



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

**CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

TÍTULO:

Uso de GeoGebra y aprendizaje de Ecuaciones e Inecuaciones en Décimo año de la
Unidad Educativa “Luis Chiriboga” 2021-2022.

TRABAJO DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO:

Licenciada en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Autora:

Rosa Mercedes Bombón Moposita

Tutor:

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez

Riobamba, Ecuador 2022

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, **Rosa Mercedes Bombón Moposita**, con cédula de ciudadanía **1805018437**, autora del trabajo de investigación titulado: **USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “LUIS CHIRIBOGA” 2021-2022**, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mí exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autora de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, a los 02 días del mes de octubre de 2022.



Rosa Mercedes Bombón Moposita

C.I 1805018437

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

Quien suscribe, Dr. Luis Fernando Pérez Chávez catedrático adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías, por medio del presente documento certifico haber asesorado y revisado el desarrollo del trabajo de investigación titulado **USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “LUIS CHIRIBOGA” 2021-2022**, bajo la autoría de Rosa Mercedes Bombón Moposita; por lo que se autoriza ejecutar los trámites legales para su sustentación.

Es todo cuanto puedo informar en honor a la verdad; en Riobamba, a los 15 días del mes de octubre de 2022.



Firmado electrónicamente por:
**LUIS FERNANDO
PEREZ CHAVEZ**

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez

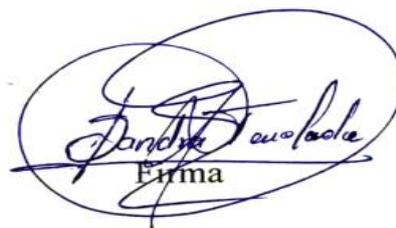
C.I: 0602160137

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “LUIS CHIRIBOGA” 2021-2022, presentado por Rosa Mercedes Bombon Moposita, con cédula de identidad número 1805018437, bajo la tutoría de Dr. Luis Fernando Pérez Chávez; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba a los 21 días del mes de noviembre de 2022.

Mgc. Sandra Elizabeth Tenelanda Culco
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE GRADO



Firma

Dra. Angélica María Urquiza Alcívar
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



Firma

Dra. Ximena Janneth Zúñiga García
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



Firma

CERTIFICADO ANTIPLAGIO

Que, Rosa Mercedes Bombón Moposita con CI: 1805018437, estudiante de la Carrera de PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA, de la Facultad de CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS: ha trabajado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado: USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “LUIS CHIRIBOGA” 2021-2022, cumple con el 3% de acuerdo con el reporte del sistema Antiplagio URKUND-ORIGINAL, porcentaje aceptado de acuerdo con la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, a los 15 días del mes de octubre de 2022



Firmado electrónicamente por:
**LUIS FERNANDO
PEREZ CHAVEZ**

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez

C.I: 0602160137

DEDICATORIA

El presente trabajo investigativo lo dedico principalmente a Dios por darme fuerza y la valentía para continuar con este proceso de cumplir uno de los deseos más anhelados.

A mis padres quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido cumplir uno de mis sueños, además, gracias por inculcar ese ejemplo de valentía y esfuerzo y a no rendirme ante las adversidades.

A mis hermanas y hermano quienes han demostrado su cariño y apoyo incondicional porque con sus consejos y palabras de aliento me ayudaron a ser una mejor persona y de la misma me ayudaron a cumplir cada uno de mis sueños y metas anheladas.

Rosa Mercedes Bombón Moposita

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar gratitud a Dios por haberme guiado y bendecido a toda mi familia.

A mis padres quienes con su ejemplo inculcaron paciencia, esfuerzo y valentía, de la misma manera me enseñaron a no rendirme ante los obstáculos que me presenten y ser perseverante hasta conseguirlo lo deseado.

De manera especial agradecer a mi tutor de tesis, Dr. Luis Pérez por haberme guiado, no solo en la elaboración de trabajo de titulación, sino a lo largo de mi carrera Universitaria y haber brindado todo el apoyo necesario para desarrollarme profesionalmente y enriquecerme en conocimiento.

Profundo agradecimiento a las autoridades y docentes de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” por confiar en mí y abrirme las puertas y permitir realizar todo el proceso investigativo dentro de su establecimiento educativo.

Rosa Mercedes Bombón Moposita

ÍNDICE GENERAL

DECLARATORIA DE AUTORÍA.....	2
DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR.....	3
CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL	4
CERTIFICADO ANTIPLAGIO	5
DEDICATORIA.....	6
AGRADECIMIENTO	7
ÍNDICE GENERAL.....	8
ÍNDICE DE TABLAS.....	11
ÍNDICE DE FIGURAS	12
RESUMEN.....	13
ABSTRACT	14
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	15
1.1 Planteamiento del problema	17
1.2 Formulación del problema.....	17
1.2.1 Preguntas directrices	18
1.3 Justificación	18
1.4 Objetivos.....	19
1.4.1 Objetivo general.....	19
1.4.2 Objetivos específicos	19
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....	20
2.1 Antecedentes.....	20
2.2 Fundamentación teórica.....	22
2.2.1 Aprendizaje.....	22
2.2.2 Recursos didácticos	26
2.2.3 Herramientas tecnológicas de la información y comunicación (Tics).....	27
2.2.4 Software GeoGebra	28

2.2.5	Ecuación lineal.....	30
2.2.6	Desigualdades en matemáticas	32
2.2.7	Intervalos	33
2.2.8	Inecuaciones lineales	33
2.2.9	Software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones.....	34
2.3	Definición de términos básicos.....	34
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA		36
3.1	Enfoque de investigación.....	36
3.2	Diseño de investigación	36
3.3	Tipos de investigación	36
3.4	Nivel de investigación	36
3.5	Población y muestra.....	36
3.5.1	Población	36
3.5.2	Muestra	37
3.6	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	37
3.6.1	Técnicas	37
3.6.2	Instrumentos	37
3.7	Procedimientos para el análisis de datos	38
CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN		39
4.1	Presentación de resultados	39
4.2	Discusión de Resultados	60
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		61
5.1	Conclusiones.....	61
5.2	Recomendaciones	61
CAPÍTULO VI. PROPUESTA		62
6.1	Título de propuesta	62
6.2	Beneficiarios	62

6.3	Introducción a la propuesta.....	62
6.4	Presentación de la propuesta.....	63
6.5	Objetivo de la propuesta	63
6.6	Unidad 2. Ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R}	63
6.6.1	Taller 1: Software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas.....	63
6.6.2	Taller 2: Ecuaciones lineales en \mathbb{R}	68
6.6.3	Taller 3: Inecuaciones lineales en \mathbb{R}	73
6.7	Limitaciones y prospectiva de la propuesta.....	77
6.7.1	Limitaciones de la propuesta	77
6.7.2	Prospectiva de la propuesta	77
	BIBLIOGRAFÍA.....	78
	ANEXOS.....	81

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1 Propiedades de una Ecuación de Primer Grado	31
Tabla 2 Propiedades de las Desigualdades	32
Tabla 3 Tipos de Intervalo.....	33
Tabla 4 Estudiantes que Forman Parte de la Población de Estudio.....	37
Tabla 5 Género de los Estudiantes de Décimo Año	39
Tabla 6 Identificación de la Pertenencia del Conjunto de Números Irracionales	39
Tabla 7 Los Subconjuntos que Integran a los Números Enteros	41
Tabla 8 Operaciones de los Números Enteros.....	42
Tabla 9 Identificación de Propiedades de los Números Reales.....	43
Tabla 10 Propiedades de los Números Reales.....	44
Tabla 11 Suma de Polinomios	45
Tabla 12 Normas que se Consideran para Realizar Operaciones con Polinomios.....	46
Tabla 13 Identificación del Intervalo.....	47
Tabla 14 Identificación de Conjunto Solución del Intervalo.....	48
Tabla 15 Forma de Expresar una Ecuación Lineal.....	49
Tabla 16 Definición de una Inecuación Lineal.....	50
Tabla 17 Axiomas de una Ecuación	51
Tabla 18 Axioma de una Inecuación	52
Tabla 19 Propiedades Elementales de una Ecuación.....	53
Tabla 20 Identificación del Enunciado que Cumple la Propiedad de una Inecuación	54
Tabla 21 Identificación de la Propiedad que indica en el Enunciado.....	55
Tabla 22 Expresiones Algebraicas de un Lenguaje Común	56
Tabla 23 Expresión Algebraica de un Lenguaje Común para una Ecuación Lineal	57
Tabla 24 Expresión Algebraica en Lenguaje Común de una Ecuación	58
Tabla 25 Expresión de Lenguaje Común de una Inecuación	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Interfaz de software GeoGebra	29
Figura 2 Género de los Estudiantes de Décimo Año.....	39
Figura 3 Identificación de la Pertenencia del Conjunto de Números Irracionales	40
Figura 4 Los Subconjuntos que Integran a los Números Enteros	41
Figura 5 Operaciones de los Números Enteros	42
Figura 6 Identificación de Propiedades de los Números Reales	43
Figura 7 Propiedades de los Números Reales	44
Figura 8 Suma de Polinomios.....	45
Figura 9 Normas que se Consideran para Realizar Operaciones con Polinomios.....	46
Figura 10 Identificación del Intervalo	47
Figura 11 Identificación de Conjunto Solución del Intervalo	48
Figura 12 Forma de Expresar una Ecuación Lineal	49
Figura 13 Definición de una Inecuación Lineal	50
Figura 14 Axiomas de una Ecuación.....	51
Figura 15 Axioma de una Inecuación.....	52
Figura 16 Propiedades Elementales de una Ecuación	53
Figura 17 Identificación del Enunciado que Cumple la Propiedad de una Inecuación.....	54
Figura 18 Identificación de la Propiedad que indica en el Enunciado	55
Figura 19 Expresiones Algebraicas de un Lenguaje Común.....	56
Figura 20 Expresión Algebraica de un Lenguaje Común para una Ecuación Lineal.....	57
Figura 21 Expresión Algebraica en Lenguaje Común de una Ecuación	58
Figura 22 Expresión de Lenguaje Común de una Inecuación	59

RESUMEN

Las herramientas tecnológicas dentro del proceso aprendizaje han sido de gran utilidad ya que brinda diversos programas para el aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, este trabajo tiene como propósito elaborar una propuesta didáctica con el uso de software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en R para fortalecer los conocimientos en los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe (CIB) “Luis Chiriboga”, por lo tanto, esta investigación fue de diseño no experimental con un enfoque cuantitativo por lo que se utilizó como técnica la prueba objetiva y el instrumento el cuestionario para la recolección de información, en el cual se analizó que los estudiantes tienen falencias en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones en R, por ende esta indagación se enfoca a un nivel descriptivo-propositivo, puesto que se brinda una propuesta didáctica que beneficiará tanto a los docentes y estudiantes para fortalecer el aprendizaje y obtener conocimiento acorde al nivel en que se encuentre. La población estuvo constituida por 43 estudiantes de Educación General Básica Superior y la muestra seleccionada fue de 15 estudiantes de décimo año. Las actividades establecidas en la propuesta didáctica están desarrolladas en base a la metodología ERCA puesto que tiene cuatro momentos fundamentales para el aprendizaje (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación), la cual mediante la utilización del software GeoGebra en el proceso aprendizaje permitirá que los estudiantes adquieran conocimientos de manera significativa.

Palabras claves: Recurso didáctico, GeoGebra, Aprendizaje, Ecuación, Inecuación.

ABSTRACT

Technological tools in the learning process have been very useful because it provides many programs for learning mathematics, therefore, this work aims to develop a didactic proposal with the use of GeoGebra software in learning equations and linear inequalities in R to strengthen the knowledge in tenth grade students of the Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe (CIB) "Luis Chiriboga", therefore, this research was non-experimental with a quantitative approach, Therefore, this research was of non-experimental design with a quantitative approach, using the objective test as a technique and the questionnaire as an instrument for the collection of information, in which it was analyzed that students have deficiencies in learning equations and inequalities in R, therefore this research is focused on a descriptive-propositive level, since it provides a didactic proposal that will benefit both teachers and students to strengthen learning and obtain knowledge according to the level in which they are. The population consisted of 43 Higher General Basic Education students, and the selected sample was 15 tenth-grade students. The activities established in the didactic proposal are developed based on the ERCA methodology since it has four real moments for learning (Experience, Reflection, Conceptualization, and Application), which using GeoGebra software in the learning process, will allow students to acquire knowledge in a meaningful way.

Key words: Didactic resource, GeoGebra, Learning, Equation, Inequation.



Financiado electrónicamente por:
**SOFIA FERNANDA
FREIRE CARRILLO**

Reviewed by:

Lic. Sofia Freire Carrillo

ENGLISH PROFESSOR

C.C. 0604257881

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

El uso de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática permite a los estudiantes aprender de manera interactiva e innovadora con nuevas experiencias que ayudan a fortalecer los conocimientos de forma participativa y dinámica. El aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} utilizando herramientas tecnológicas, permite que los estudiantes no se sientan desmotivados en aprender dicho tema ya que al aplicar los procedimientos didácticos adecuados conducirá a que cada uno se sienta conforme con los conocimientos que van adquiriendo de forma dinámica y activa.

En la actualidad la tecnología juega un papel muy importante en el ámbito educativo, sin embargo, en los estudiantes de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” siendo una institución del sector rural necesitan mejorar las dificultades que tienen en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , por lo tanto, frente a esta situación se propone la utilización del software GeoGebra para el aprendizaje del tema seleccionado en los estudiantes de décimo año del periodo lectivo 2021 – 2022.

El desarrollo de la propuesta didáctica beneficiará a los estudiantes y docentes, puesto que permitirá aprender el manejo de software GeoGebra siguiendo un proceso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , la misma que contribuirá a mejorar los conocimientos de manera práctica e interactiva.

Esta investigación está distribuida con 6 capítulos que se detallan a continuación:

CAPITULO I: Se relata la introducción donde se encuentra el planteamiento del problema, la formulación de problema, las preguntas directrices, la justificación, los objetivos generales y específicos puesto que, estos parámetros garantizan para que se realice la investigación.

CAPITULO II: Presenta el marco teórico empezando por los antecedentes, la fundamentación teórica y las definiciones básicas las cuales permiten sustentar al trabajo de la investigación.

CAPITULO III: Contiene los elementos de la metodología empleada en la investigación, el enfoque, el tipo, el diseño, el alcance de investigación, además las técnicas e instrumentos de recolección de datos y por último la población y muestra seleccionada para la investigación.

CAPITULO IV: En este capítulo se describe los resultados obtenidos en la prueba aplicada a los estudiantes de la muestra seleccionada, seguidamente consta la discusión de resultados, la cual permiten demostrar la veracidad de la investigación.

CAPITULO V: Se describe las conclusiones y recomendaciones que se obtuvo con el desarrollo de la investigación.

CAPITULO VI: Se presenta una propuesta didáctica con el uso de software GeoGebra para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} con la finalidad de contribuir a un aprendizaje significativo.

1.1 Planteamiento del problema

El currículo oficial ecuatoriano propone incorporar las Tecnologías de Información y Comunicación en el sistema educativo, sin embargo, existe falencias en la aplicación y la utilización de nuevos recursos didácticos que son herramientas interactivas que brindan aplicaciones para adquirir conocimientos significativos, es por ello que para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales requiere la incorporación del software GeoGebra ya que es un programa de fácil uso tanto para los docentes y estudiantes.

A nivel mundial en el ámbito educativo a raíz de la pandemia las Tics han sido uno de las herramientas que, ayudado a fortalecer la educación, por lo tanto, para las clases se han implementado materiales didáctico basados en las tecnologías como: aplicaciones, softwares, actividades interactivas etc. Sin embargo, tanto estudiantes como docentes están desinformados sobre las múltiples actividades que se puede realizar con la utilización de las Tics, la cual permiten aprender de manera interactiva y dinámica, los mismos que tal vez si las conocen, pero no aplican, además los docentes no utilizan por diversos factores como el desconocimiento, la falta de recurso, el miedo de perder el control de la clase entre otros.

En Ecuador, la matemática ha sido calificada como una de las asignaturas con mayor dificultad de aprendizaje por parte de los estudiantes, puesto que se ha generado confusión por no poder acceder a los conocimientos de manera significativa en particular en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales, por ende, esta asignatura se ha convertido en algo abstracto cuando no se aplica un procedimiento didáctico adecuado la cual podría generar desmotivación en los estudiantes.

En la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe “Luis Chiriboga” siendo un sector rural es de interés familiarizar el uso de software GeoGebra como recurso didáctico que permite aprender y fortalecer conocimientos de manera interactiva y práctica, puesto que en la actualidad la educación está inmerso en la tecnología por ende es fundamental utilizar herramientas innovadoras para que los estudiantes adquieran conocimientos significativos en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} .

1.2 Formulación del problema

¿Cómo utilizar software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales para fortalecer los conocimientos en estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe “Luis Chiriboga” periodo 2021-2022?

1.2.1 Preguntas directrices

- ¿Cuáles son los referentes teóricos sobre la utilización del software GeoGebra para el apoyo didáctico en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} ?
- ¿Cuáles son las falencias que tienen los estudiantes para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} ?
- ¿Cuáles son los elementos que estructuran una propuesta didáctica para el manejo de software GeoGebra como recurso didáctico que contribuya al aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} ?

