



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

“Trabajo de grado previo a la obtención del Título de Ingeniero Civil”

**MODALIDAD: PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**TÍTULO DEL PROYECTO:**

“PROPUESTA DE DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE  
COLUMNAS CORTAS EN EDIFICACIONES DE CONCRETO  
REFORZADO”

**AUTORES:**

JUAN CARLOS TELLO ENDARA

ADRIÁN DANIEL VILLACÍS JARAMILLO

**DIRECTOR:**

ING. DIEGO BARAHONA

**2010**

Los miembros del Tribunal de Graduación del proyecto de investigación de título: “PROPUESTA DE DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE COLUMNAS CORTAS EN EDIFICACIONES DE CONCRETO REFORZADO, presentado por: Juan Carlos Tello Endara y Adrián Daniel Villacís Jaramillo y dirigida por: Ingeniero Diego Barahona.

Una vez escuchada la defensa oral y revisado el informe final del proyecto de investigación con fines de graduación escrito en la cual se ha constatado el cumplimiento de las observaciones realizadas, remite la presente para uso y custodia en la biblioteca de la Facultad de Ingeniería de la UNACH.

Para constancia de lo expuesto firman:

Ing. Alberto Jaramillo  
**PRESIDENTE DEL TRIBUNAL** -----  
Firma

Ing. Diego Barahona R.  
**DIRECTOR DEL PROYECTO** -----  
Firma

Ing. Edison Tapia  
**MIEMBRO DEL TRIBUNAL** -----  
Firma

## **AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

La responsabilidad del contenido de este Proyecto de Graduación, nos corresponde exclusivamente a: Juan Carlos Tello Endara, Adrián Daniel Villacís Jaramillo e Ingeniero Diego Barahona Director del Proyecto; y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Nacional de Chimborazo.

## **AGRADECIMIENTO**

*Agradecemos sobre todo a Dios, por darnos la vida y habernos permitido culminar una etapa en nuestro largo caminar, al Ing. Diego Barahona por su desinteresada y valiosa colaboración en el presente trabajo, y a todos los que conforman la Facultad de Ingeniería, por habernos transmitido conocimientos, valores éticos y morales fundamentales para nuestro desarrollo como profesionales.*

## **DEDICATORIA**

*Dedicado en primer lugar a Dios, a mis padres, quienes me apoyaron durante toda mi vida estudiantil, a mi abuelita, a mi familia y amigos, que siempre estuvieron a mi lado.*

*A mi esposa Adriana y a mi hija Juliana que son lo mejor que me ha regalado Dios y la razón para seguir adelante.*

*Gracias a todos.*

*Juan Carlos Tello Endara*

*Este trabajo está dedicado a mis padres Roberto y Elena, quienes me apoyaron durante toda mi vida estudiantil, a mis hermanos, hermanas, sobrinos y amigos, que siempre estuvieron a mi lado y especialmente a mi esposa Mayra y mi hijo Daniel que son mi inspiración y el aliento para seguir adelante. Que Dios los bendiga a todos y muchas gracias por su apoyo incondicional.*

*Adrián Daniel Villacís Jaramillo*

## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL .....	i
ÍNDICE DE CUADROS .....	iv
ÍNDICE DE GRÁFICOS .....	ix
RESUMEN.....	xiv
SUMMARY .....	xv
INTRODUCCIÓN .....	1
I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	3
1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	3
1.1. Vulnerabilidad estructural.....	3
1.1.1. Daños estructurales.....	4
1.1.1.1. Problemas de configuración arquitectónica y estructural.....	8
1.2. Diseño sismo-resistente.....	22
1.2.1. Espectro de diseño.....	23
1.2.2. Comportamiento no lineal .....	24
1.2.3. Disposición de la ductilidad .....	25
1.2.4. Derivas (desplazamiento relativo entre pisos).....	27
1.3. Fallas estructurales en edificios después de una eventualidad sísmica.....	28
1.3.1. Falla por inadecuada resistencia al cortante de los entrepisos debido a la escasez de elementos tales como columnas y muros. ....	29
1.3.2. Falla frágil de cortante y tensión diagonal en columnas o en vigas.....	30
1.3.3. Falla por adherencia del bloque de unión en las conexiones viga-columna debida al deslizamiento de las varillas ancladas o a falla de cortante. ....	33
1.3.4. Falla frágil en muros de cortante, sin o con aberturas, solos o acoplados. 35	
1.3.5. Falla por vibración torsional causada por la falta de coincidencia en planta del centro de masas con el centro de rigidez.....	39
1.3.6. Falla de edificios a base de losas planas por punzonamiento de la losa... 41	
1.3.7. Falla por variación brusca de la rigidez a lo largo de la altura del edificio. 41	
1.4. Efecto de Columna corta.....	44
1.4.1. Evaluación de la vulnerabilidad estructural .....	46
1.4.1.1. Elementos con baja ductilidad .....	49
1.5. Formación del efecto de columna corta .....	51
1.5.1. Estudios realizados sobre columnas cortas.....	52

1.5.2.	Prevencción de la formación del efecto de columna corta.....	54
II.	METODOLOGÍA .....	61
2.	METODOLOGÍA.....	61
2.1.	Tipo de estudio.....	61
2.2.	Población Muestra.....	61
2.3.	Procesamiento y Análisis .....	64
2.3.1.-	COLUMNAS CORTAS CARGADAS EXCENTRICAMENTE CON FLEXION UNIAXIAL .....	66
2.3.2.1.-	Análisis de secciones rectangulares con varillas en una o dos caras .....	67
2.3.2.2.-	Condiciones de carga ultima vs carga balanceada.....	70
2.3.2.3.-	Comparación de la capacidad nominal de la sección y momento debido al efecto de columna corta .....	74
2.4.	Procesamiento y análisis .....	75
2.4.1.-	Parámetros identificados.....	75
2.4.2.-	Estructura que presenta posible formación de columna corta .....	75
2.4.3.-	Procesamiento de datos.....	77
2.4.4.-	El procedimiento utilizado es el siguiente:.....	78
2.4.5.-	Distribución del acero transversal considerada .....	79
2.4.6.-	Distribución de acero longitudinal considerada para calcular la capacidad a flexión Mn.....	79
2.4.6.1.-	Variación aproximada de la distribución de acero longitudinal. ....	79
2.4.7.-	Consideración de la carga axial .....	80
2.4.8.-	Ejemplo de procedimiento .....	80
2.4.8.1.-	TIPO DE FALLA A LA TENSIÓN .....	81
2.4.8.2.-	TIPO DE FALLA A LA COMPRESIÓN .....	86
III.	RESULTADOS.....	93
IV.	DISCUSIÓN .....	255
V.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	257
5.1.	Conclusiones .....	257
5.2.	Recomendaciones.....	259
VI.	PROPUESTA.....	260
6.1.	Título de la propuesta.....	260
6.2.	Introducción .....	260
6.3.	Objetivos .....	261
6.4.	Fundamentación Científico –Técnica .....	261
6.5.	Descripción de la propuesta .....	265

6.6. Diseño Organizacional.....	301
6.7. Monitoreo y Evaluación de la propuesta.....	301
6.7.1. Monitoreo.....	301
6.7.2. Evaluación de la propuesta.....	302
VII. BIBLIOGRAFÍA .....	303
VIII. APÉNDICES Y ANEXOS .....	305
• ANEXO 1 .....	305
DESARROLLO DE LA FÓRMULA PARA ENCONTRAR LA LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA EN UNA SECCIÓN CUALQUIERA ..	305
• ANEXO DIGITAL .....	310



## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Objetivos del comportamiento sísmico recomendados según Visión 2000.....	6
Cuadro 2. Comparación de fuerza cortante en columnas cortas .....	45
Cuadro3. Parámetros considerados en la Metodología Italiana. ....	48
Cuadro 4. Rango de evaluación en la Metodología Propuesta.....	48
Cuadro 5. Capacidad Nominal a Flexión y Cortante. ....	75
Cuadro 6. Secciones de Columna.....	78
Cuadro 7. Variación de la distribución del Acero Longitudinal. ....	79
Cuadro8. Obtención de Carga de servicio.....	155
Cuadro9. Obtención de Carga de servicio.....	161
Cuadro10. Obtención de Carga de servicio.....	166
Cuadro11. Obtención de Carga de servicio.....	170
Cuadro 12. Obtención de Carga de servicio.....	175
Cuadro 13. Obtención de Carga de servicio.....	180
Cuadro 14. Obtención de Carga de servicio.....	185
Cuadro 15. Obtención de Carga de servicio.....	190
Cuadro 16. Obtención de Carga de servicio.....	195
Cuadro 17. Obtención de Carga de servicio.....	200
Cuadro 18. Obtención de Carga de servicio.....	205
Cuadro 19. Obtención de Carga de servicio.....	210
Cuadro 20. Obtención de Carga de servicio.....	215
Cuadro 21. Obtención de Carga de servicio.....	220
Cuadro 22. Obtención de Carga de servicio.....	225
Cuadro 23. Obtención de Carga de servicio.....	230
Cuadro 24. Obtención de Carga de servicio.....	235
Cuadro 25. Obtención de Carga de servicio.....	240
Cuadro 26. Obtención de Carga de servicio.....	245
Cuadro 27. Obtención de Carga de servicio.....	250
Cuadro 28. Identificación de efecto de columna corta.....	253
Cuadro 29. Valores de cortantes y momento de acuerdo a la altura de mampostería .....	254
Cuadro 30. Comparación de fuerzas cortantes en columnas cortas.....	262
Cuadro 31. Efecto de columna corta en términos de incremento de rigidez.....	262
Cuadro32. Obtención de Carga de servicio.....	272

Cuadro33. Obtención de Carga de servicio.....	281
Cuadro 34. Obtención de Carga de servicio.....	286
Cuadro 35. Obtención de Carga de servicio.....	294

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.10$ ) .....	95
Tabla 2. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.14$ ) .....	96
Tabla 3. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.16$ ) .....	97
Tabla 4. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.18$ ) .....	98
Tabla 5. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.20$ ) .....	99
Tabla 6. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.22$ ) .....	100
Tabla 7. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.24$ ) .....	101
Tabla 8. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.26$ ) .....	102
Tabla 9. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.28$ ) .....	103
Tabla 10. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.30$ ) .....	104
Tabla 11. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.32$ ) .....	105
Tabla 12. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.34$ ) .....	106
Tabla 13. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.40$ ) .....	107
Tabla 14. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.60$ ) .....	108
Tabla 15. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.80$ ) .....	109
Tabla 16. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.10$ ) .....	110
Tabla 17. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.14$ ) .....	111
Tabla 18. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.16$ ) .....	112
Tabla 19. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.18$ ) .....	113

Tabla 20. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.20$ ) .....	114
Tabla 21. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.22$ ) .....	115
Tabla 22. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.24$ ) .....	116
Tabla 23. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.26$ ) .....	117
Tabla 24. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.28$ ) .....	118
Tabla 25. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.30$ ) .....	119
Tabla 26. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.32$ ) .....	120
Tabla 27. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.34$ ) .....	121
Tabla 28. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.40$ ) .....	122
Tabla 29. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.60$ ) .....	123
Tabla 30. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.80$ ) .....	124
Tabla 31. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.10$ ) .....	125
Tabla 32. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.14$ ) .....	126
Tabla 33. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.16$ ) .....	127
Tabla 34. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.18$ ) .....	128
Tabla 35. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.20$ ) .....	129
Tabla 36. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.22$ ) .....	130
Tabla 37. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.24$ ) .....	131
Tabla 38. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.26$ ) .....	132
Tabla 39. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.28$ ) .....	133

Tabla 40. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.30$ ) .....	134
Tabla 41. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.32$ ) .....	135
Tabla 42. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.34$ ) .....	136
Tabla 43. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.40$ ) .....	137
Tabla 44. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.60$ ) .....	138
Tabla 45. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos ( $P_s/P_o = 0.80$ ) .....	139

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1. Formas sencillas y complejas en planta y elevación .....	11
Figura 2. Formas de la planta .....	12
Figura 3. Hospital Manises .....	13
Figura 4. Formas irregulares en altura .....	13
Figura 5. Concentraciones de masa, tales como estanques de agua en el techo de edificaciones.....	14
Figura 6. Falla en planta baja por piso suave .....	16
Figura 7. Interrupción de muro estructural en la planta baja .....	17
Figura 8. Colapso estructural debido a la discontinuidad de elementos verticales	18
Figura 9. Comportamiento rígido y flexible del diafragma .....	19
Figura 10. Falla Torsional y consecuente inclinación del edificio en Taiwan.....	20
Figura 11. Torsión por muros excéntricos .....	22
Figura 12. Absorción y disipación de energía.....	24
Figura 13. Derivas y estabilidad.....	27
Figura 14. Efecto combinado de carga axial y momento flexionante sobre columna sin y con refuerzo transversal .....	30
Figura 15. Falla por tensión diagonal en columnas con estribos .....	31
Figura 16. Desintegración total de columna de planta baja.....	32
Figura 17. Desprendimiento del concreto en unión viga-columna .....	33
Figura 18. Falla en unión viga-columna por escasez de anclaje en la conexión de la columna con el sistema de piso .....	34
Figura 19. Falla por deficiente adherencia en conexión viga-columna y croquis de anclaje a 90° para el desarrollo de la fluencia requerida ante sollicitaciones cíclicas propias de la acción sísmica.....	34
Figura 20. Vista de la fachada del Centro Médico Indian Hills.....	35
Figura 20 A. Acercamiento de daños en muro de cortante de la figura anterior.....	36
Figura 21. Grietas y desconchamiento del concreto en muro de cortante y acercamiento del daño del edificio del Hospital Holy Cross.....	36
Figura 22. Daños en fachada norte del edificio Mt. McKinley.....	37
Figura 22 A. Vista y acercamiento de daños con falla en X de vigas de acoplamiento en muros de cortante .....	37
Figura 22 B. Daño en fachada norte del edificio de la Calle 1200 “L”, y esquema que ilustra la falla por tensión diagonal en vigas de acoplamiento de muros de cortante.....	38
Figura 23. Vibración torsional causada por la falta de coincidencia entre el centro de masa y el centro de rigidez .....	39

Figura 24. Planta de ubicación de columnas con falla .....	40
Figura 25. Daño por vibración torsional en columna perimetral .....	40
Figura 26. Falla de un edificio a base de losas planas por punzonamiento de losa .....	41
Figura 27. Falla en planta débil de edificio .....	42
Figura 28. Columna de esquina severamente dañada.....	43
Figura 29. Plantas del edificio.....	43
Figura 30. Comportamiento de las columnas cortas. ....	44
Figura 31. Falla típica por cortante en columnas cortas.....	45
Figura 32. Efecto de columna corta en términos de incremento en rigidez. ....	46
Figura 33. Estructura muy vulnerable con columnas cortas. ....	49
Figura 34. Estructura con elementos cortos. ....	50
Figura 35. Ejemplos de formación de efecto de columna corta .....	51
Figura 36. Típica formación de columna corta en escuelas. ....	52
Figura 37. Detalle del refuerzo en un edificio con efecto de columna corta en algunas columnas. ....	55
Figura 38. Columna con paredes separadas evitando el efecto de columna corta. ....	56
Figura 39. Separación de las paredes de las columnas con material elastomérico. ....	56
Figura 39. Planta típica de una escuela en Puerto Rico. ....	57
Figura 40. Diseño de pared sugerido por Martínez - Cruzado y López [13]. ....	57
Figura 41. Fachada frontal de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida. ....	58
Figura 42. Fachada posterior de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida. ....	58
Figura 43. Hospital destruido después del Sismo .....	59
Figura 44. Falla por efecto de columna corta en centros educativos .....	59
Figura 45. Falla por efecto de columna corta en centros educativos .....	60
Figura 46.: Modelo de columna corta utilizado. ....	64
Figura 47.: Columna Corta.....	64
Figura 48: Carga equivalente de columna.....	66
Figura 49: Sección de columna cargada excéntricamente a la carga última.....	68
Figura 50: Esfuerzos en sección de columna cuando la carga está aplicada en el centro plástico .....	69
Figura 51. Diagrama de deformaciones para fallas de columnas cargadas excéntricamente.....	71
Figura 52: Diagrama de interacciones para una sección de columna de concreto reforzado cargada .....	73

Figura 53. Perfiles de deformaciones para columnas de concreto reforzado cargada excéntricamente a carga última .....	74
Figura 54: Proyecto estándar de aulas para sierra y costa según la Dirección Nacional de Servicios Educativos DINSE .....	76
Figura 55. Vista en planta de una edificación tipo de un centro educativo en el Ecuador .....	77
Figura 56: Área de varillas transversales considerada .....	79
Figura 57. Configuración de la columna del ejemplo .....	80
Figura 58. Designación de nuevo modelo .....	140
Figura 59. Dimensiones de los elementos de la estructura .....	141
Figura 60. Características de los materiales .....	141
Figura 61. Secciones de las columnas .....	142
Figura 62. Inercias gruesas de columnas .....	142
Figura 63. Características de columnas .....	143
Figura 64. Características de vigas .....	143
Figura 65. Tipos de Carga .....	144
Figura 66. Combinación de cargas .....	144
Figura 67. Asignación de secciones a los elementos .....	145
Figura 68. Asignación de Carga Muerta .....	145
Figura 69. Asignación de Carga Viva .....	146
Figura 70. Asignación de Cargas Laterales .....	146
Figura 71. Opciones de análisis .....	147
Figura 72. Deformada de la estructura .....	147
Figura 73. Resultados del cortante V2-2 .....	148
Figura 74. Resultados del cortante V2-2 .....	148
Figura 75. Características de los materiales de vigas y columnas .....	151
Figura 76. Características de los materiales de mampostería .....	151
Figura 77. Definición de mampostería .....	152
Figura 78. Colocación de mampostería .....	152
Figura 79. Resultados del cortante V2-2 .....	153
Figura 80. Resultados del cortante V2-2 .....	153
Figura 81. Armado transversal de la Columna .....	156
Figura 82. Resultados del cortante V2-2 .....	158
Figura 83. Resultados del cortante V2-2 .....	158
Figura 84. Armado transversal de la Columna .....	161
Figura 85. Resultados del cortante V2-2 .....	163



Figura 86. Resultados del cortante V2-2.....	163
Figura 87. Armado transversal de la Columna .....	166
Figura 88. Resultados del cortante V2-2.....	168
Figura 89. Armado transversal de la Columna .....	171
Figura 90. Resultados del cortante V2-2.....	173
Figura 91. Armado transversal de la Columna .....	176
Figura 92. Resultados del cortante V2-2.....	178
Figura 93. Armado transversal de la Columna .....	181
Figura 94. Resultados del cortante V2-2.....	183
Figura 95. Armado transversal de la Columna .....	186
Figura 96. Resultados del cortante V2-2.....	188
Figura 97. Armado transversal de la Columna .....	191
Figura 98. Resultados del cortante V2-2.....	193
Figura 99. Armado transversal de la Columna .....	196
Figura 100. Resultados del cortante V2-2.....	198
Figura 101. Armado transversal de la Columna.....	201
Figura 102. Resultados del cortante V2-2.....	203
Figura 103. Armado transversal de la Columna.....	206
Figura 104. Resultados del cortante V2-2.....	208
Figura 105. Armado transversal de la Columna.....	211
Figura 106. Resultados del cortante V2-2.....	213
Figura 107. Armado transversal de la Columna.....	216
Figura 108. Resultados del cortante V2-2.....	218
Figura 109. Armado transversal de la Columna.....	221
Figura 110. Resultados del cortante V2-2.....	223
Figura 111. Armado transversal de la Columna.....	226
Figura 112. Resultados del cortante V2-2.....	228
Figura 113. Armado transversal de la Columna.....	231
Figura 114. Resultados del cortante V2-2.....	233
Figura 115. Armado transversal de la Columna.....	236
Figura 116. Resultados del cortante V2-2.....	238
Figura 117. Armado transversal de la Columna.....	241
Figura 118. Resultados del cortante V2-2.....	243
Figura 119. Armado transversal de la Columna.....	246
Figura 120. Resultados del cortante V2-2.....	248
Figura 121. Armado transversal de la Columna.....	251

Figura 122. Pórticos restringidos por paredes de mampostería .....	263
Figura 123. Deformación restringida por mampostería y mecanismos de falla en cortante.....	264
Figura 124. Libre deformación de pórticos sin restricción de mampostería.....	264
Figura 125. Configuración de la Estructura .....	265
Figura 126. Elevación del Edificio .....	266
Figura 127. Vista en planta de la Edificación .....	266
Figura 128. Características de los materiales de vigas y columnas .....	267
Figura 129. Características de los materiales de mampostería .....	268
Figura 130. Definición de mampostería.....	268
Figura 131. Colocación de mampostería.....	269
Figura 132. Resultados del cortante V2-2.....	269
Figura 133. Resultados del cortante V2-2.....	270
Figura 134. Armado transversal de la Columna.....	272
Figura 135. Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 4 Ramales.....	275
Figura 136. Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 4 Ramales .....	277
Figura 137. Resultados del cortante V2-2.....	278
Figura 138. Resultados del cortante V2-2.....	278
Figura 139. Armado transversal de la Columna.....	281
Figura 140. Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 2 Ramales .....	283
Figura 141. Resultados del cortante V2-2.....	284
Figura 142. Armado transversal de la Columna.....	287
Figura 143. Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales.....	289
Figura 144. Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales .....	291
Figura 145. Resultados del cortante V2-2.....	292
Figura 146. Armado transversal de la Columna.....	295
Figura 147. Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales.....	298
Figura 148. Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales .....	300

## RESUMEN

La ciudad de Riobamba, según el mapa de zonificación sísmica se halla en la zona 4 considerada como la de mayor riesgo sísmico, por lo que es estrictamente obligatorio que los Ingenieros Civiles diseñen sus estructuras para soportar cargas laterales inducidas por sismos, de tal sentido la presente investigación tiene por objeto aportar al diseño sismo-resistente con una herramienta que nos permita identificar el tipo de falla que puede sufrir un elemento columna al estar confinado por paredes de mampostería. El uso de técnicas que nos permitan disminuir la vulnerabilidad sísmica en nuestro medio aún no ha sido difundido ni aplicado en edificaciones, a pesar de las grandes ventajas que nos pueden brindar, como: reducir y prevenir el daño que pueden sufrir los elementos estructurales de la edificación; logrando una mayor seguridad y vida útil de las estructuras; esta propuesta de identificación del tipo de falla ante efectos sísmicos es de fácil aplicación a estructuras existentes y que están por construirse que presentan posible formación de columnas cortas y que no han sido diseñadas tomando en cuenta este fenómeno, mediante el aumento del refuerzo transversal en el punto de falla identificado; por lo que es necesario del conocimiento de esta propuesta para su aplicación en edificaciones existentes y futuras. La propuesta sismo resistente en columnas cortas de concreto reforzado consiste en adicionar refuerzo transversal, de tal manera que disminuya la fuerza cortante aplicada a la columna y evitar una falla a cortante o explosiva sino más bien una falla a flexión de la misma producido por la presencia de paredes de mampostería que al estar confinada hasta cierta altura disminuye la longitud efectiva de la columna y como consecuencia, la razón de fuerza cortante a momento aplicado aumenta significativamente en donde este acortamiento de la altura efectiva de la columna generalmente no se toma en cuenta al momento de diseñar.

## SUMMARY

The city of Riobamba, according to its seismic zoning map, is located in the zone 4, which is considered as the one having the highest seismic risk, this is the reason why it is very obligatory for civil engineers to design their structures in order to resist side loads produced by earthquakes, in this sense, this research work has the goal of helping the seismic-resistant design with a tool which will let us identify the failure type a column element can suffer when confined by walls. The use of techniques which let us reduce the seismic vulnerability in our zone has not yet been spread nor applied in buildings, despite of the great advantages they may give us, like: reducing and preventing the damage the building structural elements may suffer; through this, we will reach more structure security and life; this proposal of identifying the failure type in case of seismic effects is easy to apply in existing structures to be constructed which present a possible formation of short columns which have not been designed, by taking into account this phenomenon, by means of the transversal reinforcement increase in the identified failure; this is the reason why this knowledge is very important for applying in existing and future buildings. The seismic-resistant proposal for reinforced concrete short columns consists on adding transversal reinforcement, so it reduces the cutting force applied to the column in order to avoid a cutting or explosive failure, but a flexion failure, which is produced by walls, which when confined at certain height, it reduces the column effective length, and as a consequence, the reason of a cutting force increases significantly where the column effective height cutting is, and this is not generally taken into account in the moment of designing.

## INTRODUCCIÓN

La “PROPUESTA DE DISEÑO SISMO- RESISTENTE DE COLUMNAS CORTAS EN EDIFICACIONES DE CONCRETO REFORZADO” obedece a la necesidad de implementar un método de análisis para identificar posibles edificaciones que presenten efectos de columna corta y posteriormente dar una solución para contrarrestar dicho efecto, pensando en los posibles desastres que podría ocasionar un sismo de gran magnitud a edificaciones que presentan esta geometría como son centros educativos y también centros hospitalarios que en su mayoría se encuentran y se siguen construyendo en zona de alto riesgo sísmico.

En donde aplicando un método sencillo mediante el análisis de secciones rectangulares con varillas en una o dos caras podemos encontrar los cortantes y momentos que intervienen en la fórmula de análisis general para efecto de columna corta  $L=2Mn/Vn$ , con esta sencilla fórmula encontramos la longitud efectiva de columna corta y poder reforzar en la zona de cortante y así evitar teóricamente por dicho efecto.

De aquí que es indispensable diseñar y construir las edificaciones para que resistan eventos sísmicos grandes sin colapsar y eventos sísmicos recurrentes sin daños en la estructura y daños mínimos o nulos en los elementos no estructurales.

Uno de los fenómenos que afectan a las estructuras y que con frecuencia han sido observados durante los terremotos ocurridos en las últimas décadas, es el llamado efecto de columna corta. Su presencia ha originado inclusive, el colapso de pisos completos. Dicho efecto se produce cuando las columnas están lateralmente confinadas hasta cierta altura por elementos no estructurales como paredes de mampostería, las cuales disminuyen su longitud efectiva y como consecuencia, la razón de fuerza cortante a momento aplicado aumenta significativamente.

Este fenómeno ha sido estudiado por varios investigadores los cuales se han enfocado en la prevención de este efecto mediante el arreglo del refuerzo principal de las columnas como también en los últimos años en la identificación de la

relación de esbeltez de las columnas cortas. Sin embargo, la aplicación de estas técnicas no ha sido conocidas o puestas en práctica en nuestro medio.

De ahí que es indispensable diseñar y construir las edificaciones para que resistan eventos sísmicos grandes sin colapsar y eventos sísmicos recurrentes sin daños en la estructura.

Para controlar la calidad de las edificaciones el Código Ecuatoriano de la Construcción regula y asegura que las estructuras tendrán una respuesta adecuada ante la demanda sísmica esperada. El cual se basa en la combinación de resistencia, rigidez y capacidad de disipación de energía en el rango inelástico de la estructura, tomando como condición su ductilidad.

También el Código Ecuatoriano de la Construcción de Mampostería de Ladrillo nos habla sobre la longitud efectiva de los muros de mampostería en donde nos presenta tablas para su aplicación.

En otros países, las técnicas aplicadas para evitar el efecto de columna corta a consistido en la colocación de juntas de neopreno o de la separación de la mampostería del elemento estructural columna en donde se corre el riesgo que ante una eventualidad telúrica de consideración al no estar la mampostería interactuando monolíticamente con la columna esta se pueda desprender y causar mucho más daño a los ocupantes que son lo más importante.

Es por eso que es importante investigar esta metodología propuesta frente a la convencional y a la necesidad inminente de difundir el conocimiento en el medio ecuatoriano.

## **I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

### **1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

#### **1.1.Vulnerabilidad estructural.**

La vulnerabilidad estructural se refiere a la susceptibilidad que la estructura presenta frente a posibles daños en aquellas partes de la estructura que lo mantienen en pie ante un sismo intenso. Esto incluye cimientos, columnas, muros, vigas y losas.

En el Ecuador estructuras como hospitales y centros educativos son vulnerables frente a un desastre. Las formas y estrategias para implementar las medidas de prevención y mitigación en estos establecimientos dependerán de si estos ya existen o están por construirse; por ejemplo, el componente estructural debe ser considerado durante la etapa de diseño y construcción, cuando se trata de un nuevo edificio, o durante una etapa de reparación, remodelación o mantenimiento, cuando se trata de un edificio ya construido.

Por otra parte, en la planificación de un establecimiento nuevo es necesario tener en cuenta que una de las mayores causas de daños en edificaciones han sido los esquemas arquitectónico-estructurales nocivos.

Puede decirse de manera general que el alejamiento de formas y esquemas estructurales simples es castigado fuertemente por los sismos. De cualquier forma, dada la naturaleza errática de los sismos, así como la posibilidad de que se exceda el nivel de diseño, es aconsejable evitar el planteamiento de configuraciones riesgosas, independientemente del grado de sofisticación que sea posible lograr en el análisis de cada caso.

Lamentablemente, en muchos países de América Latina las normas de construcción sismo-resistente no han sido efectivamente aplicadas y en otros no se han considerado especificaciones especiales para las estructuras de edificaciones importantes. Por esta razón, no es extraño que cada vez que ocurre un sismo en la

región entre las edificaciones más afectadas siempre figuren los hospitales o centros educativos, que deberían ser las últimas en ser afectadas. En otras palabras, la vulnerabilidad estructural es alta, situación que debe ser corregida total o parcialmente con el fin de evitar enormes pérdidas económicas y sociales, en particular en los países en desarrollo.

Debido a que muchas edificaciones fueron construidas hace mucho tiempo y otras no han sido diseñadas ni construidas con normas sismo-resistentes, surgen dudas con respecto a la certeza de que dichas edificaciones puedan seguir funcionando con posterioridad a un sismo. En estos casos se hace imperativa una revisión lo más detallada posible sobre la capacidad de la estructura de soportar sismos moderados y fuertes, mediante estudios de vulnerabilidad.

### **1.1.1. Daños estructurales**

En general, las enseñanzas que han dejado los movimientos sísmicos indican que en los países donde se diseña de acuerdo con una buena normativa sismo-resistente, donde la construcción es sometida a una supervisión estricta y donde el sismo de diseño es representativo de la amenaza sísmica real de la zona, el daño sobre la infraestructura es marginal en comparación con el observado en sitios donde no se han dado estas circunstancias.

Desde una perspectiva histórica, un código por sí solo no puede garantizar la seguridad contra el daño excesivo, puesto que los códigos son reglamentos que establecen requisitos MÍNIMOS, los que a su vez experimentan actualizaciones continuas de acuerdo con los avances tecnológicos y las enseñanzas que dejan las investigaciones y los estudios de los efectos causados por terremotos, que no son más que pruebas de laboratorio a escala real. La ductilidad y redundancia estructural han resultado ser los medios más efectivos para proporcionar seguridad contra el colapso, especialmente si los movimientos resultan más severos que los anticipados por el diseño. El daño severo o colapso de muchas estructuras durante sismos importantes es, por lo general, consecuencia directa de la falla de un solo elemento o serie de elementos con ductilidad o resistencia insuficiente.



A causa de sismos fuertes es común que se presenten daños estructurales en columnas, tales como grietas diagonales causadas por cortante y/o torsión, grietas verticales, desprendimiento del recubrimiento, aplastamiento del concreto y pandeo de las barras longitudinales por exceso de esfuerzos de flexocompresión. En vigas, se presentan grietas diagonales y rotura de estribos a causa de cortante y/o torsión, grietas verticales, rotura del refuerzo longitudinal y aplastamiento del concreto por la flexión que impone el sismo arriba y abajo de la sección como resultado de las cargas alternadas.

Las conexiones o uniones entre elementos estructurales son, por lo general, los puntos más críticos.

En las uniones viga-columna (nudos) el cortante produce grietas diagonales y es común ver fallas por adherencia y anclaje del refuerzo longitudinal de las vigas a causa del poco desarrollo del mismo y/o a consecuencia de esfuerzos excesivos de flexión.

En las losas se pueden presentar grietas por punzonamiento alrededor de las columnas y grietas longitudinales a lo largo de la placa debido a la excesiva demanda por flexión que en ciertas circunstancias puede imponer el sismo. Este tipo de daños se han visto reiteradamente en muchas edificaciones hospitalarias sometidas a movimientos sísmicos fuertes y moderados.

Irregularidades en altura, traducidas en cambios repentinos de rigidez entre pisos adyacentes, hacen que la absorción y disipación de energía en el momento del sismo se concentren en los pisos flexibles, donde los elementos estructurales se ven sobresolicitados. Las irregularidades en planta de masa, rigidez y resistencia pueden originar vibraciones torsionales que generan concentraciones de esfuerzos difíciles de evaluar, razón por la cual una mayor exigencia en este tipo de aspectos debe tenerse en cuenta a la hora de diseñar arquitectónicamente las edificaciones.

Pocos edificios se diseñan para resistir sismos severos en el rango elástico, por lo cual es necesario proporcionarle a la estructura capacidad de disipación de energía mediante tenacidad y ductilidad en los lugares en que se espera que la resistencia elástica pueda ser excedida. Esto se aplica a los elementos y a las conexiones de los elementos, puntos que usualmente son los más débiles.

El ATC-33 define varios niveles de seguridad para una edificación en caso de que se presente un evento sísmico importante. El Cuadro 1 presenta las recomendaciones de los requisitos Visión 2000.

**Cuadro 1.** Objetivos del comportamiento sísmico recomendados según Visión 2000

Nivel de Diseño Sísmico	Comportamiento Requerido			
	Operación Permanente	Ocupación Inmediata	Protección de la Vida	Prevención del Colapso
Frecuente (50%/30 años)	x		<b>Comportamiento Inaceptable</b> (para edificios nuevos)	
Ocasional (50%/50 años)	◆	x		
Raro (10%/50 años)	■	◆	x	
Muy raro (10%/100 años)		■	◆	x

**FUENTE.** . *Configuración y diseño sísmico de edificios*, Christopher Arnold y Robert Reitherman, México, D.F., Editorial Limusa, 1987, pag. 239. Reimpreso bajo autorización.

- = Seguridad crítica, como hospitales, departamentos de bomberos
- ◆ = Instalación esencial o peligrosa, como centrales telefónicas, edificio con químicos tóxicos
- x = Instalación básica o convencional, como edificios de oficinas y de residencias

**-Nivel de operación permanente:** en este caso, el edificio permanece en condiciones aptas para su uso normal, aunque tal vez con algunas limitaciones. Todos los sistemas de abastecimiento y servicios básicos deben quedar operando. Para cumplir con este nivel, es necesario contar con sistemas redundantes o equipos de emergencia, y se requiere una inspección rigurosa de los sistemas eléctricos y mecánicos para garantizar su correcto funcionamiento después de que han sido fuertemente sacudidos.

**-Nivel de ocupación inmediata:** en este caso, únicamente se presentan daños muy limitados en la estructura y en los componentes no estructurales. Los sistemas resistentes a cargas laterales y verticales conservan casi toda la capacidad que tenían antes del evento. El daño no estructural es mínimo, de modo que los accesos y los sistemas de protección tales como puertas, escaleras, ascensores, luces de emergencia, alarmas contra incendio, etc., permanecen operacionales, siempre que se garantice el suministro de electricidad. Podría presentarse la ruptura de vidrios y pequeños daños en conexiones o lámparas.

Se espera que los ocupantes puedan permanecer dentro del edificio, aunque el uso normal del establecimiento podría estar limitado y se hace necesaria la limpieza e inspección. En general, los componentes electromecánicos se encuentran seguros y deberán operar si se lo requiere. Algunos de estos componentes podrían quedar descalibrados o sufrir desalineamientos o daños internos que imposibilitan su uso. Podría haber falta de electricidad, de agua, problemas con las líneas de comunicación y tuberías de gas. El riesgo de lesiones severas es bajo y el edificio puede ser ocupado; sin embargo, es posible que no sea apto para su funcionamiento normal hasta que se hayan efectuado reparaciones.

**-Nivel de protección de la vida:** es el estado posterior al sismo en el cual se presenta daño significativo en la estructura, aunque se cuenta con un cierto rango de protección contra el colapso parcial o total. El daño es mayor que en el caso anterior. La mayoría de los componentes estructurales y no estructurales no han caído, y por lo tanto no constituyen una amenaza dentro o fuera del edificio. Las rutas de evacuación permanecen operacionales, aunque limitadas por acumulaciones de escombros no significativas. Se pueden presentar heridos durante el sismo, pero se espera que las lesiones no sean de magnitud tal que puedan cobrar la vida de los afectados. Es posible reparar la estructura, aunque en algunos casos esto podría resultar poco práctico desde el punto de vista económico.

**-Nivel de prevención del colapso:** el daño posterior al sismo es tal que la edificación puede sufrir un colapso parcial o total como consecuencia de la

degradación de la rigidez o de la resistencia del sistema portante ante las fuerzas laterales, la deformación lateral permanente de la estructura o la disminución de su capacidad para soportar cargas verticales. No obstante, todos los componentes básicos del sistema resistente a cargas gravitacionales pueden continuar funcionando y, aunque el edificio puede mantener su estabilidad, existe un riesgo grave de heridos debido a la caída de objetos. Es probable que no sea práctico reforzar la estructura, y el edificio no es seguro para su ocupación inmediata, puesto que las actividades consecuentes pueden inducir su colapso.

Es indispensable, en el caso de los hospitales, partir del hecho de que el estado de la estructura, sin considerar la magnitud del sismo, será tal que se pueda garantizar el nivel de seguridad de operación permanente. En otras palabras, no es posible efectuar una intervención eficiente y efectiva de la vulnerabilidad no estructural y administrativo-organizativa si no se adelanta de manera simultánea o previa la intervención de la vulnerabilidad estructural. Sin embargo, siempre sirve intervenir la vulnerabilidad no estructural y administrativo-organizativa, ya que estos aspectos son susceptibles de sufrir daños tanto frente a eventos sísmicos pequeños y moderados, que ocurren más frecuentemente, como frente a aquellos que pueden llegar a afectar a los componentes estructurales.

De acuerdo con lo examinado anteriormente, la evaluación del estado de una construcción existente puede hacer surgir serias dudas sobre su capacidad para soportar eventos sísmicos. En algunos países se han desarrollado campañas de refuerzo de edificios existentes a efectos de reducir su vulnerabilidad. En principio, puede pensarse que el refuerzo debería ser obligatorio para edificios esenciales y que resulten vulnerables luego de las evaluaciones de vulnerabilidad estructural.

#### **1.1.1.1. Problemas de configuración arquitectónica y estructural**

Por su naturaleza, las construcciones como hospitales y centros educativos tienden a ser construcciones de gran envergadura y complejidad, lo que conduce a que en muchos casos presenten esquemas de configuración complejos.

Por configuración no se entiende la forma espacial de la construcción en abstracto, sino el tipo, disposición, fragmentación, resistencia y geometría de la estructura de la edificación, relación de la cual se derivan ciertos problemas de respuesta estructural ante sismos. En el planeamiento de una estructura es necesario tener en cuenta que una de las mayores causas de daños en edificaciones ha sido en el uso de esquemas de configuración arquitectónico-estructural nocivos. Puede decirse de manera general que el alejamiento de formas y esquemas estructurales simples es castigado fuertemente por los sismos.

Y además que, lamentablemente, los métodos de análisis sísmico usuales no logran cuantificar adecuadamente la mayoría de estos problemas. De cualquier forma, dada la naturaleza errática de los sismos, así como la posibilidad de que se exceda el nivel de diseño, es aconsejable evitar el planteamiento de configuraciones riesgosas, independientemente del grado de sofisticación que sea posible lograr en el análisis de cada caso.

### **Configuración geométrica**

A continuación se exponen brevemente los aspectos más relevantes de la incidencia de la configuración geométrica en la respuesta sísmica de las edificaciones, así como los mecanismos correctivos. Debe hacerse énfasis en que, debido a su complejidad, y a su estrecha relación con el planteamiento de espacio y forma de la construcción, los problemas de configuración deben ser enfrentados básicamente desde la etapa de definición del esquema espacial del edificio, y en toda la etapa de diseño (Figura 1). Por esta razón es un tema que debe ser comprendido en toda su amplitud por los arquitectos y diseñadores.

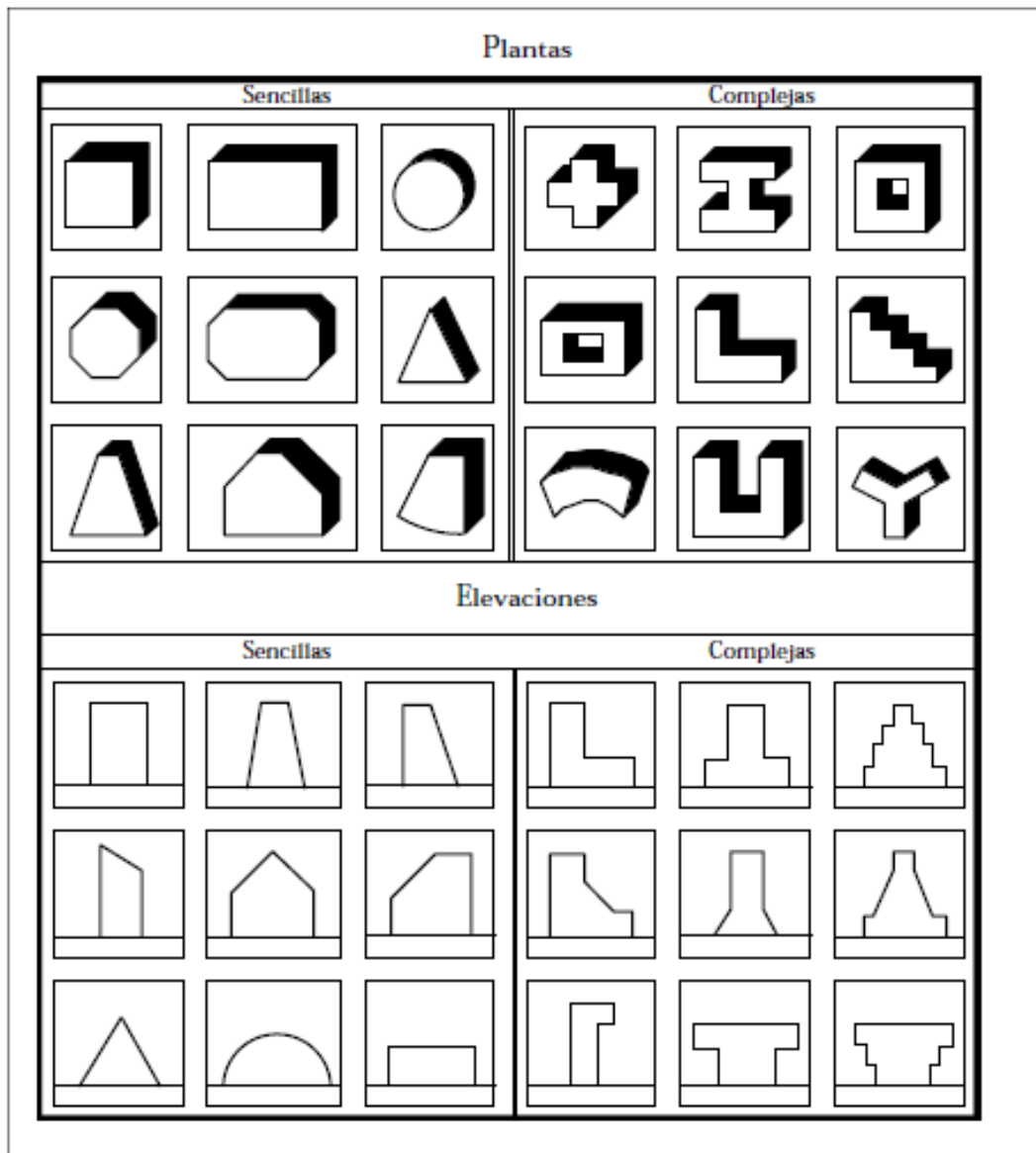
### **Problemas de configuración en planta**

Los problemas que se mencionan a continuación son referentes a la disposición de la estructura en el plano horizontal, en relación con la forma y distribución del espacio arquitectónico.

### ***Longitud***

La longitud en planta de una construcción influye en la respuesta estructural de la misma de una manera que no es fácil determinar por medio de los métodos usuales de análisis. En vista de que el movimiento del terreno consiste en una transmisión de ondas, la cual se da con una velocidad que depende de las características de masa y rigidez del suelo de soporte, la excitación que se da en un punto de apoyo del edificio en un momento dado difiere de la que se da en otro, diferencia que es mayor en la medida en que sea mayor la longitud del edificio en la dirección de las ondas. Los edificios cortos se acomodan más fácilmente a las ondas que los edificios largos.

Considerando lo anterior, el correctivo usual para el problema de longitud excesiva de edificios es la partición de la estructura en bloques por medio de la inserción de juntas de dilatación sísmica, de tal manera que cada uno de ellos pueda ser considerado como corto. Estas juntas deben ser diseñadas de manera tal que permitan un adecuado movimiento de cada bloque sin peligro de golpeteo o choque entre los diferentes cuerpos o bloques que componen la edificación.



**Figura 1. Formas sencillas y complejas en planta y elevación**

FUENTE. *Configuración y diseño sísmico de edificios*, Christopher Arnold y Robert Reitherman, México, D.F., Editorial Limusa, 1987, pag. 239. Reimpreso bajo autorización.

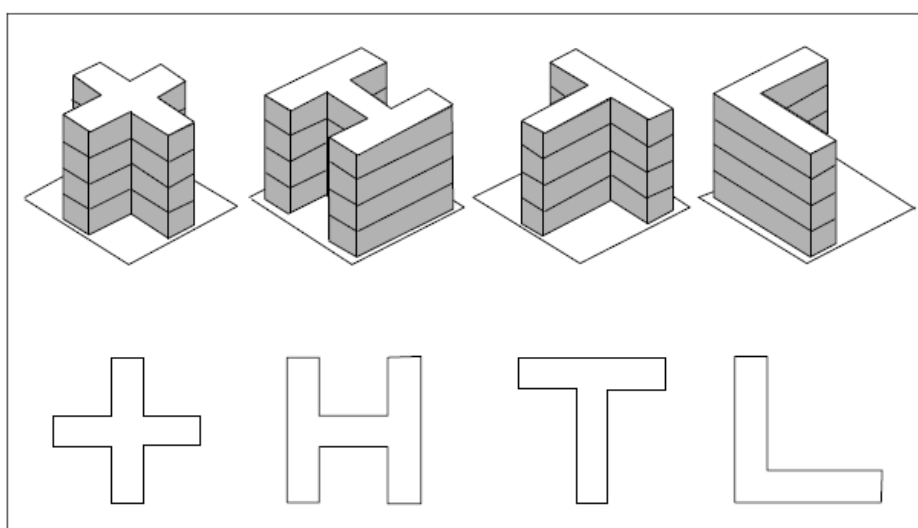
Los edificios largos son también más sensibles a las componentes torsionales de los movimientos del terreno, puesto que las diferencias de movimientos transversales y longitudinales del terreno de apoyo, de las que depende dicha rotación, son mayores.

