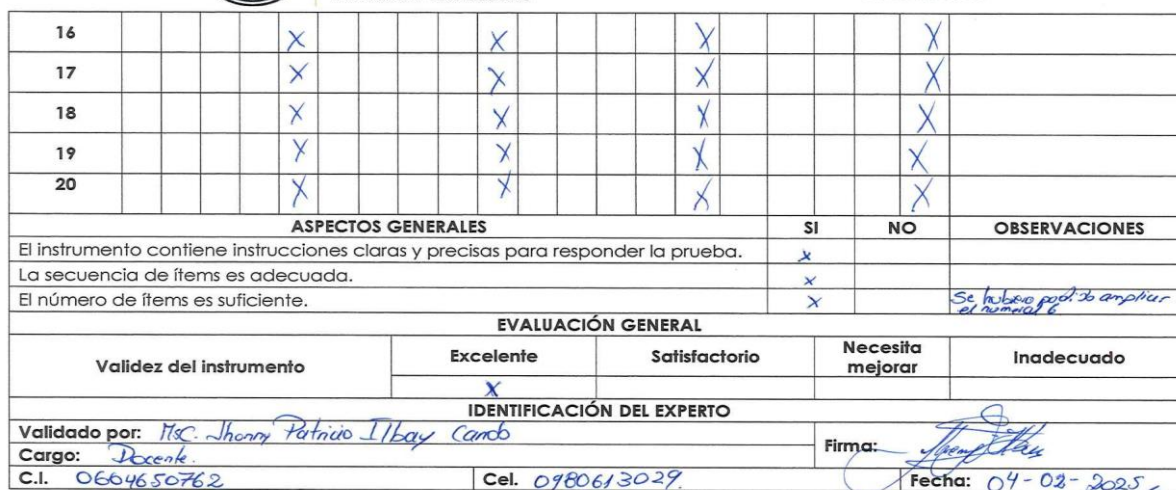
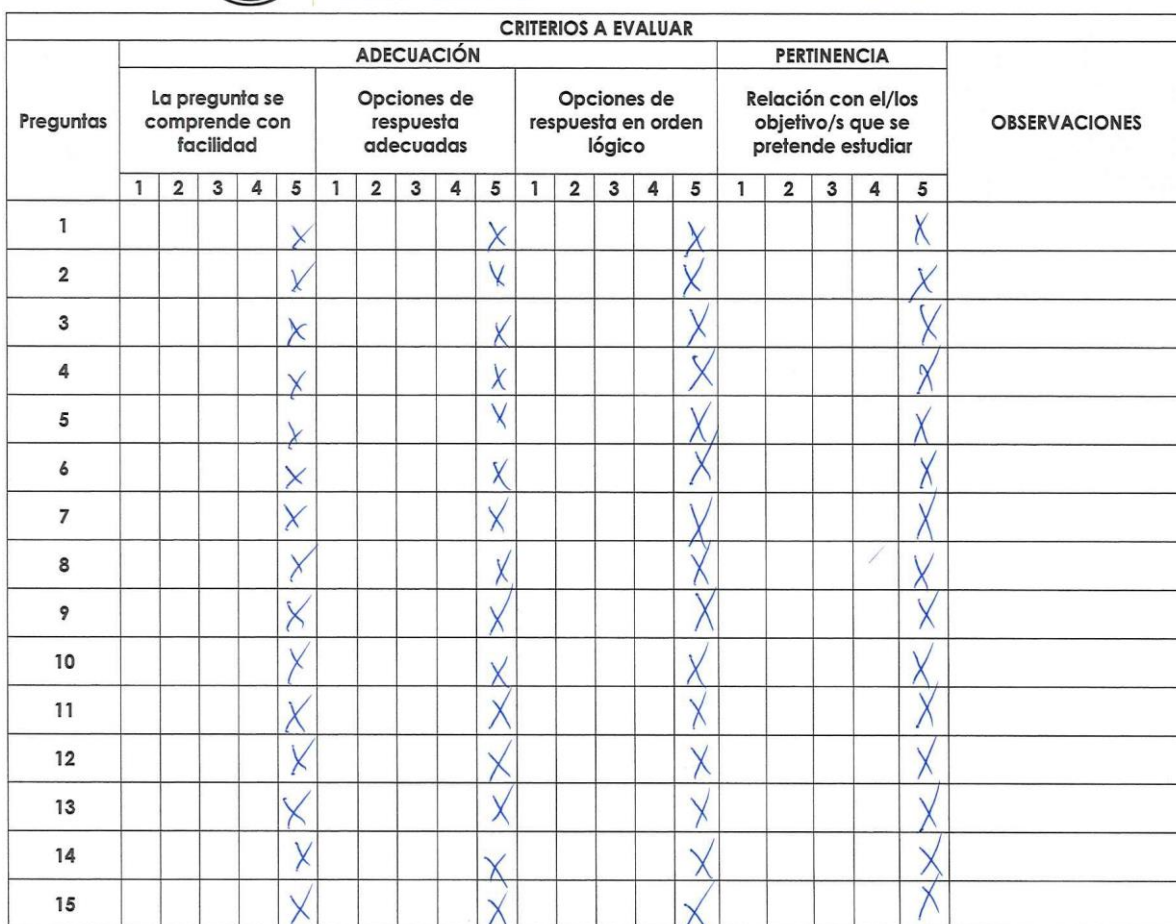
Atentamente,

Nombre: Wilson Rodrigo Shuilema Bravo

C.C: 0605171552

Telf.: 0986100099

Correo Institucional: wilson.shuilema@unach.edu.ec





Carrera de Pedagogía de
las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS



Riobamba, 04 de febrero de 2025

MGS.