1.3 Justificación

El presente proyecto investigativo a ejecutarse en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica Superior, de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe (CIB) “Luis Chiriboga”, perteneciente a la provincia Tungurahua, Cantón Ambato, Parroquia Augusto N. Martínez de la Comunidad Calhua Grande. Con el propósito de contribuir a superar los inconvenientes que tienen los estudiantes a la hora de aprender ecuaciones e inecuación lineales en \mathbb{R} , puesto que con el paso del tiempo la educación se ha ido evolucionando y poco a poco se va descartando las metodologías tradicionales, por lo tanto, se busca nuevas estrategias para que los estudiantes adquieran aprendizaje significativo, ya que el sistema educativo ecuatoriano en la actualidad se ve obligado a involucrarse con medios tecnológicos como las Tics para motivar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

A través del uso y manejo de software GeoGebra permitirá a los estudiantes y docentes integrar a los medios tecnológicos con la motivación necesaria para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , con una propuesta didáctica para que los docentes contribuyan al aprendizaje con metodología activas e innovadoras y comparta una experiencia interactiva y dinámica con la finalidad de mejorar los aprendizajes en los estudiantes.

Este proyecto beneficiará tanto a los docentes y estudiantes de décimo año, quienes aprovecharan al máximo la utilización de software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , ya que la propuesta didáctica permitirá conocer la gran importancia que promueve esta aplicación para seguir un proceso didáctico en el aprendizaje de las matemáticas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

- Elaborar una propuesta didáctica con el uso de software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} para fortalecer los conocimientos en estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe “Luis Chiriboga”, periodo 2021-2022.

1.4.2 Objetivos específicos

- Analizar los referentes teóricos sobre la utilización del software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} .
- Recoger información sobre el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes en el aprendizaje ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} .
- Estructurar una propuesta didáctica para el manejo de software GeoGebra como recurso didáctico que contribuya al aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} .

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Para este trabajo de investigación se ha considerado indagaciones de diversos autores que están relacionados al tema indagado como el Uso de software GeoGebra y aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones en décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”, puesto que están relacionados al uso de herramientas tecnológicas para el aprendizaje de las matemáticas.

Zuñiga et. al (2016) de la Universidad de Guadalajara México, desarrollaron la investigación sobre la solución de problemas que se modelan con ecuaciones lineales con empleo de GeoGebra, con el propósito de usar la tecnología mediante el programa GeoGebra la cual se desarrollaron applets como apoyo de modelación de problemas que involucran ecuaciones lineales, para este estudio fue seleccionado un grupo de 30 estudiantes de primer grado de educación media superior, de un centro educativo de modalidad a distancia, dichos estudiantes fue dividido en dos grupos; uno fue grupo de control y el otro grupo experimental, los mismos que fue seleccionado de forma aleatoria simple. Para adquirir información se aplicó la resolución de problemas mediante la modelación matemática, relacionados a fenómenos físicos que presentan en la vida cotidiana, por lo tanto, en el análisis demostró que los estudiantes al interactuar con applet, lograron construir los modelos matemáticos necesarios para la resolución de problemas, esto sucedió gracias a la manipulación de los applets en la resolución de problemas de ecuaciones lineales.

Atencio (2019) de la Universidad Tecnológica de Panamá desarrollo su trabajo titulado GeoGebra en la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales, la cual tuvo como finalidad integrar los recursos tecnológicos en el aula ya que permite la mejor visualización de la representación gráfica, por lo tanto, para este estudio fue seleccionado 34 estudiantes donde participaron en dos grupos diferentes uno de control otro de experimental. La técnica utilizada para este estudio fue que en un grupo utilizo la metodología tradicional y en otro grupo incorporo el software GeoGebra como recurso didáctico de apoyo, por ende, en esta investigación se concluyó que el grupo que fue empleado GeoGebra comete menos errores tanto en soluciones analíticas como en la representación gráfica, en relación de los estudiantes que fue empleado la metodología tradicional.

Alvarez-Matute et. al (2020) de la Universidad Católica de Cuenca, quienes en su trabajo realizaron indagación sobre GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática, la cual tuvo como objetivo describir el uso de la herramienta GeoGebra como alternativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con la finalidad de proponer una guía para la formulación de un plan de estrategia didáctica dirigido a los docentes del área de Matemáticas de la ciudad de Azogues. La investigación se fundamentó desde un enfoque positivista por ende se desarrolló en base a la metodología cuantitativa. La población estudiada fue de 84 docentes de área de matemáticas en la cual los resultados revelan que el 71,8 % de los docentes encuestados han manifestado que casi nunca o nunca utilizan algún tipo de software educativo para impartir clases de la asignatura de matemática. La implementación del uso de GeoGebra en el aula permite a los docentes identificar los aspectos positivos o negativos, para mejorar y renovar actividades didácticas y así obtener una mejor participación estudiantil de manera activa y colaborativa.

Gutierrez (2019) de la Universidad de Trujillo realizó la investigación sobre la resolución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado con el propósito de reconocer y diferenciar las ecuaciones de las inecuaciones, aplicando estrategias para la resolución de problemas y lograr mejorar el aprendizaje en el área de la matemática, en los estudiantes de primer año de secundaria, la investigación es de tipo explicativa apelando también la didáctica para su desarrollo puesto que con la investigación realizada pretende buscar la participación activa de los estudiantes la cual el trabajo está enfocado en la parte teórica y la parte práctica, los mismos que ayudará a mejorar el rendimiento académico en el área de la matemática.

Estas investigaciones previas permiten analizar a profundidad sobre las aplicaciones de recursos tecnológicos y en especial el software GeoGebra para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales las mismas que brindan apoyo para el desarrollo del trabajo investigativo ya que al aplicar herramientas tecnológicas en el área de la matemática varios autores mencionan que mejora el aprendizaje, siendo así que las indagaciones de fuentes primarias nos ayuda a establecer que las herramientas tecnológicas en la actualidad sirven de apoyo metodológico en el ámbito educativo.

2.2 Fundamentación teórica

2.2.1 Aprendizaje

2.2.1.1 Definición

El aprendizaje es algo que se experimenta todos los días y se va adquiriendo nuevos conocimientos, habilidades, según Zapata-Ros (2012) menciona que El aprendizaje es conjunto de procesos a través de los cuales se adquieren habilidades, destrezas, conductas y valores, la cual se observa de diferentes perspectivas las causas y procesos ya que el aprendizaje implica cambio de conducta a medida que va adquiriendo nuevas habilidades, conocimientos y destrezas etc.

2.2.1.2 Teorías de aprendizaje

Las teorías de aprendizaje surgieron en el siglo XIX con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, concibiendo como el estudiante adquiere los conocimientos de manera efectiva. (Mesén Mora, 2019) es importante señalar que las tres teorías clásicas como el conductismo, cognitivismo y el constructivismo son desarrolladas en base a como los estudiantes asimilaban el conocimiento en esa época, sin embargo, en esta era digital existe una nueva teoría llamada el conectivismo siendo así que son teorías basadas en la enseñanza aprendizaje de los estudiantes de acuerdo a la época en la que se encuentren.

a. Teoría conductivista

El conductismo proviene desde la idea empírica del conocimiento, la cual se centra en el aprendizaje de la conducta observable, por lo tanto, Espinosa (2016) afirma que “Para el conductismo la base de todo proceso de enseñanza–aprendizaje se encuentra representada por la relación estrecha entre la respuesta y el estímulo que la provoca” (pág.15). Esto muestra que se centra el estudio de la conducta observable para controlar y predecir sobre la actitud que muestra el ser humano, sin embargo, existe dos variantes que presentan en este paradigma la cual el primero es el condicionamiento clásico representado por Watson y Pávlov y el segundo el condicionamiento operante representado por Skinner, quienes mencionan que se sigue un proceso para determinar el análisis de la conducta humana.

b. Teoría Cognitivista

Esta teoría surge con la finalidad de que se integre el humanismo con el conductismo ya que se tomó como base a dar origen al análisis de actividades y análisis de aprendiz. “Los nuevos modelos incluyen componentes de procesos de aprendizaje como codificación y representación de conocimientos, almacenamiento y recuperación de información, así como incorporación e integración de los nuevos conocimientos con los conocimientos previos” (Espinosa, 2016).

c. Teoría Constructivista

La teoría constructivista es el proceso de aprendizaje humano puesto, que se centra en la construcción de nuevos conocimientos y el desarrollo de habilidades cognitivas y afectivas siendo así que, Granja (2015) manifiesta que es el “proceso que implica la asimilación y acomodación lograda por el sujeto, con respecto a la información que percibe.” Dicho proceso de esta teoría de aprendizaje se realiza con la interacción de todos los participantes ya que estudiantes y docentes buscan alcanzar el cambio que conduzca a desarrollar nuevos conocimientos adaptados a la realidad del contexto en la que se encuentre.

d. Teoría Conectivista

Esta teoría surge en la sociedad en el siglo XXI después de haber descubierto que es una teoría de aprendizaje que adapta en la era digital ya que las tecnologías de la Información y Comunicación han impactado en la sociedad actual debido a los principios que esta teoría enmarca no obstante, esto realiza cambios importantes en la educación ya que de acuerdo a la época actual las tecnología de la información y comunicación aporta para el desarrollo y la innovación de los aprendizajes de los estudiantes (Downes ,2014).

Esté trabajo investigativo está basado en las teorías constructivista y conectivista, puesto que estas teorías aportan en el proceso de enseñanza aprendizaje, por lo tanto, la teoría conectivista en la actualidad a cobrado importancia debido a los avances tecnológicos en la sociedad y dentro del ámbito educativo es fundamental implementar herramientas tecnológicas innovadoras para que los estudiantes aprendan de forma dinámica e interactiva la misma que adquieran aprendizajes significativos, por otro lado la teoría constructivista ayuda a la interacción de estudiantes y docentes para desarrollar nuevos conocimientos adaptados a la realidad, por ende, la propuesta didáctica está estructurada en base a está teoría y con la metodología ERCA.

2.2.1.3 Actividades de aprendizaje

Las actividades de aprendizaje son diversas tareas o ejercicios realizados por una persona o un grupo de personas con el objetivo de promover el proceso aprendizaje. Pueden realizarse en clase o fuera de clase, individualmente o en grupo, en el marco de un programa disciplinario o fuera de él, bajo la dirección de un profesor o por iniciativa propia. Pueden adoptar formas y contenidos muy diferentes, con el propósito concreto que persigan (Llengües, 2021).

2.2.1.4 Actividades de aprendizaje de la matemática

Para las actividades de las matemáticas se debe tener conocimientos básicos de la matemática, ya que es fundamental para poder interactuar con facilidad y eficacia en un mundo “matemático”. La mayoría de las actividades diarias requieren conocimientos matemáticos basados en la ciencia la cual, tener habilidades respaldadas con criterios en la matemática da acceso a una amplia variedad de especializaciones y ocupaciones en las que puede estar muy especializado. No todos los estudiantes, al finalizar su educación básica y media, desarrollarán las mismas habilidades y amor por las matemáticas, sin embargo, todos deberían tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos significativos y entender que son fundamentales en la vida cotidiana (Ministerio de Educación, 2016).

2.2.1.5 Tipos de aprendizaje en el área de la matemática

En el área de las matemáticas existe diferentes tipos de aprendizaje en el aula, puesto que son estrategias que encaminan a un aprendizaje de calidad. Según Tecman (2021) señala que son los siguientes:

- **Aprendizaje significativo:** Este tipo de aprendizaje consiste en establecer relaciones entre los conocimientos nuevos con los que se asimiló anteriormente.
- **Aprendizaje cooperativo:** En este tipo se considera que los estudiantes aprenden con la interacción entre los compañeros, trabajando de manera cooperativa, donde cada miembro tiene un rol y tareas concretas en el equipo.
- **Aprendizaje observacional:** Con este aprendizaje los estudiantes relacionan actividades del tema con el contexto que se encuentran, permitiendo así que las matemáticas estén relacionadas con la vida diaria.

- **Aprendizaje por descubrimiento:** Este es un aprendizaje activo donde el alumno descubre y organiza los conceptos para su propio aprendizaje cognitivo, esto permite la interacción con el docente y establecer relación con conocimientos previos con los del docente.
- **Aprendizaje colaborativo:** Este tipo de aprendizaje señala que los estudiantes eligen el método que a ellos les parezca conveniente, permitiendo que ellos se destaquen sus propias habilidades.

2.2.1.6 Aprendizaje en base a la metodología ERCA

Es el método de aprendizaje, conocido como la metodología de cuatro fases, es propuesto por David Kolb basando de la teoría constructivista, por lo tanto, es una técnica de interaprendizaje que ayuda a seguir una secuencia didáctica. Esta estrategia se divide en fases fundamentales como: Experiencia, Reflexión, Conceptualización y la Aplicación.

A continuación, se detalla en consiste cada fase lo que según Miraval, (2018) indica:

Fase 1. Experiencia:

Es el punto de partida para el proceso de aprendizaje, donde se incorpora conocimientos previos de acuerdo al tema que se va involucrar y de esto depende alcanzar el objetivo de la clase.

Fase 2. Reflexión:

Es una acción natural que expresa emociones, sensaciones y produce a través de la vivencia o experiencia determinada. Para una buena reflexión implica preguntas que requieran de la interpretación lógica de las emociones, en función a la capacidad que se quiere lograr.

Fase 3. Conceptualización:

En esta fase todos los actores educativos que conforman sistematizan las ideas de acuerdo con el apartado de reflexión, para profundizar el concepto, los docentes proporcionan información adecuada como; definiciones claras, teorías que construyan al conocimiento que se pretende que alcancen para un mejor desempeño educativo.

Fase 4. Aplicación:

Este es el final de la fase de aprendizaje, es aquí donde los estudiantes interactúan y realizan diferentes ejercicios, actividades, y problemas que estén relacionados con el tema la cual facilita la utilización de nuevos conocimientos.

2.2.2 Recursos didácticos

De acuerdo con Vargas (2017) Los recursos didácticos se entienden como un conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, puesto que despiertan el interés de los estudiantes y se adaptan a sus características físicas y psíquicas y facilitan las actividades educativas actuando como guías con instrumentos adaptables a cualquier tipo de contenido dentro del proceso aprendizaje.

2.2.2.1 Clasificación de los recursos didácticos

Los recursos didácticos en el ámbito educativo, permiten a los docentes utilizar como estrategia que apoye a los estudiantes a construir y enriquecer en conocimientos duraderos con una motivación máxima, durante el proceso de aprendizaje, por lo tanto, estos recursos según (Moya, 2010) menciona, que se clasifican de la siguiente manera:

- **Textos impresos:** Son guías, libros impresos, documentos de consulta etc. La cual se encuentra en diferentes centros de bibliotecas o departamentos de estudio.
- **Material audiovisual:** Los materiales proyectables, archivos multimedia como los videos interactivos, películas son medios que forman parte de este grupo.
- **Medios informáticos:** Estos recursos forman parte de las herramientas Tics y permiten a los estudiantes aprender utilizando medios interactivos, software educativo etc.

2.2.2.2 Características de los recursos didácticos

Las características de los recursos didácticos según Basilio (2021) describe que son los siguientes:

- Facilidad de uso
- Adaptabilidad y de acceso rápido
- Capacidad de motivación
- Brinda información al instante
- Desarrolla habilidades metacognitivas

2.2.2.3 Funciones de los recursos didácticos

Los recursos didácticos tienen diversas funciones dentro del proceso aprendizaje, por lo tanto, Moya (2010) menciona las funciones elementales que tiene un recurso didáctico.

- Proporciona información: Casi todos los materiales educativos brindan información de manera explícita, como libros, videos, aplicaciones o programas de la computadora.
- Guías de aprendizaje: Ayudan a organizar información, vincular conocimientos, crear nuevos conocimientos y aplicarlos.
- Ejercita habilidades: Con programas de computadora que requiere una cierta respuesta psicomotriz del usuario.
- Despierta el interés: Los buenos recursos didácticos siempre deben motivar a los estudiantes.
- Proporciona simulaciones: Proporcionan un entorno para la observación, la exploración y la experimentación.

2.2.3 Herramientas tecnológicas de la información y comunicación (Tics)

Las tecnologías en la actualidad poseen un rol fundamental dentro de la sociedad, puesto que son herramientas eficientes que ha involucrado en todos los ámbitos, especialmente en el campo educativo, por lo tanto, otros autores mencionan que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tics) se desarrollaron a partir de los avances científicos producidos en el ámbito de la informática, por ende es el conjunto de tecnologías que permiten, obtener, producir, procesar y transmitir información presentada en diferentes códigos (texto, imagen, sonido, video) (Ayala & Gonzales, 2015).

Las herramientas tecnológicas de la información y comunicación en la era digital se han presentado como herramientas innovadoras y son parte del desarrollo de la sociedad, la cual está involucrado medios informáticos como; el internet, los archivos multimedia entre otros. donde beneficia y brinda apoyo para el progreso de todos los ámbitos.

2.2.3.1 Las Tics en educación

Las Tics en el ámbito educativo ayuda enriquecer y transformar la educación con herramientas innovadoras, puesto que facilita el aprendizaje con materiales de acceso ilimitado para mejorar la calidad de estudio. Por lo tanto según los siguientes autores Carneiro et. al (2021) mencionan, que las Tecnologías de la Información y Comunicación en la educación han abierto enormes posibilidades en la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, proporcionar computadoras a las instituciones educativas no es

suficiente. Al mismo tiempo, es necesario abordar el cambio de la organización escolar y las habilidades digitales de los docentes. También es necesario mantenerse a la vanguardia en la integración de nuevas tecnologías en el entorno familiar para reducir la brecha digital.