### ***Concentración de esfuerzos debido a plantas complejas***

Este problema surge en edificios denominados de plantas complejas y es muy común en edificaciones hospitalarias. Se define como planta compleja a aquella en la cual la línea de unión de dos de sus puntos suficientemente alejados hace su recorrido en buena parte fuera de la planta. Esto se da cuando la planta está compuesta de alas de tamaño significativo orientadas en diferentes direcciones (formas en H, U, L, etc.).

En las plantas irregulares las alas pueden asimilarse a un voladizo empotrado en el cuerpo restante del edificio, sitio en el cual sufriría menores deformaciones laterales que en el resto del ala (Figura 2).

Por esta razón aparecen grandes esfuerzos en la zona de transición, los cuales producen con frecuencia daños en los elementos no estructurales, en la estructura vertical y aun en el diafragma de la planta.



**Figura 2. Formas de la planta**

FUENTE. Fundamentos para la mitigación de desastres en establecimientos de salud

Para este caso, la solución corrientemente adoptada consiste en la introducción de juntas de dilatación sísmica, como las mencionadas para el caso de los edificios largos. Estas juntas permiten que cada bloque tenga su propio movimiento sin estar atado al resto del edificio, con lo cual se rompe el esquema de trabajo en voladizo de cada ala. Las juntas, obviamente, deben tener el ancho suficiente para permitir el movimiento de cada bloque sin golpearse.





**Figura 3. Hospital Manises**

FUENTE. Artículo sobre las edificaciones con irregularidades en planta

## **Problemas de configuración en altura**

### ***Escalonamientos***

Los escalonamientos en los volúmenes del edificio se presentan habitualmente por exigencias urbanísticas de iluminación, proporción, etc. Sin embargo, desde el punto de vista sísmico, son causa de cambios bruscos de rigidez y de masa; por lo tanto, traen consigo la concentración de fuerzas que producen daño en los pisos aledaños a la zona del cambio brusco (Figura 4). En términos generales, debe buscarse que las transiciones sean lo más suave posible con el fin de evitar dicha concentración.



**Figura 4. Formas irregulares en altura**

FUENTE. Artículo sobre las edificaciones con irregularidades en planta

## **Configuración estructural**

### **Concentraciones de masa**

El problema en cuestión es ocasionado por altas concentraciones de la masa en algún nivel determinado del edificio que se puede deber a la disposición en él de elementos pesados, tales como equipos, tanques, bodegas, archivos, etc. El problema es mayor en la medida en que dicho nivel pesado se ubica a mayor altura, debido a que las aceleraciones sísmicas de respuesta aumentan también hacia arriba, con lo cual se tiene una mayor fuerza sísmica de respuesta allí y por ende una mayor posibilidad de volcamiento del equipo.

Por lo anterior, en el diseño arquitectónico es recomendable disponer los espacios que representen pesos inusuales en sótanos o en construcciones aisladas aledañas al cuerpo principal del edificio. En casos en los que por razones topográficas se deba tener almacenamientos de agua elevados, debe preferirse construir torres independientes para ese fin, en lugar de adosarlas al edificio principal.



**Figura 5. Concentraciones de masa, tales como estanques de agua en el techo de edificaciones**  
FUENTE. Artículo del sismo de Perú de 2007

### ***Columnas débiles***

Las columnas dentro de una estructura tienen la vital importancia de ser los elementos que transmiten las cargas a las cimentaciones y mantienen en pie a la

estructura, razón por la cual cualquier daño en este tipo de elementos puede provocar una redistribución de cargas entre los elementos de la estructura y traer consigo el colapso parcial o total de una edificación.

Por lo anterior, el diseño sísmico de pórticos (estructuras formadas preferentemente por vigas y columnas) busca que el daño producido por sismos intensos se produzca en vigas y no en columnas, debido al mayor riesgo de colapso del edificio por el de daño en columnas. Sin embargo, muchos edificios diseñados según códigos de sismo-resistencia han fallado por esta causa. Estas fallas pueden agruparse en dos clases:

- Columnas de menor resistencia que las vigas.
- Columnas cortas.

Varias son las causas de que el valor de la longitud libre se reduzca drásticamente y se considere que se presenta una columna corta:

- Confinamiento lateral parcialmente en la altura de la columna por muros divisorios, muros de fachada, muros de contención, etc.
- Disposición de losas en niveles intermedios.
- Ubicación del edificio en terrenos inclinados.

Las columnas cortas son causa de serias fallas en edificios bajo excitaciones sísmicas debido a que su mecanismo de falla es frágil.

### ***Pisos suaves***

Varios tipos de esquemas arquitectónicos y estructurales conducen a la formación de los llamados pisos débiles o suaves, es decir, pisos que son más vulnerables al daño sísmico que los restantes, debido a que tienen menor rigidez, menor resistencia o ambas cosas:

La presencia de pisos suaves se puede atribuir a:

- Diferencia de altura entre pisos.
- Interrupción de elementos estructurales verticales en el piso



**Figura 6. Falla en planta baja por piso suave**  
FUENTE. Terremoto de Loma Prieta, California – Octubre 1989

El primer caso de la figura anterior (Figura 6) se da frecuentemente por la búsqueda de volúmenes mayores en ciertos niveles de la construcción, generalmente por razones técnicas (exigencias de equipos, etc.) o estéticas simbólicas (imagen del edificio en los niveles de acceso, etc.). Esto conduce a que en los pisos en cuestión se presente un debilitamiento de la rigidez, debido a la mayor altura de los elementos verticales.

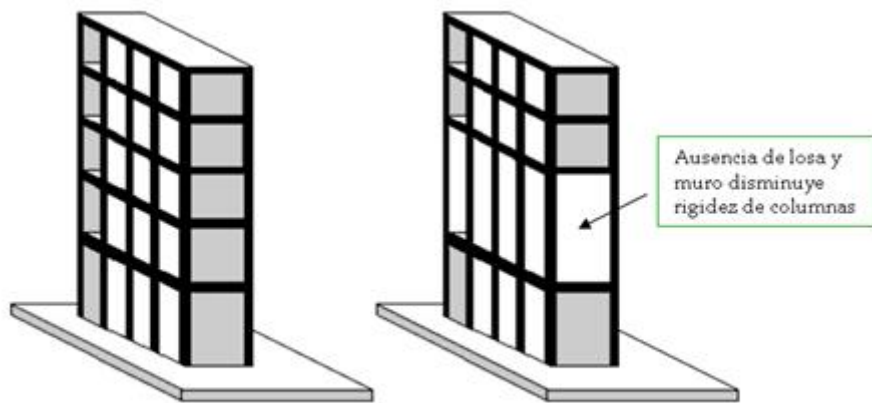
La interrupción de elementos verticales de la estructura ha probado ser la causa de múltiples colapsos parciales o totales en edificios sometidos a sismos, sobre todo cuando la interrupción de los elementos verticales resistentes (muros y columnas) se presenta en los pisos inferiores (Figura 7). La razón del deslizamiento del piso recae en que el nivel en que se interrumpen los elementos es más flexible que los restantes, con lo que aumenta el problema de estabilidad, pero además porque se origina un cambio brusco de rigidez que ocasiona una mayor acumulación de energía en el piso más débil.

Los casos más usuales de interrupción de elementos verticales, que ocurre generalmente por razones espaciales, formales o estéticas, son los siguientes:

- Interrupción de las columnas.
- Interrupción de muros estructurales (muros de cortante).
- Interrupción de muros divisorios, concebidos erróneamente como no estructurales, alineados con pórticos.

### ***Falta de redundancia***

El diseño estructural sismo-resistente contempla la posibilidad de daño de los elementos estructurales para los sismos más intensos. Desde este punto de vista, el diseño de la estructura debe buscar que la resistencia a las fuerzas sísmicas dependa de un número importante de elementos, puesto que cuando se cuenta con un número reducido de elementos (poca redundancia) la falla de alguno de ellos puede tener como consecuencia el colapso parcial o total durante el sismo. En este sentido, debe buscarse que la resistencia a las fuerzas sísmicas se distribuya entre el mayor número de elementos estructurales posibles.



© Laboratorio de Ingeniería Sísmica, INII-UCR.

**Figura 7. Interrupción de muro estructural en la planta baja**  
FUENTE. Laboratorio de Ingeniería Sísmica

### ***Excesiva flexibilidad estructural***

La excesiva flexibilidad de la edificación ante cargas sísmicas puede definirse como la susceptibilidad a sufrir grandes deformaciones laterales entre los diferentes pisos, conocidas como derivas. Las principales causas de este problema

residen en la excesiva distancia entre los elementos de soporte (claros o luces), las alturas libres y la rigidez de los mismos. Dependiendo de su grado, la flexibilidad puede traer como consecuencias:

- Daños en los elementos no estructurales adosados a niveles contiguos.
- Inestabilidad del o los pisos flexibles, o del edificio en general.
- No aprovechamiento de la ductilidad disponible.



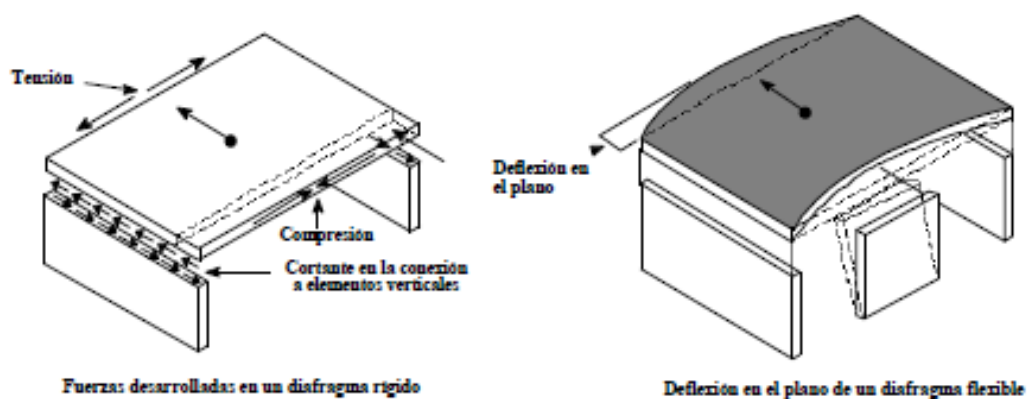
**Figura 8. Colapso estructural debido a la discontinuidad de elementos verticales**

FUENTE. Sismo de Haití 2010

### ***Excesiva flexibilidad del diafragma***

Un comportamiento excesivamente flexible del diafragma de piso implica deformaciones laterales no uniformes, las cuales son en principio perjudiciales para los elementos no estructurales adosados al diafragma.

Adicionalmente, la distribución de fuerzas laterales no se hará de acuerdo a la rigidez de los elementos verticales. (Figura 10)



**Figura 9. Comportamiento rígido y flexible del diafragma**

FUENTE. Fundamentos para la mitigación de desastres en establecimientos de salud

Son varias las razones por las cuales puede darse este tipo de comportamiento flexible. Entre ellas se encuentran las siguientes:

- ***Flexibilidad del material del diafragma.***
- ***Relación de aspecto (largo/ancho) del diafragma.*** Por tratarse de un trabajo a flexión de este tipo de elementos, mientras mayor sea la relación largo/ancho del diafragma, mayores pueden ser sus deformaciones laterales. En general, los diafragmas con relaciones de aspecto superiores a 5 pueden considerarse flexibles.
- ***Rigidez de la estructura vertical.*** La flexibilidad del diafragma debe juzgarse también de acuerdo con la distribución en planta de la rigidez de los elementos verticales. En el caso extremo de un diafragma en el que todos los elementos verticales tengan igual rigidez es de esperarse un mejor comportamiento del diafragma que en el caso en el cual tengan grandes diferencias en este punto.
- ***Aberturas en el diafragma.*** Las aberturas de gran tamaño practicadas en el diafragma para efectos de iluminación, ventilación y relación visual entre los pisos, ocasionan la aparición de zonas flexibles dentro del diafragma, las cuales impiden el ensamblaje rígido de las estructuras verticales.

Las soluciones al problema de excesiva flexibilidad del diafragma son múltiples, y dependen de la causa que la haya ocasionado. Las grandes aberturas en el diafragma deben estudiarse con cuidado, con el fin de proveer mecanismo de rigidización o, si esto no es posible, segmentación del edificio en bloques.

### ***Torsión***

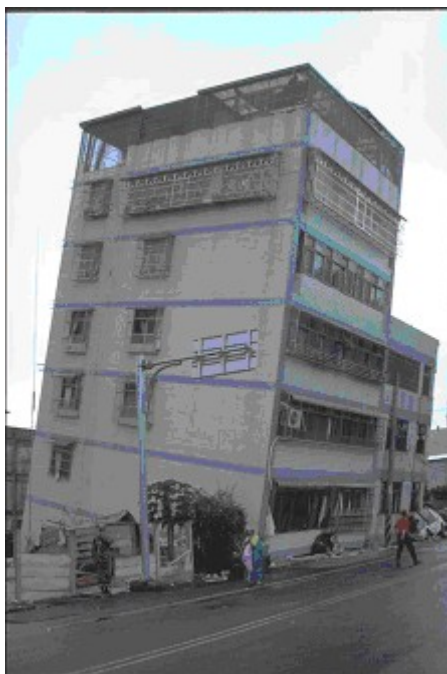
La torsión ha sido causa de importantes daños de edificios sometidos a sismos intensos, que van desde la distorsión a veces visible de la estructura (y por tanto su pérdida de imagen y confiabilidad) hasta el colapso estructural (Figura 11).

La torsión se produce por la excentricidad existente entre el centro de masa y el centro de rigidez.

Algunos de los casos que pueden dar lugar a dicha situación en planta son:

- Posición de elementos rígidos de manera asimétrica con respecto al centro de gravedad del piso.
- Colocación de grandes masas en forma asimétrica con respecto a la rigidez.
- Combinación de las dos situaciones anteriores.

Debe tenerse presente que los muros divisorios y de fachada que se encuentren adosados a la estructura vertical tienen generalmente una gran rigidez y, por lo tanto, habitualmente participan estructuralmente en la respuesta al sismo y pueden ser causantes de torsión, como en el caso corriente de los edificios de esquina.



**Figura 10. Falla Torsional y consecuente inclinación del edificio en Taiwan**

FUENTE. Sismo de Taiwan 1999



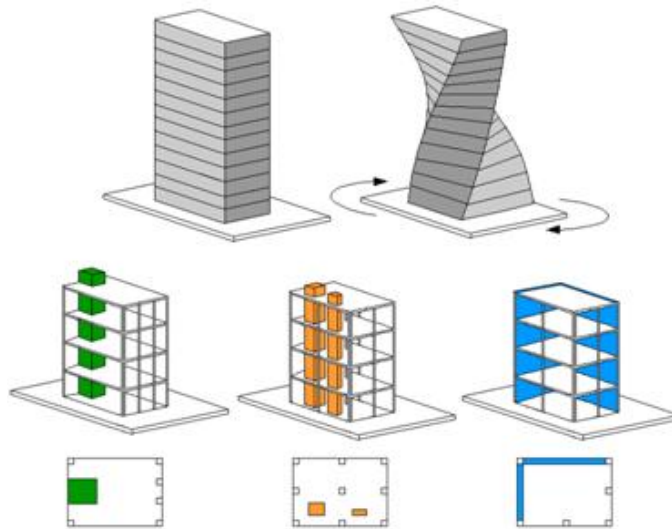
Cuantitativamente, puede considerarse que una excentricidad entre el centro de la masa y de rigidez es grande cuando supera el 10% de la dimensión en planta bajo análisis. En un caso así deben tomarse medidas correctivas en el planteamiento estructural del edificio (Figura 10).

Si se contempla además la situación en altura, el panorama de la torsión puede complicarse aún más cuando hay irregularidades verticales, como los escalonamientos. En efecto, la parte superior del edificio transmite a la inferior un cortante excéntrico, lo cual provoca torsión del nivel de transición hacia abajo, independientemente de la simetría o asimetría estructural de los pisos superiores e inferiores.

Como todos los problemas de configuración, el de la torsión debe ser enfrentado desde la etapa de diseño espacial y de forma de la edificación. Los correctivos necesarios para el problema de la torsión pueden resumirse en general en los siguientes puntos:

- Las torsiones deben ser consideradas inevitables, debido a la naturaleza del fenómeno y a las características de la estructura. Por esta razón, se sugiere proveer a los edificios de rigidez, mediante la cual se busca reducir la posibilidad de giro en planta.
- A efectos del control de la torsión, debe estudiarse con cuidado el planteamiento de la estructura en planta y en altura, así como la presencia y la necesidad de aislamiento de los muros divisorios no estructurales que puedan intervenir estructuralmente en el momento de un sismo.

Finalmente, el objetivo debe ser proveer a la estructura con la mayor simetría posible de la rigidez con respecto a la masa.



**Figura 11. Torsión por muros excéntricos**

FUENTE. Fundamentos para la mitigación de desastres en establecimientos de salud

## 1.2. Diseño sismo-resistente

El diseño sismo-resistente de estructuras posee un nivel de complejidad superior al que caracteriza el diseño para cargas estáticas de gravedad, debido a los factores que se deben tener en cuenta en él.

Entre estos se encuentran los siguientes:

- a) La naturaleza azarosa de las características del sismo.
- b) La incertidumbre sobre la respuesta de la estructura, debida a la heterogeneidad de la calidad de los materiales, la interacción con los elementos no estructurales, la variación de las cargas de servicio, las variaciones presentadas en la construcción, etc.
- c) Los mecanismos de falla y disipación de energía que impliquen el menor riesgo para la vida humana y sus propiedades.
- d) El costo social asociado a la falla de edificios, especialmente en el caso en que sean esenciales para la atención de un desastre, como el caso de los hospitales y centros educativos.

De acuerdo con esto, el diseño sismo-resistente debe tratar de atender de la mejor manera posible todos estos aspectos. Normalmente, los códigos de diseño enmarcan algunos de estos problemas por medio de fórmulas cuantitativas sobre

seguridad global o local. A menudo el seguimiento irreflexivo de estas normas en el diseño habitual de estructuras, hace que el contenido de fondo de tales simplificaciones sea frecuentemente desconocido u olvidado. Sin embargo, en el diseño de cualquier edificio, y en especial en el de aquellos que deban permanecer en el mejor estado posible después de un sismo, deben tenerse presentes las implicaciones de cada decisión importante de acuerdo con los principios y avances de la ingeniería sísmica, y bajo la óptica de la presencia de la construcción en un medio social.

A continuación se revisan las implicaciones en el diseño sísmico de los aspectos mencionados anteriormente.

### **1.2.1. Espectro de diseño**

En el espectro de diseño recomendado por los códigos de sismo-resistencia se encuentran implícitas decisiones sobre:

a) *La probabilidad de excedencia del sismo de diseño en un período de tiempo considerado como de vida útil media de los edificios.* Normalmente, se considera una probabilidad de excedencia del 10% en un período de vida media útil de 50 años. En el caso de hospitales, sin embargo, la vida útil supera ampliamente ese valor.

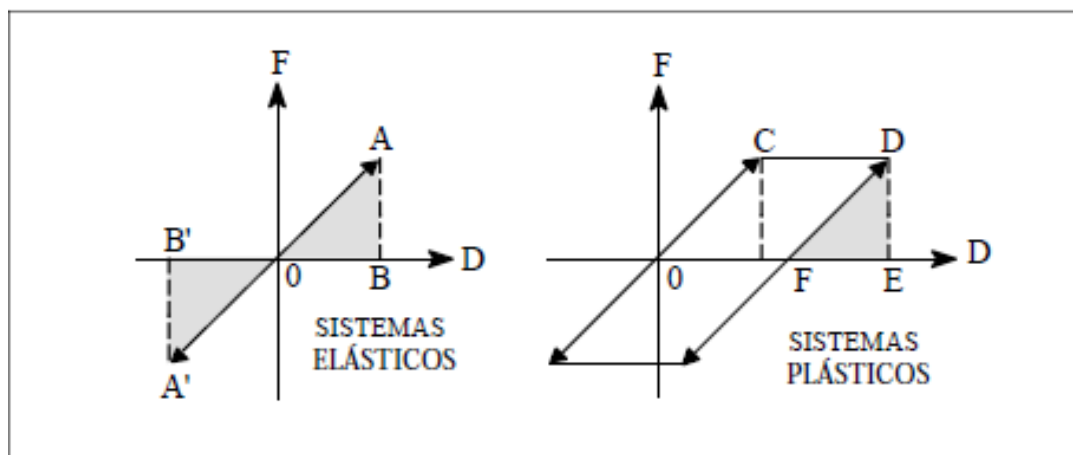
La dinámica de la construcción de centros hospitalarios es decididamente menor que la de construcción de viviendas y otro tipo de construcciones. Esto es especialmente crítico en los países en desarrollo, en los que la construcción de grandes centros hospitalarios es escasa debido a que resulta altamente onerosa. Por esta razón la perdurabilidad de dichos centros es muy alta en algunos países, y, en consecuencia, debe pensarse con detenimiento la selección de estas variables.

b) *Las frecuencias dominantes y respuestas máximas.* Normalmente, los espectros de sismos exhiben sectores estrechos de frecuencias donde se encuentran las respuestas máximas. Sin embargo, para cubrir las incertidumbres asociadas a la distancia de ocurrencia del evento y a su contenido de frecuencias, los espectros de diseño presentan una amplia planicie de respuestas máximas así como factores

de amplificación de las respuestas en terrenos blandos con respecto a las de terreno firme, de acuerdo a comportamientos observados en varios sitios del mundo. No obstante, en el caso de edificaciones especiales, puede ser conveniente la elaboración de un espectro de diseño de acuerdo a las características geológicas y geotécnicas del sitio de construcción.

### 1.2.2. Comportamiento no lineal

El criterio de diseño tradicional, de edificios sometidos a sismos fuertes, ha sido el de permitir el ingreso de los materiales en el rango no lineal con el fin de absorber energía bajo deformaciones permanentes. La Figura 13 ilustra este criterio para un sistema elasto plástico. La línea OA representa el diagrama esfuerzo máximo - deformación máxima de un sistema perfectamente elástico en un sismo determinado, mientras que la línea OCD representa un sistema elasto-plástico. Existen varias hipótesis sobre la simplificación que debe ser asumida para evaluar de manera sencilla el comportamiento del sistema elasto-plástico.



**Figura 12. Absorción y disipación de energía**

FUENTE. Fundamentos para la mitigación de desastres en establecimientos de salud

La estructura debe ser diseñada para unos esfuerzos menores que los dados por la respuesta del sistema elástico. Si con las fuerzas así obtenidas se realiza un análisis elástico, se obtendrían unas deformaciones que a su vez, deben ser multiplicadas por el factor de ductilidad para estimar las deformaciones máximas

de la estructura, lo cual es de gran importancia para el estudio del comportamiento de elementos no estructurales y la estabilidad de los diferentes pisos. Los elementos estructurales deben entonces garantizar que se logre alcanzar dichas deformaciones inelásticas. Para ello debe disponerse en dichos elementos de ductilidad suficiente, por medio de los mecanismos que se detallará más adelante. Muchos códigos de construcciones tienen el defecto de considerar una reducción de fuerzas debido al comportamiento inelástico solamente en relación con la deformación máxima alcanzada en cualquier instante del sismo, o a la máxima energía disipada en un ciclo, sin atender a su duración. Esto hace que se dejen de lado factores tan importantes como los asociados a la fatiga progresiva de los materiales, tales como la degradación de la rigidez, la disminución de la resistencia, el aumento progresivo de las deformaciones y, por ende, el colapso progresivo. Por esta razón, en los últimos años han adquirido un gran énfasis los métodos que de una u otra manera involucran la duración total del sismo en el diseño, generalmente a través de la energía total disipada o del número de ciclos de carga.

### **1.2.3. Disposición de la ductilidad**

En vista de que los métodos de diseño no lineal simplificado exigen la capacidad de la estructura de permitir grandes deformaciones sin colapso, los elementos de la misma deben ser diseñados para atender adecuadamente esta demanda de deformaciones, pero se debe buscar el equilibrio en el que los desplazamientos de la estructura no afecten o produzcan daños en el contenido (elementos no estructurales).

A continuación se examinan los mecanismos esenciales para obtener altas capacidades de ductilidad en los sistemas estructurales de concreto reforzado.

En el diseño de estructuras de concreto reforzado deben tenerse en cuenta los siguientes criterios básicos, a fin de obtener la ductilidad requerida:

- **Confinamiento.** El confinamiento del concreto garantiza la preservación del material ante la alternación de esfuerzos dada en los sismos y, en consecuencia,

permite el desarrollo de deformaciones inelásticas mayores que las que se podrían presentar en una estructura en la que el concreto se deteriore.

- ***Control de falla a cortante.*** La falla a cortante es una falla que compromete seriamente la integridad de la sección de cualquier elemento de concreto reforzado. Por esta razón los códigos de diseño generalmente obligan a un diseño a cortante tal que garantice que la resistencia a cortante sea superior a la resistencia a flexión. Esto se logra utilizando como cortante de diseño un valor que sea como mínimo el correspondiente a la plastificación por flexión en los nudos extremos.

- ***Control de la reducción de la ductilidad disponible debido a la carga axial.*** La carga axial de compresión reduce drásticamente la ductilidad disponible en un elemento de concreto sometido a ella. El fenómeno, que es más fuerte en columnas que en muros estructurales, generalmente se debe a que a mayores cargas de compresión se reduce el trabajo a tensión del acero, el cual puede darse con valores del esfuerzo de trabajo menores del esfuerzo de fluencia, lo que implica un uso insuficiente del acero a efectos de desarrollar grandes deformaciones inelásticas y disipar energía por ese medio. Sin embargo, no siempre es posible diseñar las secciones de columnas de manera que haya esfuerzos altos de tracción en el acero, por razones arquitectónicas y económicas. El efecto de la duración de un sismo en el comportamiento estructural ha sido tradicionalmente ignorado en los códigos de diseño. Ello se debe, en parte, a que el espectro de aceleraciones resulta insensible a la duración del sismo, pues recoge solamente la información referente a la máxima aceleración de respuesta ocurrida en algún momento del sismo, e ignora lo que sucede en adelante. Sin embargo, en sismos largos, pueden ocurrir complejos fenómenos de degradación de la rigidez y la resistencia, debido al elevado número de ciclos de carga que deben soportar los elementos estructurales.

Debido a ello, el diseño debería ser diferente para sismos cortos y largos, independientemente de la aceleración de diseño.

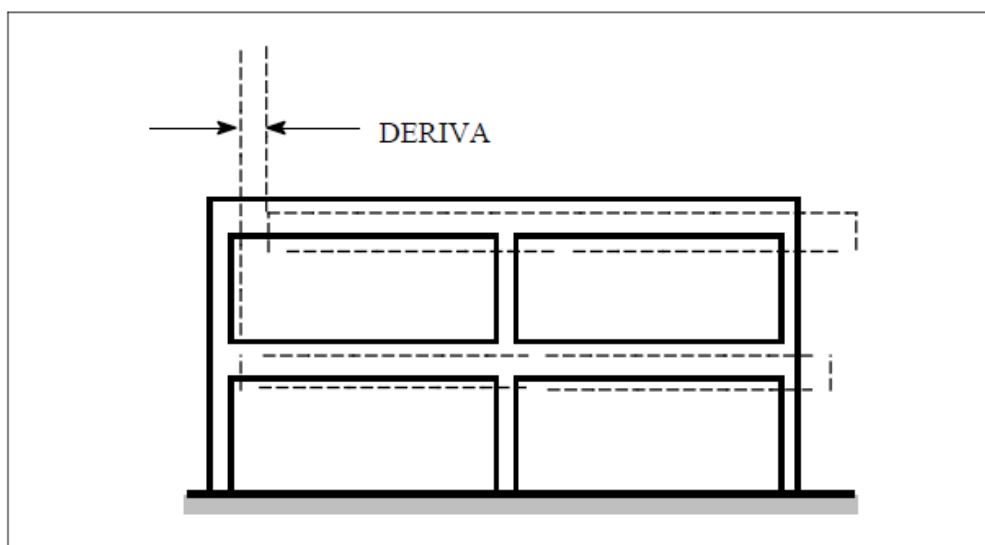
De acuerdo a varios estudios realizados en diferentes países, la duración de un sismo está en relación creciente con la magnitud del sismo y la distancia epicentral. Al contrario, la aceleración del suelo por lo general tiende a decrecer

con dicha distancia. De esta manera, pueden tenerse sismos de igual aceleración pico, lo que produciría un igual espectro de aceleraciones de diseño, pero grandes diferencias en la duración, lo que produciría efectos nocivos que no serían detectados por dicho espectro.

Lo anterior conduce a que en el diseño de hospitales y centros educativos se deba tener presente la información sismológica relativa a magnitudes y distancias epicentrales de las fuentes probables de liberación de energía que puedan afectarlos, de manera que si hay fuentes de magnitudes probables altas situadas a grandes distancias epicentrales, pueden esperarse de ellas sismos mucho más largos y, posiblemente, más destructivos que sismos cercanos. El sismo de México de 1985 es no solamente una muestra de los efectos de amplificación del suelo, sino también de los correspondientes a la alta duración, debido a la alta magnitud (8,1) y lejanía del epicentro (350 km de la ciudad de México).

#### 1.2.4. Derivas (desplazamiento relativo entre pisos)

En principio, los grandes desplazamientos laterales ponen en peligro la seguridad de la construcción en su totalidad, debido al daño que pueden representar para los elementos no estructurales en general. Sin embargo, cuando son aún mayores traen consigo el riesgo de colapso parcial o total de la edificación (Figura 14).



**Figura 13. Derivas y estabilidad**

FUENTE. Fundamentos para la mitigación de desastres en establecimientos de salud

El daño en elementos no estructurales adosados a la estructura es particularmente grave en el caso de hospitales. Por lo pronto, es necesario tener presente que dicho daño está asociado al valor del desplazamiento relativo inelástico de un nivel con respecto al inmediatamente anterior, o deriva. Se ha establecido que no son deseables valores de la deriva que superen el 1 o el 1,5 por mil de la altura libre entre los dos niveles. Sin embargo, este límite depende estrechamente de la fragilidad y la resistencia de los materiales de los elementos no estructurales.

De acuerdo con lo anterior, para un análisis adecuado de los problemas de derivas y estabilidad resulta de gran importancia el cálculo de unos valores adecuados de desplazamiento inelástico. Ser conservador en este aspecto es más conveniente en el caso de hospitales y centros educativos que en el de otras construcciones, debido a las implicaciones que los daños en elementos no estructurales y estructurales tienen para los ocupantes y la comunidad en general.

### **1.3.Fallas estructurales en edificios después de una eventualidad sísmica**

Anteriormente se citaron algunos aspectos que hacen que un edificio tenga vulnerabilidad estructural en forma teórica; En esta sección se citan y explican los tipos de fallas más importantes que se registran en estructuras de concreto reforzado y mampostería, tras la ocurrencia de eventos sísmicos a escala real. Los aquí citados corresponden a eventos sísmicos anteriores en distintas localidades del mundo.

“El entendimiento del comportamiento sísmico de las estructuras ha requerido de la identificación de las características que han conducido a las fallas, o bien, a un buen comportamiento estructural, y, también, del análisis de los tipos de daños y de sus causas” [Serrano, L.R. (2001)].

Por lo general, estas fallas pueden deberse a:



- a) Inadecuada resistencia al cortante de los entrepisos debido a la escasez de elementos tales como columnas y muros.
- b) Grandes esfuerzos de cortante y tensión diagonal en columnas o en vigas.
- c) Falla por adherencia del bloque de unión en las conexiones viga-columna debida al deslizamiento de las varillas ancladas, o a falla de cortante.
- d) Grandes esfuerzos en muros de cortante, sin o con aberturas, solos o acoplados.
- e) Vibración torsional causada por la falta de coincidencia en planta del centro de masas con el centro de rigidez.
- f) Punzonamiento de la losa de edificios construidos a base de losas planas.
- g) Variación brusca de la rigidez a lo largo de la altura del edificio.
- h) Golpeteo entre edificios.
- i) Amplificación de los desplazamientos en la cúspide de los edificios.
- j) Grandes esfuerzos de cortante en columnas acortadas por el efecto restrictivo al desplazamiento causado por elementos no estructurales.

### **1.3.1. Falla por inadecuada resistencia al cortante de los entrepisos debido a la escasez de elementos tales como columnas y muros.**

El colapso de los edificios se debe generalmente a la insuficiente resistencia a carga lateral de los elementos verticales de soporte como son columnas y muros. Las

fuerzas de inercia, cuya variación de la base hasta la cúspide del edificio es progresivamente creciente, generan fuerzas cortantes decrecientes desde la base hasta la cúspide, mismas que deben ser resistidas en cada nivel por el conjunto de dichos elementos verticales. De esta forma, es necesaria un área transversal de muros y columnas suficiente para resistir adecuadamente las fuerzas cortantes inducidas por el sismo.

### **1.3.2. Falla frágil de cortante y tensión diagonal en columnas o en vigas.**

Es muy importante que las edificaciones cuenten con una capacidad de deformación suficiente para soportar adecuadamente la sollicitación sísmica sin desmeritar, obviamente su resistencia. Cuando la respuesta sísmica de la edificación es dúctil, se presentan elevadas deformaciones en compresión debidas a efectos combinados de fuerza axial y momento flector.



**Figura 14. Efecto combinado de carga axial y momento flexionante sobre columna sin y con refuerzo transversal**

FUENTE. [http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010\\_02\\_22\\_archive.html](http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010_02_22_archive.html)

Con solo colocar refuerzo transversal estrechamente separado y bien detallado en la región de la rótula plástica potencial, puede evitarse que el concreto se astille seguido de pandeo por inestabilidad del refuerzo a compresión. Esto implica el detallado de las secciones para evitar una falla frágil y proporcionar suficiente ductilidad.

En las figura 15 se ilustran el colapso de columnas de planta baja debido al deficiente confinamiento del núcleo de concreto en su base. Se puede apreciar cómo el concreto, ante la falta de confinamiento por estribos, se desconcha al abrirse éstos seguido del pandeo lateral del refuerzo longitudinal. Este tipo de falla se origina debido a la gran concentración de esfuerzos que se producen precisamente en los extremos de las columnas por las elevadas acciones internas como son carga axial, fuerza cortante y momento flector, causadas por las fuerzas sísmicas. Muchas estructuras se han colapsado como resultado de un inadecuado confinamiento del núcleo de concreto en columnas. El mismo tipo de falla puede presentarse también en secciones intermedias y superiores de las columnas. El confinamiento del núcleo de concreto evita también la falla por tensión diagonal producida por fuerza cortante. Este tipo de falla está caracterizado por la formación de grietas inclinadas.



**Figura 15. Falla por tensión diagonal en columnas con estribos**

FUENTE. [http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010\\_02\\_22\\_archive.html](http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010_02_22_archive.html)

Todas ellas tuvieron un pobre y muy separado refuerzo transversal que no dio suficiente confinamiento al concreto y muy poca resistencia a la tensión diagonal. La figura 16 muestra una de estas columnas, la cual, al igual que las restantes de este piso, quedó totalmente desintegrada ocasionando el colapso total del primer piso del edificio.



**Figura 16. Desintegración total de columna de planta baja**

FUENTE. [http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010\\_02\\_22\\_archive.html](http://ingenieriasismicaylaconstruccioncivil.blogspot.com/2010_02_22_archive.html)

### **1.3.3. Falla por adherencia del bloque de unión en las conexiones viga-columna debida al deslizamiento de las varillas ancladas o a falla de cortante.**

Con frecuencia, en las conexiones entre los distintos elementos estructurales se presentan elevadas concentraciones y complejas condiciones de esfuerzos, mismos que han conducido a distintos y numerosos casos de falla especialmente en las uniones entre muros y losas de estructuras a base de paneles, entrevigas y columnas en estructuras de marcos, entre columnas y losas planas, y entre columnas y cimentaciones.

La figura 17 muestra una falla por desconchamiento del concreto debido a un anclaje defectuoso entre viga y columna.



**Figura 17. Desprendimiento del concreto en unión viga-columna**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999

La falla de una conexión viga-columna debida a la escasez de anclaje del refuerzo de la columna en su unión con el sistema de piso se ilustra en la figura 18.



**Figura 18.** Falla en unión viga-columna por escasez de anclaje en la conexión de la columna con el sistema de piso

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



**Figura 19.** Falla por deficiente adherencia en conexión viga-columna y croquis de anclaje a 90° para el desarrollo de la fluencia requerida ante sollicitaciones cíclicas propias de la acción sísmica.

FUENTE. Sismo de Bahía de Caraquez

#### **1.3.4. Falla frágil en muros de cortante, sin o con aberturas, solos o acoplados.**

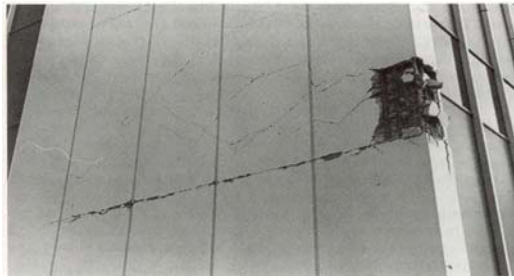
En los proyectos estructurales, los muros de cortante son destinados a resistir principalmente los esfuerzos producto de las fuerzas horizontales sísmicas. Ante esta sollicitación, las fallas que suelen presentarse son en su unión con los sistemas de piso, por cortante horizontal o vertical, y por vuelco.

Durante el sismo de San Fernando, California, los muros de cortante de los edificios del Centro Médico Indian Hills y del Hospital Holy Cross, presentaron una gran grieta horizontal y desconchamiento del concreto en su unión con el sistema de piso. La figura 20 muestra esta situación.



**Figura 20. Vista de la fachada del Centro Médico Indian Hills**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



**Figura 20 A. Acercamiento de daños en muro de cortante de la figura anterior.**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999

Fallas similares a las antes mencionadas se pudieron observar en dos edificios de apartamentos en Anchorage, Alaska. El Mt. McKinley y el de la Calle 1200 “L”, ambos de 14 pisos, muy similares entre sí tanto en forma como en el tipo de daño sufrido después del sismo de Alaska de 1964. Un detalle muy interesante fue que ambos edificios fueron construidos en la misma orientación, aunque estaban separados cerca de 1500 m. Para resistir las fuerzas sísmicas, el edificio Mt. McKinley estuvo diseñado con muros exteriores de cortante unidos mediante vigas de acoplamiento, mientras que el de la Calle 1200 “L”, además de las paredes exteriores, tuvo núcleos de muros de cortante en los cubos de escaleras. En ambos edificios, los muros exteriores presentaron fracturas horizontales en su unión con las losas así como grietas en forma de X por tensión diagonal en los antepechos.



**Figura 21. Grieta y desconchamiento del concreto en muro de cortante y acercamiento del daño del edificio del Hospital Holy Cross**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



Este último tipo de falla es típica en las vigas de acoplamiento y se debe a demandas de gran ductilidad y de elevadas fuerzas cortantes como consecuencia de su corta longitud.



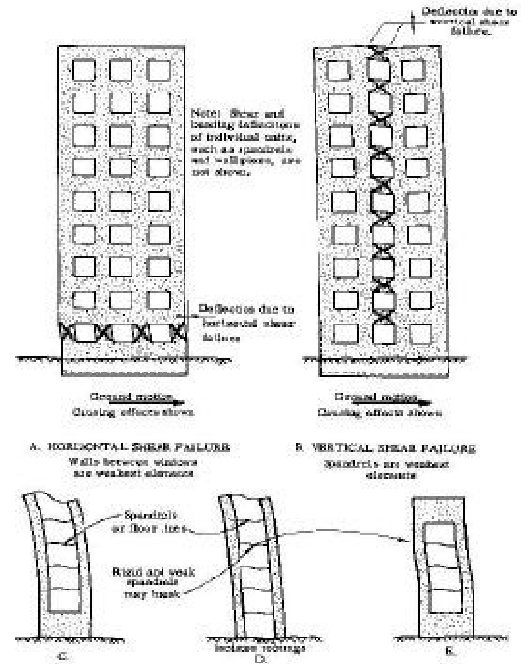
**Figura 22. Daños en fachada norte del edificio Mt. McKinley**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



**Figura 22 A. Vista y acercamiento de daños con falla en X de vigas de acoplamiento en muros de cortante**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



**Figura 22 B. Daño en fachada norte del edificio de la Calle 1200 “L”, y esquema que ilustra la falla por tensión diagonal en vigas de acoplamiento de muros de cortante.**

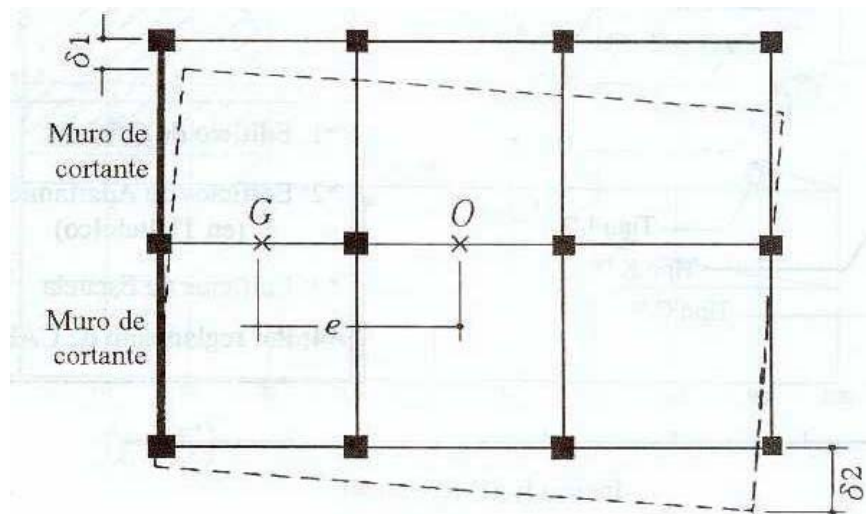
FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999

Sin un diseño adecuado para los niveles de ductilidad a flexión y a cortante esperados ante sismos intensos, se pueden presentar fallas por flexión o por cortante en muros estructurales que constituyen la resistencia primaria a fuerzas laterales de edificios.

### 1.3.5. Falla por vibración torsional causada por la falta de coincidencia en planta del centro de masas con el centro de rigidez.

La asimetría en la distribución en planta de los elementos estructurales resistentes de un edificio causa una vibración torsional ante la acción sísmica y genera fuerzas elevadas en elementos de la periferia del edificio.

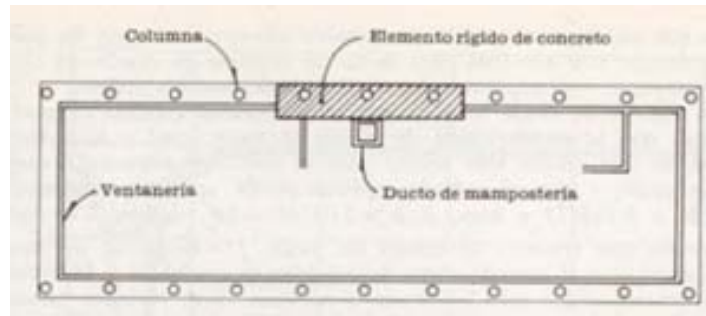
La vibración torsional ocurre cuando el centro de masa de un edificio no coincide con su centro de rigidez (Figura23). Ante esta acción, el edificio tiende a girar respecto a su centro de rigidez, lo que causa grandes incrementos en las fuerzas laterales que actúan sobre los elementos perimetrales de soporte de manera proporcional a sus distancias al centro de rotación.



**Figura 23. Vibración torsional causada por la falta de coincidencia entre el centro de masa y el centro de rigidez**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999

En la planta del edificio de la figura 23 se observa la presencia de un bloque de concreto asimétrico situado en la vecindad de las columnas dando lugar a una concentración de elementos rígidos y a una consecuente asimetría en planta, situación que fue responsable de la falla en torsión de la columna ante la acción sísmica (Figura25).



**Figura 24. Planta de ubicación de columnas con falla**

FUENTE. Análisis de las causas que dieron origen a los daños estructurales, en las edificaciones del Estado de Puebla, provocados por el sismo del 15 de junio de 1999



**Figura 25. Daño por vibración torsional en columna perimetral**  
FUENTE. Efectos del Sismo del 23 de Junio del 2001 en la zona sur del Perú

### **1.3.6. Falla de edificios a base de losas planas por punzonamiento de la losa**

Otro caso de falla de conexión se presenta en edificios de losas planas y se debe a una falla de punzonamiento producida por los elevados esfuerzos cortantes. En este tipo de falla, los sistemas de piso quedan sin apoyo dando lugar a un colapso total de los mismos manteniéndose de pie solo las columnas (Figura 26).



**Figura 26. Falla de un edificio a base de losas planas por punzonamiento de losa**

FUENTE. Sismo de California de 1989

Las fallas en las conexiones generalmente son frágiles, por lo que estas zonas deben protegerse con especial cuidado y diseñarse detalladamente.

### **1.3.7. Falla por variación brusca de la rigidez a lo largo de la altura del edificio.**

Con frecuencia las plantas bajas de los edificios se construyen dejando el mayor espacio posible para permitir el paso o estacionamiento vehicular, mientras que

los niveles superiores se construyen mediante sistemas de marco-muro, estando este último la mayoría de las veces confinado por el marco proporcionándoles a los pisos superiores una mayor rigidez que la de planta baja.

Esta situación conduce a una concentración de daños en la llamada planta débil del edificio, la cual posee una rigidez mucho menor en comparación con la de los pisos superiores. En la figura 31 se muestra el colapso de un edificio típico de planta débil.



**Figura 27. Falla en planta débil de edificio**

FUENTE. Edificio de estructura de hormigón armado y uso comercial, dañado durante el terremoto de Managua, Nicaragua de 1972.

La planta baja de este edificio se diseñó con base en un sistema de marcos rígidos y en los pisos superiores se contempló un sistema de muros con lo cual la rigidez en elevación varió, Lo que provocó la falla total de la planta baja durante el Terremoto de Managua de 1972.

La discontinuidad es en rigidez, resistencia y ductilidad, así como la presencia de masas innecesarias, jugaron un papel importante en la respuesta estructural del edificio ante el sismo. Éste no se colapsó, pero por razones de funcionalidad tuvo que ser demolido ya que las deformaciones permanentes de las columnas de los dos primeros

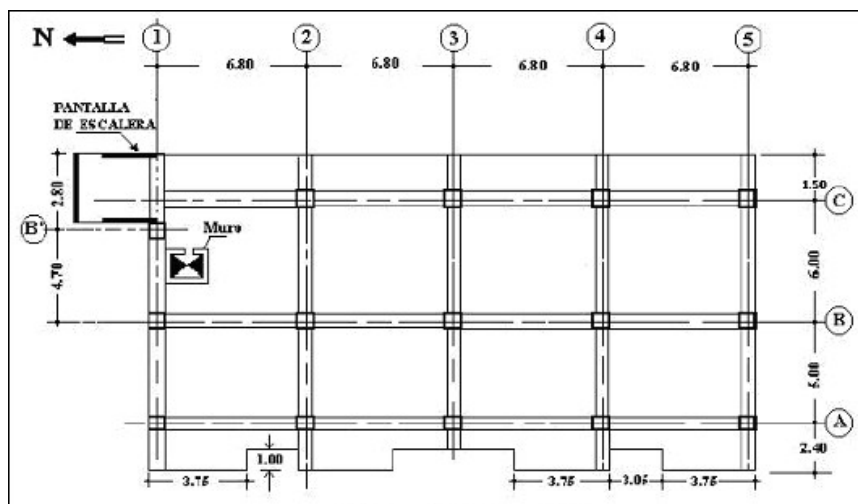
niveles fueron tan grandes (del orden de 75 cm) en el segundo nivel, que la reparación de los daños, tanto estructurales como no estructurales, resultaba antieconómica.