NORMA ISABEL ALLAUCA SANDOVAL

**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

Presente. -

De mi consideración:

Reciba un cordial saludo y sinceros deseos de éxitos en las funciones que desempeña. Yo, **Shullema Bravo Wilson Rodrigo**, con C.I. **0605171552** estudiante de la carrera de **Pedagogía De Las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, me encuentro realizando el trabajo de titulación **GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**

Como parte del mencionado trabajo se incluye la aplicación de una encuesta, por lo que, conocedora de su amplia trayectoria profesional y experiencia docente, solicito comedidamente su aporte en la **VALIDACIÓN** del instrumento de investigación adjunto.

Por la gentil atención que de sirva dar a mi pedido le anticipo mi agradecimiento.

Atentamente,

Nombre: Wilson Rodrigo Shullema Bravo

C.C: 0605171552

Telf.: 0986100099

Correo Institucional: wilson.shullema@unach.edu.ec



CRITERIOS A EVALUAR																								
Preguntas	ADECUACIÓN															PERTINENCIA					OBSERVACIONES			
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico					Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar								
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5				
1					X					X					X					X				
2					X					X					X					X				
3					X					X					X					X				
4					X					X					X					X				
5					X					X					X					X				
6					X					X					X					X				
7					X					X					X					X				
8					X					X					X					X				
9					X					X					X					X				
10					X					X					X					X				
11					X					X					X					X				
12					X					X					X					X				
13					X					X					X					X				
14					X					X					X					X				
15					X					X					X					X				



16					X					X					X					X																		
17					X					X					X					X																		
18					X					X					X					X																		
19					X					X					X					X																		
20					X					X					X					X																		
ASPECTOS GENERALES																SI	NO	OBSERVACIONES																				
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.																X																						
La secuencia de ítems es adecuada.																X																						
El número de ítems es suficiente.																X																						
EVALUACIÓN GENERAL																																						
Validez del instrumento										Excelente					Satisfactorio					Necesita mejorar			Inadecuado															
										X																												
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																																						
Validado por: <i>Mgs. Norma Allouca</i>																Firma: <i>[Firma]</i>																						
Cargo: <i>Dirigente</i>																																						
C.I. 060407953-3										Cel. 0986821491												Fecha: 04-02-2025.																



Carrera de Pedagogía de
las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

en movimiento



Riobamba, 04 de febrero de 2025

MGS.

CARRANCO AVILA CRISTIAN DAVID

**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

Presente. -

De mi consideración:

Reciba un cordial saludo y sinceros deseos de éxitos en las funciones que desempeña. Yo, **Shuilema Bravo Wilson Rodrigo**, con C.I. **0605171552** estudiante de la carrera de **Pedagogía De Las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, me encuentro realizando el trabajo de titulación **GEOMETRIA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES POLINOMIALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**

Como parte del mencionado trabajo se incluye la aplicación de una encuesta, por lo que, conocedora de su amplia trayectoria profesional y experiencia docente, solicito comedidamente su aporte en la **VALIDACIÓN** del instrumento de investigación adjunto.

Por la gentil atención que de sirva dar a mi pedido le anticipo mi agradecimiento.

Atentamente,

Nombre: Wilson Rodrigo Shuilema Bravo

C.C: 0605171552

Tel.: 0986100099

Correo Institucional: wilson.shuilema@unach.edu.ec



CRITERIOS A EVALUAR																								
Preguntas	ADECUACIÓN															PERTINENCIA					OBSERVACIONES			
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico					Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar								
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5				
1					X					X					X					X				
2					X					X					X					X				
3					X					X					X					X				
4					X					X					X					X				
5					X					X					X					X				
6					X					X					X					X				
7					X					X					X					X				
8					X					X					X					X				
9					X					X					X					X				
10					X					X					X					X				
11					X					X					X					X				
12					X					X					X					X				
13					X					X					X					X				
14					X					X					X					X				
15					X					X					X					X				



16					X					X					X					X										
17					X					X					X					X										
18					X					X					X					X										
19					X					X					X					X										
20					X					X					X					X										
ASPECTOS GENERALES																SI	NO	OBSERVACIONES												
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.																X														
La secuencia de ítems es adecuada.																X														
El número de ítems es suficiente.																X														
EVALUACIÓN GENERAL																														
Validez del instrumento										Excelente					Satisfactorio					Necesita mejorar		Inadecuado								
										X																				
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																														
Validado por: Cristian Carranco																Firma:														
Cargo: Docente																														
C.I. 1003433388										Cel. 0993143295										Fecha: 04/02/2025										