2.2.4 Software GeoGebra

GeoGebra es un software matemático gratuito para la educación, disponible en todos sus niveles y en múltiples plataformas. Combina cinemática, geometría, álgebra y cálculo, en un conjunto sencillo y práctico. Proporciona representaciones de objetos de cada una de sus vistas posibles como gráfico, algebraico, estadística en hojas de cálculo y tablas de datos vinculados a este software educativo (Federación de Enseñanza de CC.OO. de Andalucía, 2010).

2.2.4.1 Características del software GeoGebra

El software GeoGebra es una aplicación gratuita con diversas funciones y es reconocida en el área de Matemática, ya que brinda herramientas de fácil manejo. Por lo tanto Rodríguez (2020) señala que las características elementales de este software son las siguientes:

- Está disponible en diversas plataformas digitales.
- Es una herramienta gratuita de fácil acceso.
- Permite realizar diferentes acciones matemáticas.
- Permite construir figuras, ya sea con segmentos, puntos o rectas, además se puede graficar ecuaciones e inecuaciones y modificar de forma dinámica, en 2D, 3D.
- Se puede descargar de forma gratuita desde la página <https://www.geogebra.org/>

2.2.4.2 Incorporación de software GeoGebra en el aprendizaje de la matemática

El software GeoGebra es una herramienta interactiva de enseñanza y aprendizaje de fácil uso y permite realizar actividades de diferentes temas de la matemática como el cálculo, la geometría y el algebra, por lo tanto, GeoGebra es uno de los instrumentos que permite realizar diversos talleres con los estudiantes de manera interactiva, de tal manera que fortalezcan los conocimientos adquiridos en forma teórica con la manipulación y experimentación.

a) Descarga de software GeoGebra:

El software GeoGebra para el aprendizaje de la matemática se puede descargar de forma gratuita, desde la siguiente página: <https://www.geogebra.org/>. Para ello se debe seguir los siguientes pasos:

- Ingresar a un navegador de confianza.
- Insertar el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/> en la barra direcciones.
- Seleccionar la opción descargar y luego seleccionar descargar el GeoGebra Clásico 6.

b) Instalación

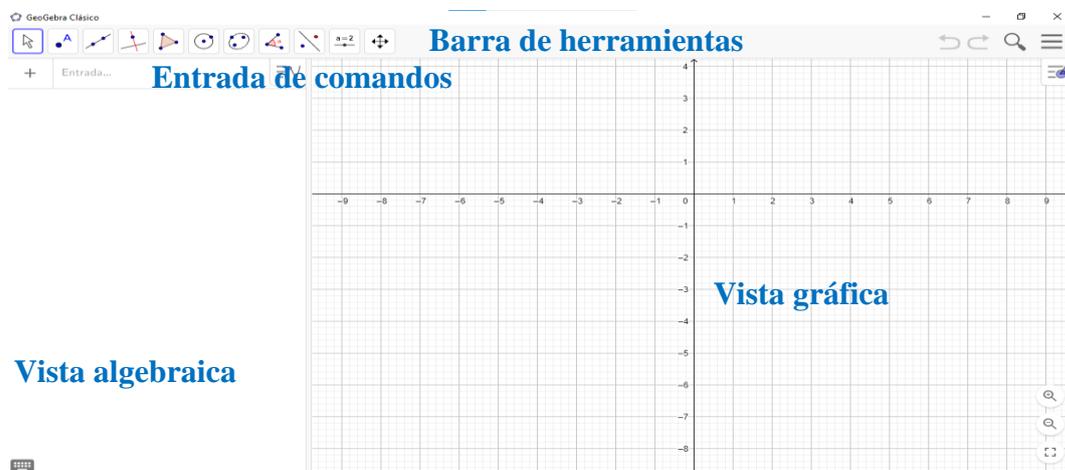
- Una vez descargado observar en la carpeta de descargas.
- Seleccionar el archivo, luego clic derecho y elegir ejecutar como administrador.
- Hacer clic en ejecutar y se observa que el software se instala.

c) Interfaz

Una vez instalado la aplicación ingresar por el icono donde se abrirá el interfaz del software GeoGebra, la cual encontrará diferentes zonas que contiene este programa.

Figura 1

Interfaz de software GeoGebra



Fuente: Captura de pantalla de GeoGebra

La interfaz de GeoGebra se divide en cuatro partes fundamentales que se utilizan para el desarrollo de actividades en la aplicación.

- **Barra de herramientas:** Es la parte donde se encuentra diferentes iconos con herramientas para realizar diferentes actividades.
- **Entrada de comandos:** Es el espacio donde se debe introducir las fórmulas y comandos para resolver diferentes actividades.

- **Vista algebraica:** Es el espacio donde muestra los nombres y valores ingresados a los objetos construidos.
- **Vista gráfica:** Es el área donde muestra los objetos construidos.

2.2.5 Ecuación lineal

La ecuación lineal es una igualdad algebraica donde está formado por letras (incógnitas) y números, puesto que la incógnita generalmente se representa con la variable x , ya que, la ecuación lineal se expresa de la forma $ax + b = c$ donde a, b, c son números reales y el grado de la incógnita es 1. (Ministerio de Educación, 2020)

2.2.5.1 Elementos de una ecuación de primer grado

Las ecuaciones están formadas por diferentes elementos fundamentales y cada uno cumplen diferentes funciones, por lo tanto, Scheffold (2020) menciona que son los siguientes:

- **Miembros:** Son expresiones que aparecen en cada lado de la igualdad, se le conoce al primer miembro a la expresión que está a lado izquierdo y al segundo miembro a la expresión de lado derecho.
- **Incógnitas:** Se le conoce también como variable y se representa con letras y generalmente con la letra x .
- **Coefficientes:** Son valores numéricos que están multiplicando a la variable.
- **Términos:** Son valores que están que se encuentran solas y separadas por los signos de la operación.
- **Grado:** Es el mayor grado de la ecuación en este caso es de grado 1.

2.2.5.2 Propiedades de las ecuaciones

Las ecuaciones es una igualdad, por lo tanto, para que mantenga la igualdad se debe considerar una serie de operaciones entre sus términos la cual a continuación se detalla cada una de sus propiedades:

Tabla 1

Propiedades de una Ecuación de Primer Grado

Propiedad	Explicativa	Ejemplo
Multiplicativa Para todo $a, b y c \in \mathbb{R}$ Si $a = b$ Entonces $a * c = b * c$	Esta propiedad señala que se puede multiplicar ambos miembros de la igualdad para el mismo número sin que se altere la igualdad.	$6 + 3 = 5 + 4$ En los dos miembros se le multiplica por un número real que coincida y cumpla la igualdad. $2(6 + 3) = 2(5 + 4)$ $18 = 18$
Aditiva Para todo $a, b y c \in \mathbb{R}$ Si $a = b$ Entonces $a + c = b + c$	Esta propiedad señala que se pueden sumar el mismo número tanto en primer miembro y segundo miembro sin alterar la ecuación.	$4 + 5 = 8$ En los dos lados se le suma 2 el resultado no se altera $2 + 4 + 5 = 8 + 2$ $11 = 11$
Transitiva Para todo $a, b y c \in \mathbb{R}$ Si $a = b$ y $b = c$ Entonces $a = c$	Esta propiedad señala que debe tener 3 termino puesto que uno debe ser común y otras igualdades para que concluya que los dos elementos sean iguales.	$a = 3x$ $b = 3x$ entonces $a = b$
Simétrica Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ Se tiene si $a = b$ Entonces $b = a$	Esta propiedad nos indica que si se tiene una igualdad esta se conserva y se leída de izquierda a derecha y derecha a izquierda.	Si $y = 6$ entonces $6 = y$

Fuente: (Acan, 2020)

2.2.5.3 Método general para resolver ecuaciones lineales

La ecuación de primer grado tiene un método para resolver y dar solución a la ecuación por lo tanto, Gonzales (2015) señala que son los siguientes:

- Si existe paréntesis en la expresión hay que quitarle convenientemente.
- Si hay denominadores se quitan, multiplicando ambos miembros por el mínimo con un múltiplo de los denominadores.
- Ya eliminado paréntesis y denominadores se coloca términos con variables en el primer miembro de la ecuación.

- Se simplifica los dos miembros y se obtiene a ecuación de la forma $ax = b$.
- Se despeja la variable x se obtiene lo siguiente $x = \frac{b}{a}$
- Finalmente se realiza la comprobación.

2.2.6 Desigualdades en matemáticas

La desigualdad en la matemática juega un papel fundamental, puesto que es la expresión algebraica que señala si una cantidad es mayor o menor que la otra, sin embargo, estas desigualdades están representadas con símbolos como $<$, $>$, \leq , \geq las cuales, estos signos determinan los sentidos de las desigualdades, como “mayor o igual que” \geq son todos los números mayor o iguales que cero, \leq “menor o igual que” indica que son menores o iguales que cero, por lo tanto, si $a > b$ entonces $b < a$ (Hernandez, 2020).

2.2.6.1 Propiedades de las desigualdades

Tabla 2

Propiedades de las Desigualdades

Propiedad	Explicativa	Ejemplo
Suma y resta Si $a < b$, entonces $a \pm c < b \pm c$	Una desigualdad cambia de sentido si se suma o se resta un número a cada miembro.	$8 < 10$; $8 + 4 < 10 + 4$; $12 < 14$
Multiplicación y división Si $a < b$ y c es un número positivo, entonces $ac < bc$. $c > 0$	Una desigualdad no cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo.	$3 < 7$; $3(2) < 7(2)$; $6 < 14$
Multiplicación y división Si $a < b$ y c es un número positivo, entonces $ac > bc$. $c < 0$	Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.	$-5 < 2$ $-5(-3) > 2(-3)$, $15 > -6$

Fuente: (Ministerio de Educación, 2020)

2.2.6.2 Clases de desigualdades

Las desigualdades, al representar la solución con diferentes símbolos, de acuerdo con Becerra (2018) menciona que se clasifican en dos, grandes grupos que se detalla a continuación:

- **Desigualdad absoluta:** Es aquella que se comprueba para cualquier valor, que se atribuya a las literales que figuras en ese extremo, la cual no depende de la variable.
- **Desigualdad condicional:** Es aquella que solo verifica con ciertos valores de las literales, por ejemplo; $3x - 5 > 0$ que solamente satisfacen para $x > 5$, por lo tanto, se dice que en este caso el 5 es el límite de x .

2.2.7 Intervalos

Los intervalos son conjuntos de los números reales, siendo dos números a, b en R que se encuentran limitados entre dos extremos, por lo tanto, el intervalo es representado con x números que se encuentran en entre a y b (Díaz, 2003).

2.2.7.1 Tipos de Intervalos

La solución de un Intervalo es el subconjunto de los números reales, por lo tanto, se debe conocer los diferentes tipos de intervalos para dar la solución correcta a una desigualdad, a continuación, se detalla cada uno de ellos.

Tabla 3

Tipos de Intervalo

Intervalo	Interpretación	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Abierto	No incluye los extremos a y b .	(a, b) o $]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Cerrado	Sí incluye los extremos a y b .	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Semiabierto por la izquierda	No incluye el extremo izquierdo a .	$(a, b]$ o $]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
Semiabierto por la derecha	No incluye el extremo derecho b .	$[a, b)$ o $[a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
Infinito	No incluye el extremo izquierdo y tiende $a + \infty$.	$(a, +\infty)$ o $]a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
Infinito	No incluye el extremo derecho y tiende $a - \infty$.	$(-\infty, a)$ o $] -\infty, a[$	$\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	
Infinito	Sí incluye el extremo izquierdo y tiende $a + \infty$.	$[a, +\infty)$ o $[a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	
Infinito	Sí incluye el extremo derecho y tiende $a - \infty$.	$(-\infty, a]$ o $] -\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	

Fuente: (Ministerio de Educación, 2020)

2.2.8 Inecuaciones lineales

Las inecuaciones son desigualdades algebraicas entre dos cantidades donde aparecen letras, conocidas como incógnitas o variables con valores desconocidos, tal que esto debe ser la una mayor que la otra y se representa con símbolos de las desigualdades como $<, >$

, \leq , \geq . La inecuación es también llamada desigualdad condicional donde se verifica con valores que satisfacen a la inecuación (Ministerio de Educación, 2020).

2.2.8.1 Proceso para resolver una inecuación lineal

Para resolver correctamente una inecuación se debe considerar los pasos correspondientes que, según Partal (2016) señala que son las siguientes:

- Quitar signos de agrupación.
- Eliminar denominadores.
- Agrupar términos con incógnitas al primer miembro y a los términos independientes en el segundo miembro.
- Se debe realizar la operación y despejar la variable.
- Se obtiene la solución y representar en forma gráfica o como intervalos.

2.2.9 Software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones

El uso del software GeoGebra es una alternativa para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} de forma interactiva, por lo tanto, la implementación de nuevas tecnologías en la educación favorece a los docentes que adquirirán habilidades para manejar estrategias y dirigir en el proceso de aprendizaje, descubriendo nuevos procesos de cálculo en las matemáticas. El software es adaptable en todos los niveles educativos, puesto que es una alternativa para familiarizarse con la práctica de manera interactiva puesto que debe implementarse en el aprendizaje de los estudiantes desde edades tempranas, comenzando desde la primaria, ya que es una herramienta importante en la incorporación de nuevas aplicaciones que facilitará una educación de calidad (Aldazabal et. al, 2022).

2.3 Definición de términos básicos

Aprendizaje: Es proceso donde se adquiere conocimientos y va desarrollando habilidades, conductas y valores.

Didáctica: Son métodos y técnicas de enseñanza, por lo tanto, es una ayuda al docente ya que es una disciplina fundamental en el ámbito educativo.

Ecuación: Es una igualdad de dos expresiones algebraicas que contiene variables, coeficientes y términos independientes.

ERCA: Es la metodología que se puede aplicar en el aula y es propuesta por David Kolb sus siglas significan: Experiencia, Reflexión, Conceptualización y Aplicación.

GeoGebra: Es un software matemático que permite realizar gráficas, cálculos, utilizando comandos básicos en lenguaje algebraicos.

Inecuación: Es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas la cual están relacionados con los signos de $>$, $<$, \geq , \leq y esta contiene una o varias incógnitas.

Recursos didácticos: Es cualquier tipo de material que el docente utiliza en el proceso de enseñanza y aprendizaje permitiendo que los estudiantes asimilen bien los conocimientos impartidos.

Software: Son programas que las computadoras brindan para realizar diversas actividades que cada aplicación contiene.

Tics: El significado de estas siglas son Tecnologías de la Información y Comunicación.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

3.1 Enfoque de investigación

Cuantitativo: Este enfoque se centra en la cuantificación de resultados, por lo tanto, al recolectar información mediante una prueba objetiva con el respectivo instrumento que es el cuestionario, se muestran datos de forma numérica, la cual permitió explorar el problema a investigar de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”.

3.2 Diseño de investigación

El diseño de la investigación fue no experimental por que se realizó un estudio sobre la problemática, observando situaciones ya existentes sin la manipulación de las variables, además como investigadora solo se cumplió el papel de observadora.

3.3 Tipos de investigación

De campo: Debido a que en la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” se recolectaron los datos mediante la aplicación de la prueba, donde proporcionó información de fuentes primarias, las mismas que permitieron identificar el problema, datos que fueron necesarios y útiles para el desarrollo de la investigación.

3.4 Nivel de investigación

Investigación descriptiva-propositiva: Permitted describir información recolectada sobre el nivel de conocimientos, además para alcanzar el nivel propositivo se partió desde el diagnóstico recogiendo información de manera directa del objeto a estudiar, luego se estableció meta y se estructuró una propuesta didáctica con la finalidad de dar solución a las falencias que tienen los estudiantes en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales.

3.5 Población y muestra

3.5.1 Población

Para este proyecto de investigación la población seleccionada en el estudio son los estudiantes de Educación General Básica Superior, la cual se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 4

Estudiantes que Forman Parte de la Población de Estudio

Curso	Población
Octavo	12
Noveno	16
Décimo	15
Total	43

Fuente: Secretaría de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”

3.5.2 Muestra

Para esta investigación, por facilidad de acceso a la información la investigadora selecciona como muestra a los 15 estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”.

3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.6.1 Técnicas

3.6.1.1 Prueba objetiva.

La prueba aplicada a los estudiantes permitió recabar información necesaria, ya que las preguntas fueron establecidas de acuerdo al aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales, los mismo brindaron información para su respectivo análisis e interpretación de resultados.

3.6.2 Instrumentos

3.6.2.1 Cuestionario

Este instrumento fue establecido con diferentes preguntas enfocados al tema de ecuaciones e inecuaciones lineales, partiendo desde los conocimientos previos hasta los temas indagados y así obtener información sobre el nivel de conocimientos que tienen en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} (Ver anexo 3).

3.6.2.2 Validación de instrumento de investigación

Para la validación de instrumento se pidió la colaboración de expertos conocedores de la investigación y de la docencia en matemáticas, por ende, son quienes respondieron los

aspectos que contiene la matriz, las cuales son: La univocidad de cada ítem, pertinencia, organización e importancia (Ver anexo 1 y 2).

3.7 Procedimientos para el análisis de datos

Una vez realizado el instrumento se procedió aplicar de manera directa entre el investigador y los sujetos a investigar las cuales fueron los 15 estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”.