Los pequeños y muy separados estribos de la columna de esquina no proporcionaron el confinamiento adecuado al núcleo de concreto ni la resistencia suficiente a tensión diagonal por cortante. Como resultado, la columna no tuvo ductilidad y falló frágilmente (Figura 28).



**Figura 28. Columna de esquina severamente dañada**

FUENTE. Efectos del Sismo del 23 de Junio del 2001 en la zona sur del Perú



**Figura 29. Plantas del edificio**

FUENTE. Planos de edificaciones tipo

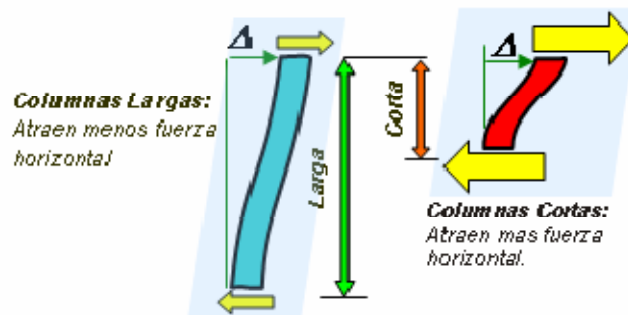
## EFEECTO DE COLUMNA CORTA

### 1.4. Efecto de Columna corta

Durante terremotos pasados se ha observado que edificios aporricados de hormigón armado, con columnas de diferentes alturas libres dentro de un mismo piso, sufrieron más daño en las columnas más cortas comparadas con las columnas más largas.

Para que las estructuras no colapsen durante un terremoto éstas deben ser capaces de absorber o consumir la energía entrante mediante los miembros portantes de la misma. Las columnas consumen esta energía mediante los desplazamientos que experimentan. Como los desplazamientos de las columnas son proporcionales a sus longitudes, la capacidad de consumir energía en las columnas cortas es muy baja. Por esta razón, las columnas cortas son los elementos que más daño infligen a la construcción.

El pobre comportamiento de las columnas cortas se debe al hecho que en un terremoto, columnas de diferentes alturas libres tendrán la misma demanda de desplazamiento lateral, como se muestra en el esquema de la Figura 37. Sin embargo, al ser las columnas cortas más rígidas que las columnas más largas, éstas atraen mucho más fuerza horizontal.



**Figura 30. Comportamiento de las columnas cortas.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

Mayor rigidez lateral de una columna implica mayor resistencia a la deformación, por tanto mientras mayor es la rigidez, mayor será la fuerza necesaria para deformarla. Si una columna corta no está diseñada adecuadamente para resistir esta fuerza, va a sufrir daño durante el evento telúrico. A este



comportamiento se le ha llamado “Efecto de Columna Corta”. El daño en este tipo de elemento se presenta a menudo en una grieta en forma de X, como lo muestra la Figura 31, debido a fuerzas bi-dimensionales ocasionando fallas en cortante.



**Figura 31. Falla típica por cortante en columnas cortas.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

La longitud de una columna juega un papel muy importante en términos de la fuerza cortante que estas enfrentan bajo cargas sísmicas. Previamente se mencionó que las columnas cortas atraen mucho más fuerza horizontal que una columna larga, pero ¿Qué tan grande puede ser esta fuerza? Para tener una idea, se calcula la rigidez de una columna, haciendo variar su altura desde  $h$ , hasta una altura de  $0.2 h$ , presumiendo que la rigidez está dada por  $Q = 12 \cdot E \cdot I / h^3$ , que es la rigidez de una columna para un “Shear Building”, donde  $E$  es el módulo de elasticidad e  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal. Como se mencionó anteriormente, a mayor rigidez, mayor será la fuerza que atraerá el elemento de columna para desplazar la columna una cantidad unitaria. Si se calcula la rigidez  $Q$  para cada caso y luego se divide cada  $Q$  entre el  $Q_1$ , o sea para el caso en que la longitud de la columna es  $h$ , se obtiene el Cuadro 2:

**Cuadro 2. Comparación de fuerza cortante en columnas cortas**

<b>Caso No.</b>	<b>Altura Columna</b>	<b>Fuerza Cortante</b>	<b>Razón(<math>Q_i/Q_1</math>)</b>
1	$H$	$Q_1 = \frac{12EI}{h^3}$	1
2	$0.8h$	$Q_2 = \frac{23.44EI}{h^3}$	1.95
3	$0.6h$	$Q_3 = \frac{55.56EI}{h^3}$	4.63

4	0.4h	$Q_4 = \frac{187.50EI}{h^3}$	15.63
5	0.2h	$Q_5 = \frac{1500EI}{h^3}$	125.00

Si se grafica la altura de la columna contra la razón de  $Q_i/Q_1$ , se obtiene la Figura 32:

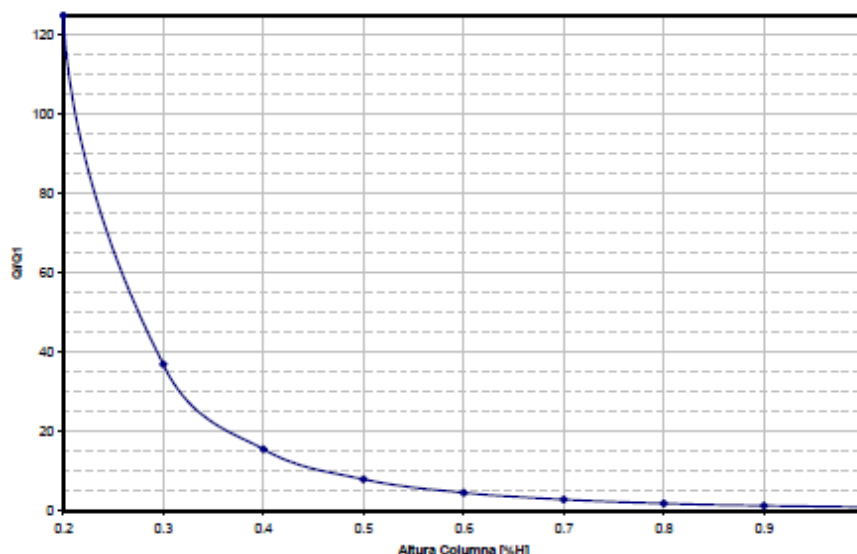


Figura 32. Efecto de columna corta en términos de incremento en rigidez.

FUENTE. Incremento de la fuerza cortante de columnas bajo cargas laterales

Aquí se puede apreciar cómo va aumentando la fuerza horizontal en una columna a medida que se va disminuyendo su altura libre, esto es, la fuerza cortante que una columna soportará bajo cargas laterales es proporcional al cubo de su longitud. Por tanto, si esta fuerza no se toma en cuenta a la hora de diseñar, probablemente el miembro no soportará dicha fuerza y fallará en cortante

#### 1.4.1. Evaluación de la vulnerabilidad estructural

Existe dos corrientes para evaluar la vulnerabilidad sísmica de estructuras de hormigón armado, la primera en forma rápida presentada a continuación, y la segunda calculando el Índice de Daño mediante un análisis no lineal de la estructura ante una determinada acción sísmica. Aguiar y Barbat (1997, 1998).

Aparentemente la segunda corriente es mucho más exacta ya que se realiza una simulación espacial o plana del comportamiento de la estructura, en el ordenador, obteniéndose el índice de daño a nivel local, a nivel de piso o a nivel global. Para esto se debe ingresar la geometría de toda la estructura con su respectiva armadura longitudinal y transversal en el nudo inicial, centro de luz y nudo final. Se debe indicar la calidad de los materiales y definir uno o varios modelos de comportamiento no lineal.

Todo esto demanda un tiempo considerable y se puede llegar a pensar que el Índice o Índices de Daño que se obtengan son los más exactos para definir la vulnerabilidad sísmica de una estructura, es así en un 60 o 70% pero hay otros factores que afectan a la vulnerabilidad como saber si construyeron de acuerdo a los planos, que no exista excentricidades en la unión de vigas y columnas, saber si la estructura tiene mantenimiento, conocer el entorno en que se halla ubicada pueda ser que se encuentre al lado de una peña que es inestable, saber si después de la construcción del edificio no hicieron ampliaciones a futuro. En fin existen una serie de parámetros que no se toma en cuenta cuando se evalúa el Índice de Daño.

Como se indicó calcular el Índice de Daño es bastante complicado y demanda un tiempo considerable y no toma en cuenta el entorno y las consideraciones anotadas en el párrafo anterior, por lo que se acostumbra trabajar en la primera corriente, para evaluar la vulnerabilidad sísmica de las estructuras, en forma rápida.

En el método se evalúa 11 parámetros, calificados de acuerdo a su vulnerabilidad en tres grupos: A, B y C, siendo el más seguro el A y el más vulnerable el C. La calificación es de tal manera que mientras menor valor se le asigna al parámetro es más seguro. Cada parámetro tiene un peso. El Índice de Vulnerabilidad IV se evalúa con la siguiente ecuación.

$$IV = \sum_{i=1}^{11} K_i W_i$$

En donde  $K_i$  es la calificación de cada parámetro y  $W_i$  su peso. Los parámetros, su calificación y su peso se indican a continuación en la tabla 2. La mejor

calificación que se puede obtener es **0** que corresponde a una estructura sumamente segura y la peor es **90**, asociada a una estructura muy vulnerable que colapsa. Entre **0** y **30** se considera que las estructuras son bastante seguras, entre **31** y **60** son medianamente seguras y para valores de *IV* mayores a **61** las estructuras son muy vulnerables.

Una breve descripción de los parámetros considerados en la evaluación se indica a continuación.

**Cuadro3.** Parámetros considerados en la Metodología Italiana.

Parámetros considerados en la Metodología Italiano	Clase Ki			Wi
	A	B	C	
1. Organización del Sistema Resistente	0	6	12	1.00
2. Calidad del Sistema Resistente	0	6	12	0.50
3. Deriva máxima de piso	0	10	20	2.00
4. Posición del Edificio y cimentación	0	2	4	0.50
5. Resistencia convencional	0	10	20	2.00
6. Configuración en planta	0	3	6	0.50
7. Configuración en elevación	0	3	6	1.00
8. Conexión elementos críticos	0	3	6	0.75
<b>9. Elementos de baja ductilidad</b>	0	3	6	1.00
10. Elementos no estructurales	0	4	10	0.25
11. Estado de Conservación	0	10	20	1.00
12. Modificaciones constructivas	0	4	8	1.00

**Rango de evaluación:**

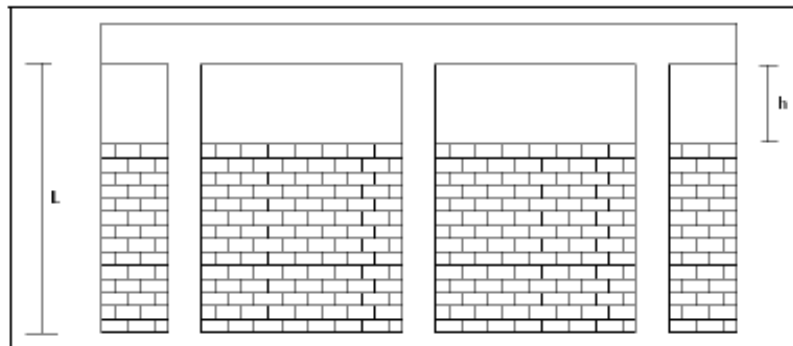
**Cuadro 4.** Rango de evaluación en la Metodología Propuesta.

Rango	Nivel
0-50	Seguro
51-100	Vulnerabilidad media
101-450	Muy vulnerables

Del cuadro anterior tomaremos en cuenta el tema en cuestión que es elementos de baja ductilidad que se detallamos a continuación:

#### 1.4.1.1.Elementos con baja ductilidad

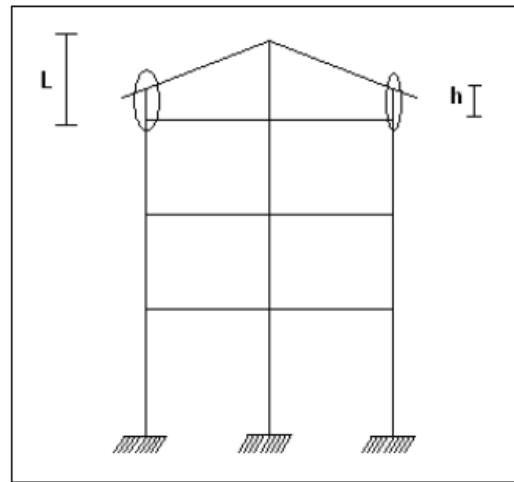
Básicamente se refiere a la existencia de columnas cortas, que en varios sismos ha sido la falla más frecuente que se produce. Aguiar (2001) en la figura 33 se presenta un caso muy frecuente de columnas cortas y se presenta en escuelas o parqueaderos con malos resultados después de un sismo, estos son elementos de elevada ductilidad.



**Figura 33. Estructura muy vulnerable con columnas cortas.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

En la figura 34 se presenta una estructura con elementos cortos a nivel de cubierta. Al ser columnas son elementos de elevada ductilidad.



**Figura 34. Estructura con elementos cortos.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

Varias son las razones por las cuales el valor de la longitud libre de columnas se reduce considerablemente:

- Confinamiento lateral de la columna por muros de diferentes tipos.
- División de losas en niveles intermedios.
- Ubicación del edificio en terrenos inclinados.

- **Edificio clase A.-** No tiene elementos cortos.
- **Edificio clase B.-** En elementos de baja ductilidad (columnas cortas que se forman bajo las gradas)

$$\frac{L}{4} < h < \frac{L}{2}$$

En elementos de elevada ductilidad, como los indicados en las figuras 13 y 14 son clase B. Si:

$$\frac{L}{2} < h < \frac{2}{3}L$$

El elemento más corto tiene altura menor o igual a la mitad de los otros elementos. O si hay un solo elemento con altura menor a 2/3 de la altura pero ese elemento es de elevada ductilidad.

**Edificio clase C.-** En elementos de baja ductilidad.

$$h < \frac{L}{4}$$

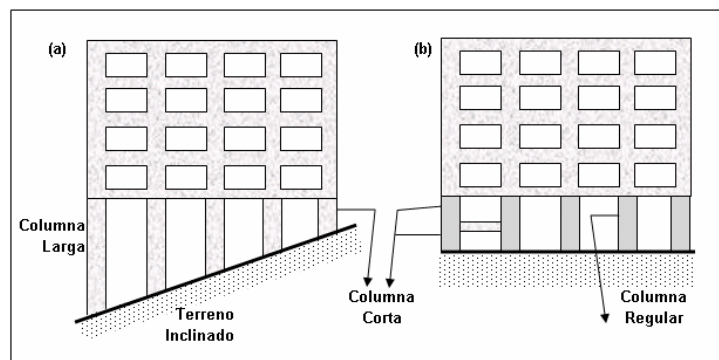
En elementos de elevada ductilidad.

$$h < \frac{L}{2}$$

Si hay un solo elemento con altura menor a la mitad de la altura pero es de elevada ductilidad.

### 1.5. Formación del efecto de columna corta

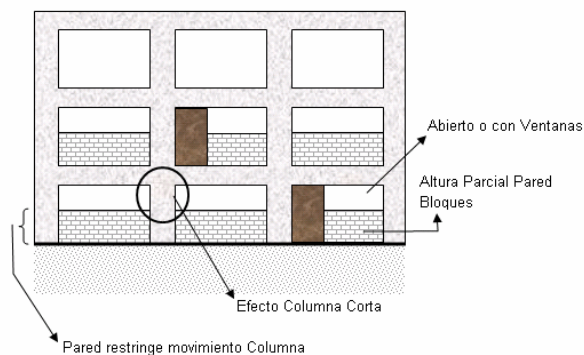
El efecto de columna corta se presenta a menudo de forma accidental, en muchas edificaciones. Por ejemplo, éste es el caso de un edificio cimentado en un terreno con inclinación, como lo muestra la Figura 35(a). También ocurre este efecto en columnas que soportan los mezanines o pisos que se añaden entre dos pisos regulares, como lo muestra la Figura 35(b).



**Figura 35. Ejemplos de formación de efecto de columna corta.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

Otra situación especial en donde se presenta el efecto de columna corta es cuando en un edificio aporricado se construye una pared de altura parcial para ajustar alguna ventana, como lo muestra la Figura 36. La columna adyacente se comporta como columna corta, debido a la presencia de las paredes, que le restringen el movimiento lateral. Esta situación se presenta con mucha frecuencia en las escuelas, no solo en el Ecuador, sino en toda Latinoamérica y el mundo.



**Figura 36. Típica formación de columna corta en escuelas.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

### 1.5.1. Estudios realizados sobre columnas cortas

A continuación se presenta una breve descripción de los más importantes trabajos que se han realizado sobre columnas cortas:

Minami y Wakabayashi aplicaron la idea de Paulay y Bull (1971), (quienes usaron refuerzo transversal para intentar prevenir fallas frágiles en vigas cortas) en columnas cortas para mejorar su resistencia ante terremotos. Los resultados de su investigación mostraron que aquellas columnas con arreglo inclinado del refuerzo vertical se comportaron mucho mejor que aquellas que tenían arreglo convencional.

I. A. Tegos y G. G. Penelis, estudiaron el comportamiento de las columnas cortas reforzadas con barras inclinadas, bajo condiciones sísmicas. Los resultados



indicaron que este tipo de arreglo es una de las formas más efectivas de mejorar la resistencia de columnas cortas bajo cargas sísmicas. También observaron que al comparar el arreglo tradicional con el que propusieron en su investigación, este último evitó por completo la aparición de grietas explosivas por cortante.

C. E. Ignatakis et al. Investigaron el comportamiento de las columnas cortas bajo cargas combinadas de cortante y axial, utilizando un programa de elementos finitos. Su objetivo primordial era determinar un valor crítico para el *shear-span-to-depth* ratio  $\alpha = M/Vh$  por debajo del cual las columnas se comportan como columnas cortas. También investigaron la influencia de la cantidad de aros en el comportamiento de dichas columnas. Para lograr sus objetivos los autores utilizaron el modelo de columna en voladizo; a su vez utilizaron 12 modelos de columnas con las siguientes características:  $f'_c = 24$  MPa (3.43 ksi); Sección columnas:  $b = h = 500$  mm (20 in); altura de columna variando desde 100 hasta 300 cm (40 a 120 in. aproximadamente); Refuerzo longitudinal:  $f_y = 420$  MPa (60 ksi);  $A_s = A'_s = 10.3$  cm<sup>2</sup> (1.60 in<sup>2</sup>); Refuerzo transversal:  $f_y w = 240$  MPa (34.3 ksi) ó 420 MPa (60 ksi). Los aros utilizados eran de 8 y 10 mm (0.31 y 0.39 in) de diámetro, de 3 patas y espaciados a 8, 10, 20 y 30 cm (3.2, 3.94, 7.87 y 11.81 in). Los resultados de sus estudios mostraron que el valor de transición  $\alpha$  entre la falla dúctil y la falla frágil es de 2.1. De otro lado, se observó que el cortante que provoca grietas diagonales es dependiente del *shear-span-to-depth* ratio y del esfuerzo a tensión del concreto, por lo que no es posible prevenir las grietas en las columnas cortas mediante el incremento del refuerzo transversal y que el aumento en ductilidad obtenido al aumentar los aros fue muy pequeño y fue debido al acero por sí mismo y no por el confinamiento del concreto. Basados en sus resultados, los autores enfatizan que las columnas cortas deben evitarse en edificaciones, especialmente aquellas construidas en áreas sísmicas, ya que se ha comprobado que este tipo de elemento no proveen ductilidad adecuada y no tienen la capacidad de disipar energía.

K.V. Papanikolaou estudió la resistencia sísmica de vigas y columnas cortas con arreglo del refuerzo longitudinal convencional y con arreglo del refuerzo

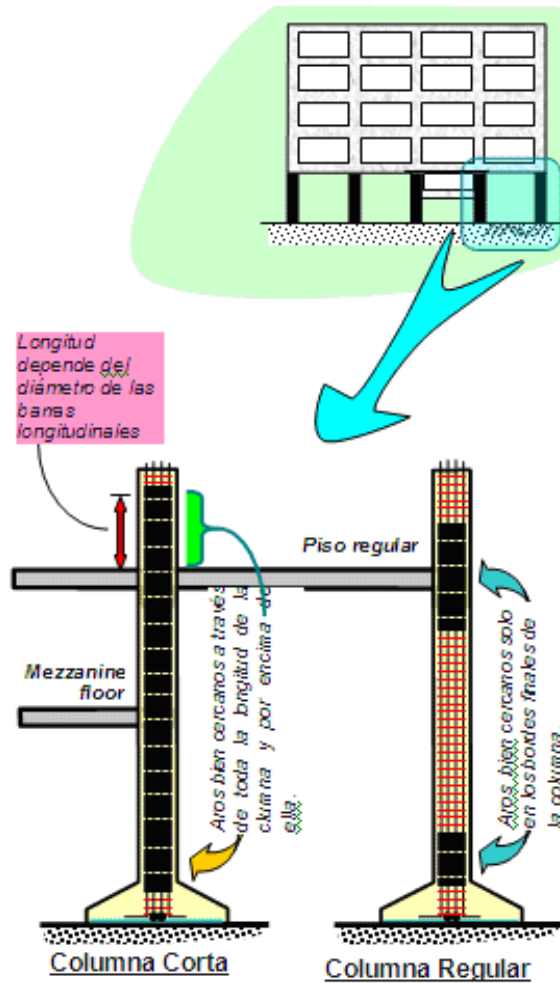
longitudinal de una combinación de barras paralelas y diagonales. Los resultados de sus pruebas mostraron que los elementos que tenían el refuerzo longitudinal combinado, se comportaron mucho mejor, llegando a cambiar el tipo de falla de cortante explosivo a una falla más dúctil.

M. Doganhizo un análisis del comportamiento de columnas cortas durante varios terremotos. Basado en los daños observados en las estructuras analizadas, el autor sugiere no usar este tipo de elemento.

Como se pudo observar, la mayoría de las investigaciones llevadas a cabo sobre el tema de columnas cortas han sido enfocadas en mejorar el comportamiento de estos elementos mediante el arreglo del refuerzo principal de las columnas. Sin embargo, el problema radica en que el efecto de columna corta ocurre a menudo de forma accidental, debido a errores constructivos y por tanto no se ha tomado en cuenta a la hora del diseño. Es por ello que sería necesario tener alguna herramienta con que se pueda identificar este problema, ya que las estructuras que presenten el efecto de columna corta van a ser más vulnerables a sufrir daños ante un evento sísmico.

### **1.5.2. Prevención de la formación del efecto de columna corta**

Los investigadores que han trabajado el tema de columna corta, establecen que este tipo de elemento debe ser evitado, no sólo por los resultados de sus investigaciones, sino por la evidencia observada durante los terremotos ocurridos. Algunos códigos de diseño (como el de la India, por ejemplo) ya han tomado en cuenta la formación del efecto de columna corta, estableciendo requisitos que deben cumplirse en caso de que se tenga un elemento de este tipo. Por ejemplo, la Figura 44 muestra los requerimientos establecidos en el código de la India IS: 13920-1993.



**Figura 37. Detalle del refuerzo en un edificio con efecto de columna corta en algunas columnas.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

En los requisitos del código indio se hace frente al efecto de columna corta mediante el incremento del refuerzo transversal en toda la longitud de la columna; esto es, poniendo aros poco espaciados. Adicionalmente el dejar espacio suficiente entre las paredes de bloques y la columna (2.5 pulgadas generalmente) evita la restricción del movimiento horizontal, inhibiendo el efecto de columna corta. Una muestra de esto puede apreciarse en la Figura 37. También se recomienda que se rellene este espacio con algún material plástico o elastomérico. Esto último mostró ser bien eficaz en el terremoto de Arequipa, Perú 1999, en donde una escuela construida con el nuevo código peruano no sufrió ningún tipo de daño. Esto se muestra en la Figura 46.



**Figura 38. Columna con paredes separadas evitando el efecto de columna corta.**

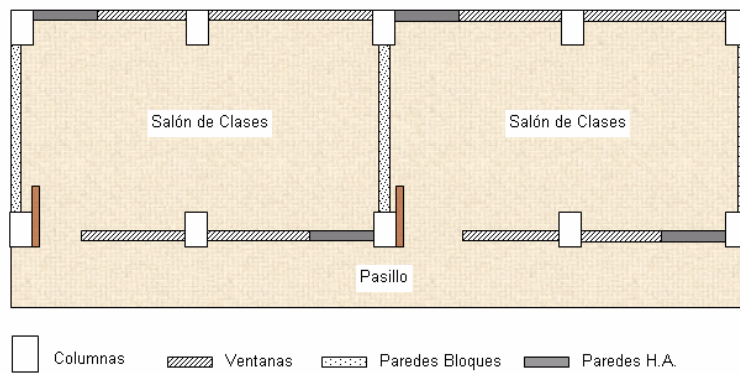
FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras



**Figura 39. Separación de las paredes de las columnas con material elastomérico.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

Después de observar los daños ocasionados en algunas escuelas por el terremoto ocurrido el 22 de septiembre del 2003 en la ciudad de Puerto Plata, República Dominicana, Martínez - Cruzado y López propusieron que se colocaran paredes de hormigón armado (H.A.) con sección de 3' de largo por 8" de ancho en la dirección longitudinal como se muestra en la Figura 39. Dichas paredes deben extenderse desde la fundación hasta el techo de la estructura.



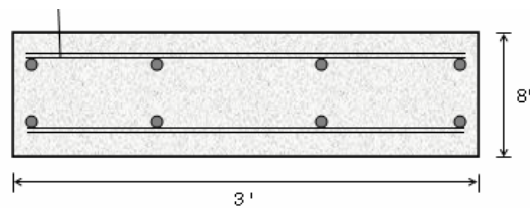
**Figura 39. Planta típica de una escuela en Puerto Rico.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras

El objetivo principal de estas paredes es el rigidizar la estructura en la dirección longitudinal y por tanto reducir la fuerza cortante que se transmitiría a las columnas lo cual mermaría el posible efecto de columna corta. A su vez, se busca proveer un 0.5% de área de pared con respecto al área de piso, lo cual se cumple con la sugerencia para los casos típicos.

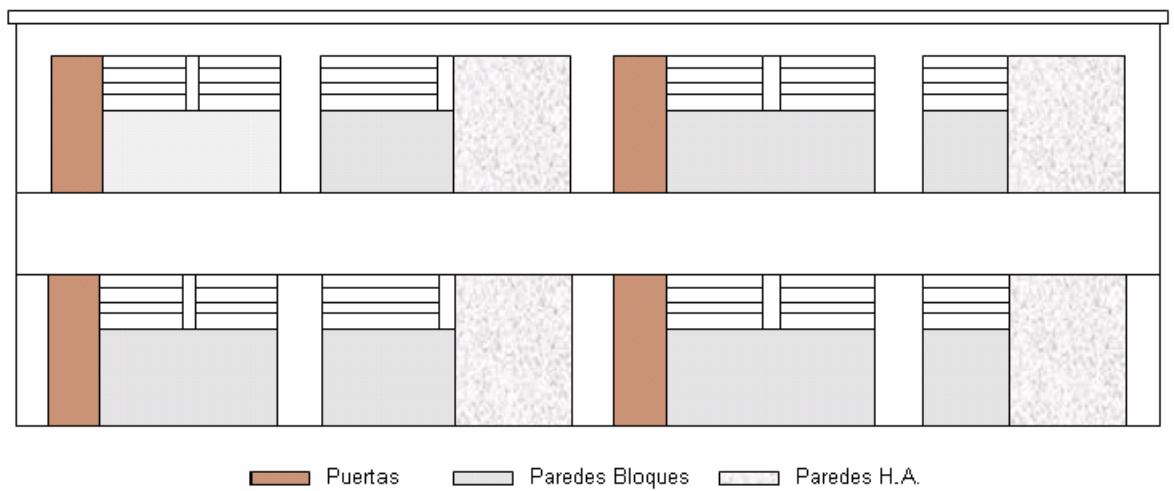
La Figura 48 muestra el detalle del refuerzo sugerido para estas paredes.

Del mismo modo, las Figura 41 y la Figura 42 muestran la fachada frontal y la fachada posterior respectivamente, de una escuela típica con el arreglo de las paredes sugerido.



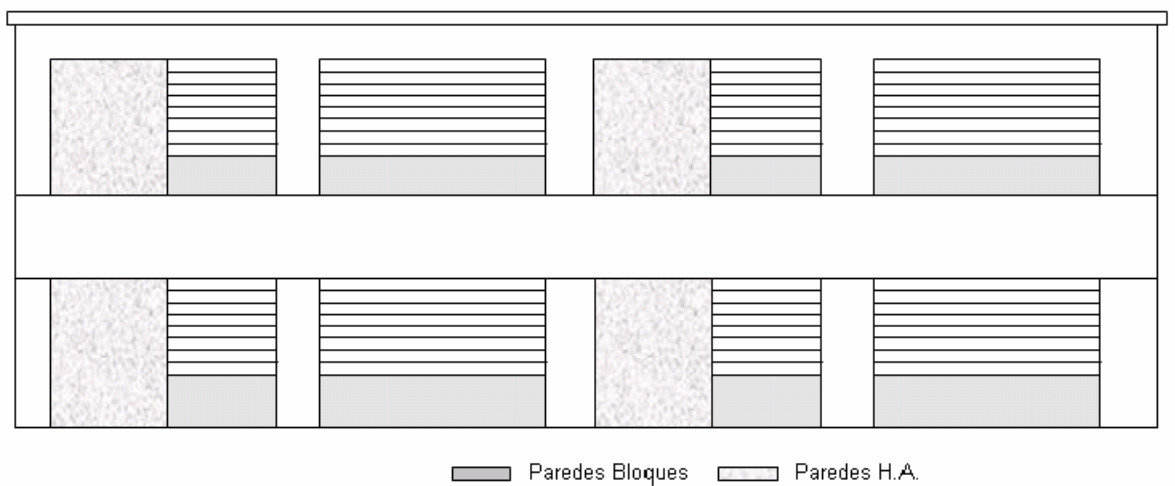
**Figura 40. Diseño de pared sugerido por Martínez - Cruzado y López [13].**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras



**Figura 41. Fachada frontal de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructuras



**Figura 42. Fachada posterior de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida.**

FUENTE. Consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de las estructura



**Figura 43. Hospital destruido después del Sismo**  
FUENTE. Sismo de Bahía de Caraquéz



**Figura 44. Falla por efecto de columna corta en centros educativos**  
FUENTE. Sismo del 23 de Junio en Perú



**Figura 45. Falla por efecto de columna corta en centros educativos**

FUENTE. Sismo de Popayán



## II. METODOLOGÍA

### 2. METODOLOGÍA

#### 2.1. Tipo de estudio

- ✚ De acuerdo a finalidades perseguidas la investigación es: aplicada
- ✚ Según medios para obtención de datos: experimental
- ✚ De acuerdo al nivel de conocimientos que se adquieren: explicativa
- ✚ Dependiendo del campo de conocimientos es: científica
- ✚ Conforme al tipo de razonamiento empleado es: analítica
- ✚ Conforme al número de investigadores: colectiva.

#### 2.2. Población Muestra

##### 1. POBLACIÓN

La población para la presente investigación es indefinida, ya que se analizará la longitud efectiva de columnas cortas independientemente del tipo de estructuras.

##### 2. MUESTRA

Para determinar técnicamente la muestra se ha utilizado una fórmula estadística que tiene los siguientes valores y significados:

$$n = \frac{Z^2 P Q}{E^2} \text{ } ^1$$

Donde:

---

<sup>1</sup> Monografias.com. Estadística Descriptiva

n: es el valor a obtener y representa el tamaño de la muestra.

E: constituye el error de estimación o error de muestreo.

P & Q: se refieren al comportamiento del evento a medir. Constituyen la porción o porcentaje de personas que responde a una u otra alternativa.

Z: es un valor teórico que representa el nivel de confianza.

$$E = 0.10$$

$$P = 0.50$$

$$Q = 0.50$$

$$Z = 1.00$$

Con un rango de error del 10% determinamos una muestra de:

$$n = \frac{Z^2 * P * Q}{E^2}$$

$$n = \frac{1.0^2 * 0.50 * 0.50}{0.1^2}$$

$$n = 20 \text{ Pórticos}$$

## **PROCEDIMIENTOS**

- Se realiza la recopilación bibliográfica que existe sobre los temas que abarca la presente investigación, estos son:
  - Vulnerabilidad estructural de las edificaciones.
  - Fallas estructurales ocasionadas por sismos.
  - Análisis del efecto de columna corta.
  - Estudios relacionados con la prevención del efecto de columnas cortas
  
- Planteamientos e identificación de los parámetros que intervienen en la metodología a aplicar para el análisis de la longitud efectiva.
  
- Realización y depuración de las tablas con las diferentes secciones y parámetros obtenidos para su aplicación.
  
- Aplicación y propuesta de diseño de las tablas obtenidas para disminuir el efecto de columna corta.

### 2.3. Procesamiento y Análisis

Para la modelación del comportamiento de la columna corta, se utilizó el modelo de una viga empotrada en ambos extremos, como se ilustra en la Figura 58.

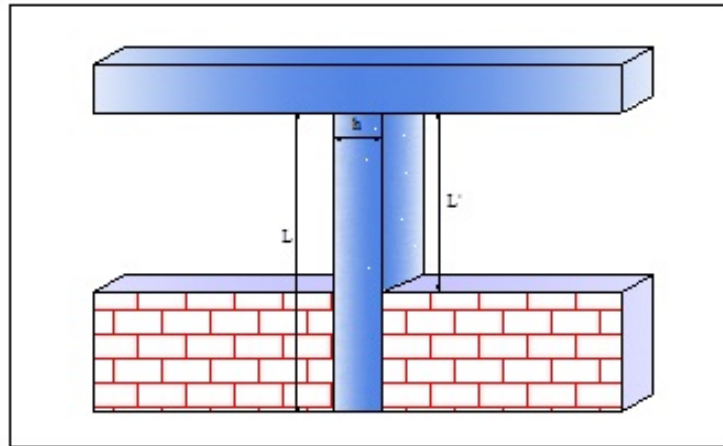


Figura 46.: Modelo de columna corta utilizado.

Fuente. Tello – Villacís

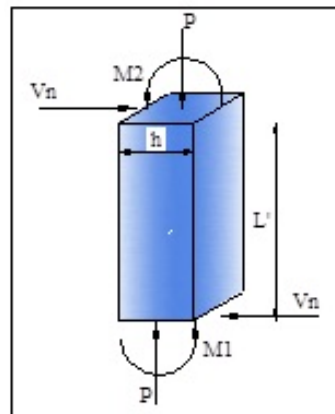


Figura 47.: Columna Corta

Fuente. Tello – Villacís

Se considera la dimensión  $b$  transversal al cortante  $Vn$

Realizando el análisis momentos existentes en el sistema se obtiene con momento alrededor de A:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$M_1 + M_2 - V_n L' = 0$$

$$M_1 + M_2 = V_n L' \quad (1)$$

Se presume que  $M_1 = M_2 = M$ , lo cual es muy común, se obtiene:

$$2M = V_n * L'$$
$$M = \frac{V_n * L'}{2} \quad (2)$$

Donde:

$$V_n = V_c + V_s$$

$V_n$  es la capacidad a cortante de la sección, la cual es la suma de la contribución de la capacidad a cortante del hormigón  $V_c$  y la capacidad a cortante provista por los estribos de refuerzo transversal  $V_n$ .

El valor de  $V_c$  se calcula con la fórmula 11-4 del código ACI-05 en ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):

$$V_c = 0.53 \left( 1 + \frac{P_s}{140 * A_g} \right) \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

Donde  $P_s$  es la carga axial de servicio existente en la estructura, la cual es positiva (+) en compresión;  $d$  es la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión;

$A_g = b * h$ ;  $f'_c$  y  $P_s/A_g$  deben estar en  $\text{Kg}/\text{cm}^2$ .

Del mismo modo, el valor de  $V_s$  se calcula con la fórmula 11-15 del código ACI-05, presumiendo aros a  $90^\circ$  del eje longitudinal de la columna.

Dónde:

$A_v$ : es el área de acero de refuerzo transversal;

$S$ : es la separación centro a centro longitudinal de los aros;

$f_{yt}$ : es el esfuerzo de fluencia de los aros transversales

### 2.3.1.- COLUMNAS CORTAS CARGADAS EXCÉNTRICAMENTE CON FLEXIÓN UNIAXIAL

Las columnas cargadas axialmente rara vez ocurren en la práctica, debido a que casi siempre hay cierta flexión, como lo evidencia la torcedura inicial ligera de las columnas, la manera en que se aplican las cargas mediante vigas y losas y los momentos introducidos por la construcción continua.

La combinación de una carga axial  $P_u$  y momento flexionante  $M_u$  equivale a una carga  $P_u$  aplicada con la excentricidad  $e = M_u/P_u$ , como se muestra en la figura 55.

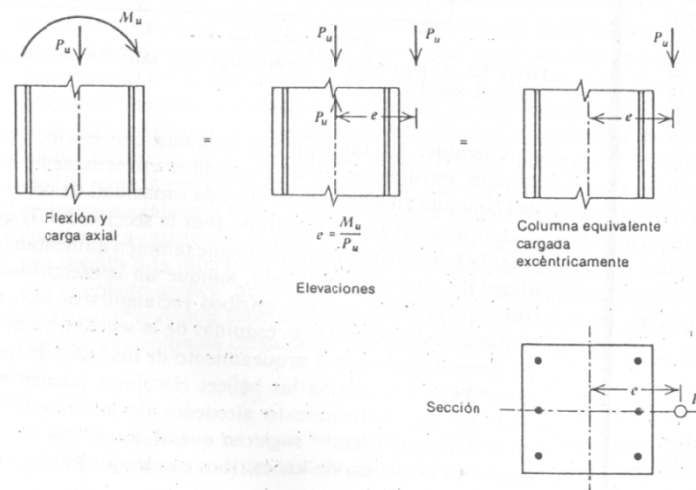


Figura 48: Carga equivalente de columna

Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag:128-137

### 2.3.2.1.- Análisis de secciones rectangulares con varillas en una o dos caras

En la siguiente figura se muestra una sección rectangular con varillas en dos caras, cargadas excéntricamente a la carga última. Se considera que el eje neutro es menor que el peralte total. Como con las vigas, una falla a tensión o una falla a compresión pueden ocurrir dependiendo de si el acero a tensión alcanza la resistencia de cedencia. Sin embargo, contrario a las vigas, no se puede evitar una falla a compresión limitando el área de acero, ya que el tipo de la falla depende del nivel de carga axial. Por lo general, el acero de compresión cargada excéntricamente a la carga última alcanza la resistencia de cedencia, excepto cuando el nivel de carga es bajo, cuando se utiliza el acero de alta resistencia o cuando la columna es tan pequeña que la dimensión  $d'$  es relativamente grande. Es común suponer que el acero a compresión está cediendo, y luego comprobar que se alcanzado la deformación de cedencia. Con referencia a la figura 55, y suponiendo el esfuerzo en el acero a compresión  $f'_s = f_y$ , la ecuación de equilibrio obtenida de la suma de las fuerzas internas es:

$$P_u = 0.85 * f'_c * a * b + A'_s * f_y - A_s * f_y \quad (3)$$

Y la expresión que se obtiene tomando momentos respecto del acero de tensión es:

$$P_u * e' = 0.85 * f'_c * a * b(d - 0.5a) + A'_s * f_y(d - d') \quad (4)$$

Donde:

$e'$  : excentricidad de la carga ultima  $P_u$  medida desde el centroide del acero de tensión.

$f'_c$ : resistencia a compresión del cilindro de concreto

$f_y$ : resistencia de cedencia del acero

$f_s$ : esfuerzo en el acero de tensión

$A_s$ : área del acero a tensión

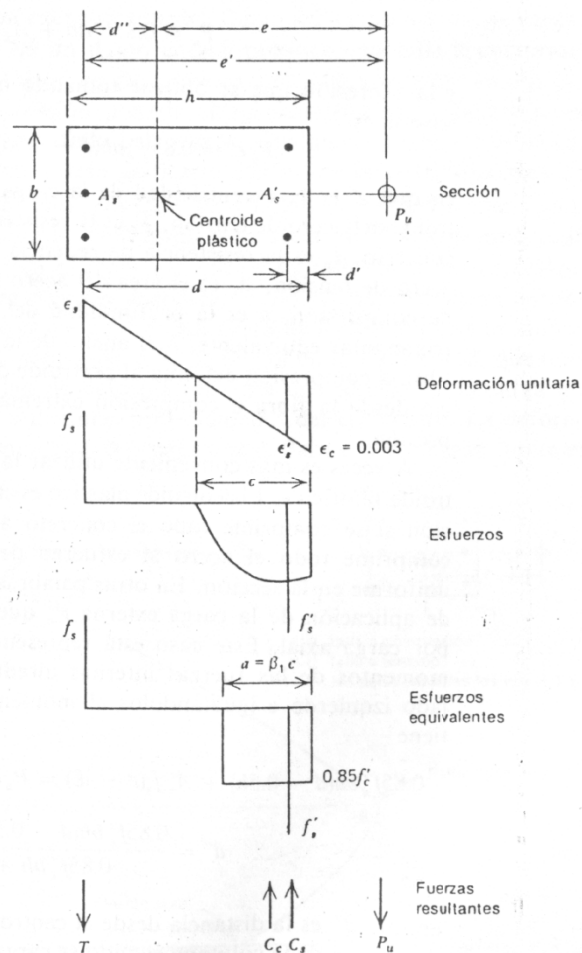
$A'_s$ : área del acero a compresión

$a$ : profundidad del bloque de esfuerzo de concreto regular equivalente

$b$ : ancho de la columna

$d$ : distancia desde la fibra a compresión extrema al centroide del acero de tensión

$d'$ : distancia desde la fibra a compresión extrema al centroide del acero de compresión



**Figura 49: Sección de columna cargada excéntricamente a la carga última**

Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag:128-137

A veces es más conveniente utilizar la excentricidad de  $P_u$  desde el centroide plástico  $e$ . El centroide plástico es el centroide de resistencia de la sección si se comprime todo el concreto al esfuerzo máximo ( $0.85 \cdot f'_c$ ) y se comprime todo el



acero al esfuerzo de cedencia  $f_y$ , con deformación uniforme en la sección. En otras palabras, el centroide plástico es el punto de aplicación de la carga  $P_o$  que produce una condición de falla por carga axial. Este caso está representado en la figura 57, tomando momentos de las fuerzas internas alrededor del centroide del acero del lado izquierdo e igualándolos al momento de la fuerza resultante se obtiene:

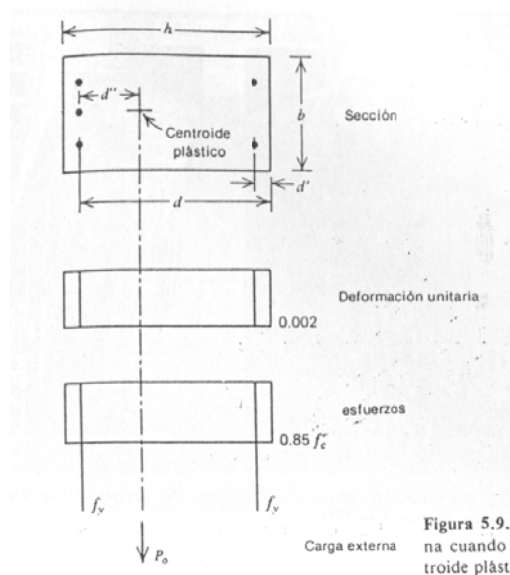
$$+ \quad ' \quad * \quad " \quad (5)$$

---


$$(6)$$

Donde:

$d''$ : distancia desde el centroide plástico al centroide del acero de tensión de la columna cuando se carga excéntricamente. Para miembros reforzados simétricamente, el centroide plástico corresponde al centro de la sección transversal.



**Figura 50: Esfuerzos en sección de columna cuando la carga esta aplicada en el centro plástico**

Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag:128-137

Tomando momentos alrededor del centroide plástico en la columna cargada excéntricamente de la figura 63, se obtiene:

$$P_u * e = 0.85 * f'c * a * b(d - d - 0.5a) + A'sfy(d - d' - d) + A_s * f_s * d'' \quad (7)$$

Ocurre una “falla balanceada” cuando el acero de tensión apenas alcanza la resistencia de cedencia y la deformación de compresión de la fibra extrema del concreto alcanza 0.003 al mismo tiempo. Para una falla balanceada, de los triángulos semejantes del diagrama de deformaciones de la figura 56 se tiene

$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{f_y/E_s}{d - c_b} \quad (8)$$

$$c_b = \frac{0.003 * E_s}{f_y + 0.003 * E_s} d \quad (9)$$

$$a_b = \beta_1 * c_b = \frac{0.003 * E_s}{f_y + 0.003 * E_s} \beta_1 * d \quad (10)$$

Se debe notar que hay asociada una falla balanceada con un perfil de deformación definido unívocamente, según la ecuación (8); es una propiedad de la sección. Se pueden calcular la carga y el momento en la falla balanceada,  $P_b$  y  $P_b * e_b$ , sustituyendo  $f_s = f_y$  y  $a_b$  de la ecuación (10) en las ecuaciones (3) y (7).