- Microsoft Word: Programa que permitió la presentación de manera organizada el documento.
- Microsoft Excel: Software que ayudó a la tabulación de datos permitiendo presentar información en tablas y gráfica.
- Estadística descriptiva: Los resultados recabados se presentó en cuadros y gráficos estadísticos.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Presentación de resultados

A continuación, se detallan los resultados arrojados de la prueba objetiva aplicada para determinar las falencias que tienen los estudiantes de décimo años de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales.

Tabla 5

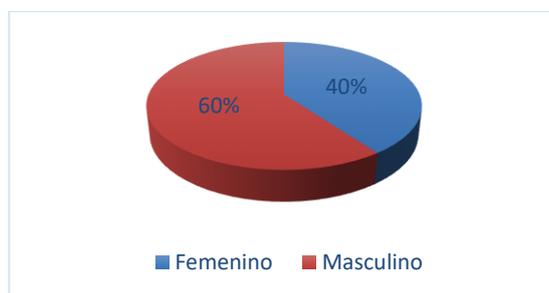
Género de los Estudiantes de Décimo Año

Género	Fi	F%
Masculino	9	60%
Femenino	6	40%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 2

Género de los Estudiantes de Décimo Año



Fuente: Tabla 5

Los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” el 60% son masculinos y el 40% son de género femenino.

1. Identifique ¿A qué conjunto pertenece los números irracionales?

Tabla 6

Identificación de la Pertenencia del Conjunto de Números Irracionales

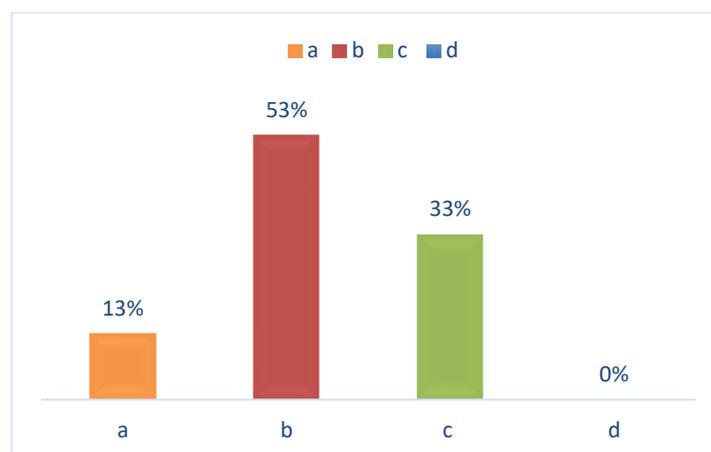
Alternativas	Fi	F%
Reales	2	13%

Enteros	8	53%
Racionales	5	33%
Natural	0	0%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 3

Identificación de la Pertenencia del Conjunto de Números Irracionales



Fuente: Tabla 6

Interpretación: De los resultados obtenidos de los estudiantes investigados de décimo año de educación general básica, significa que en este nivel y en los precedentes, según el currículo oficial ya se estudiaron los conjuntos numéricos hasta los reales, sin embargo, únicamente el 13% de ellos responden con acierto a la identificación solicitada, en consecuencia, este conocimiento errado podría repercutir en el desarrollo de nuevos aprendizajes.

2. ¿Cuáles son los subconjuntos que integran al conjunto de números enteros?

Tabla 7

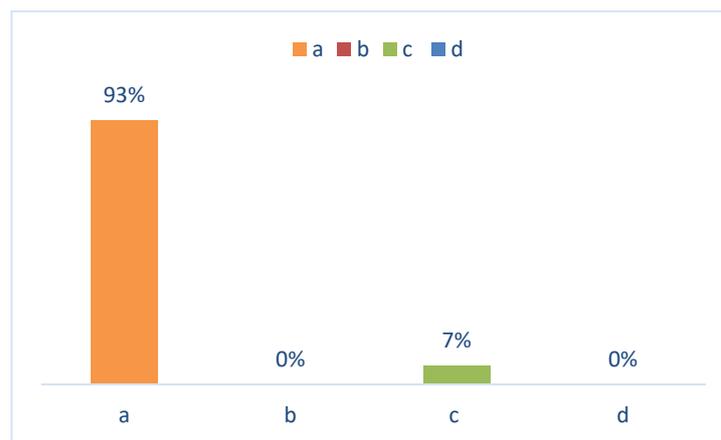
Los Subconjuntos que Integran a los Números Enteros

Alternativas	Fi	F%
Números positivos, negativos y racionales	14	93%
Números positivos y el cero	0	0%
Los números negativos, el cero, los números positivos	1	7%
Números irracionales y el cero	0	0%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 4

Los Subconjuntos que Integran a los Números Enteros



Fuente: Tabla 7

Interpretación: De la prueba aplicada a los estudiantes de la muestra seleccionada, se ha encontrado que solo un 7% sabe que el subconjunto de los números enteros está conformado por los números negativos, el cero y los números positivos, por lo cual esto indica que la mayoría tienen confusión con los conjuntos de los números y es un error significativo que exista confusión con los números irracionales, esto limitará avanzar en el aprendizaje de los próximos contenidos del currículo oficial establecido.

3. Al sumar, restar y multiplicar dos números enteros cualesquiera ¿Qué da como resultado?

Tabla 8

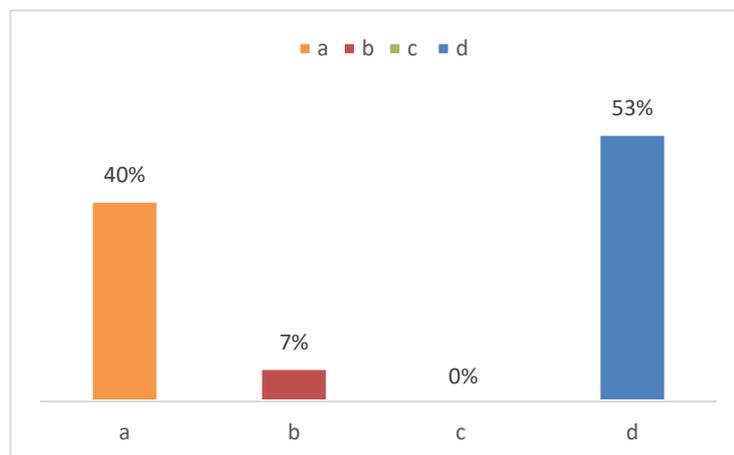
Operaciones de los Números Enteros

Alternativas	Fi	F%
Otro número fraccionario	6	40%
Otro número irracional	1	7%
Otro número complejos	0	0%
Otro número entero	8	53%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 5

Operaciones de los Números Enteros



Fuente: Tabla 8

Interpretación: Según el currículo oficial, los números enteros es revisado en los procedentes niveles, sin embargo, solo el 53% seleccionaron la respuesta adecuada la cual, se deduce que generaría un aprendizaje negativo para los niveles actuales y posteriores.

4. ¿Cuál es la propiedad, que afirma que el orden de los factores no altera el producto?

Tabla 9

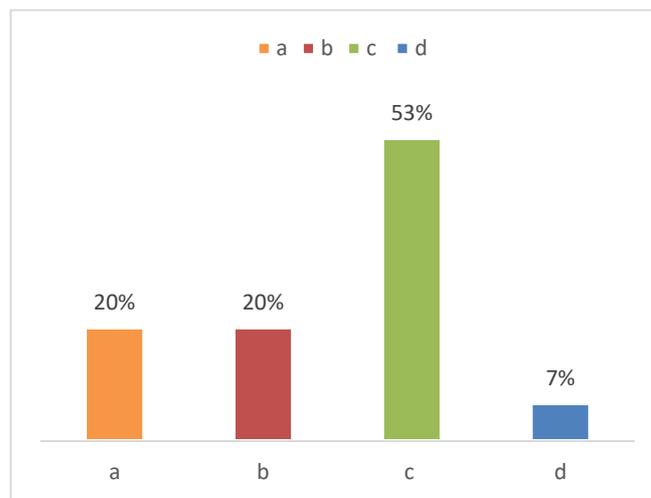
Identificación de Propiedades de los Números Reales

Alternativas	Fi	F%
Asociativa	3	20%
Elemento neutro	3	20%
Conmutativa	8	53%
Distributiva	1	7%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 6

Identificación de Propiedades de los Números Reales



Fuente: Tabla 9

Interpretación: Los datos recolectados de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica Superior, solo el 53% indican la respuesta correcta, sin embargo, este resultado no es favorable ya que son conocimientos elementales y deben ser interiorizados para su avance en el proceso aprendizaje.

5. Según la siguiente expresión: $a(b + c) = ab + ac$, ¿A qué propiedad hace referencia?

Tabla 10

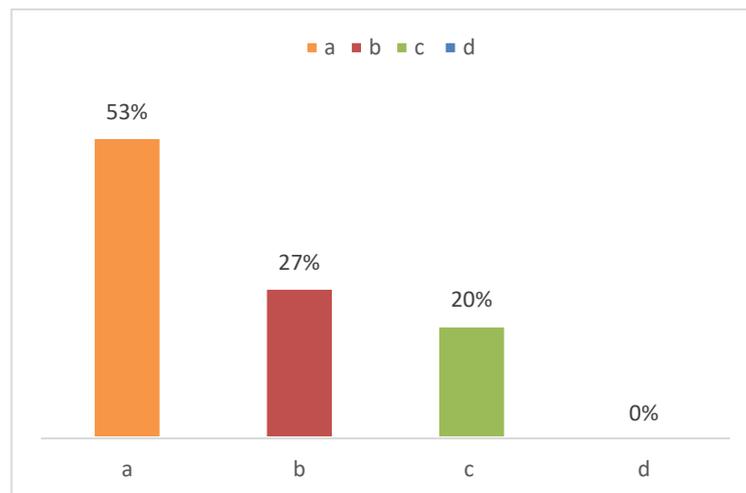
Propiedades de los Números Reales

Alternativas	Fi	F%
Propiedad conmutativa	8	53%
Propiedad asociativa	4	27%
Propiedad distributiva	3	20%
Propiedad del elemento neutro	0	0%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 7

Propiedades de los Números Reales



Fuente: Tabla 10

Interpretación: Los resultados a esta pregunta no han sido satisfactorios debido a que solo el 20% respondieron adecuadamente, la cual se deduce que los estudiantes tienen grandes falencias en el aprendizaje sobre las propiedades de los números reales, esto limita en el avance de conocimientos posteriores, por ende, se refleja notables equivocaciones en el avance de aprendizaje.

6. ¿Qué se debe primero identificar para realizar la suma de polinomios?

Tabla 11

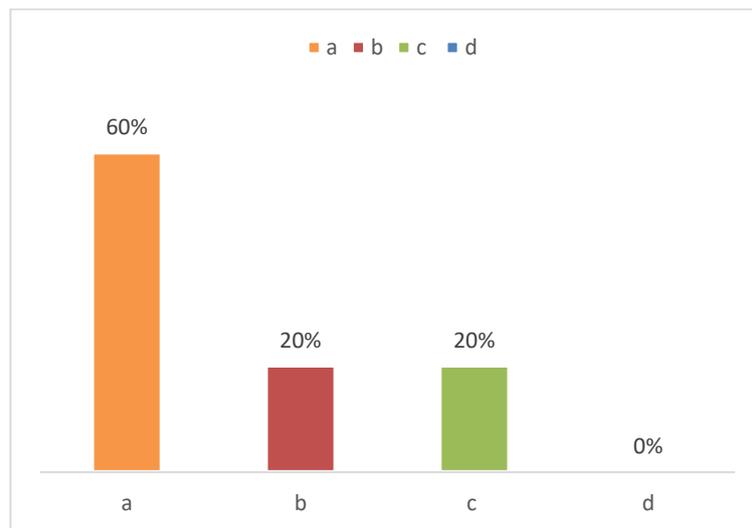
Suma de Polinomios

Alternativas	Fi	F%
Las operaciones	9	60%
Los términos opuestos	3	20%
Las variables	3	20%
Los términos semejantes	0	0%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 8

Suma de Polinomios



Fuente: Tabla 11

Interpretación: Según estos resultados conseguidos de los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”, se puede mencionar que en su totalidad de los estudiantes reflejan desconocimientos sobre las reglas para las operaciones con polinomios impidiendo avanzar con un aprendizaje significativo en su proceso de formación.

7. ¿Cuáles son las normas que se debe considerar para realizar la adición, sustracción, multiplicación y división de polinomios con más de una variable?

Tabla 12

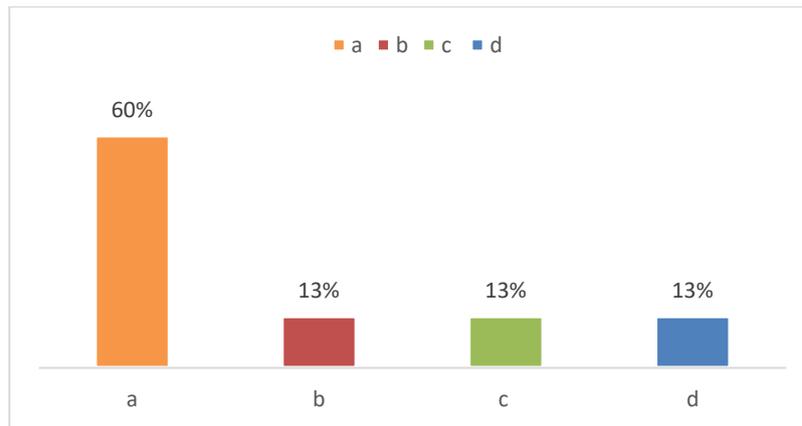
Normas que se Consideran para Realizar Operaciones con Polinomios

Alternativas	Fi	F%
Aplicar correctamente la regla de los exponentes, el orden de las operaciones	9	60%
Considerar los términos opuestos del polinomio, el orden de las operaciones	2	13%
Considerar las propiedades de las variables, la ley de los exponentes	2	13%
Los elementos de los polinomios, las propiedades de las operaciones	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 9

Normas que se Consideran para Realizar Operaciones con Polinomios



Fuente: Tabla 12

Interpretación: De la prueba aplicada se obtuvo que el 60% de los estudiantes de décimo año seleccionaron la respuesta correcta indicando así que la mayoría conocen las normas que se deben considerar para las operaciones con polinomios, sin embargo, existe un porcentaje notorio que desconocen sobre estas normas la cual obstaculiza en el avance de proceso de aprendizaje.

8. ¿Cuándo se dice que un intervalo es cerrado?

Tabla 13

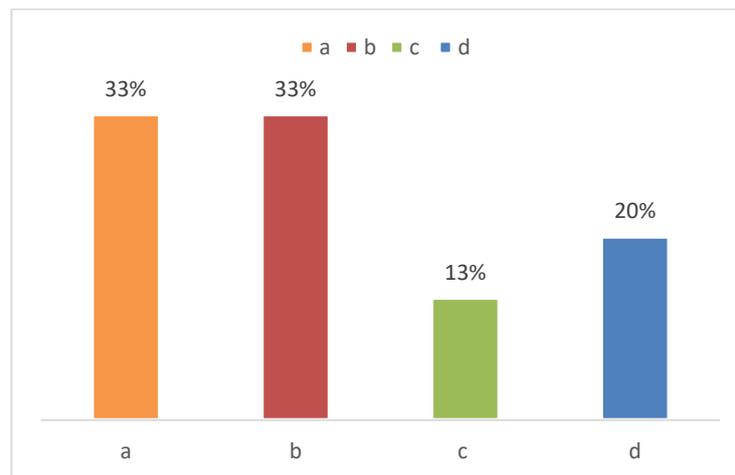
Identificación del Intervalo

Alternativas	Fi	F%
Cuando en su conjunto solución no incluye los dos extremos	5	33%
Cuando en su conjunto solución incluyen los dos extremos	5	33%
Cuando en su conjunto solución incluye uno de los extremos	2	13%
Cuando en su conjunto solución solo incluye el extremo superior	3	20%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 10

Identificación del Intervalo



Fuente: Tabla 13

Interpretación: Los intervalos son conocimientos elementales que los estudiantes deben conocer, sin embargo, solo el 33% seleccionaron adecuadamente indicando así que la mayoría desconocen sobre las definiciones básicas de un intervalo cerrado, esto impide avanzar en el aprendizaje de inecuaciones.

9. ¿Cuál de los siguientes conjuntos representa al intervalo dado $] - 4, 2]$?

Tabla 14

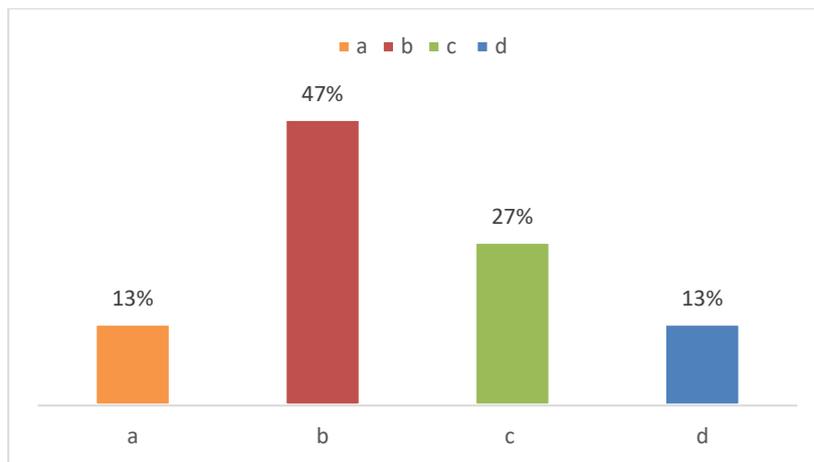
Identificación de Conjunto Solución del Intervalo

Alternativas	Fi	F%
$\{x \in R \mid - 4 < x < 2\}$	2	13%
$\{x \in R \mid - 4 \geq x \leq 2\}$	7	47%
$\{x \in R \mid - 4 < x \leq 2\}$	4	27%
$\{x \in R \mid - 4 \geq x \geq 2\}$	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 11

Identificación de Conjunto Solución del Intervalo



Fuente: Tabla 14

Interpretación: En los resultados obtenidos de la identificación del conjunto solución del intervalo dado, solo el 27% de los estudiantes identificaron correctamente mostrando así que la mayoría de ellos tienen inconvenientes en la determinación del conjunto solución, esto influye grandemente en la representación del conjunto solución de las inecuaciones.