### 2.3.2.2.- Condiciones de carga última vs carga balanceada

#### Si $P_u < P_b$ :

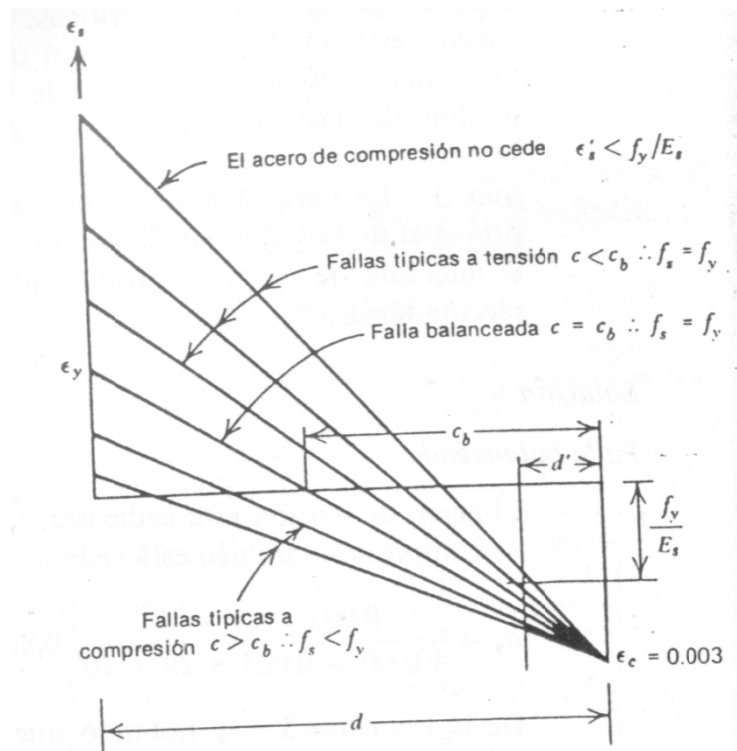
Ocurre una falla a tensión, ya que la menor carga en la columna significa que  $c < c_b$  y el diagrama de deformaciones de la figura 59 muestra que consecuentemente

$$\epsilon_s > f_y/E_s$$

En este caso el acero de tensión cede y se aplican las ecuaciones 3.3 a 3.7 con  $f_s = f_y$

**Si  $P_u > P_b$ :**

Ocurre una falla a compresión ya que la mayor carga de la columna significa que  $c > c_b$ ; con referencia al diagrama de deformaciones de la figura 58, es claro que consecuentemente



**Figura51. Diagrama de deformaciones para fallas de columnas cargadas excéntricamente**

Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag: 128-137

En este caso el acero de tensión no alcanza la deformación de cedencia. Del diagrama de deformaciones se puede encontrar que el valor real de  $f_s$  es

$$f_s = \varepsilon_s * E_s = 0.003 * \frac{d-c}{c} E_s = 0.003 * \frac{\beta_1 * d - a}{a} * E_s \quad (11)$$

Para una falla a compresión, se aplican las ecuaciones (3) a (7) sustituyendo  $f_s$  de la ecuación (11).

En las ecuaciones (3) a (11) se ha supuesto que el acero de compresión está cediendo ( $f'_s = f_y$ ). Esto debe verificarse examinando el diagrama de deformaciones. Para que ceda el acero de compresión, se requiere que:

$$\varepsilon'_s = 0.003 \frac{c-d'}{c} \geq \frac{f_y}{E_s} \quad (12)$$

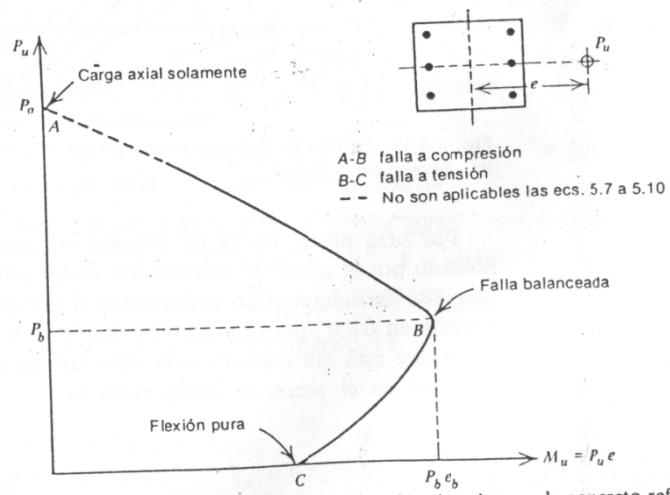
Si se encuentra que este acero no está cediendo, el valor de  $f'_s$  que se encuentra del diagrama de deformaciones es:

$$f'_s = \varepsilon'_s * E_s = 0.003 \frac{c-d'}{c} E_s = 0.003 \frac{a - \beta_1 * d'}{a} E_s \quad (13)$$

Y se debe sustituir este valor, en vez de  $f_y$ , en todas las ecuaciones anteriores del esfuerzo en el acero de compresión.

La mejor forma de ilustrar las combinaciones de  $P_u$  y  $P_u * e$  que provocan la falla de una sección dada de columna es mediante un diagrama de interacción. La figura 59 es un diagrama de este tipo para una columna típica cargada excéntricamente. Cualquier combinación de carga y excentricidad que de un punto en AB provoca una falla a compresión; cualquier combinación en BC provoca una falla a tensión, en que la cedencia del acero de tensión precede del aplastamiento del concreto comprimido. En B ocurre una falla balanceada. Cualquier combinación de carga y excentricidad que pueda graficarse dentro del área del diagrama de interacción se puede tomar sin falla; Nótese que la presencia de una carga moderada de compresión aumenta al momento último de resistencia de la sección. Cuando  $c > h$ , las ecuaciones deducidas (3) a (7) no se aplican

estrictamente, debido a que el eje neutro está fuera de la sección y se modifica el perfil del bloque de esfuerzos.



**Figura 52: Diagrama de interacciones para una sección de columna de concreto reforzado cargada excéntricamente.**

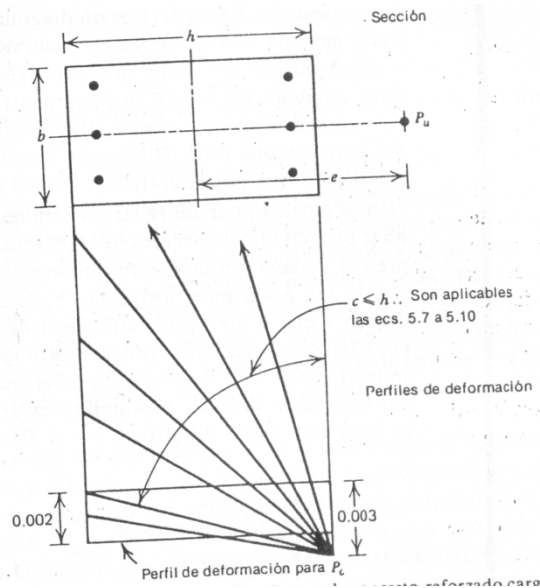
Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag: 128-137

Esto se ilustra en la figura 52, que muestra una serie de perfiles de deformación para una sección en la carga última que corresponde a distintas profundidades del eje neutro. La deformación extrema es 0.003 para  $c < h$  para  $c > h$ , el caso limite es cuando  $c \rightarrow 0$ , lo que ocurre cuando la excentricidad es cero y la carga axial es  $P_o$ .

Nótese que el perfil de deformación que corresponde a  $P_o$  tiene una deformación uniforme de 0.002 en la sección, debido a que a esta deformación un espécimen de concreto cargado axialmente alcanza el esfuerzo máximo. Se puede completar la porción de la curva de interacción de la figura 64 a la que no se aplican las ecuaciones (3) a (7) debido a que el valor calculado de  $P_o$  de la ecuación siguiente:

Fija el punto final de la curva

(14)



**Figura 53. Perfiles de deformaciones para columnas de concreto reforzado cargada excéntricamente a carga última**

Fuente: R Park y T Paulay, Estructuras de concreto reforzado” pag: 128-137

### 2.3.2.3.- Comparación de la capacidad nominal de la sección y momento debido al efecto de columna corta

Al comparar el momento nominal de la sección  $M_n$  con el momento que se produce por el efecto de columna corta  $M$  se tiene que si  $M_n > M$ , la falla del elemento se produciría por cortante, debido a que la columna alcanzará primero su capacidad a cortante  $V_n$  antes que su capacidad a momento. Por otro lado, si  $M_n < M$ , la falla del elemento se produciría por flexión ya que la columna alcanzaría su capacidad a flexión antes que su capacidad a cortante. Sabiendo esto, se puede encontrar cual sería la longitud de transición  $L'$  que marcaría el límite entre la falla a cortante o la falla a flexión. Igualando  $M$  a  $M_n$  en la ecuación 1 se obtiene:

$$\text{---} \quad (15)$$

Despejando para  $L'$ :

$$\text{---} \quad (16)$$

La ecuación 16 será usada como criterio en el desarrollo de la metodología. Una columna acortada con una altura menor que  $L'$  es vulnerable a fallar por efecto de columna corta, o sea, por cortante.

## 2.4. Procesamiento y análisis

### 2.4.1.- Parámetros identificados

Como se puede observar, de las ecuaciones anteriores se desprende una serie de parámetros que son necesarios conocer para poder desarrollar la metodología que se está proponiendo. Dichos parámetros son los siguientes:

**Cuadro 5.** Capacidad Nominal a Flexión y Cortante.

<b>Capacidad Nominal a flexión de la sección (<math>M_n</math>)</b>	<b>Capacidad Nominal a cortante de la Sección (<math>V_n</math>)</b>
Carga Axial ( $P_n$ )	Carga Axial ( $P_n$ )
Geometría de la sección: $b, h, d, d'$	Geometría de la sección: $b, h, d, d'$
Resistencia de los materiales: $f'_c, f_y$	Resistencia de los materiales: $f'_c, f_y$
Cuantía de acero longitudinal: $\rho$	Configuración de los aros de refuerzo: $A_v, s$

Con las ecuaciones obtenidas y los parámetros necesarios identificados, lo siguiente es aplicar a modelos de columnas y obtener el mejor desempeño de la estructura para reducir la vulnerabilidad sísmica.

### 2.4.2.- Estructura que presenta posible formación de columna corta

El efecto de columna corta es muy común en instituciones educativas y otros establecimientos públicos en nuestro país, en donde se usa con mucha frecuencia

la elevación de paredes de bloques hasta cierta altura y encima de estas paredes, se colocan ventanas o bloques ornamentales para la ventilación. Esto puede apreciarse en la Figura 66, donde se muestra en elevación una escuela típica de Ecuador y en la cual se puede observar el posible efecto de columna corta.



**Figura 54: Proyecto estándar de aulas para sierra y costa según la Dirección Nacional de Servicios Educativos DINSE**

La Figura 55 muestra una vista en planta de un salón típico de escuela. La característica principal de este tipo de estructura es que las columnas localizadas sobre los ejes A y B están acortadas por paredes de bloques con fines de ventilación. Sin embargo, las columnas sobre el eje B no están tan acortadas como ocurre con las columnas del eje A, además de que éstas últimas están más cargadas debido al peso que representa el pasillo que está sobre ellas; por tal razón, en estas columnas es más propenso formarse el efecto de columna corta.

Se puede notar que las paredes están restringiendo las columnas en su dirección débil.

Aunque en los planos de escuelas es común observar que el efecto de columna corta se presenta en la dirección débil de la columna.



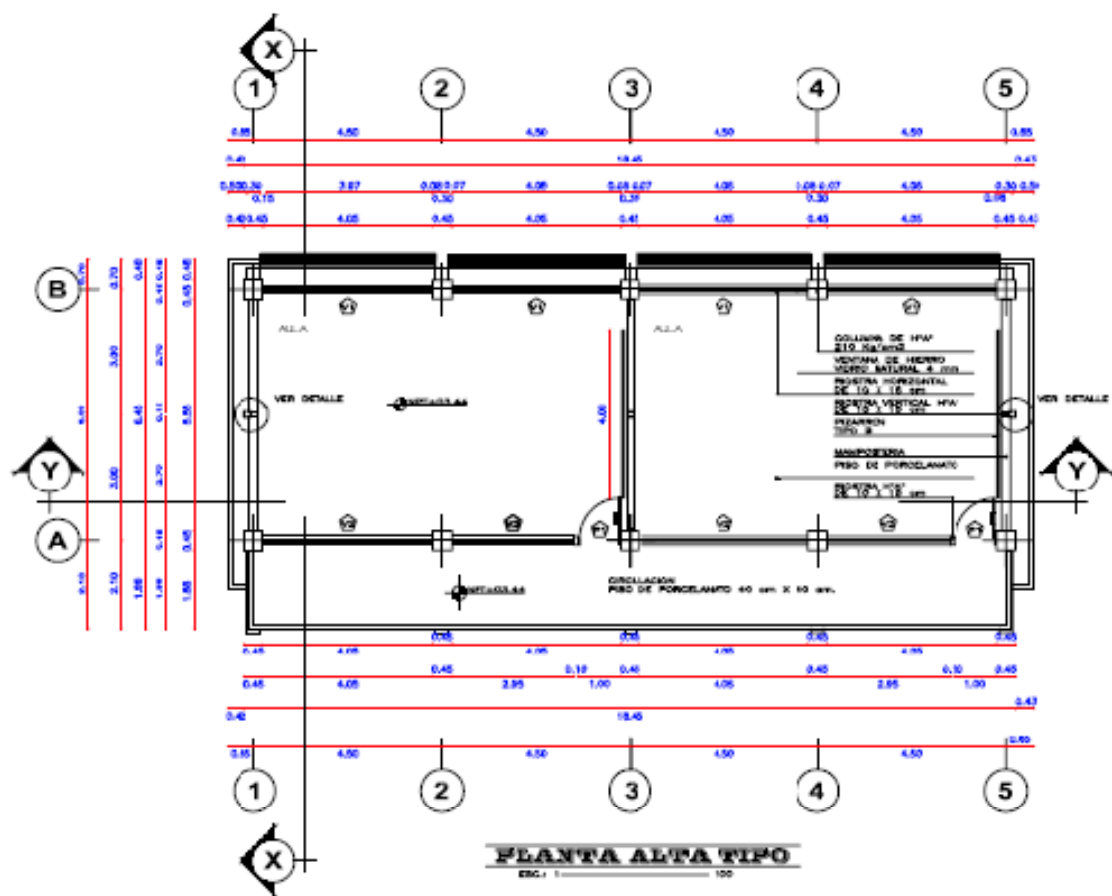


Figura 55. Vista en planta de una edificación tipo de un centro educativo en el Ecuador

### 2.4.3.- Procesamiento de datos

La ecuación 16 fue utilizada para la realización de tablas en excel que permitiera obtener la longitud buscada. Se puede apreciar que  $L'$  depende de los valores de  $M_n$  y de  $V_n$ ; a su vez,  $M_n$  depende de parámetros como la carga axial, de la cuantía de acero longitudinal y de la capacidad a compresión  $f'_c$  del hormigón. Del mismo modo la capacidad a cortante  $V_n$  también depende mayormente de la carga axial de la columna como de la separación del acero transversal. Para tomar en cuenta

la carga axial se decidió utilizar valores normalizados respecto a la carga axial pura  $P_o$ . Estos valores fueron los siguientes:

$P_s/P_o = [0.10; 0.12; 0.14; 0.16; 0.18; 0.20; 0.22; 0.24; 0.26; 0.28; 0.30; 0.32; 0.34; 0.40; 0.60; 0.80]$

#### 2.4.4.- El procedimiento utilizado es el siguiente:

- Se fijó un valor de  $f'c, f_y, P_s/P_o, s$  y  $\rho$ .
- Se hizo variar las secciones de columna primero fijando un  $b$  y luego variar todos los  $h$ . como se muestra en la siguiente tabla:

**Cuadro 6.** Secciones de Columna.

Secciones de columna (cm x cm)							
Altura	30	35	40	45	50	55	60
Base de columna	30,35,40,	40,45,50	45,50,55,	50,55,60	55,60,70,	60,65,70,	65,70,75,
	45,50,55,	55,60,65,	60,65,70,	65,70,75,	75,80,85	75,80,85	80,85,90,
	60,65,70	70,75,80	75,80,85,	80,85,90,	90,95,100	90,95,100	95,100
			90	95,100			

- Para cada sección, se calculó un  $L'$
- Luego, se fijó el próximo valor de  $\rho$ , dejando fijos los valores de  $f'c$  y  $P_s/P_o$ ; se vuelven a variar todas las secciones como se explicó previamente.
- Después de pasar todos los valores de  $\rho$ , lo próximo fue variar todos los valores de  $P_s/P_o$ , y luego  $s$ .
- Para facilitar el uso de la información obtenida de cada variación, se hizo un resumen de las tablas obtenidas para facilitar su utilización.

### 2.4.5.- Distribución del acero transversal considerada

La figura 68 muestra cómo se tomó la configuración del acero transversal. Para el caso en que las paredes estén confinando la columna en su dirección débil  $A_v$  sería el área de 4 barras y de 6 barras. Esto se debe a que la grieta que se produciría por cortante actuaría transversal a la fuerza cortante  $V$ .

El diámetro de las varillas transversales considerada sería de 8mm y 10mm.

Los ramales considerados para la aplicación de las tablas son de 4 y 6 ramales.

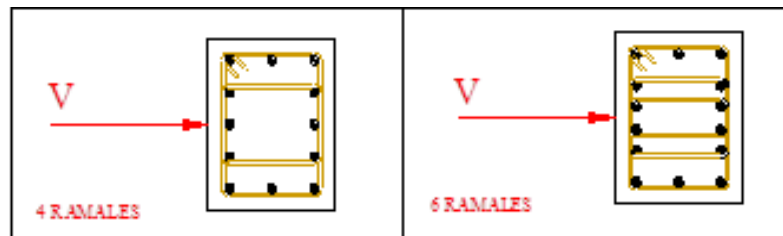


Figura 56: Área de varillas transversales considerada

### 2.4.6.- Distribución de acero longitudinal considerada para calcular la capacidad a flexión $M_n$

#### 2.4.6.1.- Variación aproximada de la distribución de acero longitudinal.

Cuadro 7. Variación de la distribución del Acero Longitudinal.

	DIRECCIÓN DÉBIL
VARIACIÓN 3	45 – 45

### 2.4.7.-Consideración de la carga axial

La carga axial en el eje vertical está normalizada respecto a  $P_o$  para la sección real, la cual se define como indica la fórmula 3.14

$$P_o = 0.85 * f'c(Ag - Ast) + f_y * Ast$$

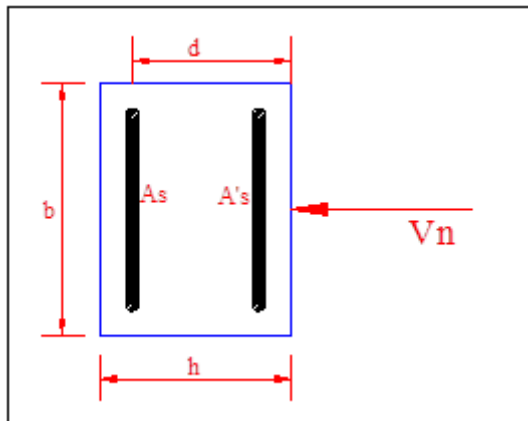
Donde:

$$A_g = b * h$$

$$A_{st} = \rho * b * h$$

### 2.4.8.- Ejemplo de procedimiento

Para estos ejemplos se está considerando que la columna está restringida en su dirección débil, por lo tanto la fuerza cortante  $V$  actúa transversal a la dimensión  $b$  como se ilustra en la figura 69. La separación de los estribos se tomó de 10cm.



**Figura 57. Configuración de la columna del ejemplo.**  
FUENTE: Tello - Villacís

Los datos se harán variar de la siguiente forma:

### 2.4.8.1.-TIPO DE FALLA A LA TENSION

#### 1.- Valores fijados de $f'_c$ , $f_y$ , $\rho$ y $P_s/P_n$ .

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2 ; f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2 ; \rho = 2.0 \% \text{ y } P_s/P_n = 0.20$$

#### 2.- Secciones de columna:

$$h = 45 \text{ cm y } b = 50 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

#### 3.- Cálculo de $M_n$ :

Primero se calcula el área de acero total de la sección de la siguiente forma:

$$A_{st} = \frac{\rho * b * h}{100}$$

$$A_{st} = \frac{2.00 * 45 * 50}{100} = 45 \text{ cm}^2$$

Consideramos una variación del acero de:  $A's = 0.45 \% ; A_s = 0.45\%$

$$A_s = A_s' = 45 \text{ cm}^2 * 0.45 = 20.25 \text{ cm}^2$$

#### 3.1. - Cálculo de carga ultima de columna cargada axialmente:

$$P_o = 0.85 f'_c [(A_g - A_{st})] + A_{st} * f_y$$

$$P_o = 0.85 * 210 [(50 * 45) - 45] + 45 * 4200$$

$$P_o = 582592.5 \text{ Kg}$$

#### 3.2.- Cálculo de la carga axial de servicio aproximadamente real que soporta la columna:

Como  $P_s/P_n = 0.20$

$$P_s = 0.20 P_n = 0.20 * 582592.5 \text{Kg} = 116518.5 \text{Kg}$$

### 3.3.- Cálculo del modo de falla balanceado de la sección de columna:

Acero de tensión está cediendo:  $f_s = f_y$

Suponiendo que el acero de compresión también está cediendo.

$$c_b = \frac{0.003 * E_s}{f_y + 0.003 * E_s} d$$

$$c_b = \frac{0.003 * 2100000}{4200 + 0.003 * 2100000} 40$$

$$c_b = 24.00 \text{ cm}$$

$$a_b = \beta_1 * c_b$$

$$a_b = 0.85 * 24$$

$$a_b = 20.4 \text{cm} \quad (3)$$

De la ecuación (3) tenemos:

$$P_b = 0.85 * f'_c * a_b * b + A'_s * f_y - A_s * f_s$$

$$P_b = 0.85 * 210 * 20.4 * 50 + 20.25 * 4200 - 20.25 * 4200$$

$$P_b = 182070 \text{ Kg}$$

Notando que puesto que el refuerzo es simétrico, el centroide plástico es  $t$  en el centro de la sección. (Consecuentemente  $d'' = 17.5 \text{ cm}$ )

Comprobando se tiene:

$$d'' = \frac{0.85 * f'_c * b * h(d - 0.5h) + A'_s * f_y(d - d')}{0.85 * f'_c * b * h + (A_s + A'_s)f_y}$$

$$d'' = \frac{0.85 * 210 * 50 * 45(40 - 0.5 * 45) + 20.25 * 4200(40 - 5)}{0.85 * 210 * 50 * 45 + (20.25 + 20.25)4200}$$

$$d'' = 17.5 \text{ cm}$$

Entonces tenemos:

$$P_b * e_b = 0.85 * f'c * a_b * b(d - d - 0.5a_b) + A's * f_y * (d - d' - d'') + A_s * f_s * d''$$

$$P_b * e_b = 0.85 * 210 * 20.4 * 50(40 - 17.5 - 0.5 * 20.4) + 20.25 * 4200(40 - 5 - 17.5) + 20.25 * 4200 * 17.5$$

$$P_b * e_b = 5216211 \text{ Kg} * \text{cm}$$

$$M_b = 5216211 \text{ Kg} * \text{cm}$$

Verificando el esfuerzo del acero de compresión, se encuentra:

$$\frac{f_y}{E_s} = \frac{4200}{2100000} = 0.002$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{cb - d'}{cb} \right)$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{24 - 5}{24} \right) = 0.0024 > 0.002$$

$$f'_s = \varepsilon'_s * E_s$$

$$f'_s = 0.0024 * 2100000 = 4987.5 > f_y$$

### 3.4.-Análisis del tipo de falla de la sección

Como  $P_s = 116518 \text{ Kg}$  y  $P_b = 182070 \text{ kg}$

Entonces  $P_s < P_b \rightarrow$  Falla a Tensión

Hipótesis de análisis:  $f_s = f_y$ ; supóngase que el acero de compresión también está cediendo.

### 3.4.1.- Cálculo de la profundidad del eje neutro:

$$P_s = 0.85 * f'c * a * b$$
$$116518 = 0.85 * 210 * a * 50$$
$$a = \frac{116518}{0.85 * 210 * 50} = 13.06 \text{ cm}$$
$$c = \frac{a}{\beta_1}$$
$$c = \frac{13.06}{0.85} = 15.36 \text{ cm}$$

En consecuencia la ecuación se tiene:

$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{cb - d'}{cb} \right)$$
$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{15.36 - 5}{15.36} \right) = 0.00202$$
$$\varepsilon'_s > \varepsilon_s$$

En consecuencia el acero de compresión está cediendo como se supone.

Por lo tanto:

$$P_u * e = P_s(d - d'' - 0.5a) + A'_s * f_y * (d - d' - d'') + A_s * f_s * d''$$

$$P_u * e = 116518(40 - 17.5 - 0.5 * 13.06) + 20.25 * 4200 * (40 - 5 - 17.5) + 20.25 * 4200 * 17.5$$

$$P_u * e = 4837542.46 \text{ Kg} - \text{cm}$$

$$M_u = 4837542.46 \text{ Kg-cm}$$

### 3.5.- Cálculo de Vn:

$$V_n = V_c + V_s$$



$$V_c = 0.53 * \left(1 + \frac{Ps}{140 * Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d$$

$$V_c = 0.53 * \left(1 + \frac{116518}{140 * 50 * 45}\right) * \sqrt{210} * 50 * 40$$

$$V_c = 21042.82Kg$$

**a) Consideración de 4 ramales de estribos**

Considerando varillas transversales de diámetro: 10 mm repartidos en 4 ramales tenemos:

$$V_s = \frac{Av * fw * d}{s}$$

$$V_s = \frac{4 * 0.79 * 4200 * 40}{10}$$

$$V_s = 53088Kg$$

$$V_n = V_s + V_n$$

$$V_n = 53088 + 21042.82 = 74130.82Kg$$

**3.6.- Cálculo de la longitud efectiva de columna corta L':**

$$L' = \frac{2 * Mn}{Vn}$$

$$L' = \frac{2 * 4837542.46 \text{ kg.cm}}{74130.82 \text{ kg}}$$

$$L' = 130.51cm$$

$$L' = 1.30m$$

**b) Consideración de 6 ramales de estribos**

Considerando varillas transversales de diámetro: 10 mm repartidos en 6 ramales tenemos:

$$V_s = \frac{Av * fw * d}{s}$$

$$V_s = \frac{6 * 0.79 * 4200 * 40}{10}$$

$$V_s = 79632 Kg$$

$$V_n = V_s + V_n$$

$$V_n = 79632 + 21042.82 = 100674.82 \text{Kg}$$

### 3.7.- Cálculo de la longitud efectiva de columna corta $L'$ :

$$L' = \frac{2 * M_n}{V_n}$$

$$L' = \frac{2 * 4837542.46 \text{ kg.cm}}{100674.82 \text{kg}}$$

$$L' = 96.10 \text{m}$$

$$L' = 0.96 \text{m}$$

### 2.4.8.2.-TIPO DE FALLA A LA COMPRESIÓN

#### 1.- Valores fijados de $f'_c$ , $f_y$ , $\rho$ y $P_s/P_n$ .

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2 ; f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2 ; \rho = 1.0 \% \text{ y } P_s/P_n = 0.32$$

#### 2.- Secciones de columna:

$$h = 45 \text{ cm y } b = 50 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

#### 3.- Cálculo de $M_n$ :

Primero se calcula el área de acero total de la sección de la siguiente forma:

$$A_{st} = \frac{\rho * b * h}{100}$$

$$A_{st} = \frac{2.00 * 45 * 50}{100} = 45 \text{cm}^2$$

Consideramos una variación del acero de:  $A's = 0.45 \% ; A_s = 0.45\%$

$$A_s = A_s' = 45 \text{ cm}^2 * 0.45 = 20.25 \text{ cm}^2$$

### 3.1. - Cálculo de carga ultima de columna cargada axialmente:

$$P_o = 0.85f'_c [(A_g - A_{st})] + A_{st} * f_y$$

$$P_o = 0.85 * 210 [((50 * 45) - 45)] + 45 * 4200$$

$$P_o = 582592.5 \text{ Kg}$$

### 3.2.- Cálculo de la carga axial de servicio aproximadamente real que soporta la columna:

Como  $P_s/P_n = 0.32$

$$P_s = 0.32 P_n = 0.32 * 582592.5 \text{ Kg} = 186429.6 \text{ Kg}$$

### 3.3.- Cálculo del modo de falla balanceado de la sección de columna:

Acero de tensión está cediendo:  $f_s = f_y$

Suponiendo que el acero de compresión también está cediendo.

$$c_b = \frac{0.003 * E_s}{f_y + 0.003 * E_s} d$$

$$c_b = \frac{0.003 * 2100000}{4200 + 0.003 * 2100000} 40$$

$$c_b = 24.00 \text{ cm}$$

$$a_b = \beta_1 * c_b$$

$$a_b = 0.85 * 24$$

$$a_b = 20.4 \text{ cm (3)}$$

De la ecuación (3) tenemos:

$$Pb = 0.85 * f'c * a_b * b + A's * fy - As * fs$$

$$Pb = 0.85 * 210 * 20.4 * 50 + 20.25 * 4200 - 20.25 * 4200$$

$$Pb = 182070 \text{ Kg}$$

Notando que puesto que el refuerzo es simétrico, el centroide plástico es t en el centro de la sección. ( consecuentemente  $d'' = 17.5 \text{ cm}$ )

Comprobando se tiene:

$$d'' = \frac{0.85 * f'c * b * h(d - 0.5h) + A's * fy(d - d')}{0.85 * f'c * b * h + (As + A's)fy}$$

$$d'' = \frac{0.85 * 210 * 50 * 45(40 - 0.5 * 45) + 20.25 * 4200(40 - 5)}{0.85 * 210 * 50 * 45 + (20.25 + 20.25)4200}$$

$$d'' = 17.5 \text{ cm}$$

Entonces tenemos:

$$P_b * e_b = 0.85 * f'c * a_b * b(d - d - 0.5a_b) + A's * fy * (d - d' - d'') + As * fs * d''$$

$$P_b * e_b = 0.85 * 210 * 20.4 * 50(40 - 17.5 - 0.5 * 20.4) + 20.25 * 4200(40 - 5 - 17.5) + 20.25 * 4200 * 17.5$$

$$P_b * e_b = 5216211 \text{ Kg} * \text{cm}$$

$$M_b = 5216211 \text{ Kg} * \text{cm}$$

Verificando el esfuerzo del acero de compresión, se encuentra:

$$\frac{fy}{E_s} = \frac{4200}{2100000} = 0.002$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{cb - d'}{cb} \right)$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 * \left( \frac{24 - 5}{24} \right) = 0.0024 > 0.002$$

$$f'_s = \varepsilon'_s * E_s$$

$$f'_s = 0.0024 * 2100000 = 4987.5 > f_y$$

### 3.4.-Análisis del tipo de falla de la sección

Como  $P_s = 186429.6 \text{ Kg}$  y  $P_b = 182070 \text{ kg}$

Entonces  $P_s > P_b \rightarrow$  Falla a la compresión

*Hipótesis de análisis:  $f_s < f_y$ ; el acero de tensión no cede*

El acero de compresión cede cuando  $P_u = P_b$ ; en consecuencia estará cediendo también para cualquier carga superior a esta.

#### 3.4.1.- Calculo de la profundidad del eje neutro:

Según la ecuación:

$$f_s = 0.003 * \frac{\beta_1 * d - a}{a} * E_s$$

$$f_s = 0.003 * \frac{0.85 * 40 - a}{a} * 2100000$$

De la ecuación (3) se encuentra:

$$P_s = 0.85 * f'_c * a * b + A'_s * f_y - A_s * f_s$$

Sustituye  $f_s$  en la ecuación (3) tenemos:

$$P_s = 0.85 * f'_c * a * b + A'_s * f_y - A_s * 0.003 * \frac{\beta_1 * d - a}{a} * E_s$$

$$186429.6 = 0.85 * 210 * a * 50 + 20.25 * 4200 - 20.25 * 6300$$

$$* \frac{0.85 * 40 - a}{a}$$

Donde:

$$a = 20.62 \text{ cm}$$

Entonces fs:

$$f_s = 0.003 * \frac{0.85 * 40 - 20.62}{20.62} * 2100000$$

$$f_s = 4087.97 \text{ Kg/cm}^2$$

Se tiene:

$$P_u * e = 0.85 * f'c * a * b(d - d'' - 0.5a) + A'sfy(d - d' - d'') + A_s * f_s * d''$$

$$P_u * e = 0.85 * 210 * 20.62$$

$$* 50(40 - 17.5 - 0.5 * 20.62) + 20.25 * 4200(40 - 5 - 17.5) + 20.25$$

$$* 4087.97 * 17.5$$

$$P_u * e = 5180417.73 \text{ Kg} - \text{cm}$$

$$M_u = 5180417.73 \text{ Kg} - \text{cm}$$

### 3.5.- Cálculo de Vn:

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.53 * \left(1 + \frac{P_s}{140 * A_g}\right) * \sqrt{f'c} * b * d$$

$$V_c = 0.53 * \left(1 + \frac{186429.6}{140 * 50 * 45}\right) * \sqrt{210} * 50 * 40$$

$$V_c = 24452.03 \text{ Kg}$$

**a) Consideración de 4 ramales de estribos**

Considerando varillas transversales de diámetro: 10 mm repartidos en 4 ramales tenemos:

$$V_s = \frac{A_v * f_w * d}{s}$$

$$V_s = \frac{4 * 0.79 * 4200 * 40}{10}$$

$$V_s = 53088 Kg$$

$$V_n = V_s + V_n$$

$$V_n = 53088 + 24452.03 = 77540.03 Kg$$

**3.6.- Cálculo de la longitud efectiva de columna corta L':**

$$L' = \frac{2 * M_n}{V_n}$$

$$L' = \frac{2 * 5180417.73 \text{ kg.cm}}{77540.03 \text{ kg}}$$

$$L' = 133.62 \text{ cm}$$

$$L' = 1.34 \text{ m}$$

**b) Consideración de 6 ramales de estribos**

Considerando varillas transversales de diámetro: 10 mm repartidos en 6 ramales tenemos:

$$V_s = \frac{A_v * f_w * d}{s}$$

$$V_s = \frac{6 * 0.79 * 4200 * 40}{10}$$

$$V_s = 79632 Kg$$

$$V_n = V_s + V_n$$

$$V_n = 79632 + 24452.03 = 104084.03 Kg$$

**3.7.- Cálculo de la longitud efectiva de columna corta L':**

$$L' = \frac{2 * Mn}{Vn}$$

$$L' = \frac{2 * 5180417.73 \text{ kg.cm}}{104084.35 \text{ kg}}$$

$$L' = 99.54 \text{ cm}$$

$$L' = 0.995 \text{ m}$$



### III. RESULTADOS

Una vez establecidos los parámetros para el análisis se procede a la elaboración de las tablas, de donde se obtiene la longitud efectiva de la columna corta con el cual podemos determinar en cada sección de columna la transición de falla a cortante y falla a flexión de la columna cuando esta, está restringida por mampostería.

Cabe destacar que existe un parámetro para el análisis de cada sección en donde se toma el acero total del armado longitudinal distribuido en las dos caras de la columna en un porcentaje del 45 %, esta variación es la que se acerca de mejor manera a la distribución real del acero en una columna.

Otro parámetro importante que se toma en cuenta para la elaboración de las tablas es la relación de la carga de servicio que soporta la columna ( $P_s$ ) con la capacidad nominal real de la columna ( $P_n$ ).

Mediante la colocación del número de ramales para el refuerzo a cortante hemos variado en cuatro y en seis ramales en donde podemos observar la variación que existe de la longitud efectiva en los dos casos.

Los Modelos para el Análisis de la Muestra de la presente investigación se generaron cumpliendo todos los parámetros que la metodología de cálculo indica para el análisis de la sección de cada columna.

A continuación presentamos unas tablas resumidas de fácil aplicación, las mismas que van a ser utilizadas para una identificación más rápida y generalizada del efecto de columna corta en las estructuras de concreto reforzado.

*Las tablas completas se encuentran en el apartado del Anexo Digital, estas deben ser utilizadas para un análisis más profundo para la identificación de la longitud efectiva de columna corta en las estructuras.*

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S1 < d/2; S1 = 30/2 = 15 \text{ cm}$$

32.41 cm > 15 cm → utilizamos un espaciamiento de 15 cm

Para la distribución de S2 tenemos

$$L > H/6; L = 3.00/6 = 0.50\text{m}$$

$$L > 2B; L = 2*0.35 = 0.70\text{m}$$

$$L > 2T; L = 2*0.4 = 0.80\text{m}$$

$$L > 50\text{cm}$$

Entonces la longitud donde aplicamos la distribución de S2 sería de: 0.8m

$$S2 < d/4; S2 = 30/4 = 7.5\text{cm}; S2 < 8\phi_{\text{long}}; S2 = 8*18\text{mm} = 144\text{mm} = 14.4\text{cm}$$

$$S2 < 24\phi_{\text{trans}}; S2 = 24*8\text{mm} = 192\text{mm} = 19.2\text{cm}; S2 < 30\text{cm}$$

Entonces el espaciamiento requerido en la longitud L sería: 7.5cm

Promediando el espaciamiento tenemos:

$$15 \text{ cm} + 7.5 \text{ cm} = 22.5 \text{ cm}$$

$$22.5 \text{ cm} / 2 = 11.25 \text{ cm}$$

***Para la utilización de las tablas podemos utilizar un espaciamiento de 10 cm***

**Tabla 1. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.10$ )**

$P/P_o =$	0.1	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.33	0.44	0.56	0.56	0.82
	35.00	0.37	0.49	0.62	0.62	0.91
	40.00	0.41	0.53	0.68	0.68	0.99
	45.00	0.44	0.58	0.73	0.73	1.07
	50.00	0.47	0.61	0.78	0.78	1.14
	55.00	0.50	0.65	0.82	0.82	1.20
	60.00	0.52	0.68	0.86	0.86	1.26
	65.00	0.54	0.71	0.90	0.90	1.32
	70.00	0.57	0.74	0.93	0.93	1.37
35.00	40.00	0.53	0.70	0.89	0.89	1.29
	45.00	0.57	0.75	0.95	0.95	1.39
	50.00	0.61	0.80	1.02	1.02	1.48
	55.00	0.64	0.85	1.08	1.08	1.57
	60.00	0.67	0.89	1.13	1.13	1.65
	65.00	0.70	0.93	1.18	1.18	1.72
	70.00	0.73	0.97	1.22	1.22	1.78
	75.00	0.76	1.00	1.27	1.27	1.85
80.00	0.78	1.03	1.31	1.31	1.90	
40.00	45.00	0.70	0.93	1.19	1.19	1.72
	50.00	0.75	1.00	1.26	1.26	1.84
	55.00	0.79	1.05	1.34	1.34	1.94
	60.00	0.83	1.11	1.40	1.40	2.04
	65.00	0.87	1.16	1.46	1.46	2.12
	70.00	0.90	1.20	1.52	1.52	2.21
	75.00	0.93	1.24	1.58	1.58	2.28
	80.00	0.96	1.28	1.63	1.63	2.36
	85.00	0.99	1.32	1.67	1.67	2.42
90.00	1.02	1.36	1.72	1.72	2.49	
45.00	50.00	0.89	1.19	1.51	1.51	2.19
	55.00	0.94	1.26	1.60	1.60	2.32
	60.00	0.99	1.32	1.68	1.68	2.43
	65.00	1.03	1.38	1.75	1.75	2.54
	70.00	1.07	1.44	1.82	1.82	2.64
	75.00	1.11	1.49	1.89	1.89	2.73
	80.00	1.15	1.54	1.95	1.95	2.81
	85.00	1.18	1.58	2.00	2.00	2.89
	90.00	1.21	1.62	2.06	2.06	2.97
	95.00	1.24	1.66	2.11	2.11	3.04
	100.00	1.27	1.70	2.15	2.15	3.10
50.00	55.00	1.09	1.47	1.87	1.87	2.70
	60.00	1.15	1.55	1.96	1.96	2.83
	65.00	1.20	1.61	2.05	2.05	2.95
	70.00	1.25	1.68	2.13	2.13	3.07
	75.00	1.29	1.74	2.20	2.20	3.17
	80.00	1.33	1.79	2.27	2.27	3.27
	85.00	1.37	1.84	2.34	2.34	3.37
	90.00	1.41	1.89	2.40	2.40	3.45
	95.00	1.44	1.94	2.46	2.46	3.54
100.00	1.48	1.98	2.51	2.51	3.61	
55.00	60.00	1.31	1.77	2.24	2.24	3.23
	65.00	1.37	1.85	2.34	2.34	3.37
	70.00	1.42	1.92	2.43	2.43	3.50
	75.00	1.48	1.99	2.52	2.52	3.62
	80.00	1.52	2.05	2.60	2.60	3.74
	85.00	1.57	2.11	2.67	2.67	3.84
	90.00	1.61	2.17	2.74	2.74	3.94
	95.00	1.65	2.22	2.81	2.81	4.04
100.00	1.69	2.27	2.87	2.87	4.12	
60.00	65.00	1.54	2.08	2.64	2.64	3.79
	70.00	1.60	2.16	2.74	2.74	3.94
	75.00	1.66	2.24	2.84	2.84	4.07
	80.00	1.71	2.31	2.93	2.93	4.20
	85.00	1.76	2.38	3.01	3.01	4.32
	90.00	1.81	2.44	3.09	3.09	4.43
	95.00	1.85	2.50	3.17	3.17	4.54
100.00	1.89	2.55	3.24	3.24	4.64	

**Tabla 2. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.14$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.14		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
Altura						
30.00	30.00	0.47	0.60	0.74	0.74	1.04
	35.00	0.52	0.67	0.82	0.82	1.15
	40.00	0.57	0.73	0.90	0.90	1.25
	45.00	0.62	0.79	0.97	0.97	1.34
	50.00	0.66	0.84	1.03	1.03	1.43
	55.00	0.69	0.88	1.09	1.09	1.51
	60.00	0.73	0.93	1.14	1.14	1.58
	65.00	0.76	0.97	1.19	1.19	1.65
35.00	70.00	0.79	1.00	1.23	1.23	1.71
	40.00	0.70	0.91	1.12	1.12	1.57
	45.00	0.76	0.98	1.21	1.21	1.68
	50.00	0.81	1.04	1.28	1.28	1.79
	55.00	0.85	1.10	1.36	1.36	1.89
	60.00	0.90	1.15	1.42	1.42	1.98
	65.00	0.93	1.20	1.48	1.48	2.06
	70.00	0.97	1.25	1.54	1.54	2.14
40.00	75.00	1.00	1.29	1.59	1.59	2.21
	80.00	1.04	1.33	1.64	1.64	2.28
	45.00	0.90	1.17	1.45	1.45	2.02
	50.00	0.96	1.25	1.54	1.54	2.15
	55.00	1.02	1.32	1.63	1.63	2.27
	60.00	1.07	1.38	1.71	1.71	2.38
	65.00	1.11	1.44	1.78	1.78	2.48
	70.00	1.16	1.50	1.85	1.85	2.57
45.00	75.00	1.20	1.55	1.91	1.91	2.66
	80.00	1.23	1.60	1.97	1.97	2.74
	85.00	1.27	1.64	2.03	2.03	2.81
	90.00	1.30	1.68	2.08	2.08	2.88
	50.00	1.12	1.46	1.81	1.81	2.52
	55.00	1.18	1.54	1.91	1.91	2.66
	60.00	1.24	1.61	2.00	2.00	2.78
	65.00	1.29	1.68	2.09	2.09	2.90
50.00	70.00	1.34	1.75	2.16	2.16	3.01
	75.00	1.39	1.81	2.24	2.24	3.11
	80.00	1.43	1.87	2.31	2.31	3.20
	85.00	1.47	1.92	2.37	2.37	3.29
	90.00	1.51	1.97	2.43	2.43	3.38
	95.00	1.55	2.01	2.49	2.49	3.45
	100.00	1.58	2.06	2.54	2.54	3.52
	55.00	1.35	1.76	2.19	2.19	3.04
55.00	60.00	1.41	1.85	2.29	2.29	3.19
	65.00	1.47	1.93	2.39	2.39	3.32
	70.00	1.53	2.00	2.48	2.48	3.45
	75.00	1.58	2.07	2.57	2.57	3.56
	80.00	1.63	2.13	2.64	2.64	3.67
	85.00	1.68	2.19	2.72	2.72	3.77
	90.00	1.72	2.25	2.79	2.79	3.87
	95.00	1.76	2.30	2.85	2.85	3.96
60.00	100.00	1.80	2.35	2.91	2.91	4.04
	60.00	1.59	2.08	2.58	2.58	3.59
	65.00	1.66	2.17	2.70	2.70	3.74
	70.00	1.72	2.26	2.80	2.80	3.88
	75.00	1.78	2.33	2.89	2.89	4.01
	80.00	1.84	2.41	2.98	2.98	4.13
	85.00	1.89	2.47	3.07	3.07	4.25
	90.00	1.94	2.54	3.14	3.14	4.35
65.00	95.00	1.98	2.60	3.22	3.22	4.45
	100.00	2.03	2.65	3.29	3.29	4.55
	70.00	1.84	2.42	3.00	3.00	4.10
	75.00	1.91	2.51	3.12	3.12	4.26
	80.00	1.98	2.60	3.22	3.22	4.40
	85.00	2.04	2.68	3.32	3.32	4.53
	90.00	2.10	2.75	3.41	3.41	4.66
	95.00	2.15	2.82	3.50	3.50	4.77
70.00	100.00	2.20	2.89	3.58	3.58	4.88
	100.00	2.25	2.95	3.66	3.66	4.99

**Tabla 3. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.16$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.16		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.52	0.66	0.81	0.81	1.11
	35.00	0.58	0.73	0.89	0.89	1.22
	40.00	0.63	0.80	0.97	0.97	1.33
	45.00	0.68	0.86	1.05	1.05	1.43
	50.00	0.72	0.91	1.11	1.11	1.52
	55.00	0.76	0.96	1.17	1.17	1.60
	60.00	0.80	1.01	1.23	1.23	1.68
	65.00	0.84	1.05	1.28	1.28	1.75
	70.00	0.87	1.09	1.33	1.33	1.81
35.00	40.00	0.77	0.98	1.20	1.20	1.65
	45.00	0.83	1.06	1.29	1.29	1.77
	50.00	0.88	1.12	1.37	1.37	1.88
	55.00	0.93	1.19	1.45	1.45	1.99
	60.00	0.98	1.24	1.52	1.52	2.08
	65.00	1.02	1.30	1.58	1.58	2.16
	70.00	1.06	1.34	1.64	1.64	2.24
	75.00	1.09	1.39	1.70	1.70	2.32
40.00	80.00	1.13	1.43	1.75	1.75	2.39
	45.00	0.98	1.26	1.54	1.54	2.12
	50.00	1.04	1.34	1.64	1.64	2.25
	55.00	1.10	1.41	1.73	1.73	2.37
	60.00	1.15	1.48	1.81	1.81	2.48
	65.00	1.20	1.54	1.89	1.89	2.59
	70.00	1.25	1.60	1.96	1.96	2.68
	75.00	1.29	1.65	2.02	2.02	2.77
	80.00	1.33	1.70	2.08	2.08	2.85
45.00	85.00	1.37	1.75	2.14	2.14	2.93
	90.00	1.40	1.80	2.20	2.20	3.00
	50.00	1.20	1.55	1.90	1.90	2.62
	55.00	1.27	1.64	2.01	2.01	2.76
	60.00	1.33	1.71	2.10	2.10	2.89
	65.00	1.39	1.79	2.19	2.19	3.01
	70.00	1.44	1.86	2.28	2.28	3.12
	75.00	1.49	1.92	2.35	2.35	3.22
	80.00	1.54	1.98	2.42	2.42	3.32
	85.00	1.58	2.03	2.49	2.49	3.41
	90.00	1.62	2.08	2.55	2.55	3.49
50.00	95.00	1.66	2.13	2.61	2.61	3.57
	100.00	1.69	2.18	2.67	2.67	3.64
	55.00	1.44	1.86	2.29	2.29	3.12
	60.00	1.51	1.95	2.40	2.40	3.27
	65.00	1.57	2.04	2.50	2.50	3.41
	70.00	1.63	2.11	2.60	2.60	3.53
	75.00	1.69	2.18	2.68	2.68	3.65
	80.00	1.74	2.25	2.76	2.76	3.76
	85.00	1.79	2.31	2.84	2.84	3.86
55.00	90.00	1.84	2.37	2.91	2.91	3.95
	95.00	1.88	2.43	2.98	2.98	4.04
	100.00	1.92	2.48	3.04	3.04	4.12
	60.00	1.69	2.19	2.70	2.70	3.62
	65.00	1.76	2.28	2.81	2.81	3.77
	70.00	1.83	2.37	2.92	2.92	3.91
	75.00	1.89	2.45	3.01	3.01	4.04
	80.00	1.95	2.53	3.11	3.11	4.16
60.00	85.00	2.00	2.60	3.19	3.19	4.27
	90.00	2.05	2.66	3.27	3.27	4.37
	95.00	2.10	2.72	3.35	3.35	4.47
	100.00	2.15	2.78	3.42	3.42	4.56
	65.00	1.95	2.53	3.08	3.08	4.13
	70.00	2.02	2.63	3.19	3.19	4.28
	75.00	2.09	2.72	3.30	3.30	4.43
	80.00	2.16	2.80	3.40	3.40	4.56
60.00	85.00	2.22	2.88	3.49	3.49	4.68
	90.00	2.27	2.95	3.58	3.58	4.80
	95.00	2.33	3.02	3.66	3.66	4.90
	100.00	2.38	3.08	3.74	3.74	5.00

**Tabla 4. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.18$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.18		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
Altura						
30.00	30.00	0.56	0.71	0.86	0.86	1.16
	35.00	0.63	0.78	0.95	0.95	1.28
	40.00	0.68	0.85	1.03	1.03	1.39
	45.00	0.73	0.92	1.11	1.11	1.50
	50.00	0.78	0.98	1.18	1.18	1.59
	55.00	0.82	1.03	1.24	1.24	1.67
	60.00	0.86	1.08	1.30	1.30	1.75
	65.00	0.90	1.12	1.35	1.35	1.82
	70.00	0.93	1.17	1.40	1.40	1.89
35.00	40.00	0.82	1.04	1.26	1.26	1.72
	45.00	0.88	1.12	1.36	1.36	1.84
	50.00	0.94	1.19	1.44	1.44	1.95
	55.00	0.99	1.26	1.52	1.52	2.06
	60.00	1.04	1.31	1.59	1.59	2.15
	65.00	1.09	1.37	1.66	1.66	2.24
	70.00	1.13	1.42	1.72	1.72	2.32
	75.00	1.16	1.47	1.78	1.78	2.40
80.00	1.20	1.51	1.83	1.83	2.47	
40.00	45.00	1.04	1.32	1.61	1.61	2.19
	50.00	1.11	1.41	1.71	1.71	2.32
	55.00	1.17	1.48	1.80	1.80	2.45
	60.00	1.22	1.55	1.89	1.89	2.56
	65.00	1.27	1.62	1.97	1.97	2.66
	70.00	1.32	1.68	2.04	2.04	2.76
	75.00	1.37	1.74	2.11	2.11	2.85
	80.00	1.41	1.79	2.17	2.17	2.93
	85.00	1.45	1.84	2.23	2.23	3.01
90.00	1.48	1.88	2.28	2.28	3.08	
45.00	50.00	1.27	1.62	1.98	1.98	2.66
	55.00	1.34	1.71	2.09	2.09	2.81
	60.00	1.40	1.79	2.19	2.19	2.94
	65.00	1.46	1.87	2.28	2.28	3.06
	70.00	1.52	1.94	2.36	2.36	3.17
	75.00	1.57	2.00	2.44	2.44	3.27
	80.00	1.62	2.07	2.51	2.51	3.36
	85.00	1.66	2.12	2.58	2.58	3.45
	90.00	1.71	2.17	2.64	2.64	3.54
	95.00	1.74	2.22	2.70	2.70	3.61
100.00	1.78	2.27	2.76	2.76	3.69	
50.00	55.00	1.52	1.94	2.36	2.36	3.14
	60.00	1.59	2.04	2.48	2.48	3.29
	65.00	1.66	2.12	2.58	2.58	3.42
	70.00	1.72	2.20	2.67	2.67	3.54
	75.00	1.78	2.27	2.76	2.76	3.66
	80.00	1.83	2.34	2.85	2.85	3.77
	85.00	1.88	2.41	2.92	2.92	3.87
	90.00	1.93	2.47	2.99	2.99	3.96
	95.00	1.97	2.52	3.06	3.06	4.05
100.00	2.01	2.58	3.13	3.13	4.13	
55.00	60.00	1.77	2.27	2.74	2.74	3.64
	65.00	1.85	2.36	2.85	2.85	3.78
	70.00	1.92	2.45	2.95	2.95	3.92
	75.00	1.98	2.53	3.05	3.05	4.05
	80.00	2.04	2.61	3.14	3.14	4.17
	85.00	2.10	2.68	3.23	3.23	4.28
	90.00	2.15	2.75	3.31	3.31	4.38
	95.00	2.20	2.81	3.38	3.38	4.48
100.00	2.25	2.87	3.45	3.45	4.57	
60.00	65.00	2.03	2.58	3.12	3.12	4.15
	70.00	2.11	2.68	3.23	3.23	4.30
	75.00	2.18	2.77	3.34	3.34	4.44
	80.00	2.24	2.85	3.44	3.44	4.57
	85.00	2.31	2.93	3.53	3.53	4.69
	90.00	2.36	3.00	3.62	3.62	4.80
	95.00	2.42	3.07	3.70	3.70	4.91
100.00	2.47	3.14	3.78	3.78	5.01	

**Tabla 5. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.20$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.60	0.75	0.90	0.90	1.20
	35.00	0.66	0.83	0.99	0.99	1.33
	40.00	0.72	0.90	1.08	1.08	1.44
	45.00	0.78	0.97	1.16	1.16	1.54
	50.00	0.83	1.03	1.23	1.23	1.64
	55.00	0.87	1.08	1.30	1.30	1.72
	60.00	0.91	1.13	1.36	1.36	1.80
	65.00	0.95	1.18	1.41	1.41	1.88
35.00	70.00	0.99	1.22	1.46	1.46	1.94
	40.00	0.87	1.09	1.32	1.32	1.76
	45.00	0.93	1.17	1.41	1.41	1.89
	50.00	0.99	1.24	1.50	1.50	2.01
	55.00	1.05	1.31	1.58	1.58	2.11
	60.00	1.10	1.37	1.65	1.65	2.21
	65.00	1.14	1.43	1.72	1.72	2.30
	70.00	1.18	1.48	1.78	1.78	2.38
40.00	75.00	1.22	1.53	1.84	1.84	2.45
	80.00	1.26	1.58	1.89	1.89	2.52
	45.00	1.09	1.38	1.67	1.67	2.22
	50.00	1.16	1.46	1.77	1.77	2.35
	55.00	1.22	1.54	1.86	1.86	2.48
	60.00	1.28	1.62	1.95	1.95	2.59
	65.00	1.33	1.68	2.03	2.03	2.70
	70.00	1.38	1.74	2.10	2.10	2.79
45.00	75.00	1.43	1.80	2.17	2.17	2.88
	80.00	1.47	1.86	2.24	2.24	2.96
	85.00	1.51	1.91	2.30	2.30	3.04
	90.00	1.55	1.95	2.35	2.35	3.11
	50.00	1.33	1.68	2.03	2.03	2.67
	55.00	1.40	1.78	2.14	2.14	2.81
	60.00	1.47	1.86	2.24	2.24	2.94
	65.00	1.53	1.94	2.33	2.33	3.06
50.00	70.00	1.59	2.01	2.42	2.42	3.17
	75.00	1.64	2.07	2.50	2.50	3.27
	80.00	1.69	2.14	2.57	2.57	3.36
	85.00	1.73	2.19	2.64	2.64	3.45
	90.00	1.78	2.25	2.70	2.70	3.53
	95.00	1.82	2.30	2.76	2.76	3.61
	100.00	1.86	2.34	2.82	2.82	3.68
	55.00	1.58	2.00	2.39	2.39	3.15
55.00	60.00	1.65	2.09	2.50	2.50	3.29
	65.00	1.72	2.18	2.61	2.61	3.42
	70.00	1.79	2.26	2.70	2.70	3.55
	75.00	1.85	2.33	2.79	2.79	3.66
	80.00	1.90	2.40	2.87	2.87	3.76
	85.00	1.96	2.46	2.95	2.95	3.86
	90.00	2.00	2.53	3.02	3.02	3.95
	95.00	2.05	2.58	3.09	3.09	4.04
60.00	100.00	2.09	2.64	3.15	3.15	4.12
	60.00	1.83	2.30	2.76	2.76	3.64
	65.00	1.91	2.40	2.88	2.88	3.79
	70.00	1.98	2.49	2.98	2.98	3.92
	75.00	2.04	2.57	3.08	3.08	4.05
	80.00	2.11	2.65	3.17	3.17	4.16
	85.00	2.16	2.72	3.26	3.26	4.27
	90.00	2.22	2.79	3.33	3.33	4.37
65.00	95.00	2.27	2.85	3.41	3.41	4.47
	100.00	2.31	2.91	3.48	3.48	4.56
	65.00	2.08	2.62	3.15	3.15	4.15
	70.00	2.16	2.72	3.26	3.26	4.30
	75.00	2.23	2.81	3.37	3.37	4.44
	80.00	2.30	2.89	3.47	3.47	4.56
	85.00	2.36	2.97	3.56	3.56	4.68
	90.00	2.42	3.05	3.65	3.65	4.79
70.00	95.00	2.47	3.11	3.73	3.73	4.90
	100.00	2.53	3.18	3.81	3.81	4.99

**Tabla 6. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.22$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.63	0.78	0.93	0.93	1.23
	35.00	0.70	0.86	1.03	1.03	1.36
	40.00	0.76	0.94	1.12	1.12	1.48
	45.00	0.81	1.01	1.20	1.20	1.58
	50.00	0.87	1.07	1.27	1.27	1.67
	55.00	0.91	1.12	1.34	1.34	1.76
	60.00	0.95	1.18	1.40	1.40	1.84
	65.00	0.99	1.22	1.46	1.46	1.91
	70.00	1.03	1.27	1.51	1.51	1.98
35.00	40.00	0.91	1.13	1.35	1.35	1.79
	45.00	0.97	1.21	1.45	1.45	1.92
	50.00	1.03	1.29	1.54	1.54	2.04
	55.00	1.09	1.36	1.62	1.62	2.14
	60.00	1.14	1.42	1.70	1.70	2.24
	65.00	1.19	1.48	1.77	1.77	2.33
	70.00	1.23	1.53	1.83	1.83	2.41
	75.00	1.27	1.58	1.89	1.89	2.48
	80.00	1.31	1.63	1.94	1.94	2.55
40.00	45.00	1.13	1.42	1.71	1.71	2.22
	50.00	1.21	1.51	1.81	1.81	2.36
	55.00	1.27	1.59	1.91	1.91	2.48
	60.00	1.33	1.66	2.00	2.00	2.59
	65.00	1.39	1.73	2.08	2.08	2.69
	70.00	1.44	1.80	2.15	2.15	2.79
	75.00	1.48	1.85	2.22	2.22	2.87
	80.00	1.53	1.91	2.29	2.29	2.95
	85.00	1.57	1.96	2.35	2.35	3.03
90.00	1.61	2.01	2.40	2.40	3.10	
45.00	50.00	1.38	1.72	2.05	2.05	2.67
	55.00	1.45	1.82	2.16	2.16	2.81
	60.00	1.52	1.90	2.26	2.26	2.94
	65.00	1.58	1.98	2.35	2.35	3.06
	70.00	1.64	2.05	2.44	2.44	3.16
	75.00	1.69	2.12	2.51	2.51	3.26
	80.00	1.75	2.18	2.59	2.59	3.35
	85.00	1.79	2.24	2.65	2.65	3.44
	90.00	1.84	2.29	2.72	2.72	3.52
	95.00	1.88	2.34	2.78	2.78	3.59
	100.00	1.92	2.39	2.83	2.83	3.66
50.00	55.00	1.62	2.02	2.41	2.41	3.15
	60.00	1.70	2.12	2.52	2.52	3.29
	65.00	1.77	2.20	2.62	2.62	3.42
	70.00	1.83	2.28	2.72	2.72	3.54
	75.00	1.90	2.36	2.81	2.81	3.65
	80.00	1.95	2.43	2.89	2.89	3.75
	85.00	2.00	2.49	2.96	2.96	3.85
	90.00	2.05	2.55	3.03	3.03	3.94
	95.00	2.10	2.61	3.10	3.10	4.02
	100.00	2.14	2.66	3.16	3.16	4.10
55.00	60.00	1.87	2.34	2.78	2.78	3.64
	65.00	1.95	2.43	2.90	2.90	3.78
	70.00	2.02	2.52	3.00	3.00	3.91
	75.00	2.09	2.60	3.10	3.10	4.04
	80.00	2.15	2.68	3.19	3.19	4.15
	85.00	2.21	2.75	3.27	3.27	4.26
	90.00	2.26	2.82	3.35	3.35	4.35
	95.00	2.31	2.88	3.42	3.42	4.45
100.00	2.36	2.94	3.49	3.49	4.53	
60.00	65.00	2.12	2.66	3.17	3.17	4.14
	70.00	2.20	2.75	3.28	3.28	4.29
	75.00	2.28	2.84	3.39	3.39	4.42
	80.00	2.34	2.93	3.49	3.49	4.55
	85.00	2.41	3.00	3.58	3.58	4.66
	90.00	2.47	3.08	3.66	3.66	4.77
	95.00	2.52	3.15	3.74	3.74	4.87
	100.00	2.57	3.21	3.82	3.82	4.97



**Tabla 7. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.24$ )**

P/Po =		Kg/cm2				
0.24		f <sub>c</sub> : 210				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.65	0.80	0.96	0.96	1.25
	35.00	0.73	0.89	1.06	1.06	1.38
	40.00	0.79	0.97	1.15	1.15	1.50
	45.00	0.85	1.04	1.23	1.23	1.60
	50.00	0.90	1.10	1.30	1.30	1.70
	55.00	0.95	1.16	1.37	1.37	1.79
	60.00	0.99	1.21	1.43	1.43	1.86
	65.00	1.03	1.26	1.49	1.49	1.94
	70.00	1.07	1.31	1.54	1.54	2.00
35.00	40.00	0.94	1.16	1.38	1.38	1.79
	45.00	1.01	1.25	1.48	1.48	1.92
	50.00	1.07	1.32	1.57	1.57	2.03
	55.00	1.13	1.39	1.66	1.66	2.14
	60.00	1.18	1.46	1.73	1.73	2.23
	65.00	1.23	1.52	1.80	1.80	2.32
	70.00	1.27	1.57	1.86	1.86	2.40
	75.00	1.31	1.62	1.92	1.92	2.47
	80.00	1.35	1.67	1.98	1.98	2.54
40.00	45.00	1.17	1.46	1.72	1.72	2.22
	50.00	1.24	1.54	1.82	1.82	2.35
	55.00	1.31	1.63	1.92	1.92	2.47
	60.00	1.37	1.70	2.01	2.01	2.58
	65.00	1.43	1.77	2.09	2.09	2.68
	70.00	1.48	1.83	2.16	2.16	2.77
	75.00	1.53	1.89	2.23	2.23	2.86
	80.00	1.57	1.95	2.29	2.29	2.94
	85.00	1.61	2.00	2.35	2.35	3.01
90.00	1.65	2.05	2.41	2.41	3.08	
45.00	50.00	1.41	1.74	2.06	2.06	2.67
	55.00	1.49	1.84	2.17	2.17	2.80
	60.00	1.56	1.92	2.27	2.27	2.93
	65.00	1.62	2.00	2.36	2.36	3.04
	70.00	1.68	2.07	2.44	2.44	3.15
	75.00	1.73	2.14	2.52	2.52	3.24
	80.00	1.78	2.20	2.59	2.59	3.33
	85.00	1.83	2.26	2.66	2.66	3.42
	90.00	1.88	2.31	2.72	2.72	3.49
	95.00	1.92	2.36	2.78	2.78	3.57
100.00	1.96	2.41	2.84	2.84	3.64	
50.00	55.00	1.65	2.05	2.42	2.42	3.13
	60.00	1.73	2.14	2.53	2.53	3.27
	65.00	1.80	2.23	2.63	2.63	3.40
	70.00	1.87	2.31	2.73	2.73	3.52
	75.00	1.93	2.38	2.81	2.81	3.63
	80.00	1.98	2.45	2.89	2.89	3.73
	85.00	2.04	2.51	2.97	2.97	3.82
	90.00	2.08	2.57	3.04	3.04	3.91
	95.00	2.13	2.63	3.10	3.10	3.99
	100.00	2.17	2.68	3.17	3.17	4.07
55.00	60.00	1.90	2.36	2.80	2.80	3.62
	65.00	1.98	2.45	2.91	2.91	3.76
	70.00	2.05	2.54	3.01	3.01	3.89
	75.00	2.12	2.62	3.11	3.11	4.01
	80.00	2.18	2.70	3.19	3.19	4.12
	85.00	2.24	2.77	3.28	3.28	4.23
	90.00	2.29	2.84	3.35	3.35	4.32
	95.00	2.34	2.90	3.43	3.43	4.41
100.00	2.39	2.96	3.49	3.49	4.50	
60.00	65.00	2.16	2.68	3.18	3.18	4.12
	70.00	2.24	2.78	3.29	3.29	4.26
	75.00	2.31	2.87	3.40	3.40	4.39
	80.00	2.38	2.95	3.50	3.50	4.52
	85.00	2.44	3.03	3.59	3.59	4.63
	90.00	2.50	3.10	3.67	3.67	4.74
	95.00	2.56	3.17	3.75	3.75	4.83
100.00	2.61	3.23	3.82	3.82	4.93	

**Tabla 8. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.26$ )**

P/Po =		0.26	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)			LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base		ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.68	0.83	0.98	0.98	1.26	
	35.00	0.75	0.91	1.08	1.08	1.39	
	40.00	0.81	0.99	1.17	1.17	1.50	
	45.00	0.87	1.06	1.25	1.25	1.61	
	50.00	0.92	1.13	1.33	1.33	1.70	
	55.00	0.97	1.18	1.39	1.39	1.79	
	60.00	1.02	1.24	1.46	1.46	1.87	
	65.00	1.06	1.29	1.51	1.51	1.94	
35.00	70.00	1.10	1.33	1.57	1.57	2.00	
	40.00	0.97	1.19	1.40	1.40	1.79	
	45.00	1.04	1.27	1.50	1.50	1.91	
	50.00	1.10	1.35	1.59	1.59	2.02	
	55.00	1.16	1.42	1.67	1.67	2.12	
	60.00	1.21	1.48	1.75	1.75	2.22	
	65.00	1.26	1.54	1.81	1.81	2.30	
	70.00	1.30	1.60	1.88	1.88	2.38	
40.00	75.00	1.35	1.65	1.94	1.94	2.45	
	80.00	1.39	1.70	1.99	1.99	2.52	
	45.00	1.20	1.47	1.73	1.73	2.21	
	50.00	1.27	1.56	1.83	1.83	2.34	
	55.00	1.34	1.64	1.92	1.92	2.45	
	60.00	1.40	1.71	2.01	2.01	2.56	
	65.00	1.46	1.78	2.09	2.09	2.66	
	70.00	1.51	1.85	2.16	2.16	2.75	
45.00	75.00	1.56	1.90	2.23	2.23	2.83	
	80.00	1.61	1.96	2.29	2.29	2.91	
	85.00	1.65	2.01	2.35	2.35	2.98	
	90.00	1.69	2.06	2.41	2.41	3.05	
	50.00	1.43	1.76	2.07	2.07	2.65	
	55.00	1.51	1.85	2.18	2.18	2.78	
	60.00	1.58	1.93	2.27	2.27	2.91	
	65.00	1.64	2.01	2.36	2.36	3.02	
50.00	70.00	1.70	2.08	2.45	2.45	3.12	
	75.00	1.76	2.15	2.52	2.52	3.22	
	80.00	1.81	2.21	2.59	2.59	3.30	
	85.00	1.85	2.27	2.66	2.66	3.39	
	90.00	1.90	2.32	2.72	2.72	3.46	
	95.00	1.94	2.37	2.78	2.78	3.53	
	100.00	1.98	2.42	2.83	2.83	3.60	
	55.00	55.00	1.68	2.06	2.43	2.43	3.11
60.00		1.75	2.15	2.54	2.54	3.25	
65.00		1.82	2.24	2.64	2.64	3.38	
70.00		1.89	2.32	2.73	2.73	3.49	
75.00		1.95	2.39	2.81	2.81	3.60	
80.00		2.01	2.46	2.89	2.89	3.69	
85.00		2.06	2.52	2.97	2.97	3.79	
90.00		2.11	2.58	3.03	3.03	3.87	
60.00	95.00	2.16	2.64	3.10	3.10	3.95	
	100.00	2.20	2.69	3.16	3.16	4.02	
	60.00	1.93	2.37	2.80	2.80	3.59	
	65.00	2.01	2.47	2.91	2.91	3.73	
	70.00	2.08	2.56	3.01	3.01	3.86	
	75.00	2.15	2.64	3.11	3.11	3.98	
	80.00	2.21	2.71	3.19	3.19	4.08	
	85.00	2.27	2.78	3.27	3.27	4.19	
65.00	90.00	2.32	2.85	3.35	3.35	4.28	
	95.00	2.37	2.91	3.42	3.42	4.37	
	100.00	2.42	2.97	3.49	3.49	4.45	
	65.00	2.19	2.70	3.18	3.18	4.09	
	70.00	2.27	2.79	3.29	3.29	4.23	
	75.00	2.34	2.88	3.40	3.40	4.36	
	80.00	2.41	2.96	3.49	3.49	4.47	
	85.00	2.47	3.04	3.58	3.58	4.59	
90.00	90.00	2.53	3.11	3.66	3.66	4.69	
	95.00	2.59	3.18	3.74	3.74	4.78	
	100.00	2.64	3.24	3.81	3.81	4.87	

**Tabla 9. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.28$ )**

$P/P_o =$	0.28	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.69	0.84	0.99	0.99	1.25
	35.00	0.77	0.93	1.09	1.09	1.37
	40.00	0.83	1.01	1.18	1.18	1.48
	45.00	0.89	1.08	1.27	1.27	1.59
	50.00	0.95	1.15	1.34	1.34	1.68
	55.00	1.00	1.20	1.41	1.41	1.76
	60.00	1.04	1.26	1.47	1.47	1.84
	65.00	1.08	1.31	1.53	1.53	1.91
35.00	70.00	1.12	1.35	1.58	1.58	1.97
	40.00	0.99	1.20	1.40	1.40	1.76
	45.00	1.06	1.29	1.50	1.50	1.88
	50.00	1.12	1.37	1.59	1.59	1.99
	55.00	1.18	1.44	1.67	1.67	2.09
	60.00	1.23	1.50	1.74	1.74	2.18
	65.00	1.28	1.56	1.81	1.81	2.26
	70.00	1.33	1.61	1.87	1.87	2.34
40.00	75.00	1.37	1.66	1.93	1.93	2.41
	80.00	1.41	1.71	1.99	1.99	2.47
	45.00	1.22	1.48	1.73	1.73	2.18
	50.00	1.29	1.57	1.83	1.83	2.30
	55.00	1.36	1.65	1.92	1.92	2.42
	60.00	1.42	1.72	2.01	2.01	2.52
	65.00	1.48	1.79	2.09	2.09	2.62
	70.00	1.53	1.85	2.16	2.16	2.71
45.00	75.00	1.58	1.91	2.22	2.22	2.79
	80.00	1.62	1.96	2.29	2.29	2.86
	85.00	1.66	2.01	2.34	2.34	2.93
	90.00	1.70	2.06	2.40	2.40	3.00
	50.00	1.45	1.77	2.07	2.07	2.62
	55.00	1.53	1.86	2.17	2.17	2.75
	60.00	1.60	1.94	2.27	2.27	2.87
	65.00	1.66	2.02	2.36	2.36	2.97
50.00	70.00	1.72	2.09	2.44	2.44	3.07
	75.00	1.77	2.15	2.51	2.51	3.17
	80.00	1.82	2.21	2.58	2.58	3.25
	85.00	1.87	2.27	2.65	2.65	3.33
	90.00	1.91	2.32	2.71	2.71	3.40
	95.00	1.96	2.37	2.77	2.77	3.47
	100.00	1.99	2.42	2.82	2.82	3.54
	55.00	1.69	2.07	2.42	2.42	3.08
55.00	60.00	1.77	2.16	2.53	2.53	3.21
	65.00	1.84	2.25	2.63	2.63	3.33
	70.00	1.91	2.33	2.72	2.72	3.44
	75.00	1.97	2.40	2.80	2.80	3.55
	80.00	2.02	2.47	2.88	2.88	3.64
	85.00	2.08	2.53	2.95	2.95	3.73
	90.00	2.13	2.59	3.02	3.02	3.81
	95.00	2.17	2.64	3.09	3.09	3.89
60.00	100.00	2.21	2.69	3.14	3.14	3.96
	60.00	1.95	2.38	2.79	2.79	3.55
	65.00	2.03	2.48	2.90	2.90	3.69
	70.00	2.10	2.56	3.00	3.00	3.81
	75.00	2.16	2.64	3.10	3.10	3.92
	80.00	2.23	2.72	3.18	3.18	4.03
	85.00	2.28	2.79	3.26	3.26	4.13
	90.00	2.34	2.85	3.34	3.34	4.22
65.00	95.00	2.39	2.91	3.40	3.40	4.30
	100.00	2.44	2.97	3.47	3.47	4.38
	65.00	2.21	2.70	3.17	3.17	4.04
	70.00	2.29	2.80	3.28	3.28	4.18
	75.00	2.36	2.89	3.39	3.39	4.30
	80.00	2.43	2.97	3.48	3.48	4.42
	85.00	2.49	3.04	3.57	3.57	4.53
	90.00	2.55	3.11	3.65	3.65	4.63
70.00	95.00	2.60	3.18	3.72	3.72	4.72
	100.00	2.66	3.24	3.79	3.79	4.81

**Tabla 10. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.30$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.3		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
Altura						
30.00	30.00	0.71	0.86	0.99	0.99	1.23
	35.00	0.78	0.94	1.10	1.10	1.35
	40.00	0.85	1.02	1.19	1.19	1.46
	45.00	0.91	1.09	1.27	1.27	1.56
	50.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.65
	55.00	1.01	1.22	1.41	1.41	1.73
	60.00	1.06	1.27	1.47	1.47	1.81
	65.00	1.10	1.32	1.53	1.53	1.87
	70.00	1.14	1.37	1.58	1.58	1.94
35.00	40.00	1.00	1.21	1.40	1.40	1.74
	45.00	1.07	1.29	1.50	1.50	1.85
	50.00	1.14	1.37	1.59	1.59	1.96
	55.00	1.20	1.44	1.66	1.66	2.05
	60.00	1.25	1.50	1.74	1.74	2.14
	65.00	1.30	1.56	1.80	1.80	2.22
	70.00	1.35	1.61	1.87	1.87	2.29
	75.00	1.39	1.66	1.92	1.92	2.36
	80.00	1.43	1.71	1.97	1.97	2.42
40.00	45.00	1.23	1.48	1.72	1.72	2.14
	50.00	1.30	1.57	1.82	1.82	2.26
	55.00	1.37	1.65	1.92	1.92	2.37
	60.00	1.43	1.72	2.00	2.00	2.47
	65.00	1.49	1.79	2.08	2.08	2.57
	70.00	1.54	1.85	2.15	2.15	2.65
	75.00	1.59	1.91	2.21	2.21	2.73
	80.00	1.63	1.96	2.27	2.27	2.80
	85.00	1.67	2.01	2.33	2.33	2.87
90.00	1.71	2.06	2.38	2.38	2.93	
45.00	50.00	1.46	1.77	2.06	2.06	2.57
	55.00	1.54	1.86	2.17	2.17	2.69
	60.00	1.61	1.94	2.26	2.26	2.81
	65.00	1.67	2.02	2.35	2.35	2.91
	70.00	1.73	2.09	2.43	2.43	3.01
	75.00	1.78	2.15	2.50	2.50	3.10
	80.00	1.83	2.21	2.57	2.57	3.18
	85.00	1.88	2.27	2.63	2.63	3.26
	90.00	1.92	2.32	2.69	2.69	3.33
	95.00	1.96	2.37	2.75	2.75	3.39
100.00	2.00	2.41	2.80	2.80	3.45	
50.00	55.00	1.71	2.07	2.41	2.41	3.02
	60.00	1.78	2.16	2.52	2.52	3.14
	65.00	1.85	2.25	2.62	2.62	3.26
	70.00	1.92	2.32	2.71	2.71	3.37
	75.00	1.98	2.40	2.79	2.79	3.47
	80.00	2.04	2.46	2.86	2.86	3.56
	85.00	2.09	2.52	2.94	2.94	3.64
	90.00	2.14	2.58	3.00	3.00	3.72
	95.00	2.18	2.64	3.06	3.06	3.80
100.00	2.22	2.69	3.12	3.12	3.87	
55.00	60.00	1.96	2.38	2.78	2.78	3.48
	65.00	2.04	2.48	2.89	2.89	3.61
	70.00	2.11	2.56	2.99	2.99	3.73
	75.00	2.18	2.64	3.08	3.08	3.84
	80.00	2.24	2.71	3.16	3.16	3.94
	85.00	2.30	2.78	3.24	3.24	4.03
	90.00	2.35	2.85	3.31	3.31	4.12
	95.00	2.40	2.90	3.38	3.38	4.20
	100.00	2.45	2.96	3.44	3.44	4.28
60.00	65.00	2.22	2.70	3.16	3.16	3.95
	70.00	2.30	2.80	3.27	3.27	4.09
	75.00	2.37	2.88	3.36	3.36	4.21
	80.00	2.44	2.96	3.46	3.46	4.32
	85.00	2.50	3.04	3.54	3.54	4.42
	90.00	2.56	3.11	3.62	3.62	4.52
	95.00	2.62	3.17	3.70	3.70	4.61
	100.00	2.67	3.23	3.77	3.77	4.69

**Tabla 11. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.32$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.72	0.86	0.99	0.99	1.22
	35.00	0.79	0.95	1.09	1.09	1.34
	40.00	0.86	1.03	1.17	1.17	1.44
	45.00	0.92	1.10	1.25	1.25	1.54
	50.00	0.98	1.17	1.33	1.33	1.63
	55.00	1.03	1.22	1.39	1.39	1.70
	60.00	1.07	1.28	1.45	1.45	1.78
	65.00	1.11	1.33	1.51	1.51	1.84
35.00	70.00	1.15	1.37	1.56	1.56	1.90
	40.00	1.01	1.21	1.39	1.39	1.71
	45.00	1.08	1.29	1.48	1.48	1.82
	50.00	1.15	1.37	1.57	1.57	1.92
	55.00	1.20	1.44	1.64	1.64	2.02
	60.00	1.26	1.50	1.71	1.71	2.10
	65.00	1.31	1.56	1.78	1.78	2.18
	70.00	1.35	1.61	1.84	1.84	2.25
40.00	75.00	1.39	1.66	1.89	1.89	2.31
	80.00	1.43	1.70	1.94	1.94	2.37
	45.00	1.23	1.48	1.71	1.71	2.10
	50.00	1.31	1.57	1.80	1.80	2.22
	55.00	1.37	1.65	1.89	1.89	2.33
	60.00	1.44	1.72	1.98	1.98	2.43
	65.00	1.49	1.79	2.05	2.05	2.51
	70.00	1.54	1.85	2.12	2.12	2.60
45.00	75.00	1.59	1.90	2.18	2.18	2.67
	80.00	1.64	1.95	2.24	2.24	2.74
	85.00	1.68	2.00	2.30	2.30	2.81
	90.00	1.72	2.05	2.35	2.35	2.87
	50.00	1.47	1.77	2.04	2.04	2.52
	55.00	1.54	1.86	2.14	2.14	2.64
	60.00	1.61	1.94	2.24	2.24	2.75
	65.00	1.68	2.01	2.32	2.32	2.85
50.00	70.00	1.73	2.08	2.40	2.40	2.94
	75.00	1.79	2.15	2.47	2.47	3.03
	80.00	1.84	2.20	2.54	2.54	3.11
	85.00	1.88	2.26	2.60	2.60	3.18
	90.00	1.93	2.31	2.66	2.66	3.25
	95.00	1.97	2.36	2.71	2.71	3.31
	100.00	2.01	2.40	2.76	2.76	3.37
	55.00	1.71	2.07	2.39	2.39	2.95
55.00	60.00	1.79	2.16	2.50	2.50	3.08
	65.00	1.86	2.24	2.59	2.59	3.19
	70.00	1.93	2.32	2.68	2.68	3.29
	75.00	1.99	2.39	2.76	2.76	3.39
	80.00	2.04	2.45	2.83	2.83	3.48
	85.00	2.09	2.51	2.90	2.90	3.56
	90.00	2.14	2.57	2.97	2.97	3.63
	95.00	2.19	2.62	3.03	3.03	3.71
60.00	100.00	2.23	2.67	3.08	3.08	3.77
	60.00	1.97	2.38	2.76	2.76	3.40
	65.00	2.05	2.47	2.86	2.86	3.53
	70.00	2.12	2.55	2.96	2.96	3.64
	75.00	2.18	2.63	3.05	3.05	3.75
	80.00	2.24	2.70	3.13	3.13	3.85
	85.00	2.30	2.77	3.21	3.21	3.94
	90.00	2.35	2.83	3.28	3.28	4.02
65.00	95.00	2.40	2.89	3.35	3.35	4.10
	100.00	2.45	2.94	3.41	3.41	4.17
	65.00	2.23	2.70	3.13	3.13	3.86
	70.00	2.31	2.79	3.24	3.24	3.99
	75.00	2.38	2.87	3.34	3.34	4.11
	80.00	2.45	2.95	3.43	3.43	4.21
	85.00	2.51	3.03	3.51	3.51	4.31
	90.00	2.57	3.09	3.59	3.59	4.40
70.00	95.00	2.62	3.16	3.66	3.66	4.49
	100.00	2.67	3.22	3.73	3.73	4.57

**Tabla 12. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.34$ )**

P/Po =		0.34				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.73	0.86	0.98	0.98	1.20
	35.00	0.80	0.94	1.07	1.07	1.32
	40.00	0.87	1.02	1.16	1.16	1.42
	45.00	0.93	1.09	1.24	1.24	1.51
	50.00	0.98	1.16	1.31	1.31	1.60
	55.00	1.03	1.21	1.38	1.38	1.67
	60.00	1.08	1.27	1.43	1.43	1.74
	65.00	1.12	1.31	1.49	1.49	1.81
35.00	70.00	1.16	1.36	1.54	1.54	1.86
	40.00	1.01	1.20	1.37	1.37	1.68
	45.00	1.08	1.28	1.46	1.46	1.79
	50.00	1.15	1.36	1.54	1.54	1.89
	55.00	1.21	1.42	1.62	1.62	1.98
	60.00	1.26	1.49	1.69	1.69	2.06
	65.00	1.31	1.54	1.75	1.75	2.13
	70.00	1.35	1.59	1.81	1.81	2.20
40.00	75.00	1.39	1.64	1.86	1.86	2.27
	80.00	1.43	1.69	1.91	1.91	2.32
	45.00	1.24	1.47	1.68	1.68	2.06
	50.00	1.31	1.56	1.78	1.78	2.18
	55.00	1.38	1.64	1.86	1.86	2.28
	60.00	1.44	1.71	1.94	1.94	2.38
	65.00	1.49	1.77	2.02	2.02	2.46
	70.00	1.54	1.83	2.08	2.08	2.54
45.00	75.00	1.59	1.89	2.14	2.14	2.61
	80.00	1.64	1.94	2.20	2.20	2.68
	85.00	1.68	1.98	2.25	2.25	2.74
	90.00	1.71	2.03	2.30	2.30	2.80
	50.00	1.47	1.76	2.01	2.01	2.47
	55.00	1.55	1.85	2.11	2.11	2.58
	60.00	1.61	1.93	2.20	2.20	2.69
	65.00	1.68	2.00	2.28	2.28	2.79
50.00	70.00	1.73	2.07	2.36	2.36	2.88
	75.00	1.79	2.13	2.43	2.43	2.96
	80.00	1.84	2.19	2.49	2.49	3.04
	85.00	1.88	2.24	2.55	2.55	3.11
	90.00	1.93	2.29	2.61	2.61	3.17
	95.00	1.97	2.34	2.66	2.66	3.23
	100.00	2.00	2.38	2.71	2.71	3.29
	55.00	1.72	2.06	2.35	2.35	2.89
55.00	60.00	1.79	2.15	2.45	2.45	3.01
	65.00	1.86	2.23	2.55	2.55	3.12
	70.00	1.93	2.30	2.63	2.63	3.22
	75.00	1.98	2.37	2.71	2.71	3.31
	80.00	2.04	2.44	2.78	2.78	3.39
	85.00	2.09	2.50	2.85	2.85	3.47
	90.00	2.14	2.55	2.91	2.91	3.55
	95.00	2.18	2.60	2.97	2.97	3.61
60.00	100.00	2.22	2.65	3.02	3.02	3.68
	60.00	1.97	2.36	2.71	2.71	3.32
	65.00	2.05	2.45	2.81	2.81	3.45
	70.00	2.12	2.54	2.90	2.90	3.56
	75.00	2.18	2.61	2.99	2.99	3.66
	80.00	2.24	2.68	3.07	3.07	3.75
	85.00	2.30	2.75	3.14	3.14	3.84
	90.00	2.35	2.81	3.21	3.21	3.92
65.00	95.00	2.40	2.87	3.28	3.28	3.99
	100.00	2.44	2.92	3.34	3.34	4.06
	65.00	2.23	2.68	3.08	3.08	3.77
	70.00	2.31	2.77	3.18	3.18	3.89
	75.00	2.38	2.85	3.27	3.27	4.01
	80.00	2.44	2.93	3.36	3.36	4.11
	85.00	2.50	3.00	3.44	3.44	4.20
	90.00	2.56	3.07	3.52	3.52	4.29
70.00	95.00	2.61	3.13	3.59	3.59	4.37
	100.00	2.66	3.19	3.65	3.65	4.45

**Tabla 13. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.40$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.4		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)						
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.72	0.83	0.94	0.94	1.14
	35.00	0.79	0.92	1.03	1.03	1.25
	40.00	0.86	0.99	1.11	1.11	1.34
	45.00	0.91	1.05	1.19	1.19	1.43
	50.00	0.97	1.11	1.25	1.25	1.51
	55.00	1.01	1.17	1.31	1.31	1.58
	60.00	1.06	1.22	1.37	1.37	1.64
	65.00	1.10	1.26	1.41	1.41	1.70
35.00	70.00	1.13	1.30	1.46	1.46	1.75
	40.00	1.00	1.16	1.31	1.31	1.58
	45.00	1.06	1.23	1.39	1.39	1.68
	50.00	1.12	1.30	1.47	1.47	1.77
	55.00	1.18	1.36	1.54	1.54	1.85
	60.00	1.23	1.42	1.60	1.60	1.93
	65.00	1.27	1.47	1.66	1.66	1.99
	70.00	1.32	1.52	1.71	1.71	2.05
40.00	75.00	1.36	1.57	1.76	1.76	2.11
	80.00	1.39	1.61	1.80	1.80	2.16
	45.00	1.21	1.41	1.60	1.60	1.93
	50.00	1.28	1.49	1.68	1.68	2.04
	55.00	1.35	1.56	1.76	1.76	2.13
	60.00	1.40	1.63	1.84	1.84	2.21
	65.00	1.46	1.69	1.90	1.90	2.29
	70.00	1.50	1.74	1.96	1.96	2.36
45.00	75.00	1.55	1.79	2.02	2.02	2.43
	80.00	1.59	1.84	2.07	2.07	2.49
	85.00	1.63	1.88	2.12	2.12	2.54
	90.00	1.66	1.92	2.16	2.16	2.59
	50.00	1.44	1.68	1.90	1.90	2.30
	55.00	1.51	1.76	1.99	1.99	2.41
	60.00	1.58	1.84	2.07	2.07	2.50
	65.00	1.64	1.90	2.15	2.15	2.59
50.00	70.00	1.69	1.96	2.22	2.22	2.67
	75.00	1.74	2.02	2.28	2.28	2.74
	80.00	1.79	2.07	2.34	2.34	2.81
	85.00	1.83	2.12	2.39	2.39	2.87
	90.00	1.87	2.17	2.44	2.44	2.93
	95.00	1.91	2.21	2.49	2.49	2.98
	100.00	1.94	2.25	2.53	2.53	3.03
	55.00	1.68	1.96	2.22	2.22	2.69
55.00	60.00	1.75	2.04	2.31	2.31	2.79
	65.00	1.82	2.12	2.39	2.39	2.89
	70.00	1.88	2.19	2.47	2.47	2.98
	75.00	1.93	2.25	2.54	2.54	3.06
	80.00	1.99	2.31	2.61	2.61	3.14
	85.00	2.03	2.36	2.67	2.67	3.21
	90.00	2.08	2.41	2.72	2.72	3.27
	95.00	2.12	2.46	2.77	2.77	3.33
60.00	100.00	2.16	2.50	2.82	2.82	3.39
	60.00	1.93	2.25	2.55	2.55	3.08
	65.00	2.00	2.33	2.64	2.64	3.19
	70.00	2.07	2.41	2.72	2.72	3.29
	75.00	2.13	2.48	2.80	2.80	3.38
	80.00	2.18	2.54	2.87	2.87	3.46
	85.00	2.24	2.60	2.94	2.94	3.54
	90.00	2.29	2.66	3.00	3.00	3.61
65.00	95.00	2.33	2.71	3.06	3.06	3.68
	100.00	2.37	2.76	3.11	3.11	3.74
	65.00	2.18	2.55	2.89	2.89	3.49
	70.00	2.25	2.63	2.98	2.98	3.60
	75.00	2.32	2.71	3.06	3.06	3.70
	80.00	2.38	2.78	3.14	3.14	3.79
	85.00	2.44	2.84	3.21	3.21	3.87
	90.00	2.49	2.90	3.28	3.28	3.95
70.00	95.00	2.54	2.96	3.34	3.34	4.02
	100.00	2.59	3.01	3.40	3.40	4.09

**Tabla 14. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.60$ )**

P/Po =		Kg/cm2				
0.6		f <sub>c</sub> : 210				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.59	0.66	0.73	0.73	0.85
	35.00	0.65	0.73	0.80	0.80	0.92
	40.00	0.70	0.78	0.85	0.85	0.98
	45.00	0.74	0.83	0.90	0.90	1.04
	50.00	0.78	0.87	0.95	0.95	1.09
	55.00	0.82	0.91	0.99	0.99	1.14
	60.00	0.85	0.94	1.03	1.03	1.18
	65.00	0.88	0.97	1.06	1.06	1.21
	70.00	0.90	1.00	1.09	1.09	1.24
35.00	40.00	0.81	0.90	0.99	0.99	1.15
	45.00	0.86	0.96	1.05	1.05	1.21
	50.00	0.90	1.01	1.10	1.10	1.27
	55.00	0.94	1.05	1.15	1.15	1.32
	60.00	0.98	1.09	1.19	1.19	1.37
	65.00	1.01	1.12	1.23	1.23	1.41
	70.00	1.04	1.16	1.26	1.26	1.45
	75.00	1.07	1.19	1.29	1.29	1.48
	80.00	1.09	1.21	1.32	1.32	1.51
40.00	45.00	0.97	1.09	1.19	1.19	1.38
	50.00	1.02	1.14	1.25	1.25	1.45
	55.00	1.07	1.19	1.31	1.31	1.51
	60.00	1.11	1.24	1.36	1.36	1.56
	65.00	1.15	1.28	1.40	1.40	1.61
	70.00	1.18	1.32	1.44	1.44	1.65
	75.00	1.21	1.35	1.47	1.47	1.69
	80.00	1.24	1.38	1.51	1.51	1.73
	85.00	1.27	1.41	1.54	1.54	1.76
90.00	1.29	1.44	1.57	1.57	1.79	
45.00	50.00	1.14	1.28	1.41	1.41	1.63
	55.00	1.19	1.34	1.47	1.47	1.69
	60.00	1.24	1.39	1.52	1.52	1.75
	65.00	1.28	1.43	1.57	1.57	1.81
	70.00	1.32	1.48	1.62	1.62	1.86
	75.00	1.36	1.51	1.66	1.66	1.90
	80.00	1.39	1.55	1.69	1.69	1.94
	85.00	1.42	1.58	1.73	1.73	1.98
	90.00	1.45	1.61	1.76	1.76	2.01
	95.00	1.47	1.64	1.79	1.79	2.05
100.00	1.49	1.67	1.82	1.82	2.07	
50.00	55.00	1.32	1.48	1.63	1.63	1.88
	60.00	1.37	1.54	1.69	1.69	1.95
	65.00	1.42	1.59	1.74	1.74	2.01
	70.00	1.46	1.64	1.79	1.79	2.06
	75.00	1.50	1.68	1.84	1.84	2.11
	80.00	1.54	1.72	1.88	1.88	2.16
	85.00	1.57	1.75	1.92	1.92	2.20
	90.00	1.60	1.79	1.95	1.95	2.24
	95.00	1.63	1.82	1.99	1.99	2.27
	100.00	1.65	1.85	2.02	2.02	2.31
55.00	60.00	1.50	1.69	1.86	1.86	2.14
	65.00	1.56	1.75	1.92	1.92	2.21
	70.00	1.60	1.80	1.97	1.97	2.27
	75.00	1.65	1.84	2.02	2.02	2.32
	80.00	1.68	1.89	2.07	2.07	2.37
	85.00	1.72	1.93	2.11	2.11	2.42
	90.00	1.75	1.96	2.15	2.15	2.46
	95.00	1.79	2.00	2.18	2.18	2.50
100.00	1.81	2.03	2.22	2.22	2.54	
60.00	65.00	1.69	1.90	2.09	2.09	2.41
	70.00	1.74	1.96	2.15	2.15	2.48
	75.00	1.79	2.01	2.20	2.20	2.54
	80.00	1.83	2.06	2.25	2.25	2.59
	85.00	1.87	2.10	2.30	2.30	2.64
	90.00	1.91	2.14	2.34	2.34	2.69
	95.00	1.94	2.17	2.38	2.38	2.73
100.00	1.97	2.21	2.42	2.42	2.77	