10. ¿Cuál es la forma de expresar una ecuación lineal?

Tabla 15

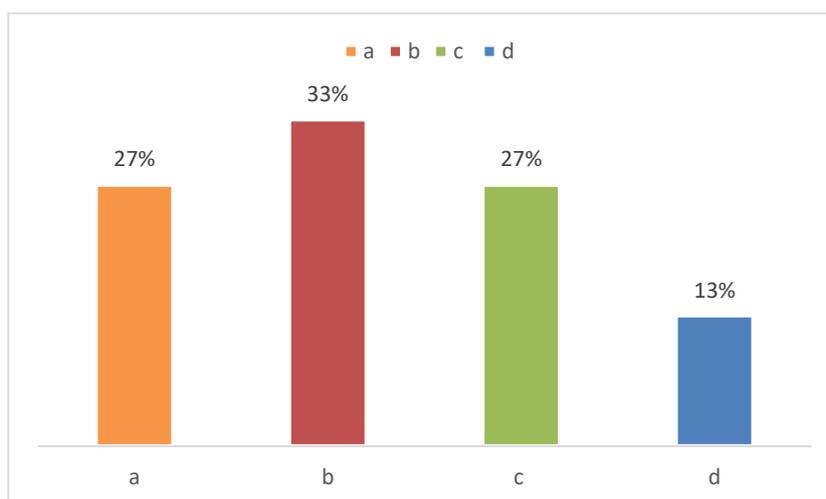
Forma de Expresar una Ecuación Lineal

Alternativas	Fi	F%
$ax + b \geq \infty$	4	27%
$ax + b = c$	5	33%
$ax^3 + b = \pi$	4	27%
$ax^2 + b = x$	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 12

Forma de Expresar una Ecuación Lineal



Fuente: Tabla 15

Interpretación: La forma de expresar una ecuación lineal son elementos fundamentales en el proceso aprendizaje, sin embargo, solo el 27% de los estudiantes indican perfectamente la expresión solicitada siendo así que la mayoría tiene falencias en expresar la forma de una ecuación de primer grado.

11. ¿Qué es una inecuación lineal?

Tabla 16

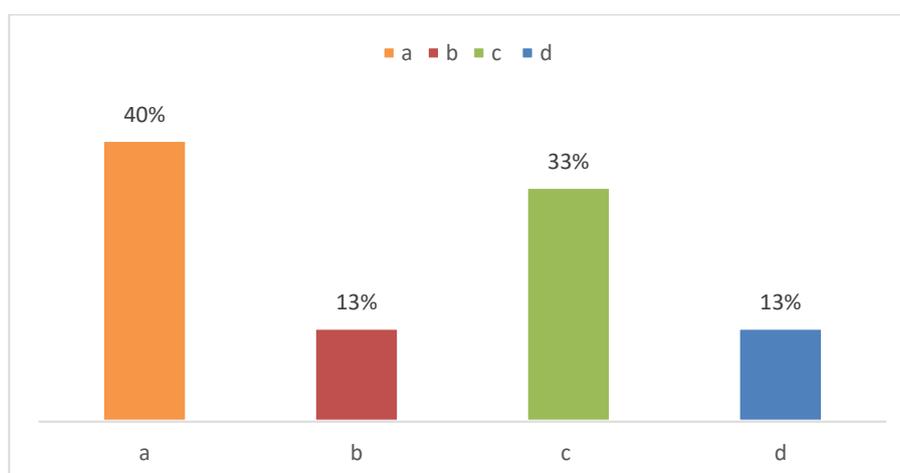
Definición de una Inecuación Lineal

Alternativas	Fi	F%
Es una desigualdad entre tres cantidades, tal que la una es mayor que la otra.	6	40%
Es una igualdad de dos cantidades, tal que la una es mayor que la otra.	2	13%
Es una desigualdad de dos cantidades, tal que los dos números son iguales	5	33%
Es una desigualdad de dos cantidades, tal que la una es mayor que la otra.	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 13

Definición de una Inecuación Lineal



Fuente: Tabla 16

Interpretación: Los resultados arrojados de la prueba aplicada a los estudiantes de décimo año de Educación General Básica Superior solo un 13% respondieron adecuadamente, la cual demuestra que la mayoría tienen inconvenientes en la definición de inecuación lineal.

12. ¿Cuál es el axioma que consiste en multiplicar cada miembro de la ecuación por el mismo número, pero invertido?

Tabla 17

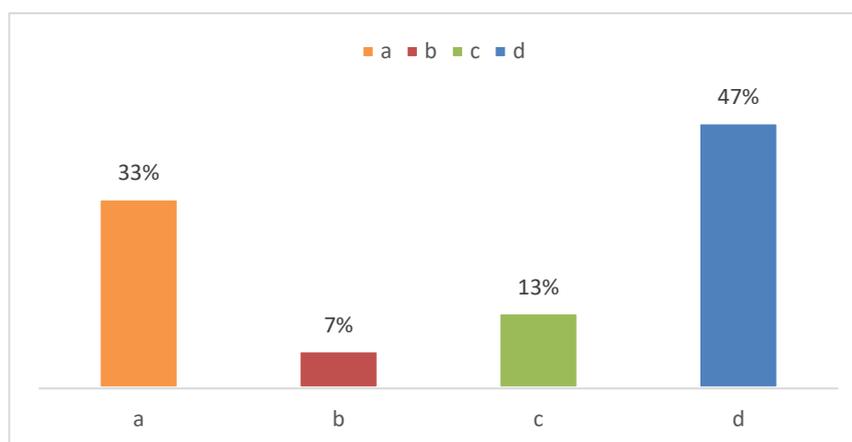
Axiomas de una Ecuación

Alternativas	Fi	F%
El axioma del inverso multiplicativo	5	33%
El axioma de principio de trasposición de términos.	1	7%
El axioma del inverso aditivo.	2	13%
El axioma de los números reales.	7	47%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 14

Axiomas de una Ecuación



Fuente: Tabla 17

Interpretación: El axioma del inverso multiplicativo es una regla que se debe considerar en diferentes problemas, tanto como en ecuación e inecuación, sin embargo, solo el 33% de los estudiantes respondieron correctamente, por ende, se deduce que la mayoría tienen falencias en aplicar dicha regla y es donde influye el avance del proceso aprendizaje.

13. ¿Cuál es la ley que menciona si a y b son dos números reales cualesquiera, se cumple solo una de las siguientes relaciones: $a > b$; $a = b$; $a < b$?

Tabla 18

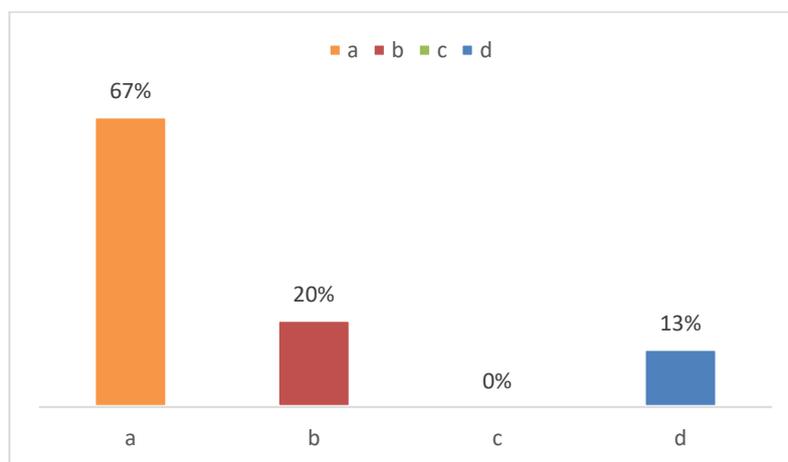
Axioma de una Inecuación

Alternativa	Fi	F%
Ley de los signos	10	67%
Ley de tricotomía	3	20%
Ley transitiva	0	0%
Ley de monotonía	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 15

Axioma de una Inecuación



Fuente: Tabla 18

Interpretación: De los resultados arrojados al aplicar la prueba en los estudiantes de décimo año, indica que solo un 20% de ellos mencionaron la respuesta correcta, pese a que la ley de la tricotomía son reglas principales para realizar comparaciones entre números reales.

14. Una igualdad no cambia si se le suma o se le resta un mismo número a cada miembro. ¿Cuál es la propiedad que cumple con el enunciado?

Tabla 19

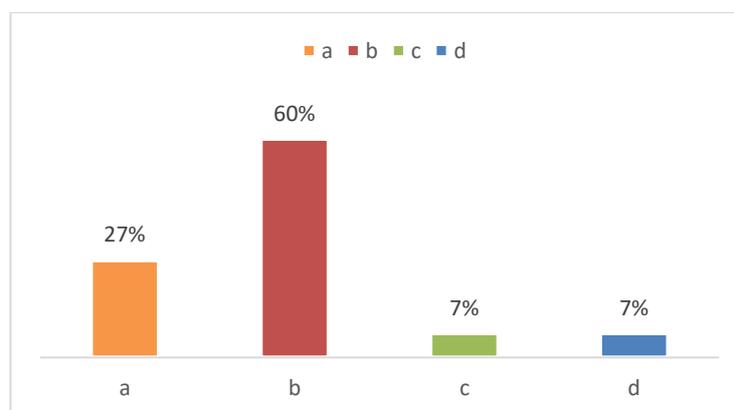
Propiedades Elementales de una Ecuación

Alternativas	Fi	F%
<i>Si $a = b$, entonces $a \pm c = b \pm c$.</i>	4	27%
<i>Si $a = b$ y $c = 0$, entonces $ac = bc$.</i>	9	60%
<i>Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $ac \neq bc$.</i>	1	7%
<i>Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $ac = bc$.</i>	1	7%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 16

Propiedades Elementales de una Ecuación



Fuente: Tabla 19

Interpretación: Las propiedades en una ecuación son reglas fundamentales que se consideran en el proceso de la resolución de los ejercicios planteados, sin embargo, solo el 27% de los estudiantes seleccionaron el enunciado correcto indicando así que la mayoría desconocen de esta propiedad elemental en la ecuación.

15. Si $a < b$ y c es un número negativo, entonces $ac > bc, c < 0$. ¿Cuál es el enunciado que interpreta a esta propiedad?

Tabla 20

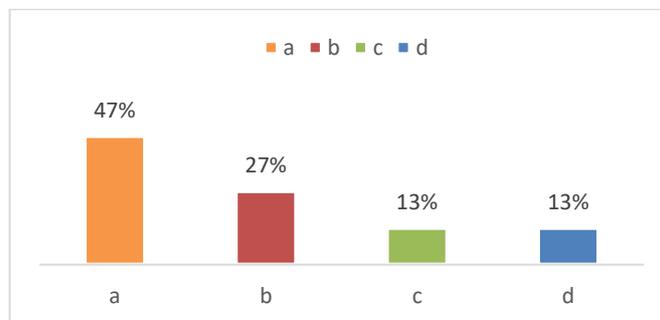
Identificación del Enunciado que Cumple la Propiedad de una Inecuación

Alternativas	Fi	F%
Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen uno de los miembros por un número negativo.	7	47%
Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.	4	27%
Una desigualdad no cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.	2	13%
Una igualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 17

Identificación del Enunciado que Cumple la Propiedad de una Inecuación



Fuente: Tabla 20

Interpretación: Las propiedades de una inecuación son fundamentales en el proceso aprendizaje ya que en los posteriores se puede aplicar en ejercicios relacionados con la inecuación, sin embargo, en los resultados obtenidos de los estudiantes se deduce que la mayoría de los estudiantes no asimilan correctamente el enunciado, por ende, en lo posterior presentará como un obstáculo en el avance de aprendizaje.

16. Si $a < b$ y c es un número positivo, entonces $ac < bc, c > 0$. ¿Cuál es el enunciado que interpreta esta propiedad?

Tabla 21

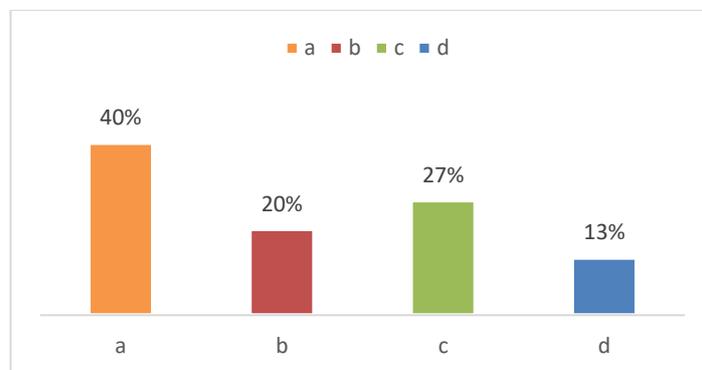
Identificación de la Propiedad que indica en el Enunciado

Alternativas	Fi	F%
Una desigualdad cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo.	6	40%
Una desigualdad no cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo	3	20%
Una desigualdad no cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número negativo	4	27%
Una igualdad cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo	2	13%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 18

Identificación de la Propiedad que indica en el Enunciado



Fuente: Tabla 21

Interpretación: De los resultados obtenidos sobre la propiedad de una inecuación se puede manifestar que solo un 20% de los estudiantes seleccionan el enunciado correcto puesto que la mayoría de los discentes no tienen definido claramente sobre el enunciado de una propiedad de una inecuación lineal.

17. Identifique ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde el enunciado en lenguaje común? La división de un número entero entre su antecesor.

Tabla 22

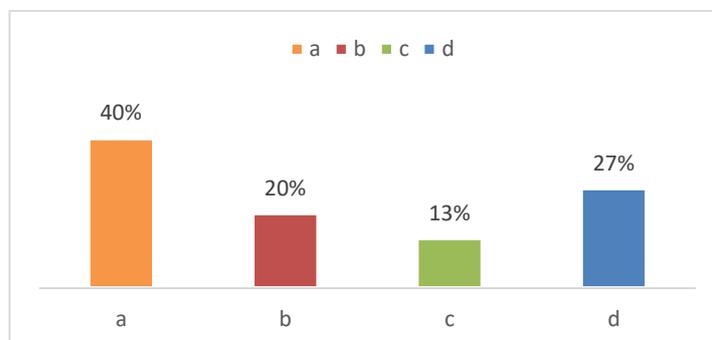
Expresiones Algebraicas de un Lenguaje Común

Alternativas	Fi	F%
$\frac{x}{x} - 1$	6	40%
$\frac{x}{y} - 1$	3	20%
$\frac{x}{x - 1}$	2	13%
$\frac{x}{x - 2}$	4	27%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 19

Expresiones Algebraicas de un Lenguaje Común



Fuente: Tabla 22

Interpretación: De la prueba aplicada a los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” se obtuvo que solo el 13% de los discentes respondieron correctamente mostrando así que un grupo numeroso tienen inconvenientes en expresar el enunciado de lenguaje común al lenguaje algebraico.

18. Identifique ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde al enunciado presentado en lenguaje común? Las dos terceras partes de, un número disminuido en cinco es igual a 12.

Tabla 23

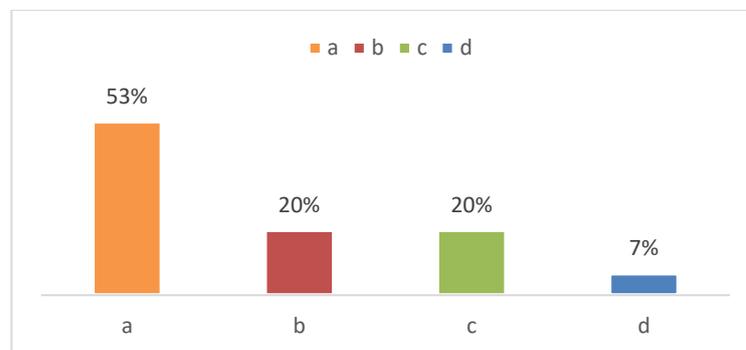
Expresión Algebraica de un Lenguaje Común para una Ecuación Lineal

Alternativas	Fi	F%
$\frac{2}{3}x + 5 = 12$	8	53%
$\frac{2}{3}(x - 5) = 12$	3	20%
$\frac{2}{3x} - 5 = 12$	3	20%
$\frac{2}{3x} + 5 = 12$	1	7%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 20

Expresión Algebraica de un Lenguaje Común para una Ecuación Lineal



Fuente: Tabla 23

Interpretación: De los estudiantes que se aplicó la prueba objetiva los resultados arrojados muestran que solo un 20% de los estudiantes saben cómo expresar correctamente en lenguaje algebraico de un lenguaje común indicando así que la mayoría tienen dificultad en expresar dicho enunciado en un lenguaje algebraico.

19. Identifique ¿Cuál es el enunciado que representa la siguiente expresión en lenguaje común? $x(x - 1) = 30$

Tabla 24

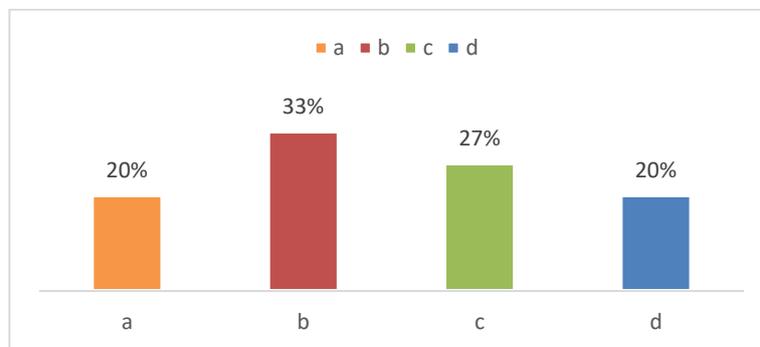
Expresión Algebraica en Lenguaje Común de una Ecuación

Alternativas	Fi	F%
El producto de un número positivo con su antecesor equivale a 30	3	20%
El producto de un número negativo con su antecesor equivale a 30.	5	33%
El producto de un número positivo con su opuesto equivale a 30.	4	27%
El producto de dos números positivos con su antecesor equivale a 30.	3	20%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo

Figura 21

Expresión Algebraica en Lenguaje Común de una Ecuación



Fuente: Tabla 24

Interpretación: Los resultados obtenidos de la prueba objetiva aplicada se obtuvo que la mayoría de los estudiantes no respondieron correctamente donde demuestra que solo un 20% de ellos eligieron correctamente, por lo tanto, se concluye que tienen problemas en expresar lo de lenguaje algebraico al lenguaje común de una ecuación.

20. Identifique ¿Cuál es el enunciado que representa la siguiente expresión en lenguaje común? $x^3 + 3x^2 \geq 20$

Tabla 25

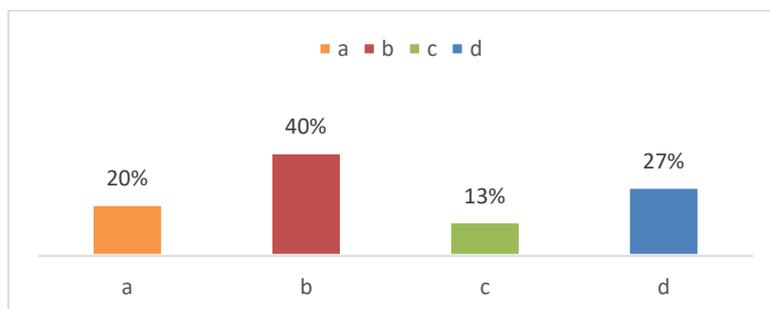
Expresión de Lenguaje Común de una Inecuación

Alternativas	Fi	F%
El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es mayor que veinte.	3	20%
El cubo de un número menos el triple del cuadrado de dicho número es mayor o igual que veinte.	6	40%
El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es mayor o igual que veinte.	2	13%
El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es igual que veinte.	4	27%
Total	15	100%

Fuente: Estudiantes de décimo año

Figura 22

Expresión de Lenguaje Común de una Inecuación



Fuente: Tabla 25

Interpretación: Los resultados obtenidos de los estudiantes de décimo año, se tiene como resultado que solo un 13% de ellos seleccionaron la respuesta adecuada ya que, expresar lo de lenguaje algebraico al lenguaje común son fundamentales debido a que son procesos de aprendizaje que los estudiantes deben dominar pero, con los resultados obtenidos se entiende que la mayoría tiene dificultades en expresar al lenguaje común, siendo así que dificultará en el avance de contenidos posteriores que estén relacionados a este tema.

4.2 Discusión de Resultados

Este trabajo se ha realizado con el propósito de elaborar una propuesta didáctica con el uso de software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , de acuerdo con el currículo oficial del Ministerio de Educación (2016) en este subnivel educativo los discentes deben saber resolver ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita en \mathbb{R} , además deben representar intervalos de manera algebraica y gráfica, por lo tanto, se recogió información sobre el nivel de conocimientos que poseen, la cual demostró que en la mayoría de las interrogantes planteadas no responden adecuadamente puesto, que existe bastante confusión en los conocimientos previos, por ende se limita a adquirir aprendizaje significativo en los contenidos tratados.

La información recabada en esta investigación guarda relación con Zuñiga et. al (2016) donde al realizar la indagación sobre la solución de problemas que se modelan con ecuaciones lineales con empleo de GeoGebra, donde demuestra que existe falencias en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales, por lo tanto emplea el software GeoGebra la cual determina que los estudiantes al interactuar, lograron construir los modelos matemáticos necesarios para la resolución de problemas, esto sucedió gracias a la manipulación en la resolución de problemas de ecuaciones lineales.

La indagación realizada en este trabajo de investigación, demuestra que existe relación con la investigación de Gutierrez Pastor (2019) con el tema de resolución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado donde aplicando estrategias para la resolución de problemas y lograr mejorar el aprendizaje en el área de la matemática, además busca la participación activa de los estudiantes los mismos que ayudará a mejorar el rendimiento académico ya que al implementar estrategias innovadoras permite adquirir conocimientos significativos del tema tratado.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- Las Tics en el ámbito educativo, se ha convertido en herramientas fundamentales para el proceso aprendizaje, por lo tanto, para fortalecer el conocimiento en el área de la matemática existe diversos programas, sin embargo, al averiguar diferentes fuentes confiables se analizó que el software GeoGebra es un programa que permite a los discentes interactuar de forma activa y dinámica la cual es adaptable para todos los niveles educativos en cualquier tema que permita realizar la gráfica.
- La prueba aplicada sobre el nivel de conocimientos en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales, se obtuvo los resultados donde la mayoría de los estudiantes tienen falencias en los conocimientos previos, por lo tanto, solo el 33% mencionan correctamente la expresión de una ecuación lineal, y un 13% de los estudiantes señalan la definición correcta de una inecuación, indicando así que la mayoría tienen inconvenientes en conocimientos fundamentales.
- Al desarrollar la propuesta didáctica con la utilización del software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} se puede fortalecer el proceso de enseñanza, ya que está estructurado partiendo desde los contenidos previos hasta la aplicación del tema planteado, puesto que los recursos tecnológicos son de fácil acceso y dinámico, permitiendo así a los estudiantes sentirse motivados y alcancen un mejor aprendizaje.

5.2 Recomendaciones

- Es importante que los docentes implementen herramientas como software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas, puesto que es instrumento gratuito de libre acceso y permite aprender de manera activa y dinámica.
- Es fundamental que los docentes evalúen después de cada clase para verificar el alcance de los objetivos planteados en la propuesta con la finalidad de orientar a los estudiantes a mejorar el aprendizaje.
- Se recomienda a los docentes hacer uso de nuevas herramientas tecnológicas que permitan a los estudiantes aprender de forma interactiva, por lo tanto, hacer uso de la propuesta planteada en base a la utilización de software GeoGebra para un aprendizaje significativo.

CAPÍTULO VI. PROPUESTA

6.1 Título de propuesta

Aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales con software GeoGebra

6.2 Beneficiarios

Los docentes de matemáticas y estudiantes de décimo año de Educación General Básica Superior de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga” de la comunidad Calhua Grande.

6.3 Introducción a la propuesta

Los resultados obtenidos en esta investigación tiene relación con lo conseguido el investigador Atencio (2019) quien al estudiar “GeoGebra en la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales” concluye que los estudiantes que emplean software GeoGebra en el proceso aprendizaje cometen menos errores que los que aprenden con la metodología tradicional. Por lo tanto, se deduce que es fundamental incorporar el software GeoGebra en el proceso aprendizaje ya que esto ayuda a mejorar el aprendizaje.

En la actualidad en el ámbito educativo las herramientas Tic han sido de gran utilidad debido a que complementan en el proceso de enseñanza aprendizaje, por tal razón se ha visto la necesidad de implementar una propuesta didáctica con la finalidad de despertar el interés y motivar a los docentes que hagan uso de diferentes metodologías para que los estudiantes construyan una nueva forma de aprendizaje, por ende, esta propuesta se realizó en consecuencia a la investigación realizada en los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”, ya que los resultados obtenidos de la prueba aplicada no son favorables, puesto que son mínimos los estudiantes que responden correctamente las interrogantes planteadas.

Dentro de este marco, se hace uso del software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones, debido a que esta herramienta es de fácil acceso y gratuito permitiendo así la construcción de un aprendizaje significativo de manera dinámica e interactiva. Al mismo tiempo, esta propuesta se apoya de la metodología ERCA que está compuesta por cuatro momentos indispensables: Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación. En la cual, se ha planteado actividades de aprendizaje que son ejercicios que los discentes llevarán a cabo con el propósito de avanzar en el proceso aprendizaje.

La propuesta didáctica realizada para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} , según el currículo oficial el tema se encuentra en la unidad 2 del texto integrado de décimo año, por lo cual se halla estructurado para un tiempo estimado de una semana (6h).

6.4 Presentación de la propuesta

La presente propuesta está dirigida a los docentes de la Unidad Educativa Intercultural Bilingüe “Luis Chiriboga” la misma que podrán adecuar a su contexto las actividades de aprendizaje considerando las necesidades que tiene los estudiantes. Estos talleres están orientados a que los docentes que exploren los conocimientos previos que poseen los estudiantes para así realizar una reflexión fruto de la experiencia viva. Así mismo el docente brindará todo el conjunto de conceptos y teorías necesarias para comprender la temática establecida, de igual forma a la aplicación práctica de los conceptos generados para usarlos como pauta para resolver nuevos problemas y afrontar distintas situaciones que mejoren sus destrezas haciendo suyo lo aprendido.

6.5 Objetivo de la propuesta

Elaborar una propuesta didáctica con el uso de software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R} .

6.6 Unidad 2. Ecuaciones e inecuaciones lineales en \mathbb{R}

Objetivo de la unidad de acuerdo al texto del Ministerio de Educación proporcionado a los estudiantes de décimo año.

O.M.4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; (...), para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

6.6.1 Taller 1: Software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas

Este taller tiene como finalidad aprender a manejar software GeoGebra partiendo desde las Tics y finalizando en la instalación de la aplicación siguiendo un proceso didáctico.

Fase 1: Experiencia

¿Qué son las Tics en Educación?

Las Tics (Tecnologías de Información y Comunicación) en el ámbito educativo se refiere al conjunto de herramienta tecnológicas que permiten implementar en el proceso aprendizaje, la misma que aporta con diferentes softwares y programas informáticos para enriquecer los conocimientos y transformar la educación.

¿Qué es software educativo?

El software es un programa informático que está diseñado para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje, con la finalidad de integrar en diferentes áreas dentro del sistema educativo.

¿Qué es software matemático?

Son programas que están diseñados para resolver problemas matemáticos representando de forma numérica, simbólica y gráfica. Permitiendo ser manipulados aplicando en contenidos específicos en el aula de clases.

¿Cuáles son los programas o softwares que se puede aplicar en el área de la matemática?

Los softwares más conocidos y aplicados en el área de la matemática son:

- Euler: Es un laboratorio numérico e interactivo donde se calcula rápidamente funciones.
- GeoGebra: Es un software interactivo adaptado para todos los niveles educativos donde integra algebra, geometría, calculo, graficas entre otros en un solo programa.
- Yacas: Es un programa para la manipulación simbólica de expresiones matemáticas.
- Zhu3D: Programa para la visualización interactiva de funciones explicitas en sistema paramétrico.

Fase 2: Reflexión

Analice y responda las siguientes preguntas.

¿Creen que es importante incorporar las Tics en el ámbito educativo?

¿Cuál sería el software que permitirá adaptar en cualquiera de los niveles?

¿Los softwares matemáticos guiará para mejorar el aprendizaje?

Fase 3: Conceptualización

¿Qué es GeoGebra?

Es un software matemático gratuito está disponible para todos los niveles educativos y se encuentra en múltiples plataformas, porque es un programa interactivo de gran utilidad para el aprendizaje de diferentes contenidos como ecuaciones, funciones, geometría entre otros.

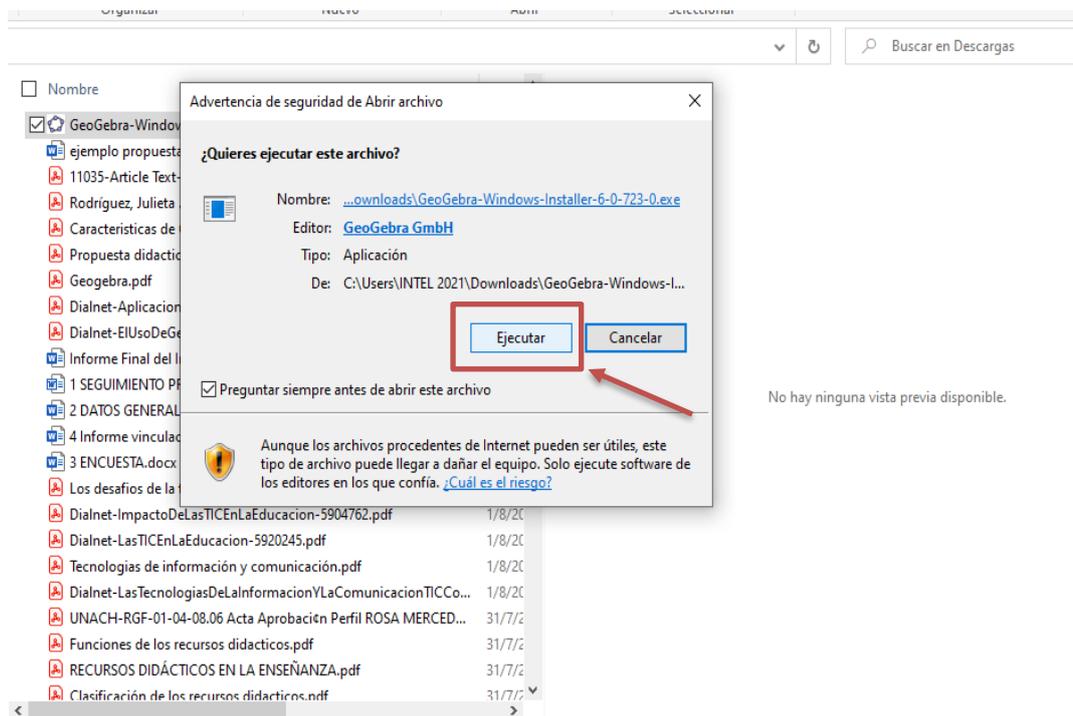
El software GeoGebra permite trabajar de diferentes formas ya sea de forma online o descargando aplicación, para trabajar de primera forma se debe estar conectado al servicio internet, en el otro una vez descargado se puede utilizar sin estar conectado al internet y de forma gratuita.

A continuación, se presenta un mini tutorial para instalar el programa GeoGebra en el ordenador para utilizar sin estar conectado al servicio internet.

- 1º. Primero se debe ingresar a la página web de software GeoGebra con el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/>
- 2º. Buscar el GeoGebra Clásico 6 y seleccionar opción descargar.



3º. Instalar el programa en la computadora



4º. Una vez instalada se abre y se observar el interfaz del software GeoGebra dividido en diferentes zonas de la siguiente manea.



Barra de herramientas: Es la parte donde se encuentra diferentes iconos para realizar diferentes acciones: icono de arrastrar , botón que permite dibujar ,



botón que permite dibujar la recta que pasa por dos puntos, botón que permite hallar la intersección de dos objetos, botón para dibujar el ángulo, botón para insertar texto estos son las más utilizadas pero existe construcciones más concretas solo con hacer clic en cada uno de ellos y se abrirá una nueva barra vertical.

Entrada de comandos: Es el espacio donde se debe introducir las fórmulas y comandos algebraicos para dar solución a lo introducido.

Zona algebraica: Es el espacio donde muestra los nombres y valores ingresados a los objetos de construcción.

Zona gráfica: Es el área donde muestra los objetos construidos.

Fase 4: Aplicación

El software GeoGebra permite introducir diferentes ejercicios relacionados a la matemática, por lo tanto, se recomienda conocer todos los botones básicos que contiene el interfaz del programa.

Relacione los botones con las definiciones que lo correspondan.

Botón que diseña puntos.



Botón de intersección entre dos segmentos.



Botón que dibuja Angulo.



Botón para insertar textos.



Botón para arrastrar la gráfica.



Botón que permite dibujar la recta entre dos puntos.



Botón que permite dibujar una perpendicular.



6.6.2 Taller 2: Ecuaciones lineales en \mathbb{R}

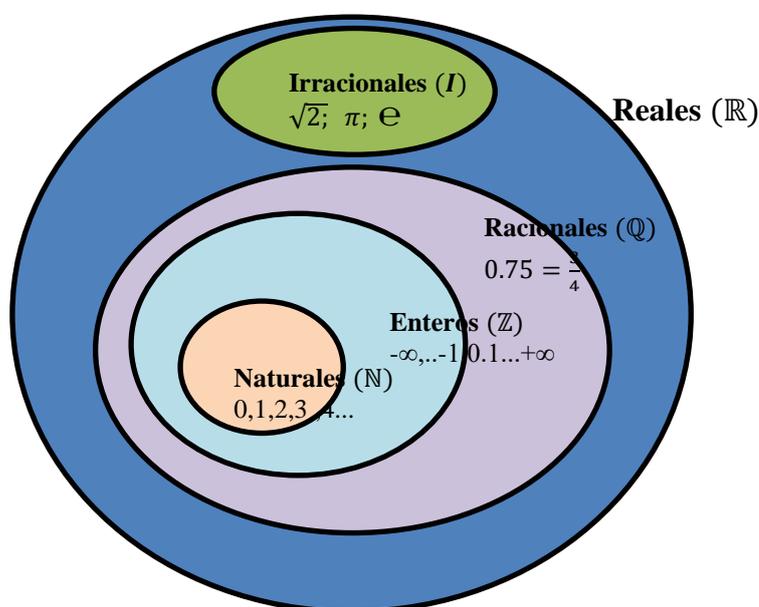
En este taller contiene temas relacionados con contenidos previos para finalmente ver el tema de ecuaciones lineales ya que según el texto escolar de décimo los estudiantes en este subnivel educativo deben adquirir lo que indica el siguiente criterio de desempeño.