**Tabla 15. Longitud efectiva de columna corta con 2 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.80$ )**

$P/P_o =$	0.8	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.33	0.35	0.36	0.36	0.38
	35.00	0.36	0.38	0.39	0.39	0.41
	40.00	0.38	0.40	0.42	0.42	0.44
	45.00	0.41	0.43	0.44	0.44	0.46
	50.00	0.42	0.45	0.46	0.46	0.48
	55.00	0.44	0.46	0.48	0.48	0.50
	60.00	0.46	0.48	0.50	0.50	0.51
	65.00	0.47	0.49	0.51	0.51	0.53
35.00	70.00	0.48	0.51	0.52	0.52	0.54
	40.00	0.44	0.47	0.48	0.48	0.50
	45.00	0.47	0.49	0.51	0.51	0.53
	50.00	0.49	0.52	0.53	0.53	0.55
	55.00	0.51	0.54	0.55	0.55	0.57
	60.00	0.53	0.55	0.57	0.57	0.59
	65.00	0.54	0.57	0.59	0.59	0.61
	70.00	0.56	0.59	0.60	0.60	0.62
40.00	75.00	0.57	0.60	0.62	0.62	0.64
	80.00	0.58	0.61	0.63	0.63	0.65
	45.00	0.53	0.56	0.58	0.58	0.60
	50.00	0.55	0.58	0.61	0.61	0.63
	55.00	0.58	0.61	0.63	0.63	0.65
	60.00	0.60	0.63	0.65	0.65	0.67
	65.00	0.62	0.65	0.67	0.67	0.69
	70.00	0.63	0.67	0.69	0.69	0.71
45.00	75.00	0.65	0.68	0.70	0.70	0.72
	80.00	0.66	0.69	0.72	0.72	0.74
	85.00	0.67	0.71	0.73	0.73	0.75
	90.00	0.69	0.72	0.74	0.74	0.76
	50.00	0.62	0.66	0.68	0.68	0.71
	55.00	0.64	0.68	0.71	0.71	0.73
	60.00	0.67	0.70	0.73	0.73	0.76
	65.00	0.69	0.73	0.75	0.75	0.78
50.00	70.00	0.71	0.75	0.77	0.77	0.80
	75.00	0.72	0.76	0.79	0.79	0.81
	80.00	0.74	0.78	0.80	0.80	0.83
	85.00	0.75	0.79	0.82	0.82	0.84
	90.00	0.77	0.81	0.83	0.83	0.86
	95.00	0.78	0.82	0.85	0.85	0.87
	100.00	0.79	0.83	0.86	0.86	0.88
	55.00	0.71	0.76	0.78	0.78	0.82
55.00	60.00	0.74	0.78	0.81	0.81	0.84
	65.00	0.76	0.80	0.83	0.83	0.86
	70.00	0.78	0.83	0.86	0.86	0.88
	75.00	0.80	0.85	0.88	0.88	0.90
	80.00	0.82	0.86	0.89	0.89	0.92
	85.00	0.83	0.88	0.91	0.91	0.94
	90.00	0.85	0.89	0.92	0.92	0.95
	95.00	0.86	0.91	0.94	0.94	0.96
60.00	100.00	0.87	0.92	0.95	0.95	0.98
	60.00	0.81	0.86	0.89	0.89	0.93
	65.00	0.83	0.88	0.92	0.92	0.95
	70.00	0.86	0.91	0.94	0.94	0.97
	75.00	0.88	0.93	0.96	0.96	0.99
	80.00	0.90	0.95	0.98	0.98	1.01
	85.00	0.91	0.97	1.00	1.00	1.03
	90.00	0.93	0.98	1.02	1.02	1.05
65.00	95.00	0.95	1.00	1.03	1.03	1.06
	100.00	0.96	1.01	1.04	1.04	1.07
	65.00	0.91	0.96	1.00	1.00	1.04
	70.00	0.93	0.99	1.03	1.03	1.06
	75.00	0.96	1.01	1.05	1.05	1.08
	80.00	0.98	1.03	1.07	1.07	1.11
	85.00	0.99	1.05	1.09	1.09	1.12
	90.00	1.01	1.07	1.11	1.11	1.14
70.00	95.00	1.03	1.09	1.12	1.12	1.16
	100.00	1.04	1.10	1.14	1.14	1.17

**Tabla 16. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.10$ )**

$P/P_o =$	0.1	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Sección (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.20	0.26	0.33	0.33	0.48
	35.00	0.22	0.29	0.37	0.37	0.54
	40.00	0.25	0.32	0.41	0.41	0.61
	45.00	0.27	0.35	0.45	0.45	0.66
	50.00	0.29	0.38	0.49	0.49	0.72
	55.00	0.31	0.41	0.52	0.52	0.77
	60.00	0.33	0.44	0.56	0.56	0.82
	65.00	0.35	0.46	0.59	0.59	0.87
35.00	70.00	0.37	0.49	0.62	0.62	0.91
	40.00	0.32	0.42	0.54	0.54	0.79
	45.00	0.35	0.46	0.59	0.59	0.86
	50.00	0.38	0.50	0.64	0.64	0.94
	55.00	0.41	0.54	0.68	0.68	1.00
	60.00	0.43	0.57	0.73	0.73	1.07
	65.00	0.46	0.61	0.77	0.77	1.13
	70.00	0.48	0.64	0.81	0.81	1.19
40.00	75.00	0.51	0.67	0.85	0.85	1.24
	80.00	0.53	0.70	0.89	0.89	1.29
	45.00	0.43	0.58	0.73	0.73	1.07
	50.00	0.47	0.62	0.79	0.79	1.16
	55.00	0.50	0.67	0.85	0.85	1.24
	60.00	0.53	0.71	0.91	0.91	1.32
	65.00	0.56	0.75	0.96	0.96	1.40
	70.00	0.59	0.79	1.01	1.01	1.47
45.00	75.00	0.62	0.83	1.06	1.06	1.54
	80.00	0.65	0.87	1.10	1.10	1.60
	85.00	0.68	0.90	1.14	1.14	1.66
	90.00	0.70	0.93	1.19	1.19	1.72
	50.00	0.56	0.75	0.95	0.95	1.38
	55.00	0.60	0.80	1.02	1.02	1.48
	60.00	0.64	0.85	1.09	1.09	1.58
	65.00	0.67	0.90	1.15	1.15	1.67
50.00	70.00	0.71	0.95	1.21	1.21	1.75
	75.00	0.74	1.00	1.26	1.26	1.83
	80.00	0.77	1.04	1.32	1.32	1.91
	85.00	0.80	1.08	1.37	1.37	1.99
	90.00	0.83	1.12	1.42	1.42	2.06
	95.00	0.86	1.16	1.47	1.47	2.13
	100.00	0.89	1.19	1.51	1.51	2.19
	55.00	0.69	0.94	1.19	1.19	1.72
55.00	60.00	0.74	1.00	1.27	1.27	1.83
	65.00	0.78	1.05	1.34	1.34	1.94
	70.00	0.82	1.11	1.41	1.41	2.04
	75.00	0.86	1.16	1.48	1.48	2.13
	80.00	0.90	1.21	1.54	1.54	2.23
	85.00	0.94	1.26	1.60	1.60	2.31
	90.00	0.97	1.31	1.66	1.66	2.40
	95.00	1.00	1.35	1.71	1.71	2.48
60.00	100.00	1.03	1.39	1.77	1.77	2.55
	60.00	0.84	1.14	1.45	1.45	2.09
	65.00	0.89	1.21	1.53	1.53	2.21
	70.00	0.94	1.27	1.61	1.61	2.33
	75.00	0.98	1.33	1.69	1.69	2.44
	80.00	1.03	1.39	1.76	1.76	2.54
	85.00	1.07	1.44	1.83	1.83	2.64
	90.00	1.11	1.49	1.90	1.90	2.73
65.00	95.00	1.14	1.54	1.96	1.96	2.83
	100.00	1.18	1.59	2.02	2.02	2.91
	65.00	1.00	1.36	1.73	1.73	2.49
	70.00	1.06	1.43	1.82	1.82	2.62
	75.00	1.11	1.50	1.90	1.90	2.74
	80.00	1.15	1.56	1.98	1.98	2.86
	85.00	1.20	1.62	2.06	2.06	2.97
	90.00	1.24	1.68	2.14	2.14	3.07
70.00	95.00	1.29	1.74	2.21	2.21	3.18
	100.00	1.33	1.79	2.28	2.28	3.28

**Tabla 17. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.14$ )**

$P/P_o =$	0.14	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.28	0.35	0.44	0.44	0.61
	35.00	0.31	0.40	0.50	0.50	0.69
	40.00	0.35	0.45	0.55	0.55	0.77
	45.00	0.38	0.49	0.60	0.60	0.84
	50.00	0.41	0.53	0.65	0.65	0.91
	55.00	0.44	0.57	0.70	0.70	0.97
	60.00	0.47	0.60	0.74	0.74	1.04
	65.00	0.50	0.64	0.78	0.78	1.09
35.00	70.00	0.52	0.67	0.82	0.82	1.15
	40.00	0.43	0.56	0.69	0.69	0.96
	45.00	0.47	0.61	0.75	0.75	1.05
	50.00	0.51	0.66	0.81	0.81	1.14
	55.00	0.55	0.71	0.87	0.87	1.22
	60.00	0.58	0.75	0.93	0.93	1.30
	65.00	0.61	0.79	0.98	0.98	1.37
	70.00	0.65	0.83	1.03	1.03	1.44
40.00	75.00	0.68	0.87	1.08	1.08	1.50
	80.00	0.70	0.91	1.12	1.12	1.57
	45.00	0.56	0.73	0.90	0.90	1.27
	50.00	0.61	0.79	0.98	0.98	1.37
	55.00	0.65	0.85	1.05	1.05	1.47
	60.00	0.69	0.90	1.11	1.11	1.56
	65.00	0.73	0.95	1.18	1.18	1.65
	70.00	0.77	1.00	1.24	1.24	1.73
45.00	75.00	0.80	1.05	1.29	1.29	1.81
	80.00	0.84	1.09	1.35	1.35	1.88
	85.00	0.87	1.13	1.40	1.40	1.96
	90.00	0.90	1.17	1.45	1.45	2.02
	50.00	0.70	0.92	1.14	1.14	1.60
	55.00	0.76	0.99	1.23	1.23	1.72
	60.00	0.80	1.05	1.30	1.30	1.82
	65.00	0.85	1.11	1.38	1.38	1.93
50.00	70.00	0.89	1.17	1.45	1.45	2.02
	75.00	0.94	1.22	1.51	1.51	2.12
	80.00	0.97	1.27	1.58	1.58	2.20
	85.00	1.01	1.32	1.64	1.64	2.29
	90.00	1.05	1.37	1.70	1.70	2.37
	95.00	1.08	1.41	1.75	1.75	2.45
	100.00	1.12	1.46	1.81	1.81	2.52
	55.00	0.86	1.13	1.41	1.41	1.97
55.00	60.00	0.92	1.20	1.49	1.49	2.09
	65.00	0.97	1.27	1.58	1.58	2.21
	70.00	1.02	1.34	1.66	1.66	2.32
	75.00	1.07	1.40	1.74	1.74	2.43
	80.00	1.11	1.46	1.81	1.81	2.53
	85.00	1.16	1.51	1.88	1.88	2.62
	90.00	1.20	1.57	1.95	1.95	2.71
	95.00	1.24	1.62	2.01	2.01	2.80
60.00	100.00	1.27	1.67	2.07	2.07	2.89
	60.00	1.03	1.35	1.69	1.69	2.35
	65.00	1.09	1.43	1.78	1.78	2.48
	70.00	1.14	1.50	1.87	1.87	2.61
	75.00	1.20	1.57	1.96	1.96	2.73
	80.00	1.25	1.64	2.04	2.04	2.84
	85.00	1.30	1.70	2.12	2.12	2.95
	90.00	1.34	1.77	2.19	2.19	3.05
65.00	95.00	1.39	1.82	2.27	2.27	3.15
	100.00	1.43	1.88	2.34	2.34	3.25
	65.00	1.21	1.59	1.98	1.98	2.73
	70.00	1.27	1.67	2.08	2.08	2.86
	75.00	1.33	1.75	2.18	2.18	2.99
	80.00	1.39	1.83	2.27	2.27	3.12
	85.00	1.44	1.90	2.36	2.36	3.24
	90.00	1.49	1.96	2.44	2.44	3.35
70.00	95.00	1.54	2.03	2.52	2.52	3.46
	100.00	1.59	2.09	2.60	2.60	3.56

**Tabla 18. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.16$ )**

$P/P_o =$	0.16	$f_c:$	210	Kg/cm <sup>2</sup>		
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.31	0.39	0.48	0.48	0.66
	35.00	0.35	0.44	0.54	0.54	0.74
	40.00	0.39	0.49	0.60	0.60	0.82
	45.00	0.42	0.54	0.65	0.65	0.90
	50.00	0.46	0.58	0.71	0.71	0.97
	55.00	0.49	0.62	0.76	0.76	1.04
	60.00	0.52	0.66	0.81	0.81	1.11
	65.00	0.55	0.70	0.85	0.85	1.17
35.00	70.00	0.58	0.73	0.89	0.89	1.22
	40.00	0.47	0.60	0.74	0.74	1.02
	45.00	0.52	0.66	0.81	0.81	1.12
	50.00	0.56	0.71	0.87	0.87	1.21
	55.00	0.60	0.76	0.94	0.94	1.29
	60.00	0.64	0.81	0.99	0.99	1.37
	65.00	0.67	0.86	1.05	1.05	1.45
	70.00	0.71	0.90	1.10	1.10	1.52
40.00	75.00	0.74	0.94	1.15	1.15	1.59
	80.00	0.77	0.98	1.20	1.20	1.65
	45.00	0.61	0.78	0.96	0.96	1.33
	50.00	0.66	0.85	1.04	1.04	1.44
	55.00	0.71	0.91	1.12	1.12	1.54
	60.00	0.75	0.97	1.19	1.19	1.64
	65.00	0.79	1.02	1.25	1.25	1.73
	70.00	0.83	1.07	1.32	1.32	1.81
45.00	75.00	0.87	1.12	1.38	1.38	1.89
	80.00	0.91	1.17	1.43	1.43	1.97
	85.00	0.94	1.21	1.49	1.49	2.05
	90.00	0.98	1.26	1.54	1.54	2.12
	50.00	0.76	0.98	1.21	1.21	1.68
	55.00	0.81	1.05	1.30	1.30	1.79
	60.00	0.87	1.12	1.38	1.38	1.90
	65.00	0.92	1.18	1.46	1.46	2.01
50.00	70.00	0.96	1.24	1.53	1.53	2.11
	75.00	1.01	1.30	1.60	1.60	2.21
	80.00	1.05	1.35	1.67	1.67	2.30
	85.00	1.09	1.41	1.73	1.73	2.38
	90.00	1.13	1.46	1.79	1.79	2.46
	95.00	1.17	1.50	1.85	1.85	2.54
	100.00	1.20	1.55	1.90	1.90	2.62
	55.00	0.92	1.20	1.48	1.48	2.03
55.00	60.00	0.98	1.28	1.57	1.57	2.15
	65.00	1.04	1.35	1.66	1.66	2.27
	70.00	1.09	1.42	1.74	1.74	2.39
	75.00	1.14	1.48	1.82	1.82	2.49
	80.00	1.19	1.54	1.90	1.90	2.60
	85.00	1.24	1.60	1.97	1.97	2.70
	90.00	1.28	1.66	2.04	2.04	2.79
	95.00	1.32	1.71	2.11	2.11	2.88
60.00	100.00	1.36	1.76	2.17	2.17	2.96
	60.00	1.10	1.43	1.77	1.77	2.38
	65.00	1.16	1.51	1.87	1.87	2.52
	70.00	1.22	1.59	1.96	1.96	2.64
	75.00	1.28	1.66	2.05	2.05	2.76
	80.00	1.33	1.73	2.13	2.13	2.87
	85.00	1.38	1.80	2.22	2.22	2.98
	90.00	1.43	1.86	2.29	2.29	3.09
65.00	95.00	1.48	1.92	2.37	2.37	3.19
	100.00	1.52	1.98	2.44	2.44	3.28
	70.00	1.29	1.68	2.04	2.04	2.76
	75.00	1.35	1.76	2.15	2.15	2.90
	80.00	1.41	1.84	2.24	2.24	3.03
	85.00	1.47	1.92	2.34	2.34	3.15
	90.00	1.53	1.99	2.43	2.43	3.27
	95.00	1.59	2.06	2.51	2.51	3.38
70.00	100.00	1.64	2.13	2.59	2.59	3.49
		1.69	2.19	2.67	2.67	3.60

**Tabla 19. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.18$ )**

$P/P_o =$	0.18	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.33	0.42	0.51	0.51	0.69
	35.00	0.38	0.47	0.58	0.58	0.78
	40.00	0.42	0.53	0.64	0.64	0.87
	45.00	0.46	0.58	0.70	0.70	0.95
	50.00	0.50	0.62	0.75	0.75	1.02
	55.00	0.53	0.67	0.81	0.81	1.09
	60.00	0.56	0.71	0.86	0.86	1.16
	65.00	0.60	0.75	0.90	0.90	1.22
	70.00	0.63	0.78	0.95	0.95	1.28
35.00	40.00	0.51	0.64	0.78	0.78	1.07
	45.00	0.55	0.70	0.85	0.85	1.16
	50.00	0.60	0.76	0.92	0.92	1.26
	55.00	0.64	0.81	0.99	0.99	1.34
	60.00	0.68	0.86	1.05	1.05	1.43
	65.00	0.72	0.91	1.11	1.11	1.50
	70.00	0.76	0.96	1.16	1.16	1.58
	75.00	0.79	1.00	1.21	1.21	1.65
80.00	0.82	1.04	1.26	1.26	1.72	
40.00	45.00	0.65	0.83	1.01	1.01	1.38
	50.00	0.70	0.90	1.09	1.09	1.49
	55.00	0.75	0.96	1.17	1.17	1.60
	60.00	0.80	1.02	1.24	1.24	1.70
	65.00	0.84	1.08	1.31	1.31	1.79
	70.00	0.89	1.13	1.38	1.38	1.88
	75.00	0.93	1.18	1.44	1.44	1.96
	80.00	0.97	1.23	1.50	1.50	2.04
	85.00	1.00	1.28	1.56	1.56	2.12
90.00	1.04	1.32	1.61	1.61	2.19	
45.00	50.00	0.81	1.03	1.27	1.27	1.71
	55.00	0.86	1.11	1.35	1.35	1.83
	60.00	0.92	1.18	1.44	1.44	1.94
	65.00	0.97	1.24	1.52	1.52	2.05
	70.00	1.02	1.31	1.59	1.59	2.15
	75.00	1.07	1.37	1.67	1.67	2.25
	80.00	1.11	1.42	1.74	1.74	2.34
	85.00	1.15	1.48	1.80	1.80	2.43
	90.00	1.19	1.53	1.86	1.86	2.51
	95.00	1.23	1.58	1.92	1.92	2.59
	100.00	1.27	1.62	1.98	1.98	2.66
50.00	55.00	0.98	1.26	1.53	1.53	2.05
	60.00	1.04	1.34	1.63	1.63	2.18
	65.00	1.10	1.41	1.72	1.72	2.30
	70.00	1.15	1.48	1.81	1.81	2.41
	75.00	1.21	1.55	1.89	1.89	2.52
	80.00	1.26	1.61	1.97	1.97	2.62
	85.00	1.30	1.67	2.04	2.04	2.72
	90.00	1.35	1.73	2.11	2.11	2.81
	95.00	1.39	1.79	2.18	2.18	2.90
	100.00	1.44	1.84	2.24	2.24	2.98
55.00	60.00	1.16	1.49	1.80	1.80	2.41
	65.00	1.22	1.57	1.90	1.90	2.54
	70.00	1.29	1.65	2.00	2.00	2.67
	75.00	1.35	1.72	2.09	2.09	2.78
	80.00	1.40	1.80	2.17	2.17	2.90
	85.00	1.46	1.86	2.25	2.25	3.01
	90.00	1.51	1.93	2.33	2.33	3.11
	95.00	1.56	1.99	2.41	2.41	3.21
100.00	1.60	2.05	2.48	2.48	3.30	
60.00	65.00	1.35	1.72	2.08	2.08	2.78
	70.00	1.41	1.80	2.18	2.18	2.92
	75.00	1.48	1.89	2.28	2.28	3.05
	80.00	1.54	1.96	2.38	2.38	3.18
	85.00	1.60	2.04	2.47	2.47	3.29
	90.00	1.66	2.11	2.55	2.55	3.41
	95.00	1.71	2.18	2.63	2.63	3.51
100.00	1.76	2.24	2.71	2.71	3.62	

**Tabla 20. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.20$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.2		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)						
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.36	0.44	0.53	0.53	0.72
	35.00	0.40	0.50	0.60	0.60	0.81
	40.00	0.45	0.56	0.67	0.67	0.90
	45.00	0.49	0.61	0.73	0.73	0.98
	50.00	0.53	0.66	0.79	0.79	1.06
	55.00	0.56	0.70	0.84	0.84	1.13
	60.00	0.60	0.75	0.90	0.90	1.20
	65.00	0.63	0.79	0.95	0.95	1.27
	70.00	0.66	0.83	0.99	0.99	1.33
35.00	40.00	0.54	0.67	0.82	0.82	1.10
	45.00	0.59	0.74	0.89	0.89	1.20
	50.00	0.63	0.80	0.96	0.96	1.30
	55.00	0.68	0.85	1.03	1.03	1.38
	60.00	0.72	0.90	1.09	1.09	1.47
	65.00	0.76	0.95	1.15	1.15	1.55
	70.00	0.80	1.00	1.21	1.21	1.62
	75.00	0.83	1.05	1.26	1.26	1.70
80.00	0.87	1.09	1.32	1.32	1.76	
40.00	45.00	0.68	0.87	1.05	1.05	1.41
	50.00	0.74	0.94	1.14	1.14	1.52
	55.00	0.79	1.00	1.21	1.21	1.63
	60.00	0.84	1.06	1.29	1.29	1.72
	65.00	0.89	1.12	1.36	1.36	1.82
	70.00	0.93	1.18	1.43	1.43	1.91
	75.00	0.98	1.23	1.49	1.49	1.99
	80.00	1.02	1.28	1.55	1.55	2.07
	85.00	1.05	1.33	1.61	1.61	2.15
90.00	1.09	1.38	1.67	1.67	2.22	
45.00	50.00	0.85	1.08	1.31	1.31	1.73
	55.00	0.91	1.15	1.40	1.40	1.85
	60.00	0.96	1.22	1.48	1.48	1.96
	65.00	1.02	1.29	1.56	1.56	2.06
	70.00	1.07	1.36	1.64	1.64	2.17
	75.00	1.12	1.42	1.71	1.71	2.26
	80.00	1.16	1.48	1.78	1.78	2.35
	85.00	1.21	1.53	1.85	1.85	2.44
	90.00	1.25	1.59	1.91	1.91	2.52
	95.00	1.29	1.64	1.98	1.98	2.60
	100.00	1.33	1.68	2.03	2.03	2.67
50.00	55.00	1.02	1.30	1.56	1.56	2.07
	60.00	1.09	1.38	1.66	1.66	2.19
	65.00	1.15	1.45	1.75	1.75	2.31
	70.00	1.20	1.53	1.83	1.83	2.42
	75.00	1.26	1.59	1.91	1.91	2.53
	80.00	1.31	1.66	1.99	1.99	2.63
	85.00	1.36	1.72	2.07	2.07	2.73
	90.00	1.41	1.78	2.14	2.14	2.82
	95.00	1.45	1.84	2.21	2.21	2.91
100.00	1.50	1.89	2.27	2.27	2.99	
55.00	60.00	1.20	1.52	1.83	1.83	2.42
	65.00	1.27	1.60	1.93	1.93	2.56
	70.00	1.33	1.68	2.02	2.02	2.68
	75.00	1.39	1.76	2.11	2.11	2.80
	80.00	1.45	1.83	2.20	2.20	2.91
	85.00	1.51	1.90	2.28	2.28	3.02
	90.00	1.56	1.97	2.36	2.36	3.12
	95.00	1.61	2.03	2.44	2.44	3.22
100.00	1.66	2.09	2.51	2.51	3.31	
60.00	65.00	1.38	1.75	2.11	2.11	2.80
	70.00	1.45	1.84	2.21	2.21	2.94
	75.00	1.52	1.92	2.31	2.31	3.07
	80.00	1.58	2.00	2.41	2.41	3.19
	85.00	1.64	2.08	2.50	2.50	3.31
	90.00	1.70	2.15	2.58	2.58	3.42
	95.00	1.76	2.22	2.67	2.67	3.53
100.00	1.81	2.28	2.74	2.74	3.63	

**Tabla 21. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.22$ )**

$P/P_o =$	0.22	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.37	0.46	0.56	0.56	0.74
	35.00	0.42	0.52	0.63	0.63	0.84
	40.00	0.47	0.58	0.70	0.70	0.92
	45.00	0.51	0.64	0.76	0.76	1.01
	50.00	0.55	0.69	0.82	0.82	1.09
	55.00	0.59	0.73	0.88	0.88	1.16
	60.00	0.63	0.78	0.93	0.93	1.23
	70.00	0.66	0.82	0.98	0.98	1.30
35.00	40.00	0.70	0.86	1.03	1.03	1.36
	45.00	0.56	0.70	0.84	0.84	1.13
	45.00	0.61	0.77	0.92	0.92	1.23
	50.00	0.66	0.83	0.99	0.99	1.32
	55.00	0.71	0.88	1.06	1.06	1.41
	60.00	0.75	0.94	1.13	1.13	1.50
	65.00	0.79	0.99	1.19	1.19	1.58
	70.00	0.83	1.04	1.25	1.25	1.65
75.00	0.87	1.09	1.30	1.30	1.73	
40.00	80.00	0.91	1.13	1.35	1.35	1.79
	45.00	0.71	0.90	1.08	1.08	1.42
	50.00	0.77	0.97	1.17	1.17	1.53
	55.00	0.83	1.04	1.25	1.25	1.63
	60.00	0.88	1.10	1.33	1.33	1.73
	65.00	0.93	1.16	1.40	1.40	1.83
	70.00	0.97	1.22	1.47	1.47	1.91
	75.00	1.01	1.27	1.53	1.53	2.00
80.00	1.06	1.33	1.59	1.59	2.08	
45.00	85.00	1.10	1.37	1.65	1.65	2.15
	90.00	1.13	1.42	1.71	1.71	2.22
	50.00	0.88	1.11	1.32	1.32	1.74
	55.00	0.94	1.18	1.41	1.41	1.85
	60.00	1.00	1.26	1.50	1.50	1.97
	65.00	1.06	1.33	1.58	1.58	2.07
	70.00	1.11	1.39	1.66	1.66	2.17
	75.00	1.16	1.45	1.73	1.73	2.27
80.00	1.21	1.51	1.80	1.80	2.36	
50.00	85.00	1.25	1.57	1.87	1.87	2.44
	90.00	1.30	1.62	1.93	1.93	2.52
	95.00	1.34	1.68	1.99	1.99	2.60
	100.00	1.38	1.72	2.05	2.05	2.67
	55.00	1.05	1.32	1.58	1.58	2.07
	60.00	1.12	1.40	1.67	1.67	2.20
	65.00	1.18	1.48	1.77	1.77	2.32
	70.00	1.24	1.55	1.85	1.85	2.43
75.00	1.30	1.62	1.93	1.93	2.54	
55.00	80.00	1.35	1.69	2.01	2.01	2.64
	85.00	1.40	1.75	2.09	2.09	2.73
	90.00	1.45	1.81	2.16	2.16	2.82
	95.00	1.50	1.87	2.23	2.23	2.91
	100.00	1.54	1.92	2.29	2.29	2.99
	60.00	1.23	1.55	1.85	1.85	2.43
	65.00	1.30	1.63	1.95	1.95	2.56
	70.00	1.37	1.71	2.05	2.05	2.69
75.00	1.43	1.79	2.14	2.14	2.80	
60.00	80.00	1.49	1.86	2.22	2.22	2.91
	85.00	1.54	1.93	2.30	2.30	3.02
	90.00	1.59	2.00	2.38	2.38	3.12
	95.00	1.65	2.06	2.46	2.46	3.22
	100.00	1.69	2.12	2.53	2.53	3.31
	65.00	1.42	1.78	2.13	2.13	2.81
	70.00	1.49	1.87	2.24	2.24	2.94
	75.00	1.56	1.95	2.34	2.34	3.07
80.00	1.62	2.03	2.43	2.43	3.19	
60.00	85.00	1.68	2.11	2.52	2.52	3.31
	90.00	1.74	2.18	2.61	2.61	3.42
	95.00	1.80	2.25	2.69	2.69	3.53
	100.00	1.85	2.32	2.77	2.77	3.63

**Tabla 22. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.24$ )**

P/Po =		f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
0.24		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)						
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.39	0.48	0.57	0.57	0.76
	35.00	0.44	0.54	0.65	0.65	0.85
	40.00	0.49	0.60	0.72	0.72	0.94
	45.00	0.53	0.66	0.78	0.78	1.03
	50.00	0.58	0.71	0.84	0.84	1.11
	55.00	0.62	0.76	0.90	0.90	1.18
	60.00	0.65	0.80	0.96	0.96	1.25
	65.00	0.69	0.85	1.01	1.01	1.32
	70.00	0.73	0.89	1.06	1.06	1.38
35.00	40.00	0.58	0.72	0.87	0.87	1.13
	45.00	0.64	0.79	0.94	0.94	1.23
	50.00	0.69	0.85	1.02	1.02	1.33
	55.00	0.73	0.91	1.09	1.09	1.42
	60.00	0.78	0.97	1.15	1.15	1.50
	65.00	0.82	1.02	1.22	1.22	1.58
	70.00	0.86	1.07	1.28	1.28	1.65
	75.00	0.90	1.12	1.33	1.33	1.73
	80.00	0.94	1.16	1.38	1.38	1.79
40.00	45.00	0.74	0.92	1.09	1.09	1.42
	50.00	0.80	1.00	1.18	1.18	1.53
	55.00	0.85	1.07	1.26	1.26	1.64
	60.00	0.91	1.13	1.34	1.34	1.73
	65.00	0.96	1.19	1.41	1.41	1.83
	70.00	1.00	1.25	1.48	1.48	1.91
	75.00	1.05	1.31	1.54	1.54	2.00
	80.00	1.09	1.36	1.61	1.61	2.07
	85.00	1.13	1.41	1.66	1.66	2.15
45.00	90.00	1.17	1.46	1.72	1.72	2.22
	50.00	0.91	1.12	1.34	1.34	1.74
	55.00	0.97	1.20	1.43	1.43	1.86
	60.00	1.03	1.28	1.51	1.51	1.97
	65.00	1.09	1.35	1.60	1.60	2.07
	70.00	1.14	1.41	1.67	1.67	2.17
	75.00	1.19	1.47	1.75	1.75	2.26
	80.00	1.24	1.53	1.82	1.82	2.35
	85.00	1.29	1.59	1.88	1.88	2.44
50.00	90.00	1.33	1.64	1.95	1.95	2.52
	95.00	1.37	1.69	2.01	2.01	2.59
	100.00	1.41	1.74	2.06	2.06	2.67
	55.00	1.08	1.34	1.59	1.59	2.08
	60.00	1.14	1.42	1.69	1.69	2.20
	65.00	1.21	1.50	1.78	1.78	2.32
	70.00	1.27	1.57	1.87	1.87	2.43
	75.00	1.32	1.64	1.95	1.95	2.53
	80.00	1.38	1.71	2.03	2.03	2.63
55.00	85.00	1.43	1.77	2.10	2.10	2.73
	90.00	1.48	1.83	2.17	2.17	2.82
	95.00	1.52	1.89	2.24	2.24	2.90
	100.00	1.57	1.94	2.30	2.30	2.98
	60.00	1.26	1.57	1.86	1.86	2.43
	65.00	1.33	1.65	1.97	1.97	2.56
	70.00	1.39	1.73	2.06	2.06	2.68
	75.00	1.46	1.81	2.15	2.15	2.80
	80.00	1.51	1.88	2.24	2.24	2.91
60.00	85.00	1.57	1.95	2.32	2.32	3.01
	90.00	1.63	2.02	2.40	2.40	3.11
	95.00	1.68	2.08	2.47	2.47	3.21
	100.00	1.73	2.14	2.54	2.54	3.30
	65.00	1.45	1.81	2.15	2.15	2.81
	70.00	1.52	1.89	2.25	2.25	2.94
	75.00	1.59	1.98	2.35	2.35	3.07
	80.00	1.65	2.06	2.45	2.45	3.19
	85.00	1.71	2.13	2.54	2.54	3.30
60.00	90.00	1.77	2.21	2.62	2.62	3.41
	95.00	1.83	2.27	2.70	2.70	3.51
	100.00	1.88	2.34	2.78	2.78	3.61



**Tabla 23. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.26$ )**

$P/P_o =$		$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
0.26		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)						
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.40	0.50	0.59	0.59	0.76
	35.00	0.46	0.56	0.66	0.66	0.86
	40.00	0.51	0.62	0.73	0.73	0.95
	45.00	0.55	0.68	0.80	0.80	1.04
	50.00	0.60	0.73	0.86	0.86	1.11
	55.00	0.64	0.78	0.92	0.92	1.19
	60.00	0.68	0.83	0.98	0.98	1.26
	65.00	0.71	0.87	1.03	1.03	1.33
	70.00	0.75	0.91	1.08	1.08	1.39
35.00	40.00	0.60	0.74	0.88	0.88	1.13
	45.00	0.66	0.81	0.96	0.96	1.23
	50.00	0.71	0.87	1.03	1.03	1.32
	55.00	0.76	0.93	1.10	1.10	1.41
	60.00	0.80	0.99	1.17	1.17	1.50
	65.00	0.85	1.04	1.23	1.23	1.58
	70.00	0.89	1.09	1.29	1.29	1.65
	75.00	0.93	1.14	1.35	1.35	1.72
	80.00	0.97	1.19	1.40	1.40	1.79
40.00	45.00	0.76	0.94	1.10	1.10	1.42
	50.00	0.82	1.01	1.19	1.19	1.53
	55.00	0.88	1.08	1.27	1.27	1.63
	60.00	0.93	1.14	1.35	1.35	1.73
	65.00	0.98	1.20	1.42	1.42	1.82
	70.00	1.03	1.26	1.49	1.49	1.91
	75.00	1.08	1.32	1.55	1.55	1.99
	80.00	1.12	1.37	1.61	1.61	2.07
	85.00	1.16	1.42	1.67	1.67	2.14
90.00	1.20	1.47	1.73	1.73	2.21	
45.00	50.00	0.92	1.14	1.34	1.34	1.74
	55.00	0.99	1.22	1.44	1.44	1.85
	60.00	1.05	1.29	1.52	1.52	1.96
	65.00	1.11	1.36	1.60	1.60	2.07
	70.00	1.16	1.43	1.68	1.68	2.16
	75.00	1.21	1.49	1.75	1.75	2.26
	80.00	1.26	1.55	1.82	1.82	2.34
	85.00	1.31	1.60	1.89	1.89	2.43
	90.00	1.35	1.66	1.95	1.95	2.51
95.00	1.39	1.71	2.01	2.01	2.58	
100.00	1.43	1.76	2.07	2.07	2.65	
50.00	55.00	1.10	1.35	1.60	1.60	2.07
	60.00	1.16	1.44	1.70	1.70	2.20
	65.00	1.23	1.51	1.79	1.79	2.31
	70.00	1.29	1.59	1.88	1.88	2.42
	75.00	1.35	1.66	1.96	1.96	2.52
	80.00	1.40	1.72	2.03	2.03	2.62
	85.00	1.45	1.79	2.11	2.11	2.71
	90.00	1.50	1.85	2.18	2.18	2.80
	95.00	1.55	1.90	2.24	2.24	2.89
100.00	1.59	1.96	2.31	2.31	2.97	
55.00	60.00	1.28	1.58	1.87	1.87	2.43
	65.00	1.35	1.67	1.98	1.98	2.55
	70.00	1.42	1.75	2.07	2.07	2.68
	75.00	1.48	1.83	2.16	2.16	2.79
	80.00	1.54	1.90	2.25	2.25	2.90
	85.00	1.60	1.97	2.33	2.33	3.00
	90.00	1.65	2.03	2.40	2.40	3.10
	95.00	1.70	2.10	2.48	2.48	3.19
100.00	1.75	2.16	2.55	2.55	3.28	
60.00	65.00	1.47	1.82	2.16	2.16	2.80
	70.00	1.55	1.91	2.26	2.26	2.93
	75.00	1.61	2.00	2.36	2.36	3.06
	80.00	1.68	2.08	2.46	2.46	3.17
	85.00	1.74	2.15	2.54	2.54	3.29
	90.00	1.80	2.22	2.63	2.63	3.39
	95.00	1.86	2.29	2.71	2.71	3.49
100.00	1.91	2.36	2.79	2.79	3.59	

**Tabla 24. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.28$ )**

$P/P_o =$	0.28	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.42	0.51	0.60	0.60	0.76
	35.00	0.47	0.57	0.67	0.67	0.85
	40.00	0.52	0.63	0.75	0.75	0.94
	45.00	0.57	0.69	0.81	0.81	1.03
	50.00	0.61	0.74	0.88	0.88	1.10
	55.00	0.65	0.79	0.93	0.93	1.18
	60.00	0.69	0.84	0.99	0.99	1.25
	65.00	0.73	0.89	1.04	1.04	1.31
	70.00	0.77	0.93	1.09	1.09	1.37
	75.00	0.81	0.97	1.14	1.14	1.43
35.00	40.00	0.62	0.75	0.88	0.88	1.12
	45.00	0.67	0.82	0.96	0.96	1.22
	50.00	0.73	0.89	1.04	1.04	1.31
	55.00	0.78	0.95	1.11	1.11	1.40
	60.00	0.82	1.00	1.17	1.17	1.48
	65.00	0.87	1.06	1.24	1.24	1.56
	70.00	0.91	1.11	1.29	1.29	1.63
	75.00	0.95	1.16	1.35	1.35	1.70
	80.00	0.99	1.20	1.40	1.40	1.76
	85.00	1.03	1.24	1.45	1.45	1.82
40.00	45.00	0.77	0.94	1.11	1.11	1.41
	50.00	0.83	1.02	1.19	1.19	1.52
	55.00	0.89	1.09	1.27	1.27	1.62
	60.00	0.95	1.15	1.35	1.35	1.71
	65.00	1.00	1.21	1.42	1.42	1.80
	70.00	1.05	1.27	1.49	1.49	1.88
	75.00	1.09	1.33	1.55	1.55	1.96
	80.00	1.13	1.38	1.61	1.61	2.04
	85.00	1.18	1.43	1.67	1.67	2.11
	90.00	1.22	1.48	1.73	1.73	2.18
45.00	50.00	0.94	1.15	1.35	1.35	1.72
	55.00	1.00	1.23	1.44	1.44	1.84
	60.00	1.06	1.30	1.53	1.53	1.94
	65.00	1.12	1.37	1.61	1.61	2.05
	70.00	1.17	1.44	1.68	1.68	2.14
	75.00	1.23	1.50	1.76	1.76	2.23
	80.00	1.28	1.56	1.83	1.83	2.32
	85.00	1.32	1.61	1.89	1.89	2.40
	90.00	1.37	1.67	1.95	1.95	2.47
	95.00	1.41	1.72	2.01	2.01	2.55
50.00	100.00	1.45	1.77	2.07	2.07	2.62
	55.00	1.11	1.37	1.61	1.61	2.06
	60.00	1.18	1.45	1.70	1.70	2.18
	65.00	1.24	1.52	1.79	1.79	2.29
	70.00	1.30	1.60	1.88	1.88	2.40
	75.00	1.36	1.67	1.96	1.96	2.50
	80.00	1.42	1.73	2.04	2.04	2.59
	85.00	1.47	1.80	2.11	2.11	2.69
	90.00	1.52	1.86	2.18	2.18	2.77
	95.00	1.57	1.91	2.24	2.24	2.85
55.00	100.00	1.61	1.97	2.31	2.31	2.93
	60.00	1.30	1.59	1.88	1.88	2.41
	65.00	1.37	1.68	1.98	1.98	2.54
	70.00	1.43	1.76	2.07	2.07	2.65
	75.00	1.50	1.84	2.16	2.16	2.77
	80.00	1.56	1.91	2.25	2.25	2.87
	85.00	1.62	1.98	2.33	2.33	2.97
	90.00	1.67	2.05	2.40	2.40	3.07
	95.00	1.72	2.11	2.48	2.48	3.16
	100.00	1.77	2.17	2.55	2.55	3.24
60.00	65.00	1.49	1.84	2.16	2.16	2.78
	70.00	1.57	1.92	2.27	2.27	2.91
	75.00	1.63	2.01	2.36	2.36	3.03
	80.00	1.70	2.09	2.46	2.46	3.15
	85.00	1.76	2.16	2.55	2.55	3.26
	90.00	1.82	2.23	2.63	2.63	3.36
	95.00	1.88	2.30	2.71	2.71	3.46
	100.00	1.93	2.37	2.78	2.78	3.56

**Tabla 25. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.30$ )**

P/Po =	0.3	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.43	0.52	0.60	0.60	0.75
	35.00	0.48	0.58	0.68	0.68	0.85
	40.00	0.53	0.64	0.75	0.75	0.93
	45.00	0.58	0.70	0.82	0.82	1.02
	50.00	0.63	0.76	0.88	0.88	1.09
	55.00	0.67	0.81	0.94	0.94	1.16
	60.00	0.71	0.86	0.99	0.99	1.23
	65.00	0.75	0.90	1.05	1.05	1.29
	70.00	0.78	0.94	1.10	1.10	1.35
35.00	40.00	0.63	0.76	0.89	0.89	1.11
	45.00	0.69	0.83	0.96	0.96	1.20
	50.00	0.74	0.89	1.04	1.04	1.29
	55.00	0.79	0.95	1.11	1.11	1.38
	60.00	0.84	1.01	1.17	1.17	1.46
	65.00	0.88	1.06	1.24	1.24	1.53
	70.00	0.92	1.11	1.29	1.29	1.60
	75.00	0.97	1.16	1.35	1.35	1.67
80.00	1.00	1.21	1.40	1.40	1.74	
40.00	45.00	0.78	0.95	1.11	1.11	1.39
	50.00	0.84	1.02	1.19	1.19	1.50
	55.00	0.90	1.09	1.27	1.27	1.59
	60.00	0.96	1.16	1.35	1.35	1.69
	65.00	1.01	1.22	1.42	1.42	1.77
	70.00	1.06	1.28	1.49	1.49	1.86
	75.00	1.10	1.33	1.55	1.55	1.93
	80.00	1.15	1.38	1.61	1.61	2.01
	85.00	1.19	1.43	1.67	1.67	2.08
	90.00	1.23	1.48	1.72	1.72	2.14
45.00	50.00	0.95	1.15	1.35	1.35	1.70
	55.00	1.01	1.23	1.44	1.44	1.81
	60.00	1.07	1.31	1.53	1.53	1.91
	65.00	1.13	1.37	1.61	1.61	2.01
	70.00	1.19	1.44	1.68	1.68	2.11
	75.00	1.24	1.50	1.75	1.75	2.19
	80.00	1.29	1.56	1.82	1.82	2.28
	85.00	1.33	1.62	1.89	1.89	2.36
	90.00	1.38	1.67	1.95	1.95	2.43
	95.00	1.42	1.72	2.01	2.01	2.50
	100.00	1.46	1.77	2.06	2.06	2.57
50.00	55.00	1.13	1.37	1.61	1.61	2.02
	60.00	1.19	1.45	1.70	1.70	2.14
	65.00	1.26	1.53	1.79	1.79	2.25
	70.00	1.32	1.60	1.88	1.88	2.36
	75.00	1.38	1.67	1.96	1.96	2.45
	80.00	1.43	1.74	2.03	2.03	2.55
	85.00	1.48	1.80	2.10	2.10	2.64
	90.00	1.53	1.86	2.17	2.17	2.72
	95.00	1.58	1.92	2.24	2.24	2.80
	100.00	1.62	1.97	2.30	2.30	2.87
55.00	60.00	1.31	1.60	1.88	1.88	2.37
	65.00	1.38	1.69	1.98	1.98	2.49
	70.00	1.45	1.77	2.07	2.07	2.61
	75.00	1.51	1.84	2.16	2.16	2.72
	80.00	1.57	1.92	2.24	2.24	2.82
	85.00	1.63	1.98	2.32	2.32	2.92
	90.00	1.68	2.05	2.40	2.40	3.01
	95.00	1.74	2.11	2.47	2.47	3.10
100.00	1.78	2.17	2.54	2.54	3.18	
60.00	65.00	1.51	1.84	2.16	2.16	2.73
	70.00	1.58	1.93	2.26	2.26	2.86
	75.00	1.65	2.01	2.36	2.36	2.98
	80.00	1.71	2.09	2.45	2.45	3.09
	85.00	1.78	2.17	2.54	2.54	3.20
	90.00	1.84	2.24	2.62	2.62	3.30
	95.00	1.89	2.31	2.70	2.70	3.39
100.00	1.95	2.37	2.77	2.77	3.49	