M.4.1.38. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en \mathbb{R} para resolver problemas sencillos.

Fase 1: Experiencia

Los números reales: Es la unión entre los números Racionales y los Irracionales, por ende, son cualquier número que corresponda a un punto de la recta real.

Clasificación de los números reales



Las expresiones algebraicas: son expresiones que están combinadas entre variables y números constantes y operaciones algebraicas, para ello se debe considerar las siguientes simbologías:

Constantes	$2, 3, 5, 6 \dots \infty$
VARIABLES	$x, y, z, a, b, c \dots \text{etc.}$
Relaciones	$<, >, = \dots \text{etc.}$
Operaciones	$+, -, \div, \times$
Agrupación de términos	$(\dots), [\dots], \{\dots\}$

Términos algebraicos: Se le conoce términos algebraicos a la expresión algebraica que no están separadas por una operación ya sea suma, resta, multiplicación y división. Por

ejemplo: $-50xyz$, donde -50 es el coeficiente y xyz son variables; en caso de que el coeficiente sea 1 no es necesario indicar.

Lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico es una forma de representar los símbolos y números que son traducidos de un lenguaje natural permitiendo expresar enunciados de forma breve y sencilla.

Ejemplo:

Lenguaje Natural	Lenguaje Algebraico
Un número cualquiera	x
El doble de un número	$2x$
La suma de dos números diferentes	$x + y$
El producto de dos números	$x * y$
El cociente de dos números	x/y

Fase 2: Reflexión

Analice y responda las siguientes preguntas.

- ¿Qué entiendes por números reales?
- ¿Cómo se representa los números reales?
- ¿Por qué es importante tener conocimientos solidos en expresiones algebraicas?
- ¿Para qué sirve el lenguaje algebraico?
- ¿El lenguaje algebraico en que ámbitos nomas se puede utilizar?

Fase 3: Conceptualización

Ecuaciones lineales en \mathbb{R}

En el diario vivir se encuentra diferentes problemas relacionados con la igualdad, por lo tanto, las expresiones están separadas por el signo igual.

Ejemplo de igualdad:

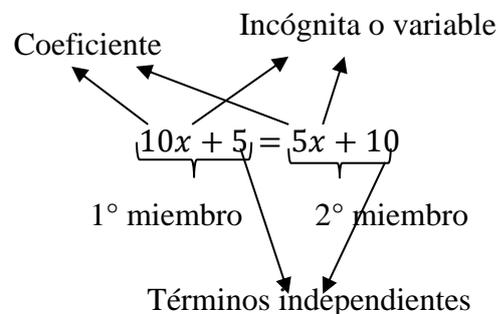
$$4 = 4$$

$$\underbrace{10 + 5} = \underbrace{5 + 10}$$

1° miembro 2° miembro

Definición: Es una igualdad de dos expresiones algebraicas cuyos miembros de la igualdad están formados por letras y números que están relacionados con operaciones aritméticas y la expresión de la ecuación lineal es de la forma $ax + b = c$ donde a, b y c son números reales y el grado de la incógnita x es 1.

Elementos de una ecuación



Las **incógnitas** o **variable** son las letras que aparecen en la expresión.

Los **Coefficientes** son los números que están multiplicando a las variables.

Miembros Son expresiones que están a cada lado y están separadas por el signo igual.

Términos independientes Son los números que no están acompañadas por incógnitas.

Solución de ecuaciones lineales.

La solución de una ecuación es encontrar un valor determinado de la incógnita o variable, a este valor averiguado se le conoce como raíz, para encontrar dicho valor se sigue los siguientes pasos:

- Primero eliminar paréntesis y denominadores en caso de que exista.
- Agrupar términos de las incógnitas en un solo miembro y los términos independientes en otro miembro.
- Reducir términos semejantes
- Despejar la incógnita

- Encontrar la raíz

Fase 4: Aplicación

Los problemas de la vida diaria están relacionados con las operaciones matemáticas, puesto que es la ciencia fundamental en la sociedad, sin embargo, la ecuación lineal no es la excepción, por ende, se sugiere realizar las siguientes actividades.

Ejemplo ilustrativo de forma analítica

$$\frac{7}{4}x - 5 = 2(x - 1) \quad \text{Quitar parentesis aplicando la propiedad distributiva}$$

$$\frac{7}{4}x - 5 = 2x - 2 \quad \text{Agrupar terminos semejantes de las incogitas y constantes}$$

$$\frac{7}{4}x - 2x = 5 - 2 \quad \text{Reducir terminos semejantes}$$

$$-\frac{1}{4}x = 3 \quad \text{Despejar la incognita}$$

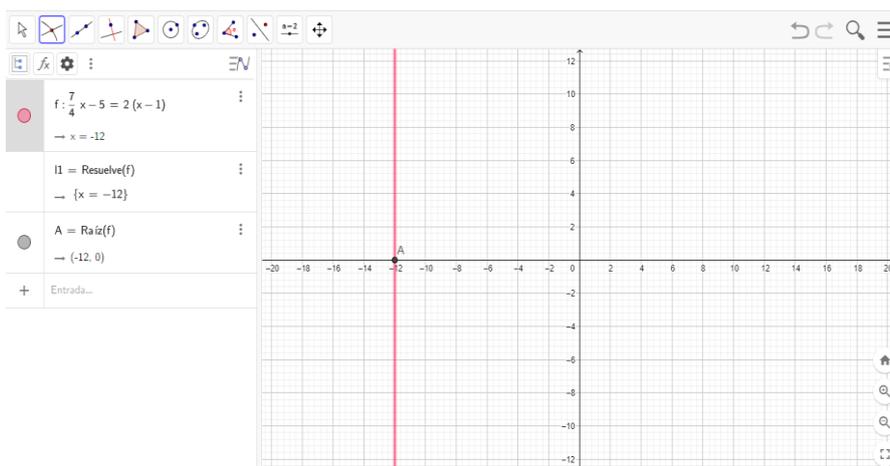
$$-x = 12 \quad \text{Multiplicamos cada miembro por } -1$$

$$x = -12 \quad \text{Raiz solución}$$

Resolución en software GeoGebra

- Ingrese el ejercicio en la barra de entrada de comandos
- Clic en los tres puntos y seleccionar resuelve

La respuesta se visualiza automáticamente y se observa que la gráfica de la raíz se representa en la recta real.



Actividades

Escribe en lenguaje algebraico los siguientes enunciados

- La tercera parte de un número aumentado en cuatro es igual a 25.
- Cinco veces un número disminuido en tres es igual a 50.
- La quinta parte de un número aumentado el doble de ese número es igual a 28.
- La suma de dos números dividido entre la diferencia de los mismos.
- El triple producto de la suma de dos números.

Escribe en lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas

- $3x$ _____
- $x^2 + 2xy$ _____
- $2xy$ _____
- $\frac{x}{y}$ _____
- $x - y$ _____

Realice los siguientes ejercicios de forma analítica y compruebe en el software GeoGebra.

- $\frac{x-4}{2} + 3 = 4x$
- $\frac{x}{2} - 5x + 2 = -1$
- $3 - \frac{x+2}{5} = 5(3x - 2)$
- $\frac{2(x-5)}{4} + 3 = 5x - 2$
- $2x - \frac{7x}{2} = \frac{3x}{2} + 53$
- $6x - \frac{9x}{3} = 46$
- $15 - \frac{6x}{5} = 3x + 2$
- ¿Cuánto mide una cuerda si su tercera cuarta parte mide 200 metros?
- Marta tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?
- Susana guarda 25 dólares en su baúl, que supone sumar una cuarta parte del dinero que ya había. ¿Cuánto dinero hay en el baúl?

6.6.3 Taller 3: Inecuaciones lineales en \mathbb{R}

M.4.1.39. Representar un intervalo en \mathbb{R} de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en \mathbb{R} .

Momento 1: Experiencia

Intervalo

Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se representa en la recta real, la cual es todos los números que están comprendidos dentro de un segmento dado entre dos puntos de intervalo a y b , como se ilustra en la siguiente gráfica.



Los tipos de intervalos son:

Cerrado $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
Abierto $\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	(a, b)	
Semi abierto $\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
Semi abierto $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
Infinito $\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	$(-\infty, a)$	
Infinito $\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	$(a, +\infty)$	
Infinito $\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	$(-\infty, a]$	
Infinito $\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	$[a, \infty)$	

Desigualdad

La desigualdad es una relación de dos expresiones matemáticas cuyos valores son distintos y están separados con los signos $>$, $<$, \geq , \leq , la cual indica, que una de las expresiones es mayor que la otra.

Ejemplo: $7 > 3$; $5 < 9$; $15 \geq 12$; $20 + 5 \leq 31 + 2$

Propiedades de las desigualdades

- Si se suma o se resta un mismo número a los dos miembros la desigualdad no cambia.
- Si se multiplica o se divide por un número positivo a cada uno de los miembros la desigualdad no altera.
- Cuando se multiplica o se divide por un número negativo a los dos miembros la desigualdad cambia de sentido.

Comprobación de las propiedades de las desigualdades

Desigualdad de comprobación $25 < 30$	
$40 < 45$ Cierto	Sumando 15 a los dos miembros queda.
$125 < 150$ Cierto	Ahora multiplicar por 5 a los miembros
$-25 < -30$ No es cierto	Multiplico por -1 a los dos miembros
$-25 > -30$ Cierto	Para que sea verdad, el signo de desigualdad cambia de sentido.

Clases de desigualdad

Las desigualdades se clasifican en dos grupos elementales que son:

Desigualdad absoluta: Es cuando la desigualdad no depende de las variables, por ejemplo: $7 + 6 > 8$.

Desigualdad condicional: Es aquella que verifica ciertos valores de la desigualdad que cumplen con la variable. Por ejemplo: $5x > 20$, despejando la incógnita se tiene que $x > 4$, la cual todos los valores mayores que 4 deben ser su conjunto solución. Esta desigualdad también es conocida como la inecuación.

Fase 2: Reflexión

Analice y responda las siguientes preguntas.

¿Cómo creen que se utiliza los intervalos en la vida cotidiana?

¿Cuándo podemos decir que está presente los intervalos cerrados?

¿En qué ámbito nomás podemos utilizar las desigualdades?

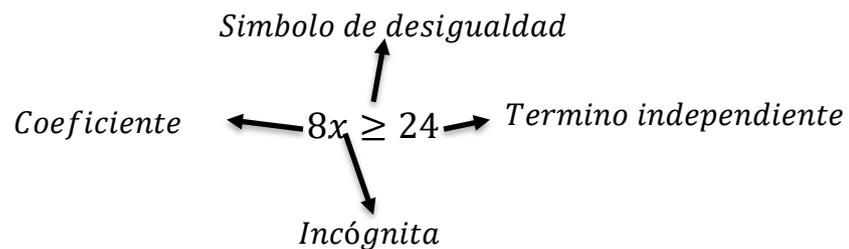
¿Por qué las desigualdades son parte de las inecuaciones?

Fase 3: Conceptualización

Inecuaciones lineales en \mathbb{R}

Las inecuaciones lineales o también llamadas ecuaciones de primer grado, son dos expresiones algebraicas que están separadas con los signos de desigualdad como $>$, $<$, \geq , \leq , puesto que estas expresiones están formadas por letras llamados variables o incógnitas, además se encuentra números como coeficientes o términos independientes.

Elementos de una inecuación



Solución de una inecuación lineal

La solución de una inecuación lineal, es encontrar valores determinados que cumplen la desigualdad, ya que la solución de una inecuación va ser un conjunto de puntos que forman un intervalo. **Ejemplo de solución:**

$$2x - 8 \geq 2(-2x + 5) \quad \text{Eliminar parentesis}$$

$$2x - 8 \geq -4x + 10 \quad \text{Transponer terminos}$$

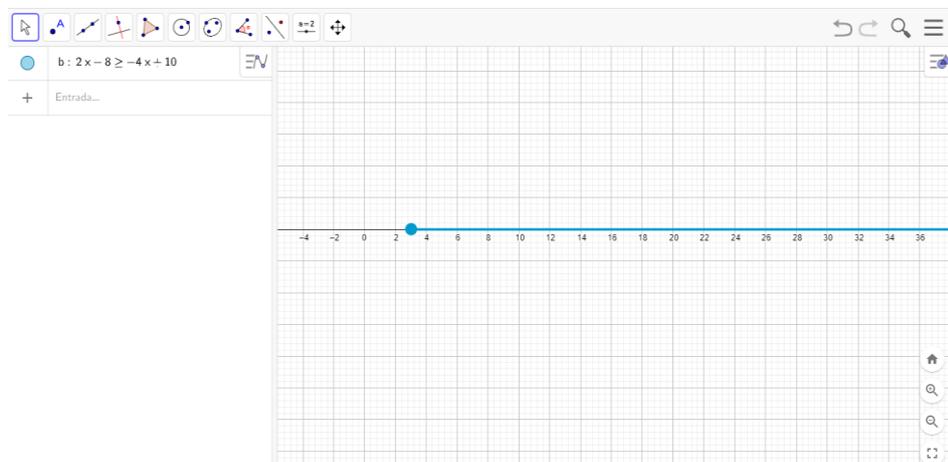
$$2x + 4x \geq 10 + 8 \quad \text{Reducir terminos semejantes}$$

$$6x \geq 18 \quad \text{Despejar la incógnita}$$

$$x \geq \frac{18}{6} \quad \text{Realizar su respectiva operación}$$

$$x \geq 3 \quad \text{Conjunto solución}$$

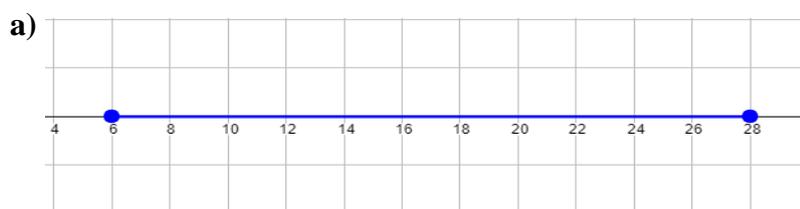
Representación de forma gráfica en software GeoGebra



Momento 4:

Los conocimientos se van fortaleciendo a través de la práctica, por lo tanto, se sugiere realizar las siguientes actividades propuestas para un buen aprendizaje.

Escribir el intervalo que se presenta en la siguiente gráfica



Resuelve las siguientes actividades de inecuaciones y realice la gráfica en software GeoGebra

- $5x + 6 \leq 26$
- $6x - 18 > 13 - 8x$
- $x - \frac{x}{6} \leq 30$
- $x - 3(x - 1) \geq 6$
- $6x + \frac{3}{4} < 8 - \frac{1}{2}x$
- $\frac{5x+7}{x+2} > 0$
- $\frac{2(x-5)}{3} + 4 \geq 5x - 2$
- $\frac{1}{3} < -x - \frac{5}{6} < \frac{2}{3}x + 4$
- $5(x + 3) \geq \frac{1}{2}(x + 2) > -3x - 1$

6.7 Limitaciones y prospectiva de la propuesta

6.7.1 Limitaciones de la propuesta

En el área de la matemática existe diversas temáticas que se puede abordar con la utilización de las herramientas tecnológicas las cuales ayudan a fortalecer los conocimientos, sin embargo, esta propuesta está enfocada al aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones en \mathbb{R} , la cual tiene las siguientes limitaciones: según el currículo oficial este tema debe ser abordado en una semana, por lo tanto, no se pudo plantear más aplicaciones y ejercicios que estén relacionados con la temática.

6.7.2 Prospectiva de la propuesta

La propuesta didáctica desarrollada con la finalidad de contribuir a los docentes y estudiantes con actividades que mejoren el aprendizaje de manera interactiva y dinámica. En la actualidad las herramientas tecnológicas benefician al proceso de enseñanza aprendizaje con aplicaciones gratuitas de fácil acceso la cual permite aplicar en el aula de clases, en este caso la utilización de software GeoGebra admite que los estudiantes aprendan de manera activa, manipulando la interfaz de la aplicación, por lo tanto la investigadora compromete a seguir utilizando estas herramientas tecnológicas como una nueva metodología y compartir experiencias innovadoras en el ámbito educativo.

BIBLIOGRAFÍA

- Acan, J. (2020). Los recursos didácticos y el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica paralelo “B” de la Unidad Educativa "Pedro Vicente Maldonado", en el periodo septiembre 2019 - febrero 2020. <http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/6668/1/UNACH-EC-FCEHT-TG-C.EXAC-2020-000012.pdf>
- Aldazabal, L., Aldazabal, O., Vergara, E., Cárdenas, H., & Vértiz, R. (2022). Software Geogebra para el aprendizaje de ecuación de la recta en estudiantes de secundaria. 8. <http://revistas.unj.edu.pe/index.php/pakamuros/article/view/269/357>
- Alvarez-Matute, J. F., Garcia-Herrera, D. G., Erazo-Álvarez, C. A., & Erazo-Álvarez, J. C. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *Episteme Koinonia*, 3(6), 211. <https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.827>
- Atencio, D. (2019). GeoGebra en la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, October 2013, 1–224.
- Ayala, E., & Gonzales, S. (2015). Tecnologías de la Información y comunicación. Informe Anual 2015, 15(6), 1–65. http://escritorioeducacionespecial.educ.ar/datos/recursos/pdf/inclusion_de_TIC_en_esuelas_para_alumnos_con_discapacidad_visual.pdf
- Basilio, J. (2021). Características de los recursos educativos y materiales didácticos. Prezi: <https://prezi.com/p/fvgdvxfwwcvd/caracteristicas-de-los-recursos-educativos-y-materiales-didacticos/>
- Becerra, J. (2018). MATEMÁTICAS BÁSICAS. 1–17. http://132.248.164.227/publicaciones/docs/apuntes_matematicas/11.Desigualdades.pdf
- Carneiro, R., Toscano, J., & Díaz, T. (2021). Los desafíos de las TIC para el cambio educativo Los desafíos de las TIC para el cambio educativo. <https://www.oei.es/uploads/files/microsites/28/140/latic2.pdf>
- Díaz, J. (2003). Desigualdades. 1–45. <https://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Desigualdades/SistemasN.pdf>
- Downes, S. (21 de abril de 2014). El conectivismo como teoría de aprendizaje. Blogs: <https://halfanhour.blogspot.com/2014/04/connectivism-as-learning-theory.html>
- Espinosa, J. (2016). Estrategias Docentes y rendimiento académico en matemáticas.

- <https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/25544/1/tesis.pdf>
- Federación de Enseñanza de CC.OO. de Andalucía. (2010). Temas para la educación. <https://www.oei.es/uploads/files/microsites/28/140/lastic2.pdf>
- Gonzales, A. (2015). Ecuaciones de primer grado (pp. 0–4). https://matesxcasa.files.wordpress.com/2019/01/6_1_ecuaciones_primer_grado-1.pdf
- Granja, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia*, 19(2), 93–110. <https://doi.org/10.17163/soph.n19.2015.04>
- Gutierrez Pastor , D. J. (2019). Resolvemos ecuaciones e inecuaciones de primer grado. <https://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/14796/GUTIERREZ%20PASTOR%20DANY%20JOE.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hernandez, L. (2020). Iguales y Desigualdades. https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa_ixtlahuaco/2020/igualdades-desigualdades.pdf
- Mesén Mora, L. D. (2019). Teorías de aprendizaje y su relación en la educación ambiental costarricense. *Revista Ensayos Pedagógicos*, 14(1), 187. <https://doi.org/10.15359/rep.14-1.8>
- Ministerio de educación. (2020). Texto integrado: matemáticas. <https://recursos2.educacion.gob.ec/wp-content/uploads/2020/04/10egb-Len-Mat-EESS-CCNN-F1.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016). La importancia de enseñar y aprender Matemática. http://web.educacion.gob.ec/_upload/10mo_anio_MATEMATICA.pdf
- Miraval, L. (2018). Efecto de la metodología ERCA en el desarrollo del área Ciencia Tecnología y Ambiente del cuarto año de secundaria. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/35208/miraval_tl.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Moya, A. (2010). “Recursos didácticos en la enseñanza.” 1–9. <https://docplayer.es/2662417-Recursos-didacticos-en-la-ensenanza.html>
- Llengües, G. d. (2021). Actividad de Aprendizaje. *Inter_ecodal*: <https://www.upf.edu/web/ecodal/glosario-actividad-de-aprendizaje>
- Partal, D. (2016). Inecuaciones. 3. <https://danipartal.net/pdf/1bachTema1Teoria03.pdf>
- Rodriguez, J. (2020). Inclusión del software GeoGebra en clases de Matemática. <https://repositoriodigital.uns.edu.ar/bitstream/handle/123456789/5372/Rodríguez%20Julieta.Tesina.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Scheffold , T. (23 de marzo de 2020). Ecuaciones . GeoGebra:
<https://www.geogebra.org/m/upknucxf>
- Tecman. (08 de 10 de 2021). Tipos de aprendizaje . tecman revolución y aprendizaje :
<https://www.tekmaneducation.com/blog/tipos-de-aprendizaje/>
- Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje.
Revista “Scielo,” 58(1), 69.
http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762017000100011&lng=es&tlng=es
- Zapata-Ros, M. (2012). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos: Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo.” http://eprints.rclis.org/17463/1/bases_teoricas.pdf
- Zuñiga, F., Nesterova, E., & Ulloa, R. (2016). Actividades de aprendizaje con GeoGebra para la solución de problemas con ecuaciones lineales. IV. No.2(042014052618474600203).
https://revista.amiutem.edu.mx/relecamiumtem/article/view/100/pdf_37

ANEXOS

ANEXO 1. Primera validación del instrumento

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Título: USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA CIB “LUIS CHIRIBOGA”, 2021-2022.

Autor: Rosa Mercedes Bombón Moposita

Variable independiente: USO DE GEOGEBRA

Jurado experto: Dra. Angelica María Urquizo Alcívar

Marque Ud. con una “x” en la escala teniendo en cuenta que:

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5

ASPECTOS	CRITERIOS	1	2	3	4	5
Univocidad de cada ítem	Se entiende el ítem				x	
	Su redacción es clara				x	
Pertinencia	Tienen los ítems relación lógica con el objetivo que se pretende estudiar				x	
Organización	Existe una organización lógica en la presentación del ítem respectivo				x	
Importancia	El peso de cada ítem es adecuado con relación a la dimensión de referencia				x	

Evaluado por: _Angélica Urquizo

CI: 0602763534 Firma:  _____

ANEXO 2. Segunda validación del instrumento

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Título: USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA CIB “LUIS CHIRIBOGA”, 2021-2022.

Autor: Rosa Mercedes Bombón Moposita

Variable independiente: USO DE GEOGEBRA

Jurado experto: Lic. José David Atupaña

Marque Ud. con una “x” en la escala teniendo en cuenta que:

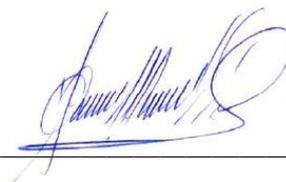
Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5

ASPECTOS	CRITERIOS	1	2	3	4	5
Univocidad de cada ítem	¿Se entiende el ítem?					x
	¿Su redacción es clara?				x	
Pertinencia	¿Tienen los ítems relación lógica con el objetivo que se pretende estudiar?				x	
Organización	¿Existe una organización lógica en la presentación del ítem respectivo?				x	
Importancia	¿Qué peso posee el ítem con relación a la dimensión de referencia?				x	

Evaluated por: Lic. José David Atupaña Illapa

CI: 0603097650

Firma: _____




ANEXO 3: Instrumento de evaluación



Libres por la ciencia y el saber

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

PRUEBA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DECIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA CIB “LUIS CHIRIBOGA”, 2021-2022.

Fecha:

TEMA: USO DE GEOGEBRA Y APRENDIZAJE DE ECUACIONES E INECUACIONES EN DÉCIMO AÑO DE LA UNIDAD EDUCATIVA CIB “LUIS CHIRIBOGA”, 2021-2022.

OBJETIVO: Recolectar información sobre el nivel de conocimientos adquiridos en el aprendizaje ecuaciones e inecuaciones lineales en los estudiantes de décimo año.

DATOS INICIALES

Género: Masculino () Femenino ()

Edad:

INSTRUCCIONES:

- Estimado estudiante por favor lea con atención cada una de las interrogantes, y **subraye una sola respuesta para cada pregunta.**
- La información que se recolectará en la presente prueba es de carácter confidencial, y no hace uso de información personal del encuestado.
- Responda el cuestionario con toda sinceridad y honestidad.

CUESTIONARIO

1. **Identifique a ¿Qué conjunto pertenece los números irracionales?**
 - a. Reales
 - b. Enteros
 - c. Racionales
 - d. Naturales

2. **¿Cuáles son los subconjuntos que integran al conjunto de números enteros?**
 - a. números positivos, negativos y racionales
 - b. números positivos y el cero

- c. Los números negativos, el cero, los números positivos
 - d. números irracionales y el cero
- 3. Al sumar, restar y multiplicar dos números enteros cualesquiera ¿que da como resultado?**
- e. Otro número fraccionario
 - f. Otro número irracional
 - g. Otro número complejos
 - h. Otro número entero
- 4. ¿Cuál es la propiedad, que afirma que el orden de los factores no altera el producto?**
- a. Asociativa
 - b. Elemento neutro
 - c. Conmutativa
 - d. Distributiva
- 5. Según la siguiente expresión: $a(b + c) = ab + ac$, ¿A qué propiedad hace referencia?**
- a. Propiedad conmutativa
 - b. Propiedad asociativa
 - c. Propiedad distributiva
 - d. Propiedad del elemento neutro
- 6. ¿Qué se debe primero identificar para realizar la suma de polinomios?**
- a. Las operaciones
 - b. Los términos opuestos
 - c. Las variables
 - d. Los términos semejantes
- 7. ¿Cuáles son las normas que se debe considerar para realizar la adición, sustracción, multiplicación y división de polinomios con más de una variable?**
- a. Aplicar correctamente la regla de los exponentes, el orden de las operaciones
 - b. Considerar los términos opuestos del polinomio, el orden de las operaciones
 - c. Considerar las propiedades de las variables, la ley de los exponentes
 - d. Los elementos de los polinomios, las propiedades de las operaciones
- 8. ¿Cuándo se dice que un intervalo es cerrado?**
- a. Cuando en su conjunto solución no incluye los dos extremos
 - b. Cuando en su conjunto solución incluyen los dos extremos

- c. Cuando en su conjunto solución incluye uno de los extremos
 - d. Cuando en su conjunto solución solo incluye el extremo superior
9. **¿Cuál de los siguientes conjuntos representa al intervalo $] - 4, 2]$?**
- a. $\{x \in R \mid - 4 < x < 2\}$
 - b. $\{x \in R \mid - 4 \geq x \leq 2\}$
 - c. $\{x \in R \mid - 4 < x \leq 2\}$
 - d. $\{x \in R \mid - 4 \geq x \geq 2\}$
10. **¿Cuál es la forma de expresar una ecuación lineal?**
- a. $ax + b \geq \infty$
 - b. $ax + b = c$
 - c. $ax^3 + b = \pi$
 - d. $ax^2 + b = x$
11. **¿Qué es una inecuación lineal?**
- a. Es una desigualdad entre tres cantidades, tal que la una es mayor que la otra.
 - b. Es una igualdad de dos cantidades, tal que la una es mayor que la otra.
 - c. Es una desigualdad de dos cantidades, tal que los dos números son iguales
 - d. Es una desigualdad de dos cantidades, tal que la una es mayor que la otra.
12. **¿Cuál es el axioma que consiste en multiplicar cada miembro de la ecuación por el mismo número, pero invertido?**
- a. El axioma del inverso multiplicativo
 - b. El axioma de principio de trasposición de términos.
 - c. El axioma del inverso aditivo.
 - d. El axioma de los números reales.
13. **¿Cuál es la ley que menciona si a y b son dos números reales cualesquiera, se cumple solo una de las siguientes relaciones: $a > b$; $a = b$; $a < b$?**
- a. Ley de los signos
 - b. Ley de tricotomía
 - c. Ley transitiva
 - d. Ley de monotonía
14. **Una igualdad no cambia si se le suma o se le resta un mismo número a cada miembro. ¿Cuál es la propiedad que cumple con el enunciado?**
- a. Si $a = b$, entonces $a \pm c = b \pm c$.
 - b. Si $a = b$ y $c = 0$, entonces $ac = bc$.

c. Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $ac \neq bc$.

d. Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $ac = bc$.

15. Si $a < b$ y c es un número negativo, entonces $ac > bc$. $c < 0$. ¿Cuál es el enunciado que interpreta esta propiedad?

a. Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen uno de los miembros por un número negativo.

b. Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.

c. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.

d. Una igualdad cambia de sentido cuando se multiplican o se dividen sus dos miembros por un número negativo.

16. Si $a < b$ y c es un número positivo, entonces $ac < bc$. $c > 0$. ¿Cuál es el enunciado que interpreta esta propiedad?

a. Una desigualdad cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo.

b. Una desigualdad no cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo

c. Una desigualdad no cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número negativo

d. Una igualdad cambia de sentido si se multiplican o se dividen sus dos miembros por un mismo número positivo.

17. Identifique ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde el enunciado en lenguaje común? La división de un número entero entre su antecesor.

a. $\frac{x}{x} - 1$

b. $\frac{x}{y} - 1$

c. $\frac{x}{x-1}$

d. $\frac{x}{x-2}$

18. Identifique ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde el enunciado en lenguaje común? Las dos terceras partes de, un número disminuido en cinco es igual a 12.

- a. $\frac{2}{3}x + 5 = 12$
- b. $\frac{2}{3}(x - 5) = 12$
- c. $\frac{2}{3x} - 5 = 12$
- d. $\frac{2}{3x} + 5 = 12$

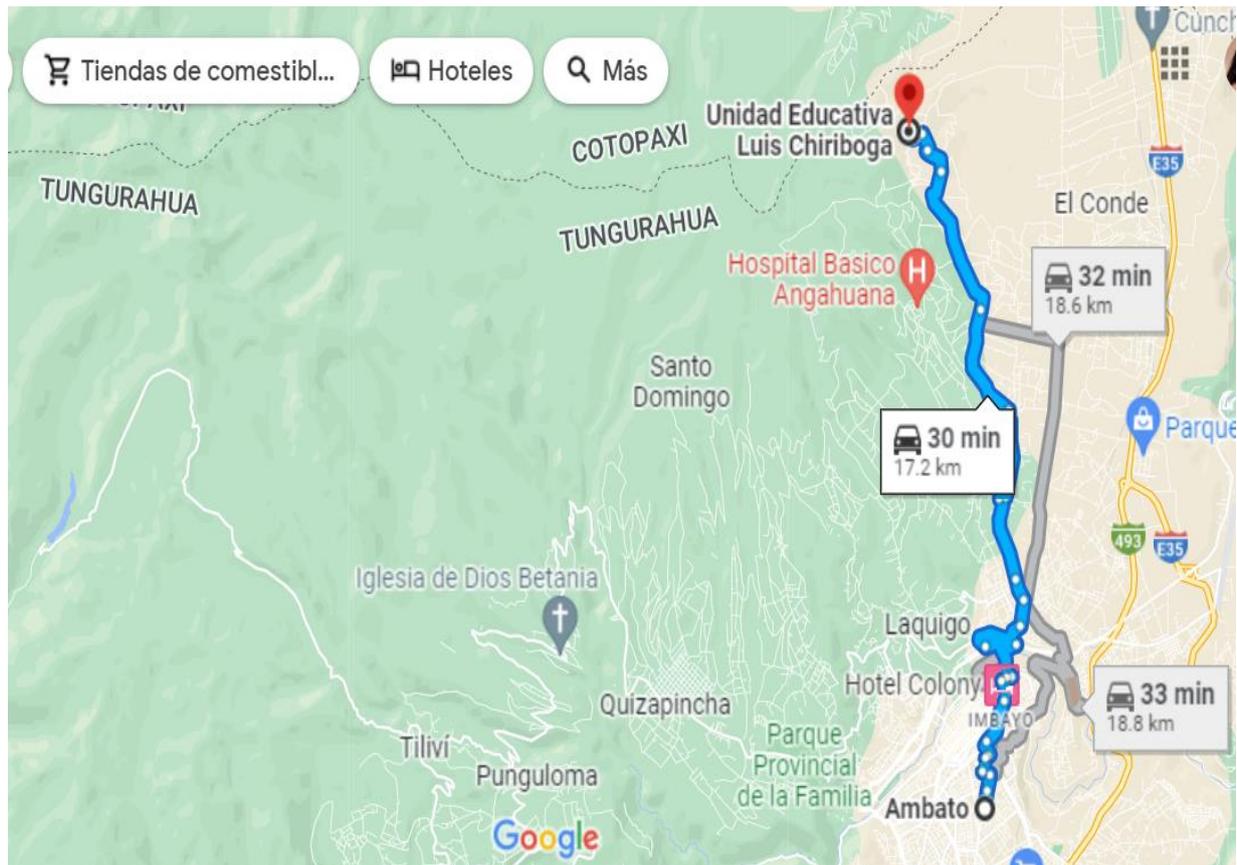
19. Identifique ¿Cuál es el enunciado que representa la siguiente expresión en lenguaje común? $x(x - 1) = 30$

- a. El producto de un número positivo con su antecesor equivale a 30.
- b. El producto de un número negativo con su antecesor equivale a 30.
- c. El producto de un número positivo con su opuesto equivale a 30.
- d. El producto de dos números positivos con su antecesor equivale a 30.

20. Identifique ¿Cuál es el enunciado que representa la siguiente expresión en lenguaje común? $x^3 + 3x^2 \geq 20$

- a. El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es mayor que veinte.
- b. El cubo de un número menos el triple del cuadrado de dicho número es mayor o igual que veinte.
- c. El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es mayor o igual que veinte.
- d. El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es igual que veinte.

ANEXO 4: Ubicación de la Unidad Educativa CIB “Luis Chiriboga”



ANEXO 5: Institución Educativa



ANEXO 6: Evidencias de la aplicación de la prueba