**Tabla 26. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.32$ )**

$P/P_o =$	0.32	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.43	0.52	0.60	0.60	0.75
	35.00	0.49	0.59	0.68	0.68	0.84
	40.00	0.54	0.65	0.75	0.75	0.92
	45.00	0.59	0.71	0.81	0.81	1.00
	50.00	0.64	0.76	0.87	0.87	1.08
	55.00	0.68	0.81	0.93	0.93	1.15
	60.00	0.72	0.86	0.99	0.99	1.22
	65.00	0.76	0.91	1.04	1.04	1.28
	70.00	0.79	0.95	1.09	1.09	1.34
35.00	40.00	0.64	0.76	0.88	0.88	1.09
	45.00	0.69	0.83	0.96	0.96	1.19
	50.00	0.75	0.89	1.03	1.03	1.28
	55.00	0.80	0.95	1.10	1.10	1.36
	60.00	0.84	1.01	1.16	1.16	1.44
	65.00	0.89	1.06	1.22	1.22	1.51
	70.00	0.93	1.12	1.28	1.28	1.58
	75.00	0.97	1.16	1.33	1.33	1.65
	80.00	1.01	1.21	1.39	1.39	1.71
40.00	45.00	0.79	0.95	1.10	1.10	1.37
	50.00	0.85	1.03	1.19	1.19	1.47
	55.00	0.91	1.09	1.26	1.26	1.57
	60.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.66
	65.00	1.01	1.22	1.41	1.41	1.74
	70.00	1.06	1.28	1.47	1.47	1.82
	75.00	1.11	1.33	1.54	1.54	1.90
	80.00	1.15	1.38	1.60	1.60	1.97
	85.00	1.19	1.43	1.65	1.65	2.04
45.00	90.00	1.23	1.48	1.71	1.71	2.10
	50.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.67
	55.00	1.02	1.23	1.43	1.43	1.78
	60.00	1.08	1.31	1.52	1.52	1.88
	65.00	1.14	1.38	1.60	1.60	1.98
	70.00	1.19	1.44	1.67	1.67	2.07
	75.00	1.25	1.50	1.74	1.74	2.15
	80.00	1.30	1.56	1.81	1.81	2.24
	85.00	1.34	1.62	1.87	1.87	2.31
50.00	90.00	1.39	1.67	1.93	1.93	2.38
	95.00	1.43	1.72	1.99	1.99	2.45
	100.00	1.47	1.77	2.04	2.04	2.52
	55.00	1.13	1.37	1.60	1.60	1.99
	60.00	1.20	1.46	1.69	1.69	2.11
	65.00	1.27	1.53	1.78	1.78	2.21
	70.00	1.33	1.60	1.87	1.87	2.31
	75.00	1.38	1.67	1.94	1.94	2.41
	80.00	1.44	1.74	2.02	2.02	2.50
55.00	85.00	1.49	1.80	2.09	2.09	2.59
	90.00	1.54	1.86	2.16	2.16	2.67
	95.00	1.59	1.91	2.22	2.22	2.74
	100.00	1.63	1.97	2.28	2.28	2.82
	60.00	1.32	1.60	1.87	1.87	2.33
	65.00	1.39	1.69	1.97	1.97	2.45
	70.00	1.46	1.77	2.06	2.06	2.56
	75.00	1.52	1.84	2.15	2.15	2.66
	80.00	1.58	1.92	2.23	2.23	2.76
60.00	85.00	1.64	1.98	2.31	2.31	2.86
	90.00	1.69	2.05	2.38	2.38	2.95
	95.00	1.74	2.11	2.45	2.45	3.03
	100.00	1.79	2.17	2.52	2.52	3.11
	65.00	1.52	1.84	2.15	2.15	2.68
	70.00	1.59	1.93	2.25	2.25	2.80
	75.00	1.66	2.01	2.35	2.35	2.92
	80.00	1.72	2.09	2.44	2.44	3.03
	85.00	1.79	2.17	2.52	2.52	3.13
60.00	90.00	1.85	2.24	2.61	2.61	3.23
	95.00	1.90	2.30	2.68	2.68	3.32
	100.00	1.95	2.37	2.76	2.76	3.41

**Tabla 27. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.34$ )**

$P/P_o =$		$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
0.34		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Seccion (cm x cm)						
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.44	0.52	0.60	0.60	0.74
	35.00	0.50	0.59	0.67	0.67	0.83
	40.00	0.55	0.65	0.74	0.74	0.91
	45.00	0.60	0.71	0.80	0.80	0.99
	50.00	0.64	0.76	0.87	0.87	1.07
	55.00	0.69	0.81	0.92	0.92	1.13
	60.00	0.73	0.86	0.98	0.98	1.20
	70.00	0.77	0.90	1.03	1.03	1.26
35.00	40.00	0.80	0.94	1.07	1.07	1.32
	45.00	0.64	0.76	0.87	0.87	1.08
	50.00	0.70	0.83	0.95	0.95	1.17
	55.00	0.75	0.89	1.02	1.02	1.26
	60.00	0.80	0.95	1.09	1.09	1.34
	65.00	0.85	1.01	1.15	1.15	1.42
	70.00	0.89	1.06	1.21	1.21	1.49
	80.00	0.94	1.11	1.26	1.26	1.55
40.00	85.00	0.98	1.15	1.32	1.32	1.62
	90.00	1.01	1.20	1.37	1.37	1.68
	45.00	0.79	0.95	1.09	1.09	1.35
	50.00	0.86	1.02	1.17	1.17	1.45
	55.00	0.91	1.09	1.25	1.25	1.54
	60.00	0.97	1.16	1.32	1.32	1.63
	65.00	1.02	1.22	1.39	1.39	1.72
	70.00	1.07	1.27	1.46	1.46	1.79
45.00	75.00	1.11	1.33	1.52	1.52	1.87
	80.00	1.16	1.38	1.57	1.57	1.94
	85.00	1.20	1.43	1.63	1.63	2.00
	90.00	1.24	1.47	1.68	1.68	2.06
	50.00	0.96	1.16	1.33	1.33	1.64
	55.00	1.03	1.23	1.41	1.41	1.75
	60.00	1.09	1.31	1.50	1.50	1.85
	65.00	1.15	1.37	1.57	1.57	1.94
50.00	70.00	1.20	1.44	1.65	1.65	2.03
	75.00	1.25	1.50	1.72	1.72	2.11
	80.00	1.30	1.56	1.78	1.78	2.19
	85.00	1.35	1.61	1.84	1.84	2.27
	90.00	1.39	1.66	1.90	1.90	2.34
	95.00	1.43	1.71	1.96	1.96	2.40
	100.00	1.47	1.76	2.01	2.01	2.47
	55.00	55.00	1.14	1.37	1.58	1.58
60.00		1.21	1.45	1.67	1.67	2.07
65.00		1.27	1.53	1.76	1.76	2.17
70.00		1.33	1.60	1.84	1.84	2.27
75.00		1.39	1.67	1.91	1.91	2.36
80.00		1.44	1.73	1.99	1.99	2.45
85.00		1.49	1.79	2.06	2.06	2.53
90.00		1.54	1.85	2.12	2.12	2.61
60.00	95.00	1.59	1.91	2.18	2.18	2.69
	100.00	1.63	1.96	2.24	2.24	2.76
	60.00	1.33	1.60	1.84	1.84	2.29
	65.00	1.40	1.68	1.94	1.94	2.40
	70.00	1.46	1.76	2.03	2.03	2.51
	75.00	1.53	1.84	2.11	2.11	2.61
	80.00	1.59	1.91	2.19	2.19	2.71
	85.00	1.64	1.98	2.27	2.27	2.80
65.00	90.00	1.70	2.04	2.34	2.34	2.89
	95.00	1.75	2.10	2.41	2.41	2.97
	100.00	1.80	2.16	2.48	2.48	3.05
	65.00	1.52	1.84	2.12	2.12	2.63
	70.00	1.60	1.93	2.22	2.22	2.75
	75.00	1.66	2.01	2.31	2.31	2.86
	80.00	1.73	2.09	2.40	2.40	2.97
	85.00	1.79	2.16	2.49	2.49	3.07
70.00	90.00	1.85	2.23	2.56	2.56	3.16
	95.00	1.90	2.29	2.64	2.64	3.25
	100.00	1.96	2.36	2.71	2.71	3.34

**Tabla 28. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.40$ )**

$P/P_o =$	0.4	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.44	0.51	0.58	0.58	0.71
	35.00	0.49	0.57	0.65	0.65	0.79
	40.00	0.54	0.63	0.72	0.72	0.87
	45.00	0.59	0.69	0.78	0.78	0.95
	50.00	0.64	0.74	0.84	0.84	1.02
	55.00	0.68	0.79	0.89	0.89	1.08
	60.00	0.72	0.83	0.94	0.94	1.14
	65.00	0.76	0.88	0.99	0.99	1.20
35.00	70.00	0.79	0.92	1.03	1.03	1.25
	40.00	0.63	0.74	0.84	0.84	1.03
	45.00	0.69	0.80	0.91	0.91	1.11
	50.00	0.74	0.86	0.98	0.98	1.19
	55.00	0.79	0.92	1.04	1.04	1.27
	60.00	0.84	0.97	1.10	1.10	1.34
	65.00	0.88	1.02	1.16	1.16	1.41
	70.00	0.92	1.07	1.21	1.21	1.47
40.00	75.00	0.96	1.11	1.26	1.26	1.53
	80.00	1.00	1.16	1.31	1.31	1.58
	45.00	0.79	0.92	1.05	1.05	1.28
	50.00	0.85	0.99	1.12	1.12	1.37
	55.00	0.90	1.05	1.20	1.20	1.46
	60.00	0.95	1.11	1.26	1.26	1.54
	65.00	1.00	1.17	1.33	1.33	1.62
	70.00	1.05	1.22	1.39	1.39	1.69
45.00	75.00	1.09	1.28	1.44	1.44	1.75
	80.00	1.14	1.32	1.50	1.50	1.82
	85.00	1.18	1.37	1.55	1.55	1.88
	90.00	1.21	1.41	1.60	1.60	1.93
	50.00	0.95	1.12	1.27	1.27	1.55
	55.00	1.01	1.19	1.35	1.35	1.65
	60.00	1.07	1.26	1.43	1.43	1.74
	65.00	1.13	1.32	1.50	1.50	1.83
50.00	70.00	1.18	1.38	1.57	1.57	1.91
	75.00	1.23	1.44	1.63	1.63	1.98
	80.00	1.28	1.49	1.69	1.69	2.06
	85.00	1.32	1.54	1.75	1.75	2.12
	90.00	1.36	1.59	1.80	1.80	2.19
	95.00	1.40	1.64	1.85	1.85	2.25
	100.00	1.44	1.68	1.90	1.90	2.30
	55.00	1.13	1.32	1.50	1.50	1.84
55.00	60.00	1.19	1.40	1.59	1.59	1.94
	65.00	1.25	1.47	1.67	1.67	2.04
	70.00	1.31	1.54	1.75	1.75	2.13
	75.00	1.37	1.60	1.82	1.82	2.21
	80.00	1.42	1.66	1.88	1.88	2.29
	85.00	1.47	1.72	1.95	1.95	2.37
	90.00	1.51	1.77	2.01	2.01	2.44
	95.00	1.56	1.82	2.06	2.06	2.51
60.00	100.00	1.60	1.87	2.12	2.12	2.57
	60.00	1.31	1.54	1.75	1.75	2.15
	65.00	1.38	1.62	1.84	1.84	2.25
	70.00	1.44	1.69	1.92	1.92	2.35
	75.00	1.50	1.76	2.00	2.00	2.44
	80.00	1.56	1.83	2.08	2.08	2.53
	85.00	1.61	1.89	2.15	2.15	2.61
	90.00	1.67	1.95	2.21	2.21	2.69
65.00	95.00	1.72	2.01	2.28	2.28	2.77
	100.00	1.76	2.06	2.34	2.34	2.84
	65.00	1.50	1.77	2.01	2.01	2.46
	70.00	1.57	1.85	2.10	2.10	2.57
	75.00	1.64	1.93	2.19	2.19	2.67
	80.00	1.70	2.00	2.27	2.27	2.77
	85.00	1.76	2.07	2.35	2.35	2.86
	90.00	1.82	2.13	2.42	2.42	2.95
70.00	95.00	1.87	2.19	2.49	2.49	3.03
	100.00	1.92	2.25	2.55	2.55	3.10

**Tabla 29. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.60$ )**

$P/P_o =$		$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.37	0.42	0.46	0.46	0.54
	35.00	0.42	0.47	0.52	0.52	0.61
	40.00	0.46	0.51	0.57	0.57	0.66
	45.00	0.50	0.56	0.61	0.61	0.71
	50.00	0.53	0.59	0.65	0.65	0.76
	55.00	0.56	0.63	0.69	0.69	0.81
	60.00	0.59	0.66	0.73	0.73	0.85
	65.00	0.62	0.70	0.76	0.76	0.89
	70.00	0.65	0.73	0.80	0.80	0.92
35.00	40.00	0.53	0.59	0.66	0.66	0.77
	45.00	0.57	0.64	0.71	0.71	0.83
	50.00	0.61	0.69	0.76	0.76	0.89
	55.00	0.65	0.73	0.80	0.80	0.94
	60.00	0.69	0.77	0.85	0.85	0.99
	65.00	0.72	0.81	0.89	0.89	1.03
	70.00	0.75	0.84	0.92	0.92	1.07
	75.00	0.78	0.87	0.96	0.96	1.11
	80.00	0.81	0.90	0.99	0.99	1.15
40.00	45.00	0.65	0.73	0.81	0.81	0.95
	50.00	0.69	0.78	0.86	0.86	1.01
	55.00	0.74	0.83	0.92	0.92	1.07
	60.00	0.78	0.87	0.96	0.96	1.12
	65.00	0.81	0.92	1.01	1.01	1.17
	70.00	0.85	0.95	1.05	1.05	1.22
	75.00	0.88	0.99	1.09	1.09	1.27
	80.00	0.91	1.02	1.13	1.13	1.31
	85.00	0.94	1.06	1.16	1.16	1.35
90.00	0.97	1.09	1.19	1.19	1.38	
45.00	50.00	0.78	0.88	0.97	0.97	1.14
	55.00	0.82	0.93	1.03	1.03	1.20
	60.00	0.87	0.98	1.08	1.08	1.26
	65.00	0.91	1.03	1.13	1.13	1.32
	70.00	0.95	1.07	1.18	1.18	1.37
	75.00	0.99	1.11	1.22	1.22	1.42
	80.00	1.02	1.15	1.26	1.26	1.47
	85.00	1.05	1.19	1.30	1.30	1.51
	90.00	1.09	1.22	1.34	1.34	1.55
95.00	1.11	1.25	1.37	1.37	1.59	
100.00	1.14	1.28	1.41	1.41	1.63	
50.00	55.00	0.91	1.03	1.14	1.14	1.34
	60.00	0.96	1.09	1.20	1.20	1.40
	65.00	1.01	1.14	1.26	1.26	1.47
	70.00	1.05	1.19	1.31	1.31	1.53
	75.00	1.09	1.23	1.36	1.36	1.58
	80.00	1.13	1.27	1.40	1.40	1.63
	85.00	1.17	1.31	1.45	1.45	1.68
	90.00	1.20	1.35	1.49	1.49	1.73
	95.00	1.23	1.39	1.53	1.53	1.77
100.00	1.26	1.42	1.56	1.56	1.81	
55.00	60.00	1.06	1.19	1.32	1.32	1.55
	65.00	1.11	1.25	1.38	1.38	1.61
	70.00	1.15	1.30	1.44	1.44	1.68
	75.00	1.20	1.35	1.49	1.49	1.74
	80.00	1.24	1.40	1.54	1.54	1.80
	85.00	1.28	1.44	1.59	1.59	1.85
	90.00	1.32	1.48	1.63	1.63	1.90
	95.00	1.35	1.52	1.68	1.68	1.95
	100.00	1.39	1.56	1.72	1.72	1.99
60.00	65.00	1.20	1.36	1.51	1.51	1.76
	70.00	1.26	1.42	1.57	1.57	1.83
	75.00	1.30	1.47	1.63	1.63	1.90
	80.00	1.35	1.52	1.68	1.68	1.96
	85.00	1.39	1.57	1.73	1.73	2.02
	90.00	1.43	1.62	1.78	1.78	2.07
	95.00	1.47	1.66	1.83	1.83	2.12
100.00	1.51	1.70	1.87	1.87	2.17	

**Tabla 30. Longitud efectiva de columna corta con 4 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.80$ )**

$P/P_o =$	0.8	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Sección (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.21	0.22	0.24	0.24	0.25
	35.00	0.24	0.25	0.26	0.26	0.28
	40.00	0.26	0.27	0.29	0.29	0.30
	45.00	0.28	0.29	0.31	0.31	0.32
	50.00	0.30	0.31	0.33	0.33	0.34
	55.00	0.31	0.33	0.35	0.35	0.36
	60.00	0.33	0.35	0.36	0.36	0.38
	65.00	0.34	0.36	0.38	0.38	0.40
	70.00	0.36	0.38	0.39	0.39	0.41
35.00	40.00	0.30	0.32	0.33	0.33	0.35
	45.00	0.32	0.34	0.36	0.36	0.37
	50.00	0.34	0.36	0.38	0.38	0.40
	55.00	0.36	0.38	0.40	0.40	0.42
	60.00	0.38	0.40	0.42	0.42	0.44
	65.00	0.40	0.42	0.44	0.44	0.46
	70.00	0.41	0.44	0.45	0.45	0.47
	75.00	0.43	0.45	0.47	0.47	0.49
	80.00	0.44	0.47	0.48	0.48	0.50
40.00	45.00	0.36	0.39	0.40	0.40	0.43
	50.00	0.39	0.41	0.43	0.43	0.45
	55.00	0.41	0.43	0.45	0.45	0.48
	60.00	0.43	0.46	0.48	0.48	0.50
	65.00	0.45	0.48	0.50	0.50	0.52
	70.00	0.47	0.50	0.52	0.52	0.54
	75.00	0.48	0.51	0.53	0.53	0.56
	80.00	0.50	0.53	0.55	0.55	0.57
	85.00	0.51	0.54	0.57	0.57	0.59
45.00	90.00	0.53	0.56	0.58	0.58	0.60
	50.00	0.43	0.46	0.48	0.48	0.51
	55.00	0.46	0.49	0.51	0.51	0.54
	60.00	0.48	0.51	0.53	0.53	0.56
	65.00	0.50	0.53	0.56	0.56	0.59
	70.00	0.52	0.55	0.58	0.58	0.61
	75.00	0.54	0.57	0.60	0.60	0.63
	80.00	0.56	0.59	0.62	0.62	0.65
	85.00	0.57	0.61	0.63	0.63	0.66
50.00	90.00	0.59	0.63	0.65	0.65	0.68
	95.00	0.61	0.64	0.67	0.67	0.69
	100.00	0.62	0.66	0.68	0.68	0.71
	55.00	0.51	0.54	0.57	0.57	0.60
	60.00	0.53	0.57	0.59	0.59	0.62
	65.00	0.55	0.59	0.62	0.62	0.65
	70.00	0.58	0.61	0.64	0.64	0.67
	75.00	0.60	0.64	0.66	0.66	0.70
	80.00	0.62	0.66	0.69	0.69	0.72
55.00	85.00	0.64	0.68	0.70	0.70	0.74
	90.00	0.65	0.69	0.72	0.72	0.75
	95.00	0.67	0.71	0.74	0.74	0.77
	100.00	0.68	0.73	0.76	0.76	0.79
	60.00	0.58	0.62	0.65	0.65	0.69
	65.00	0.61	0.65	0.68	0.68	0.72
	70.00	0.63	0.68	0.71	0.71	0.74
	75.00	0.66	0.70	0.73	0.73	0.77
	80.00	0.68	0.72	0.75	0.75	0.79
60.00	85.00	0.70	0.74	0.77	0.77	0.81
	90.00	0.72	0.76	0.79	0.79	0.83
	95.00	0.73	0.78	0.81	0.81	0.85
	100.00	0.75	0.80	0.83	0.83	0.87
	65.00	0.66	0.71	0.74	0.74	0.78
	70.00	0.69	0.74	0.77	0.77	0.81
	75.00	0.71	0.76	0.80	0.80	0.84
60.00	80.00	0.74	0.79	0.82	0.82	0.86
	85.00	0.76	0.81	0.84	0.84	0.88
	90.00	0.78	0.83	0.87	0.87	0.90
	95.00	0.80	0.85	0.89	0.89	0.93
	100.00	0.82	0.87	0.91	0.91	0.94



**Tabla 31. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.10$ )**

$P/P_o =$	0.1	f'c: 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.14	0.18	0.23	0.23	0.34
	35.00	0.16	0.21	0.26	0.26	0.39
	40.00	0.18	0.23	0.29	0.29	0.44
	45.00	0.20	0.26	0.33	0.33	0.48
	50.00	0.21	0.28	0.35	0.35	0.52
	55.00	0.23	0.30	0.38	0.38	0.57
	60.00	0.25	0.32	0.41	0.41	0.61
	65.00	0.26	0.34	0.44	0.44	0.64
35.00	70.00	0.28	0.36	0.46	0.46	0.68
	40.00	0.23	0.30	0.39	0.39	0.57
	45.00	0.25	0.34	0.43	0.43	0.63
	50.00	0.28	0.37	0.47	0.47	0.68
	55.00	0.30	0.40	0.50	0.50	0.74
	60.00	0.32	0.42	0.54	0.54	0.79
	65.00	0.34	0.45	0.57	0.57	0.84
	70.00	0.36	0.48	0.61	0.61	0.89
40.00	75.00	0.38	0.50	0.64	0.64	0.94
	80.00	0.40	0.53	0.67	0.67	0.98
	45.00	0.31	0.42	0.53	0.53	0.77
	50.00	0.34	0.45	0.58	0.58	0.84
	55.00	0.37	0.49	0.62	0.62	0.91
	60.00	0.39	0.53	0.67	0.67	0.98
	65.00	0.42	0.56	0.71	0.71	1.04
	70.00	0.44	0.59	0.75	0.75	1.10
45.00	75.00	0.47	0.62	0.79	0.79	1.16
	80.00	0.49	0.65	0.83	0.83	1.21
	85.00	0.51	0.68	0.87	0.87	1.27
	90.00	0.53	0.71	0.91	0.91	1.32
	50.00	0.40	0.54	0.69	0.69	1.01
	55.00	0.44	0.59	0.75	0.75	1.09
	60.00	0.47	0.63	0.80	0.80	1.17
	65.00	0.50	0.67	0.85	0.85	1.24
50.00	70.00	0.53	0.71	0.90	0.90	1.31
	75.00	0.56	0.75	0.95	0.95	1.38
	80.00	0.58	0.78	1.00	1.00	1.45
	85.00	0.61	0.82	1.04	1.04	1.51
	90.00	0.64	0.85	1.09	1.09	1.58
	95.00	0.66	0.89	1.13	1.13	1.64
	100.00	0.68	0.92	1.17	1.17	1.70
	55.00	0.51	0.69	0.87	0.87	1.27
55.00	60.00	0.54	0.73	0.93	0.93	1.36
	65.00	0.58	0.78	1.00	1.00	1.44
	70.00	0.61	0.83	1.05	1.05	1.53
	75.00	0.65	0.87	1.11	1.11	1.61
	80.00	0.68	0.91	1.16	1.16	1.69
	85.00	0.71	0.96	1.22	1.22	1.76
	90.00	0.74	1.00	1.27	1.27	1.83
	95.00	0.77	1.03	1.32	1.32	1.90
60.00	100.00	0.80	1.07	1.36	1.36	1.97
	60.00	0.62	0.84	1.07	1.07	1.55
	65.00	0.66	0.89	1.14	1.14	1.65
	70.00	0.70	0.95	1.20	1.20	1.74
	75.00	0.74	1.00	1.27	1.27	1.84
	80.00	0.77	1.05	1.33	1.33	1.92
	85.00	0.81	1.09	1.39	1.39	2.01
	90.00	0.84	1.14	1.45	1.45	2.09
60.00	95.00	0.88	1.18	1.50	1.50	2.17
	100.00	0.91	1.23	1.56	1.56	2.25
	65.00	0.74	1.01	1.28	1.28	1.85
	70.00	0.79	1.07	1.36	1.36	1.96
	75.00	0.83	1.12	1.43	1.43	2.06
	80.00	0.87	1.18	1.50	1.50	2.16
	85.00	0.91	1.23	1.57	1.57	2.26
	90.00	0.95	1.28	1.63	1.63	2.35
60.00	95.00	0.99	1.33	1.69	1.69	2.44
	100.00	1.02	1.38	1.76	1.76	2.53

**Tabla 32. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.14$ )**

$P/P_o =$	0.14	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.20	0.25	0.31	0.31	0.44
	35.00	0.22	0.29	0.35	0.35	0.50
	40.00	0.25	0.32	0.40	0.40	0.56
	45.00	0.28	0.35	0.44	0.44	0.61
	50.00	0.30	0.39	0.48	0.48	0.67
	55.00	0.33	0.42	0.51	0.51	0.72
	60.00	0.35	0.45	0.55	0.55	0.77
	70.00	0.37	0.48	0.59	0.59	0.82
35.00	40.00	0.39	0.50	0.62	0.62	0.87
	45.00	0.31	0.40	0.50	0.50	0.70
	45.00	0.34	0.44	0.55	0.55	0.77
	50.00	0.37	0.48	0.60	0.60	0.84
	55.00	0.40	0.52	0.64	0.64	0.90
	60.00	0.43	0.56	0.69	0.69	0.96
	65.00	0.46	0.59	0.73	0.73	1.02
	70.00	0.48	0.63	0.77	0.77	1.08
75.00	0.51	0.66	0.81	0.81	1.14	
80.00	0.53	0.69	0.85	0.85	1.19	
40.00	45.00	0.41	0.53	0.66	0.66	0.92
	50.00	0.44	0.58	0.72	0.72	1.01
	55.00	0.48	0.62	0.77	0.77	1.08
	60.00	0.51	0.67	0.83	0.83	1.16
	65.00	0.54	0.71	0.88	0.88	1.23
	70.00	0.58	0.75	0.93	0.93	1.30
	75.00	0.61	0.79	0.98	0.98	1.37
	80.00	0.64	0.83	1.03	1.03	1.44
85.00	0.66	0.86	1.07	1.07	1.50	
90.00	0.69	0.90	1.11	1.11	1.56	
45.00	50.00	0.51	0.67	0.84	0.84	1.18
	55.00	0.56	0.73	0.90	0.90	1.27
	60.00	0.59	0.78	0.97	0.97	1.36
	65.00	0.63	0.83	1.03	1.03	1.44
	70.00	0.67	0.88	1.09	1.09	1.52
	75.00	0.70	0.92	1.14	1.14	1.60
	80.00	0.74	0.97	1.20	1.20	1.68
	85.00	0.77	1.01	1.25	1.25	1.75
90.00	0.80	1.05	1.30	1.30	1.82	
95.00	0.83	1.09	1.35	1.35	1.89	
100.00	0.86	1.13	1.40	1.40	1.96	
50.00	55.00	0.63	0.83	1.04	1.04	1.45
	60.00	0.68	0.89	1.11	1.11	1.56
	65.00	0.72	0.95	1.18	1.18	1.65
	70.00	0.76	1.00	1.25	1.25	1.75
	75.00	0.80	1.05	1.31	1.31	1.84
	80.00	0.84	1.11	1.37	1.37	1.93
	85.00	0.88	1.15	1.44	1.44	2.01
	90.00	0.92	1.20	1.49	1.49	2.09
95.00	0.95	1.25	1.55	1.55	2.17	
100.00	0.99	1.29	1.61	1.61	2.25	
55.00	60.00	0.76	1.00	1.25	1.25	1.75
	65.00	0.81	1.07	1.33	1.33	1.86
	70.00	0.86	1.13	1.41	1.41	1.97
	75.00	0.90	1.19	1.48	1.48	2.07
	80.00	0.95	1.25	1.55	1.55	2.17
	85.00	0.99	1.30	1.62	1.62	2.26
	90.00	1.03	1.35	1.69	1.69	2.35
	95.00	1.07	1.41	1.75	1.75	2.44
100.00	1.11	1.46	1.81	1.81	2.53	
60.00	65.00	0.90	1.19	1.48	1.48	2.04
	70.00	0.95	1.26	1.57	1.57	2.16
	75.00	1.00	1.32	1.65	1.65	2.27
	80.00	1.05	1.39	1.73	1.73	2.38
	85.00	1.10	1.45	1.80	1.80	2.48
	90.00	1.14	1.51	1.88	1.88	2.58
95.00	1.19	1.56	1.95	1.95	2.68	
100.00	1.23	1.62	2.02	2.02	2.77	

**Tabla 33. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.16$ )**

$P/P_o =$	0.16	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.22	0.28	0.34	0.34	0.47
	35.00	0.25	0.32	0.39	0.39	0.53
	40.00	0.28	0.35	0.43	0.43	0.60
	45.00	0.31	0.39	0.48	0.48	0.66
	50.00	0.33	0.42	0.52	0.52	0.72
	55.00	0.36	0.46	0.56	0.56	0.77
	60.00	0.39	0.49	0.60	0.60	0.82
	70.00	0.41	0.52	0.64	0.64	0.88
35.00	40.00	0.44	0.55	0.67	0.67	0.93
	45.00	0.34	0.43	0.53	0.53	0.74
	45.00	0.37	0.48	0.59	0.59	0.81
	50.00	0.41	0.52	0.64	0.64	0.89
	55.00	0.44	0.56	0.69	0.69	0.96
	60.00	0.47	0.60	0.74	0.74	1.02
	65.00	0.50	0.64	0.79	0.79	1.09
	70.00	0.53	0.68	0.83	0.83	1.15
75.00	0.56	0.71	0.87	0.87	1.21	
80.00	0.58	0.75	0.92	0.92	1.26	
40.00	45.00	0.44	0.57	0.70	0.70	0.97
	50.00	0.48	0.62	0.76	0.76	1.06
	55.00	0.52	0.67	0.82	0.82	1.14
	60.00	0.56	0.72	0.88	0.88	1.22
	65.00	0.59	0.76	0.94	0.94	1.30
	70.00	0.63	0.81	0.99	0.99	1.37
	75.00	0.66	0.85	1.04	1.04	1.44
	80.00	0.69	0.89	1.09	1.09	1.51
85.00	0.72	0.93	1.14	1.14	1.57	
90.00	0.75	0.97	1.19	1.19	1.64	
45.00	50.00	0.56	0.72	0.89	0.89	1.23
	55.00	0.60	0.78	0.96	0.96	1.33
	60.00	0.64	0.83	1.03	1.03	1.42
	65.00	0.68	0.88	1.09	1.09	1.51
	70.00	0.72	0.93	1.15	1.15	1.59
	75.00	0.76	0.98	1.21	1.21	1.68
	80.00	0.80	1.03	1.27	1.27	1.75
	85.00	0.83	1.08	1.33	1.33	1.83
90.00	0.87	1.12	1.38	1.38	1.90	
95.00	0.90	1.16	1.43	1.43	1.98	
100.00	0.93	1.20	1.48	1.48	2.04	
50.00	55.00	0.68	0.88	1.09	1.09	1.50
	60.00	0.73	0.95	1.17	1.17	1.61
	65.00	0.77	1.01	1.24	1.24	1.71
	70.00	0.82	1.06	1.31	1.31	1.80
	75.00	0.86	1.12	1.38	1.38	1.90
	80.00	0.90	1.17	1.45	1.45	1.99
	85.00	0.94	1.23	1.51	1.51	2.07
	90.00	0.98	1.28	1.57	1.57	2.15
95.00	1.02	1.32	1.63	1.63	2.23	
100.00	1.06	1.37	1.69	1.69	2.31	
55.00	60.00	0.82	1.06	1.31	1.31	1.78
	65.00	0.87	1.13	1.40	1.40	1.89
	70.00	0.92	1.19	1.48	1.48	2.00
	75.00	0.96	1.26	1.55	1.55	2.10
	80.00	1.01	1.32	1.63	1.63	2.20
	85.00	1.06	1.38	1.70	1.70	2.29
	90.00	1.10	1.43	1.77	1.77	2.38
	95.00	1.14	1.49	1.83	1.83	2.47
100.00	1.18	1.54	1.90	1.90	2.56	
60.00	65.00	0.96	1.25	1.53	1.53	2.07
	70.00	1.01	1.32	1.62	1.62	2.19
	75.00	1.07	1.39	1.70	1.70	2.30
	80.00	1.12	1.46	1.78	1.78	2.41
	85.00	1.17	1.52	1.86	1.86	2.51
	90.00	1.22	1.59	1.93	1.93	2.61
	95.00	1.26	1.65	2.01	2.01	2.71
	100.00	1.31	1.70	2.08	2.08	2.81

**Tabla 34. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.18$ )**

$P/P_o =$	0.18	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.24	0.30	0.36	0.36	0.49
	35.00	0.27	0.34	0.41	0.41	0.56
	40.00	0.30	0.38	0.46	0.46	0.63
	45.00	0.33	0.42	0.51	0.51	0.69
	50.00	0.36	0.46	0.55	0.55	0.75
	55.00	0.39	0.49	0.60	0.60	0.81
	60.00	0.42	0.53	0.64	0.64	0.87
	65.00	0.45	0.56	0.68	0.68	0.92
35.00	70.00	0.47	0.59	0.72	0.72	0.97
	40.00	0.37	0.46	0.57	0.57	0.77
	45.00	0.40	0.51	0.62	0.62	0.85
	50.00	0.44	0.56	0.68	0.68	0.93
	55.00	0.47	0.60	0.73	0.73	1.00
	60.00	0.51	0.64	0.78	0.78	1.07
	65.00	0.54	0.68	0.83	0.83	1.13
	70.00	0.57	0.72	0.88	0.88	1.20
40.00	75.00	0.60	0.76	0.92	0.92	1.26
	80.00	0.63	0.79	0.97	0.97	1.32
	45.00	0.47	0.60	0.74	0.74	1.01
	50.00	0.51	0.66	0.80	0.80	1.10
	55.00	0.55	0.71	0.87	0.87	1.19
	60.00	0.59	0.76	0.93	0.93	1.27
	65.00	0.63	0.81	0.98	0.98	1.35
	70.00	0.67	0.85	1.04	1.04	1.42
45.00	75.00	0.70	0.90	1.09	1.09	1.49
	80.00	0.74	0.94	1.15	1.15	1.56
	85.00	0.77	0.98	1.20	1.20	1.63
	90.00	0.80	1.02	1.24	1.24	1.70
	50.00	0.59	0.76	0.93	0.93	1.26
	55.00	0.64	0.82	1.00	1.00	1.36
	60.00	0.68	0.88	1.07	1.07	1.45
	65.00	0.73	0.93	1.14	1.14	1.54
50.00	70.00	0.77	0.98	1.20	1.20	1.63
	75.00	0.81	1.03	1.27	1.27	1.71
	80.00	0.85	1.08	1.33	1.33	1.79
	85.00	0.88	1.13	1.38	1.38	1.87
	90.00	0.92	1.18	1.44	1.44	1.94
	95.00	0.95	1.22	1.49	1.49	2.02
	100.00	0.99	1.26	1.54	1.54	2.09
	55.00	0.72	0.93	1.14	1.14	1.52
55.00	60.00	0.77	0.99	1.21	1.21	1.63
	65.00	0.82	1.06	1.29	1.29	1.73
	70.00	0.87	1.12	1.36	1.36	1.82
	75.00	0.91	1.17	1.43	1.43	1.92
	80.00	0.96	1.23	1.50	1.50	2.01
	85.00	1.00	1.28	1.57	1.57	2.09
	90.00	1.04	1.34	1.63	1.63	2.18
	95.00	1.08	1.39	1.69	1.69	2.26
60.00	100.00	1.12	1.43	1.75	1.75	2.33
	60.00	0.86	1.11	1.34	1.34	1.80
	65.00	0.92	1.18	1.43	1.43	1.91
	70.00	0.97	1.24	1.51	1.51	2.02
	75.00	1.02	1.31	1.58	1.58	2.12
	80.00	1.07	1.37	1.66	1.66	2.22
	85.00	1.11	1.43	1.73	1.73	2.32
	90.00	1.16	1.49	1.80	1.80	2.41
60.00	95.00	1.20	1.54	1.87	1.87	2.50
	100.00	1.25	1.60	1.93	1.93	2.58
	65.00	1.01	1.29	1.56	1.56	2.10
	70.00	1.06	1.36	1.65	1.65	2.21
	75.00	1.12	1.43	1.73	1.73	2.33
	80.00	1.17	1.50	1.82	1.82	2.43
	85.00	1.22	1.56	1.89	1.89	2.54
	90.00	1.27	1.63	1.97	1.97	2.64
60.00	95.00	1.32	1.69	2.04	2.04	2.74
	100.00	1.37	1.75	2.12	2.12	2.83

**Tabla 35. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.20$ )**

$P/P_o =$	0.2	f'c: 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.25	0.32	0.38	0.38	0.51
	35.00	0.29	0.36	0.43	0.43	0.59
	40.00	0.32	0.40	0.49	0.49	0.65
	45.00	0.36	0.44	0.53	0.53	0.72
	50.00	0.39	0.48	0.58	0.58	0.78
	55.00	0.42	0.52	0.63	0.63	0.84
	60.00	0.45	0.56	0.67	0.67	0.90
	65.00	0.47	0.59	0.71	0.71	0.95
35.00	70.00	0.50	0.62	0.75	0.75	1.01
	40.00	0.39	0.49	0.59	0.59	0.80
	45.00	0.43	0.54	0.65	0.65	0.88
	50.00	0.46	0.59	0.71	0.71	0.96
	55.00	0.50	0.63	0.76	0.76	1.03
	60.00	0.54	0.67	0.82	0.82	1.10
	65.00	0.57	0.72	0.87	0.87	1.17
	70.00	0.60	0.76	0.92	0.92	1.23
40.00	75.00	0.63	0.80	0.96	0.96	1.30
	80.00	0.66	0.83	1.01	1.01	1.36
	45.00	0.50	0.63	0.77	0.77	1.03
	50.00	0.54	0.69	0.84	0.84	1.12
	55.00	0.59	0.74	0.90	0.90	1.21
	60.00	0.63	0.79	0.96	0.96	1.29
	65.00	0.67	0.84	1.02	1.02	1.37
	70.00	0.70	0.89	1.08	1.08	1.45
45.00	75.00	0.74	0.94	1.14	1.14	1.52
	80.00	0.77	0.98	1.19	1.19	1.59
	85.00	0.81	1.02	1.24	1.24	1.66
	90.00	0.84	1.06	1.29	1.29	1.72
	50.00	0.62	0.79	0.96	0.96	1.28
	55.00	0.67	0.85	1.04	1.04	1.37
	60.00	0.72	0.91	1.11	1.11	1.47
	65.00	0.76	0.97	1.18	1.18	1.56
50.00	70.00	0.81	1.02	1.24	1.24	1.64
	75.00	0.85	1.08	1.31	1.31	1.73
	80.00	0.89	1.13	1.37	1.37	1.81
	85.00	0.93	1.18	1.43	1.43	1.88
	90.00	0.96	1.22	1.48	1.48	1.96
	95.00	1.00	1.27	1.54	1.54	2.03
	100.00	1.03	1.31	1.59	1.59	2.10
	55.00	0.76	0.96	1.16	1.16	1.54
55.00	60.00	0.81	1.03	1.24	1.24	1.64
	65.00	0.86	1.09	1.31	1.31	1.74
	70.00	0.91	1.15	1.39	1.39	1.84
	75.00	0.95	1.21	1.46	1.46	1.93
	80.00	1.00	1.27	1.53	1.53	2.02
	85.00	1.04	1.32	1.59	1.59	2.11
	90.00	1.09	1.38	1.66	1.66	2.19
	95.00	1.13	1.43	1.72	1.72	2.27
60.00	100.00	1.17	1.48	1.78	1.78	2.35
	60.00	0.89	1.13	1.37	1.37	1.82
	65.00	0.95	1.20	1.45	1.45	1.93
	70.00	1.00	1.27	1.53	1.53	2.04
	75.00	1.06	1.34	1.61	1.61	2.14
	80.00	1.11	1.40	1.69	1.69	2.24
	85.00	1.15	1.46	1.76	1.76	2.33
	90.00	1.20	1.52	1.83	1.83	2.42
60.00	95.00	1.25	1.58	1.90	1.90	2.51
	100.00	1.29	1.63	1.96	1.96	2.60
	65.00	1.04	1.32	1.59	1.59	2.11
	70.00	1.10	1.39	1.68	1.68	2.23
	75.00	1.15	1.46	1.76	1.76	2.34
	80.00	1.21	1.53	1.84	1.84	2.45
	85.00	1.26	1.60	1.92	1.92	2.56
	90.00	1.31	1.66	2.00	2.00	2.66
60.00	95.00	1.36	1.72	2.07	2.07	2.75
	100.00	1.41	1.78	2.15	2.15	2.85

**Tabla 36. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.22$ )**

$P/P_o =$	0.22	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.27	0.33	0.40	0.40	0.53
	35.00	0.30	0.38	0.45	0.45	0.60
	40.00	0.34	0.42	0.51	0.51	0.67
	45.00	0.37	0.46	0.56	0.56	0.74
	50.00	0.41	0.51	0.60	0.60	0.80
	55.00	0.44	0.54	0.65	0.65	0.87
	60.00	0.47	0.58	0.70	0.70	0.92
	65.00	0.50	0.62	0.74	0.74	0.98
	70.00	0.53	0.65	0.78	0.78	1.04
35.00	40.00	0.41	0.51	0.61	0.61	0.82
	45.00	0.45	0.56	0.67	0.67	0.90
	50.00	0.49	0.61	0.73	0.73	0.98
	55.00	0.52	0.66	0.79	0.79	1.05
	60.00	0.56	0.70	0.84	0.84	1.13
	65.00	0.60	0.75	0.90	0.90	1.19
	70.00	0.63	0.79	0.95	0.95	1.26
	75.00	0.66	0.83	0.99	0.99	1.32
	80.00	0.69	0.87	1.04	1.04	1.38
40.00	45.00	0.52	0.66	0.79	0.79	1.04
	50.00	0.57	0.71	0.86	0.86	1.13
	55.00	0.61	0.77	0.93	0.93	1.22
	60.00	0.65	0.82	0.99	0.99	1.30
	65.00	0.69	0.87	1.05	1.05	1.38
	70.00	0.73	0.92	1.11	1.11	1.46
	75.00	0.77	0.97	1.17	1.17	1.53
	80.00	0.81	1.02	1.22	1.22	1.60
	85.00	0.84	1.06	1.28	1.28	1.67
45.00	90.00	0.88	1.10	1.33	1.33	1.73
	50.00	0.65	0.82	0.98	0.98	1.29
	55.00	0.70	0.88	1.05	1.05	1.38
	60.00	0.75	0.94	1.12	1.12	1.48
	65.00	0.79	1.00	1.19	1.19	1.57
	70.00	0.84	1.05	1.26	1.26	1.65
	75.00	0.88	1.11	1.32	1.32	1.74
	80.00	0.92	1.16	1.38	1.38	1.82
	85.00	0.96	1.21	1.44	1.44	1.89
50.00	90.00	1.00	1.26	1.50	1.50	1.97
	95.00	1.04	1.30	1.56	1.56	2.04
	100.00	1.07	1.35	1.61	1.61	2.11
	55.00	0.78	0.98	1.17	1.17	1.55
	60.00	0.84	1.05	1.25	1.25	1.65
	65.00	0.89	1.11	1.33	1.33	1.75
	70.00	0.94	1.17	1.41	1.41	1.85
	75.00	0.99	1.23	1.48	1.48	1.94
	80.00	1.03	1.29	1.55	1.55	2.03
55.00	85.00	1.08	1.35	1.61	1.61	2.12
	90.00	1.12	1.40	1.67	1.67	2.20
	95.00	1.16	1.45	1.74	1.74	2.28
	100.00	1.20	1.50	1.80	1.80	2.36
	60.00	0.92	1.15	1.38	1.38	1.83
	65.00	0.98	1.23	1.47	1.47	1.94
	70.00	1.03	1.29	1.55	1.55	2.05
	75.00	1.08	1.36	1.63	1.63	2.15
	80.00	1.14	1.42	1.71	1.71	2.25
60.00	85.00	1.18	1.49	1.78	1.78	2.34
	90.00	1.23	1.55	1.85	1.85	2.43
	95.00	1.28	1.60	1.92	1.92	2.52
	100.00	1.32	1.66	1.98	1.98	2.60
	65.00	1.07	1.34	1.61	1.61	2.12
	70.00	1.13	1.42	1.70	1.70	2.24
	75.00	1.18	1.49	1.78	1.78	2.35
	80.00	1.24	1.56	1.87	1.87	2.46
	85.00	1.29	1.62	1.95	1.95	2.57
60.00	90.00	1.34	1.69	2.02	2.02	2.67
	95.00	1.39	1.75	2.10	2.10	2.76
	100.00	1.44	1.81	2.17	2.17	2.85

**Tabla 37. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.24$ )**

P/Po =	0.24	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.28	0.34	0.41	0.41	0.54
	35.00	0.32	0.39	0.47	0.47	0.62
	40.00	0.35	0.44	0.52	0.52	0.69
	45.00	0.39	0.48	0.57	0.57	0.76
	50.00	0.42	0.52	0.62	0.62	0.82
	55.00	0.46	0.56	0.67	0.67	0.88
	60.00	0.49	0.60	0.72	0.72	0.94
	65.00	0.52	0.64	0.76	0.76	1.00
	70.00	0.55	0.68	0.80	0.80	1.06
35.00	40.00	0.42	0.53	0.63	0.63	0.82
	45.00	0.47	0.58	0.69	0.69	0.91
	50.00	0.51	0.63	0.75	0.75	0.98
	55.00	0.55	0.68	0.81	0.81	1.06
	60.00	0.58	0.72	0.87	0.87	1.13
	65.00	0.62	0.77	0.92	0.92	1.20
	70.00	0.65	0.81	0.97	0.97	1.26
	75.00	0.69	0.85	1.02	1.02	1.33
80.00	0.72	0.89	1.07	1.07	1.39	
40.00	45.00	0.54	0.68	0.80	0.80	1.05
	50.00	0.59	0.74	0.87	0.87	1.14
	55.00	0.63	0.79	0.94	0.94	1.22
	60.00	0.68	0.85	1.00	1.00	1.31
	65.00	0.72	0.90	1.07	1.07	1.38
	70.00	0.76	0.95	1.12	1.12	1.46
	75.00	0.80	1.00	1.18	1.18	1.53
	80.00	0.84	1.04	1.24	1.24	1.60
	85.00	0.87	1.09	1.29	1.29	1.67
	90.00	0.91	1.13	1.34	1.34	1.73
45.00	50.00	0.67	0.83	0.99	0.99	1.29
	55.00	0.72	0.89	1.06	1.06	1.39
	60.00	0.77	0.96	1.14	1.14	1.48
	65.00	0.82	1.01	1.21	1.21	1.57
	70.00	0.86	1.07	1.27	1.27	1.66
	75.00	0.91	1.12	1.34	1.34	1.74
	80.00	0.95	1.18	1.40	1.40	1.82
	85.00	0.99	1.23	1.46	1.46	1.89
	90.00	1.03	1.28	1.51	1.51	1.97
	95.00	1.07	1.32	1.57	1.57	2.04
	100.00	1.10	1.37	1.62	1.62	2.11
50.00	55.00	0.80	1.00	1.19	1.19	1.55
	60.00	0.85	1.06	1.27	1.27	1.66
	65.00	0.91	1.13	1.34	1.34	1.76
	70.00	0.96	1.19	1.42	1.42	1.85
	75.00	1.01	1.25	1.49	1.49	1.95
	80.00	1.05	1.31	1.56	1.56	2.03
	85.00	1.10	1.37	1.63	1.63	2.12
	90.00	1.14	1.42	1.69	1.69	2.20
	95.00	1.19	1.47	1.75	1.75	2.28
	100.00	1.23	1.52	1.81	1.81	2.35
55.00	60.00	0.94	1.17	1.40	1.40	1.83
	65.00	1.00	1.25	1.48	1.48	1.94
	70.00	1.05	1.31	1.57	1.57	2.05
	75.00	1.11	1.38	1.65	1.65	2.15
	80.00	1.16	1.45	1.72	1.72	2.25
	85.00	1.21	1.51	1.79	1.79	2.34
	90.00	1.26	1.57	1.86	1.86	2.43
	95.00	1.31	1.62	1.93	1.93	2.52
100.00	1.35	1.68	2.00	2.00	2.60	
60.00	65.00	1.09	1.36	1.62	1.62	2.13
	70.00	1.15	1.44	1.71	1.71	2.25
	75.00	1.21	1.51	1.80	1.80	2.36
	80.00	1.27	1.58	1.88	1.88	2.46
	85.00	1.32	1.65	1.96	1.96	2.57
	90.00	1.37	1.71	2.04	2.04	2.67
	95.00	1.42	1.77	2.11	2.11	2.76
100.00	1.47	1.84	2.19	2.19	2.85	

**Tabla 38. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.26$ )**

$P/P_o =$	0.26	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.29	0.35	0.42	0.42	0.55
	35.00	0.33	0.40	0.48	0.48	0.62
	40.00	0.37	0.45	0.53	0.53	0.70
	45.00	0.40	0.50	0.59	0.59	0.76
	50.00	0.44	0.54	0.64	0.64	0.83
	55.00	0.47	0.58	0.69	0.69	0.89
	60.00	0.51	0.62	0.73	0.73	0.95
	65.00	0.54	0.66	0.78	0.78	1.01
	70.00	0.57	0.69	0.82	0.82	1.06
35.00	40.00	0.44	0.54	0.64	0.64	0.83
	45.00	0.48	0.59	0.70	0.70	0.91
	50.00	0.52	0.65	0.77	0.77	0.99
	55.00	0.56	0.70	0.82	0.82	1.06
	60.00	0.60	0.74	0.88	0.88	1.13
	65.00	0.64	0.79	0.93	0.93	1.20
	70.00	0.67	0.83	0.98	0.98	1.26
	75.00	0.71	0.87	1.03	1.03	1.32
	80.00	0.74	0.91	1.08	1.08	1.38
40.00	45.00	0.56	0.69	0.81	0.81	1.05
	50.00	0.61	0.75	0.88	0.88	1.14
	55.00	0.65	0.80	0.95	0.95	1.22
	60.00	0.70	0.86	1.01	1.01	1.31
	65.00	0.74	0.91	1.07	1.07	1.38
	70.00	0.78	0.96	1.13	1.13	1.46
	75.00	0.82	1.01	1.19	1.19	1.53
	80.00	0.86	1.06	1.24	1.24	1.60
	85.00	0.90	1.10	1.30	1.30	1.67
45.00	90.00	0.93	1.14	1.35	1.35	1.73
	50.00	0.68	0.84	1.00	1.00	1.29
	55.00	0.73	0.91	1.07	1.07	1.39
	60.00	0.78	0.97	1.14	1.14	1.48
	65.00	0.83	1.03	1.21	1.21	1.57
	70.00	0.88	1.08	1.28	1.28	1.66
	75.00	0.92	1.14	1.34	1.34	1.74
	80.00	0.97	1.19	1.41	1.41	1.82
	85.00	1.01	1.24	1.47	1.47	1.89
50.00	90.00	1.05	1.29	1.52	1.52	1.96
	95.00	1.09	1.34	1.58	1.58	2.03
	100.00	1.12	1.38	1.63	1.63	2.10
	55.00	0.82	1.01	1.20	1.20	1.55
	60.00	0.87	1.08	1.28	1.28	1.66
	65.00	0.93	1.14	1.35	1.35	1.76
	70.00	0.98	1.21	1.43	1.43	1.85
	75.00	1.03	1.27	1.50	1.50	1.94
	80.00	1.07	1.33	1.57	1.57	2.03
55.00	85.00	1.12	1.38	1.64	1.64	2.11
	90.00	1.16	1.44	1.70	1.70	2.20
	95.00	1.21	1.49	1.76	1.76	2.27
	100.00	1.25	1.54	1.82	1.82	2.35
	60.00	0.96	1.19	1.41	1.41	1.83
	65.00	1.02	1.26	1.49	1.49	1.94
	70.00	1.07	1.33	1.58	1.58	2.05
	75.00	1.13	1.40	1.66	1.66	2.15
	80.00	1.18	1.46	1.73	1.73	2.24
60.00	85.00	1.23	1.52	1.80	1.80	2.34
	90.00	1.28	1.58	1.87	1.87	2.43
	95.00	1.33	1.64	1.94	1.94	2.51
	100.00	1.37	1.70	2.01	2.01	2.60
	65.00	1.11	1.38	1.64	1.64	2.13
	70.00	1.17	1.45	1.73	1.73	2.24
	75.00	1.23	1.53	1.81	1.81	2.35
	80.00	1.29	1.60	1.89	1.89	2.46
	85.00	1.34	1.66	1.97	1.97	2.56
60.00	90.00	1.40	1.73	2.05	2.05	2.66
	95.00	1.45	1.79	2.12	2.12	2.75
	100.00	1.50	1.85	2.20	2.20	2.84



**Tabla 39. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.28$ )**

$P/P_o =$	0.28	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.30	0.36	0.43	0.43	0.55
	35.00	0.34	0.41	0.49	0.49	0.62
	40.00	0.38	0.46	0.54	0.54	0.69
	45.00	0.42	0.51	0.60	0.60	0.76
	50.00	0.45	0.55	0.65	0.65	0.82
	55.00	0.49	0.59	0.70	0.70	0.88
	60.00	0.52	0.63	0.75	0.75	0.94
	65.00	0.55	0.67	0.79	0.79	1.00
	70.00	0.58	0.71	0.83	0.83	1.05
35.00	40.00	0.45	0.55	0.65	0.65	0.82
	45.00	0.49	0.60	0.71	0.71	0.90
	50.00	0.54	0.66	0.77	0.77	0.98
	55.00	0.58	0.71	0.83	0.83	1.05
	60.00	0.62	0.75	0.88	0.88	1.12
	65.00	0.65	0.80	0.94	0.94	1.19
	70.00	0.69	0.84	0.99	0.99	1.25
	75.00	0.73	0.89	1.04	1.04	1.31
	80.00	0.76	0.93	1.08	1.08	1.37
40.00	45.00	0.57	0.69	0.82	0.82	1.04
	50.00	0.62	0.75	0.89	0.89	1.13
	55.00	0.66	0.81	0.95	0.95	1.21
	60.00	0.71	0.87	1.02	1.02	1.30
	65.00	0.75	0.92	1.08	1.08	1.37
	70.00	0.79	0.97	1.14	1.14	1.45
	75.00	0.83	1.02	1.19	1.19	1.52
	80.00	0.87	1.06	1.25	1.25	1.58
	85.00	0.91	1.11	1.30	1.30	1.65
45.00	90.00	0.95	1.15	1.35	1.35	1.71
	50.00	0.69	0.85	1.00	1.00	1.28
	55.00	0.75	0.91	1.08	1.08	1.38
	60.00	0.80	0.98	1.15	1.15	1.47
	65.00	0.85	1.04	1.22	1.22	1.56
	70.00	0.89	1.09	1.29	1.29	1.64
	75.00	0.94	1.15	1.35	1.35	1.72
	80.00	0.98	1.20	1.41	1.41	1.80
	85.00	1.02	1.25	1.47	1.47	1.87
50.00	90.00	1.06	1.30	1.53	1.53	1.94
	95.00	1.10	1.35	1.58	1.58	2.01
	100.00	1.14	1.39	1.63	1.63	2.08
	55.00	0.83	1.02	1.20	1.20	1.54
	60.00	0.89	1.09	1.28	1.28	1.65
	65.00	0.94	1.15	1.36	1.36	1.75
	70.00	0.99	1.22	1.43	1.43	1.84
	75.00	1.04	1.28	1.51	1.51	1.93
	80.00	1.09	1.34	1.57	1.57	2.02
55.00	85.00	1.14	1.39	1.64	1.64	2.10
	90.00	1.18	1.45	1.70	1.70	2.18
	95.00	1.22	1.50	1.76	1.76	2.25
	100.00	1.27	1.55	1.82	1.82	2.33
	60.00	0.97	1.20	1.42	1.42	1.82
	65.00	1.03	1.27	1.50	1.50	1.93
	70.00	1.09	1.34	1.58	1.58	2.04
	75.00	1.15	1.41	1.66	1.66	2.14
	80.00	1.20	1.47	1.74	1.74	2.23
60.00	85.00	1.25	1.53	1.81	1.81	2.32
	90.00	1.30	1.59	1.88	1.88	2.41
	95.00	1.35	1.65	1.95	1.95	2.49
	100.00	1.39	1.71	2.01	2.01	2.58
	65.00	1.13	1.39	1.64	1.64	2.12
	70.00	1.19	1.47	1.73	1.73	2.23
	75.00	1.25	1.54	1.82	1.82	2.34
	80.00	1.31	1.61	1.90	1.90	2.45
	85.00	1.36	1.68	1.98	1.98	2.55
60.00	90.00	1.42	1.74	2.06	2.06	2.64
	95.00	1.47	1.80	2.13	2.13	2.74
	100.00	1.52	1.87	2.20	2.20	2.82

**Tabla 40. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.30$ )**

$P/P_o =$	0.3	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.30	0.37	0.43	0.43	0.54
	35.00	0.35	0.42	0.49	0.49	0.62
	40.00	0.39	0.47	0.55	0.55	0.69
	45.00	0.43	0.52	0.60	0.60	0.75
	50.00	0.46	0.56	0.65	0.65	0.82
	55.00	0.50	0.60	0.70	0.70	0.88
	60.00	0.53	0.64	0.75	0.75	0.93
	65.00	0.56	0.68	0.80	0.80	0.99
	70.00	0.60	0.72	0.84	0.84	1.04
35.00	40.00	0.46	0.55	0.65	0.65	0.81
	45.00	0.50	0.61	0.71	0.71	0.89
	50.00	0.55	0.66	0.77	0.77	0.97
	55.00	0.59	0.71	0.83	0.83	1.04
	60.00	0.63	0.76	0.89	0.89	1.11
	65.00	0.67	0.81	0.94	0.94	1.17
	70.00	0.70	0.85	0.99	0.99	1.23
	75.00	0.74	0.89	1.04	1.04	1.29
	80.00	0.77	0.93	1.09	1.09	1.35
40.00	45.00	0.58	0.70	0.82	0.82	1.03
	50.00	0.62	0.76	0.89	0.89	1.12
	55.00	0.67	0.82	0.96	0.96	1.20
	60.00	0.72	0.87	1.02	1.02	1.28
	65.00	0.76	0.92	1.08	1.08	1.35
	70.00	0.80	0.97	1.14	1.14	1.43
	75.00	0.84	1.02	1.19	1.19	1.50
	80.00	0.88	1.07	1.25	1.25	1.56
	85.00	0.92	1.11	1.30	1.30	1.63
90.00	0.96	1.16	1.35	1.35	1.69	
45.00	50.00	0.70	0.86	1.00	1.00	1.27
	55.00	0.76	0.92	1.08	1.08	1.36
	60.00	0.81	0.98	1.15	1.15	1.45
	65.00	0.86	1.04	1.22	1.22	1.54
	70.00	0.90	1.10	1.29	1.29	1.62
	75.00	0.95	1.15	1.35	1.35	1.70
	80.00	0.99	1.21	1.41	1.41	1.77
	85.00	1.03	1.26	1.47	1.47	1.85
	90.00	1.07	1.31	1.53	1.53	1.91
95.00	1.11	1.35	1.58	1.58	1.98	
100.00	1.15	1.40	1.63	1.63	2.04	
50.00	55.00	0.84	1.03	1.20	1.20	1.52
	60.00	0.90	1.09	1.28	1.28	1.62
	65.00	0.95	1.16	1.36	1.36	1.72
	70.00	1.00	1.22	1.44	1.44	1.81
	75.00	1.05	1.28	1.51	1.51	1.90
	80.00	1.10	1.34	1.57	1.57	1.98
	85.00	1.15	1.40	1.64	1.64	2.06
	90.00	1.19	1.45	1.70	1.70	2.14
	95.00	1.24	1.51	1.76	1.76	2.22
100.00	1.28	1.56	1.82	1.82	2.29	
55.00	60.00	0.99	1.21	1.42	1.42	1.80
	65.00	1.05	1.28	1.50	1.50	1.90
	70.00	1.10	1.35	1.58	1.58	2.01
	75.00	1.16	1.42	1.66	1.66	2.10
	80.00	1.21	1.48	1.74	1.74	2.20
	85.00	1.26	1.54	1.81	1.81	2.28
	90.00	1.31	1.60	1.88	1.88	2.37
	95.00	1.36	1.66	1.94	1.94	2.45
	100.00	1.40	1.71	2.01	2.01	2.53
60.00	65.00	1.14	1.40	1.64	1.64	2.09
	70.00	1.20	1.47	1.73	1.73	2.20
	75.00	1.26	1.55	1.82	1.82	2.30
	80.00	1.32	1.62	1.90	1.90	2.41
	85.00	1.38	1.68	1.98	1.98	2.50
	90.00	1.43	1.75	2.05	2.05	2.60
	95.00	1.48	1.81	2.13	2.13	2.69
100.00	1.53	1.87	2.20	2.20	2.77	

**Tabla 41. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.32$ )**

P/Po =	0.32	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.31	0.37	0.43	0.43	0.54
	35.00	0.35	0.43	0.49	0.49	0.61
	40.00	0.39	0.48	0.55	0.55	0.68
	45.00	0.43	0.52	0.60	0.60	0.75
	50.00	0.47	0.57	0.65	0.65	0.81
	55.00	0.51	0.61	0.70	0.70	0.87
	60.00	0.54	0.65	0.75	0.75	0.92
	65.00	0.57	0.69	0.79	0.79	0.98
	70.00	0.61	0.73	0.83	0.83	1.03
35.00	40.00	0.46	0.56	0.64	0.64	0.80
	45.00	0.51	0.61	0.71	0.71	0.88
	50.00	0.55	0.67	0.77	0.77	0.96
	55.00	0.60	0.72	0.82	0.82	1.03
	60.00	0.64	0.76	0.88	0.88	1.09
	65.00	0.67	0.81	0.93	0.93	1.16
	70.00	0.71	0.85	0.98	0.98	1.22
	75.00	0.75	0.89	1.03	1.03	1.28
80.00	0.78	0.94	1.08	1.08	1.33	
40.00	45.00	0.58	0.70	0.81	0.81	1.02
	50.00	0.63	0.76	0.88	0.88	1.10
	55.00	0.68	0.82	0.95	0.95	1.18
	60.00	0.73	0.87	1.01	1.01	1.26
	65.00	0.77	0.93	1.07	1.07	1.34
	70.00	0.81	0.98	1.13	1.13	1.41
	75.00	0.85	1.03	1.19	1.19	1.47
	80.00	0.89	1.07	1.24	1.24	1.54
	85.00	0.93	1.12	1.29	1.29	1.60
90.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.66	
45.00	50.00	0.71	0.86	1.00	1.00	1.25
	55.00	0.76	0.92	1.08	1.08	1.34
	60.00	0.81	0.99	1.15	1.15	1.43
	65.00	0.86	1.05	1.22	1.22	1.52
	70.00	0.91	1.10	1.28	1.28	1.60
	75.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.67
	80.00	1.00	1.21	1.40	1.40	1.75
	85.00	1.04	1.26	1.46	1.46	1.82
	90.00	1.08	1.31	1.52	1.52	1.88
	95.00	1.12	1.35	1.57	1.57	1.95
100.00	1.16	1.40	1.62	1.62	2.01	
50.00	55.00	0.85	1.03	1.20	1.20	1.50
	60.00	0.90	1.10	1.28	1.28	1.60
	65.00	0.96	1.16	1.36	1.36	1.69
	70.00	1.01	1.23	1.43	1.43	1.78
	75.00	1.06	1.29	1.50	1.50	1.87
	80.00	1.11	1.35	1.57	1.57	1.95
	85.00	1.16	1.40	1.63	1.63	2.03
	90.00	1.20	1.46	1.69	1.69	2.11
	95.00	1.25	1.51	1.75	1.75	2.18
	100.00	1.29	1.56	1.81	1.81	2.25
55.00	60.00	0.99	1.21	1.42	1.42	1.77
	65.00	1.05	1.28	1.50	1.50	1.87
	70.00	1.11	1.35	1.58	1.58	1.97
	75.00	1.17	1.42	1.66	1.66	2.07
	80.00	1.22	1.48	1.73	1.73	2.16
	85.00	1.27	1.54	1.80	1.80	2.25
	90.00	1.32	1.60	1.87	1.87	2.33
	95.00	1.37	1.66	1.94	1.94	2.41
100.00	1.41	1.72	2.00	2.00	2.49	
60.00	65.00	1.15	1.40	1.64	1.64	2.05
	70.00	1.21	1.48	1.73	1.73	2.16
	75.00	1.27	1.55	1.81	1.81	2.27
	80.00	1.33	1.62	1.89	1.89	2.37
	85.00	1.39	1.69	1.97	1.97	2.46
	90.00	1.44	1.75	2.05	2.05	2.55
	95.00	1.49	1.81	2.12	2.12	2.64
100.00	1.54	1.87	2.19	2.19	2.72	

**Tabla 42. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.34$ )**

P/Po =	0.34	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	ρ = 1	ρ = 1.5	ρ = 2	ρ = 2.5	ρ = 3
30.00	30.00	0.32	0.37	0.43	0.43	0.53
	35.00	0.36	0.43	0.49	0.49	0.60
	40.00	0.40	0.47	0.54	0.54	0.67
	45.00	0.44	0.52	0.60	0.60	0.74
	50.00	0.48	0.56	0.65	0.65	0.80
	55.00	0.51	0.61	0.69	0.69	0.86
	60.00	0.55	0.65	0.74	0.74	0.91
	65.00	0.58	0.69	0.78	0.78	0.97
	70.00	0.61	0.72	0.83	0.83	1.02
35.00	40.00	0.47	0.56	0.64	0.64	0.79
	45.00	0.51	0.61	0.70	0.70	0.87
	50.00	0.56	0.66	0.76	0.76	0.94
	55.00	0.60	0.71	0.82	0.82	1.01
	60.00	0.64	0.76	0.87	0.87	1.08
	65.00	0.68	0.81	0.92	0.92	1.14
	70.00	0.71	0.85	0.97	0.97	1.20
	75.00	0.75	0.89	1.02	1.02	1.26
80.00	0.78	0.93	1.06	1.06	1.31	
40.00	45.00	0.59	0.70	0.81	0.81	1.00
	50.00	0.64	0.76	0.88	0.88	1.09
	55.00	0.68	0.82	0.94	0.94	1.17
	60.00	0.73	0.87	1.00	1.00	1.24
	65.00	0.77	0.93	1.06	1.06	1.32
	70.00	0.82	0.98	1.12	1.12	1.39
	75.00	0.86	1.02	1.17	1.17	1.45
	80.00	0.89	1.07	1.22	1.22	1.51
	85.00	0.93	1.11	1.27	1.27	1.57
	90.00	0.97	1.16	1.32	1.32	1.63
45.00	50.00	0.71	0.86	0.99	0.99	1.23
	55.00	0.77	0.93	1.06	1.06	1.32
	60.00	0.82	0.99	1.13	1.13	1.41
	65.00	0.87	1.05	1.20	1.20	1.49
	70.00	0.92	1.10	1.27	1.27	1.57
	75.00	0.96	1.16	1.33	1.33	1.64
	80.00	1.01	1.21	1.39	1.39	1.72
	85.00	1.05	1.26	1.44	1.44	1.78
	90.00	1.09	1.31	1.50	1.50	1.85
	95.00	1.13	1.35	1.55	1.55	1.91
	100.00	1.16	1.40	1.60	1.60	1.97
50.00	55.00	0.85	1.03	1.19	1.19	1.48
	60.00	0.91	1.10	1.27	1.27	1.58
	65.00	0.96	1.16	1.34	1.34	1.67
	70.00	1.02	1.23	1.41	1.41	1.75
	75.00	1.07	1.29	1.48	1.48	1.84
	80.00	1.12	1.34	1.55	1.55	1.92
	85.00	1.16	1.40	1.61	1.61	1.99
	90.00	1.21	1.45	1.67	1.67	2.07
	95.00	1.25	1.50	1.73	1.73	2.14
	100.00	1.29	1.55	1.78	1.78	2.21
55.00	60.00	1.00	1.21	1.40	1.40	1.74
	65.00	1.06	1.28	1.48	1.48	1.84
	70.00	1.12	1.35	1.56	1.56	1.94
	75.00	1.17	1.42	1.64	1.64	2.03
	80.00	1.23	1.48	1.71	1.71	2.12
	85.00	1.28	1.54	1.78	1.78	2.20
	90.00	1.33	1.60	1.84	1.84	2.29
95.00	1.37	1.66	1.91	1.91	2.36	
100.00	1.42	1.71	1.97	1.97	2.44	
60.00	65.00	1.16	1.40	1.62	1.62	2.02
	70.00	1.22	1.48	1.71	1.71	2.12
	75.00	1.28	1.55	1.79	1.79	2.23
	80.00	1.34	1.62	1.87	1.87	2.32
	85.00	1.39	1.68	1.95	1.95	2.41
	90.00	1.45	1.75	2.02	2.02	2.50
	95.00	1.50	1.81	2.09	2.09	2.59
100.00	1.55	1.87	2.16	2.16	2.67	

**Tabla 43. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.40$ )**

$P/P_o =$	0.4	$f'_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.32	0.37	0.42	0.42	0.51
	35.00	0.36	0.42	0.47	0.47	0.58
	40.00	0.40	0.47	0.53	0.53	0.65
	45.00	0.44	0.51	0.58	0.58	0.71
	50.00	0.48	0.55	0.63	0.63	0.77
	55.00	0.51	0.59	0.67	0.67	0.82
	60.00	0.54	0.63	0.72	0.72	0.87
	70.00	0.58	0.67	0.76	0.76	0.92
35.00	40.00	0.61	0.71	0.80	0.80	0.97
	45.00	0.46	0.54	0.62	0.62	0.76
	50.00	0.51	0.60	0.68	0.68	0.83
	55.00	0.55	0.65	0.74	0.74	0.90
	60.00	0.59	0.69	0.79	0.79	0.97
	65.00	0.63	0.74	0.84	0.84	1.03
	70.00	0.67	0.78	0.89	0.89	1.09
	80.00	0.71	0.82	0.94	0.94	1.14
40.00	85.00	0.74	0.86	0.98	0.98	1.19
	90.00	0.77	0.90	1.02	1.02	1.25
	45.00	0.58	0.68	0.78	0.78	0.96
	50.00	0.63	0.74	0.84	0.84	1.04
	55.00	0.68	0.79	0.91	0.91	1.11
	60.00	0.72	0.85	0.96	0.96	1.18
	65.00	0.77	0.90	1.02	1.02	1.25
	70.00	0.81	0.94	1.07	1.07	1.31
45.00	75.00	0.85	0.99	1.12	1.12	1.37
	80.00	0.88	1.03	1.17	1.17	1.43
	85.00	0.92	1.07	1.22	1.22	1.49
	90.00	0.95	1.11	1.26	1.26	1.54
	50.00	0.71	0.83	0.95	0.95	1.17
	55.00	0.76	0.90	1.02	1.02	1.26
	60.00	0.81	0.95	1.09	1.09	1.34
	65.00	0.86	1.01	1.15	1.15	1.41
50.00	70.00	0.91	1.06	1.21	1.21	1.48
	75.00	0.95	1.12	1.27	1.27	1.55
	80.00	0.99	1.16	1.32	1.32	1.62
	85.00	1.03	1.21	1.38	1.38	1.68
	90.00	1.07	1.26	1.43	1.43	1.74
	95.00	1.11	1.30	1.48	1.48	1.80
	100.00	1.15	1.34	1.52	1.52	1.86
	55.00	55.00	0.85	1.00	1.14	1.14
60.00		0.90	1.06	1.21	1.21	1.49
65.00		0.96	1.12	1.28	1.28	1.58
70.00		1.01	1.18	1.35	1.35	1.66
75.00		1.06	1.24	1.41	1.41	1.73
80.00		1.10	1.30	1.48	1.48	1.81
85.00		1.15	1.35	1.53	1.53	1.88
90.00		1.19	1.40	1.59	1.59	1.94
60.00	95.00	1.23	1.45	1.64	1.64	2.01
	100.00	1.27	1.49	1.70	1.70	2.07
	60.00	0.99	1.17	1.34	1.34	1.65
	65.00	1.05	1.24	1.41	1.41	1.74
	70.00	1.11	1.30	1.49	1.49	1.83
	75.00	1.16	1.37	1.56	1.56	1.91
	80.00	1.21	1.43	1.63	1.63	1.99
	85.00	1.26	1.48	1.69	1.69	2.07
65.00	90.00	1.31	1.54	1.75	1.75	2.15
	95.00	1.36	1.59	1.81	1.81	2.22
	100.00	1.40	1.64	1.87	1.87	2.29
	65.00	1.15	1.35	1.55	1.55	1.90
	70.00	1.21	1.43	1.63	1.63	2.00
	75.00	1.27	1.49	1.70	1.70	2.09
	80.00	1.32	1.56	1.78	1.78	2.18
	85.00	1.38	1.62	1.85	1.85	2.27
70.00	90.00	1.43	1.68	1.92	1.92	2.35
	95.00	1.48	1.74	1.98	1.98	2.43
	100.00	1.53	1.80	2.04	2.04	2.50

**Tabla 44. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.60$ )**

$P/P_o =$	0.6	$f_c: 210 \text{ Kg/cm}^2$				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.27	0.31	0.34	0.34	0.40
	35.00	0.31	0.35	0.38	0.38	0.45
	40.00	0.34	0.38	0.42	0.42	0.50
	45.00	0.37	0.42	0.46	0.46	0.54
	50.00	0.40	0.45	0.50	0.50	0.59
	55.00	0.43	0.48	0.53	0.53	0.63
	60.00	0.46	0.51	0.57	0.57	0.66
	65.00	0.48	0.54	0.60	0.60	0.70
35.00	70.00	0.51	0.57	0.63	0.63	0.73
	40.00	0.39	0.44	0.49	0.49	0.58
	45.00	0.43	0.48	0.54	0.54	0.63
	50.00	0.46	0.52	0.58	0.58	0.68
	55.00	0.50	0.56	0.62	0.62	0.73
	60.00	0.53	0.59	0.66	0.66	0.77
	65.00	0.56	0.63	0.69	0.69	0.81
	70.00	0.59	0.66	0.73	0.73	0.85
40.00	75.00	0.61	0.69	0.76	0.76	0.89
	80.00	0.64	0.72	0.79	0.79	0.92
	45.00	0.49	0.55	0.61	0.61	0.72
	50.00	0.53	0.59	0.66	0.66	0.78
	55.00	0.56	0.64	0.71	0.71	0.83
	60.00	0.60	0.68	0.75	0.75	0.88
	65.00	0.63	0.71	0.79	0.79	0.93
	70.00	0.66	0.75	0.83	0.83	0.97
45.00	75.00	0.69	0.78	0.86	0.86	1.01
	80.00	0.72	0.81	0.90	0.90	1.05
	85.00	0.75	0.85	0.93	0.93	1.09
	90.00	0.78	0.87	0.96	0.96	1.12
	50.00	0.59	0.67	0.74	0.74	0.87
	55.00	0.63	0.71	0.79	0.79	0.93
	60.00	0.67	0.76	0.84	0.84	0.99
	65.00	0.71	0.80	0.89	0.89	1.04
50.00	70.00	0.74	0.84	0.93	0.93	1.09
	75.00	0.78	0.88	0.97	0.97	1.14
	80.00	0.81	0.91	1.01	1.01	1.18
	85.00	0.84	0.95	1.05	1.05	1.22
	90.00	0.87	0.98	1.08	1.08	1.26
	95.00	0.90	1.01	1.12	1.12	1.30
	100.00	0.92	1.04	1.15	1.15	1.34
	55.00	0.70	0.79	0.88	0.88	1.04
55.00	60.00	0.74	0.84	0.93	0.93	1.10
	65.00	0.78	0.89	0.98	0.98	1.16
	70.00	0.82	0.93	1.03	1.03	1.21
	75.00	0.86	0.97	1.08	1.08	1.26
	80.00	0.90	1.01	1.12	1.12	1.31
	85.00	0.93	1.05	1.16	1.16	1.36
	90.00	0.96	1.09	1.20	1.20	1.40
	95.00	0.99	1.12	1.24	1.24	1.45
60.00	100.00	1.02	1.15	1.27	1.27	1.49
	60.00	0.81	0.92	1.02	1.02	1.21
	65.00	0.86	0.97	1.08	1.08	1.27
	70.00	0.90	1.02	1.13	1.13	1.33
	75.00	0.94	1.07	1.18	1.18	1.39
	80.00	0.98	1.11	1.23	1.23	1.44
	85.00	1.02	1.15	1.28	1.28	1.50
	90.00	1.06	1.19	1.32	1.32	1.55
65.00	95.00	1.09	1.23	1.36	1.36	1.59
	100.00	1.12	1.27	1.40	1.40	1.64
	65.00	0.93	1.06	1.18	1.18	1.39
	70.00	0.98	1.11	1.24	1.24	1.45
	75.00	1.03	1.16	1.29	1.29	1.52
	80.00	1.07	1.21	1.34	1.34	1.58
	85.00	1.11	1.26	1.39	1.39	1.63
	90.00	1.15	1.30	1.44	1.44	1.69
70.00	95.00	1.19	1.34	1.48	1.48	1.74
	100.00	1.22	1.38	1.53	1.53	1.79

**Tabla 45. Longitud efectiva de columna corta con 6 ramales de estribos  
( $P_s/P_o = 0.80$ )**

$P/P_o =$	0.8	f <sub>c</sub> : 210 Kg/cm <sup>2</sup>				
Seccion (cm x cm)		LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA				
Altura	Base	$\rho = 1$	$\rho = 1.5$	$\rho = 2$	$\rho = 2.5$	$\rho = 3$
30.00	30.00	0.16	0.17	0.17	0.17	0.19
	35.00	0.18	0.19	0.20	0.20	0.21
	40.00	0.19	0.21	0.22	0.22	0.23
	45.00	0.21	0.22	0.24	0.24	0.25
	50.00	0.23	0.24	0.25	0.25	0.27
	55.00	0.24	0.26	0.27	0.27	0.29
	60.00	0.26	0.27	0.29	0.29	0.30
	70.00	0.27	0.29	0.30	0.30	0.32
35.00	40.00	0.28	0.30	0.31	0.31	0.33
	45.00	0.22	0.24	0.25	0.25	0.27
	50.00	0.24	0.26	0.27	0.27	0.29
	55.00	0.26	0.28	0.29	0.29	0.31
	60.00	0.28	0.30	0.31	0.31	0.33
	65.00	0.30	0.32	0.33	0.33	0.35
	70.00	0.31	0.33	0.35	0.35	0.37
	80.00	0.33	0.35	0.36	0.36	0.38
40.00	45.00	0.34	0.36	0.38	0.38	0.40
	50.00	0.32	0.34	0.36	0.36	0.38
	55.00	0.34	0.36	0.38	0.38	0.40
	60.00	0.35	0.38	0.39	0.39	0.42
	65.00	0.37	0.39	0.41	0.41	0.44
	70.00	0.39	0.41	0.43	0.43	0.45
	80.00	0.40	0.43	0.45	0.45	0.47
	90.00	0.42	0.44	0.46	0.46	0.49
45.00	50.00	0.43	0.46	0.48	0.48	0.50
	55.00	0.33	0.36	0.37	0.37	0.40
	60.00	0.35	0.38	0.40	0.40	0.42
	65.00	0.37	0.40	0.42	0.42	0.45
	70.00	0.39	0.42	0.44	0.44	0.47
	75.00	0.41	0.44	0.46	0.46	0.49
	80.00	0.43	0.46	0.48	0.48	0.51
	90.00	0.45	0.48	0.50	0.50	0.53
50.00	55.00	0.46	0.50	0.52	0.52	0.55
	60.00	0.48	0.51	0.53	0.53	0.56
	65.00	0.49	0.53	0.55	0.55	0.58
	70.00	0.51	0.54	0.56	0.56	0.59
	75.00	0.53	0.57	0.59	0.59	0.62
	80.00	0.55	0.58	0.61	0.61	0.64
	85.00	0.56	0.60	0.63	0.63	0.66
	100.00	0.58	0.62	0.65	0.65	0.69
55.00	60.00	0.60	0.64	0.67	0.67	0.71
	65.00	0.62	0.66	0.69	0.69	0.72
	70.00	0.45	0.49	0.51	0.51	0.55
	75.00	0.48	0.51	0.54	0.54	0.57
	80.00	0.50	0.54	0.57	0.57	0.60
	85.00	0.52	0.56	0.59	0.59	0.62
	90.00	0.54	0.58	0.61	0.61	0.65
	95.00	0.56	0.60	0.63	0.63	0.67
60.00	100.00	0.58	0.62	0.65	0.65	0.69
	65.00	0.52	0.56	0.59	0.59	0.63
	70.00	0.55	0.59	0.62	0.62	0.65
	75.00	0.57	0.61	0.64	0.64	0.68
	80.00	0.59	0.63	0.67	0.67	0.70
	85.00	0.61	0.66	0.69	0.69	0.73
	90.00	0.63	0.68	0.71	0.71	0.75
	95.00	0.65	0.70	0.73	0.73	0.77
100.00	0.67	0.72	0.75	0.75	0.79	

## MODELACIÓN EN EL PROGRAMA ETABS V9.0.1

Para el análisis del cortante en una columna con y sin mampostería se lo realizara en un pórtico de la estructura indicada anteriormente en donde las cargas aplicadas al pórtico se obtienen del análisis de cargas de la misma de las cuales son las siguientes:

Carga Muerta: 5.16 Tn/m

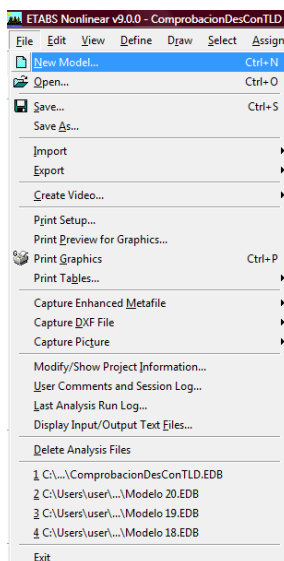
Carga Viva: 2.77 Tn/m

Carga de sismo en la dirección x-x: 9.25 Tn

### PORTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico sin incluir la mampostería*

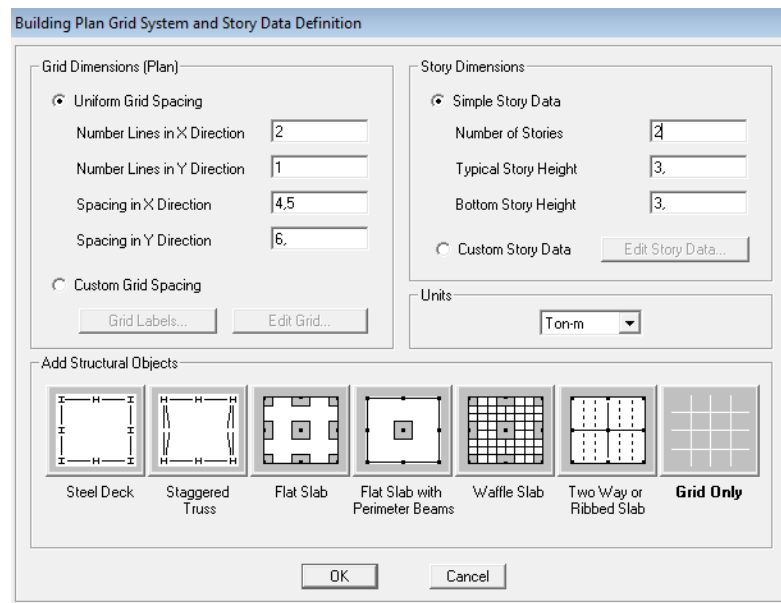
- 1) Abrir nuevo modelo en el menú *File*



**Figura 58. Designación de nuevo modelo**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

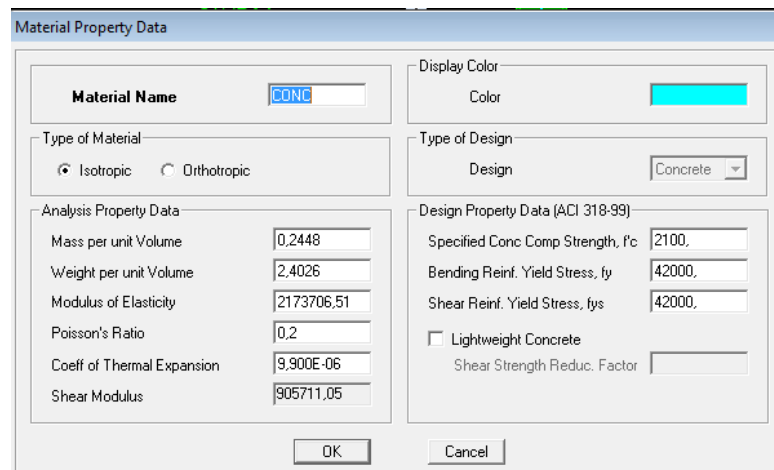


## 2) Definir la configuración geométrica en planta y elevación



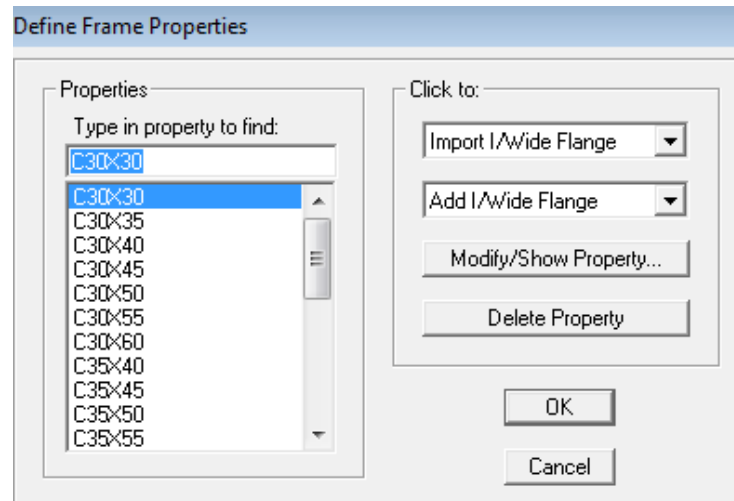
**Figura 59. Dimensiones de los elementos de la estructura**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 3) Configurar las características físicas de los materiales a utilizar



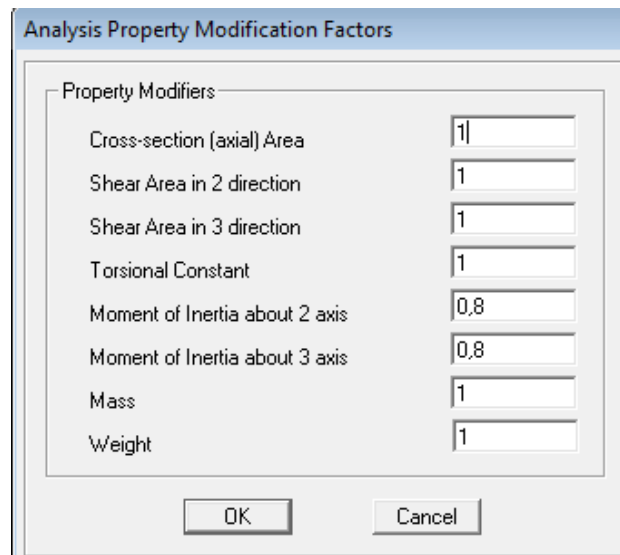
**Figura 60. Características de los materiales**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

- 4) Crear las secciones de Columna y Viga en el menú *Define*  
– *FrameSections*



**Figura 61. Secciones de las columnas**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

- 5) Inercias agrietadas de columnas



**Figura 62. Inercias gruesas de columnas**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

## 6) Características de columnas

The 'Reinforcement Data' dialog box is shown with the following settings:

- Design Type:**  Column,  Beam
- Configuration of Reinforcement:**  Rectangular,  Circular
- Lateral Reinforcement:**  Ties,  Spiral
- Rectangular Reinforcement:**
  - Cover to Rebar Center: 0,05
  - Number of Bars in 3-dir: 3
  - Number of Bars in 2-dir: 3
  - Bar Size: 14d
- Check/Design:**  Reinforcement to be Checked,  Reinforcement to be Designed

Buttons: OK, Cancel

**Figura 63. Características de columnas**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 7) Características de vigas

The 'Reinforcement Data' dialog box is shown with the following settings:

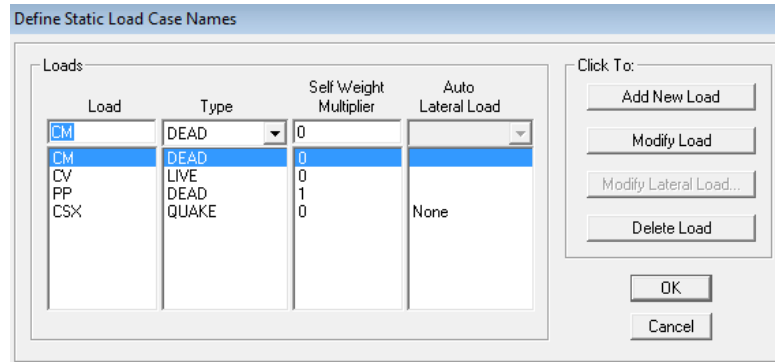
- Design Type:**  Column,  Beam
- Concrete Cover to Rebar Center:**
  - Top: 0,04
  - Bottom: 0,04
- Reinforcement Overrides for Ductile Beams:**

	Left	Right
Top	0,	0,
Bottom	0,	0,

Buttons: OK, Cancel

**Figura 64. Características de vigas**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

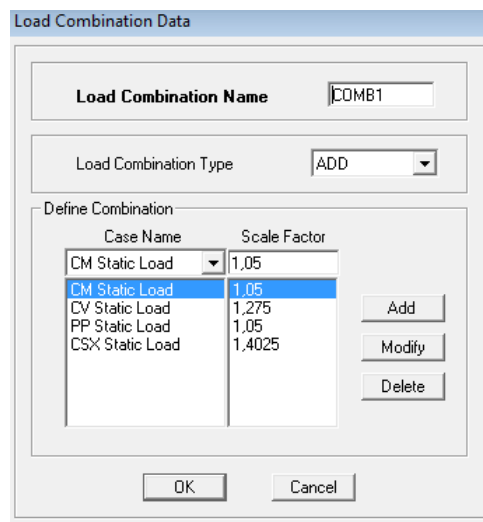
## 8) Tipos de Carga



**Figura 65. Tipos de Carga**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

En el menú *Define – Static Load Cases* crear tres tipos de cargas: Carga Muerta, Carga Viva y Carga de Sismo, en la carga muerta dar un valor de cero en la pestaña *Self Weight Multiplier* para no considerar el peso propio de los elementos.

## 9) Combinación de Cargas



**Figura 66. Combinación de cargas**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

En *Define – Load Combination* crear una combinación de cargas con la Carga Muerta, Carga Viva y Carga de Sismo con los factores en *Scale Factor* de 1.

10) Asignar las secciones de los elementos columnas y vigas

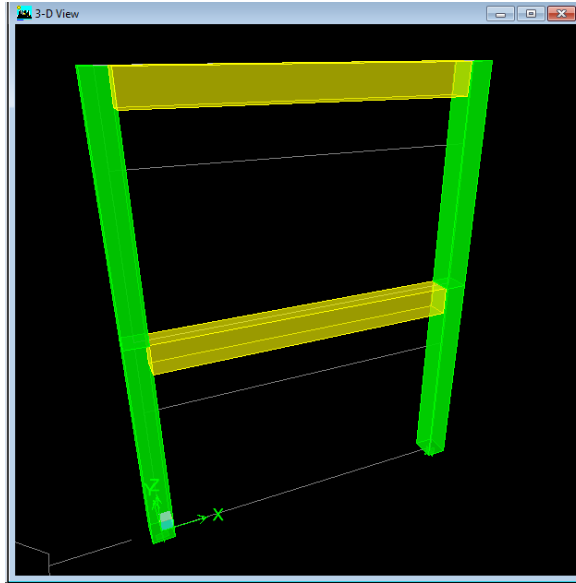


Figura 67. Asignación de secciones a los elementos  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

11) Asignar la Carga Muerta en los elementos Viga

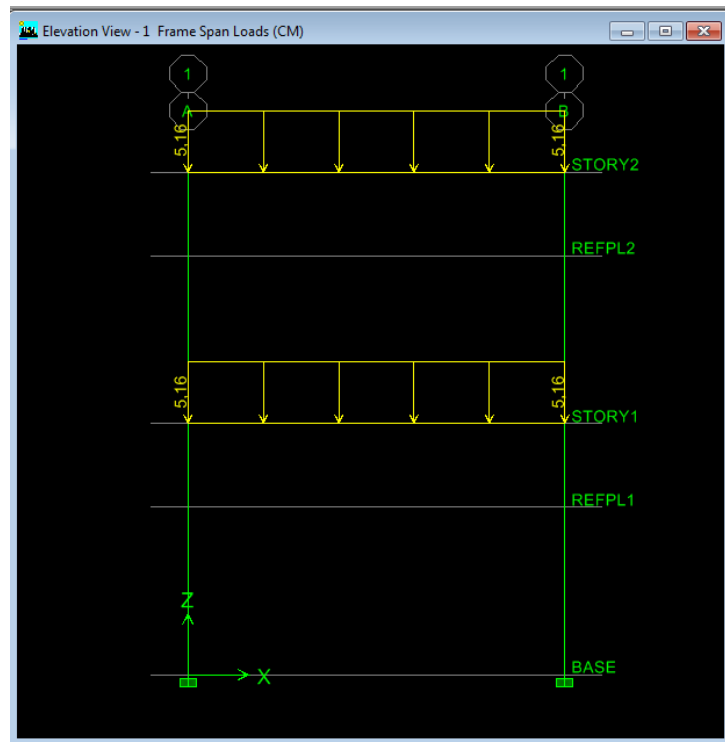
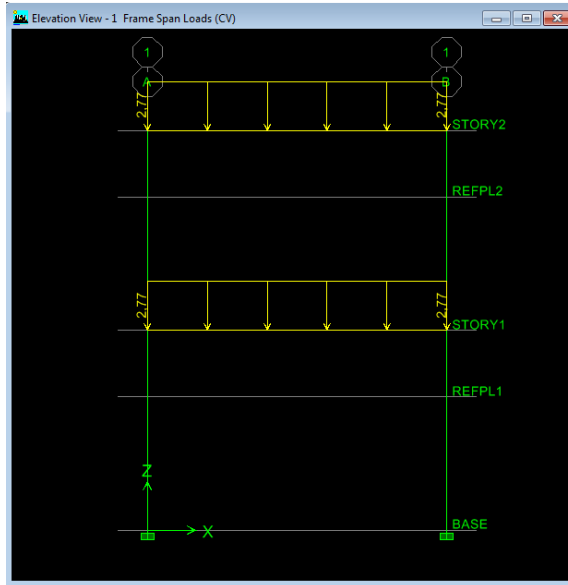


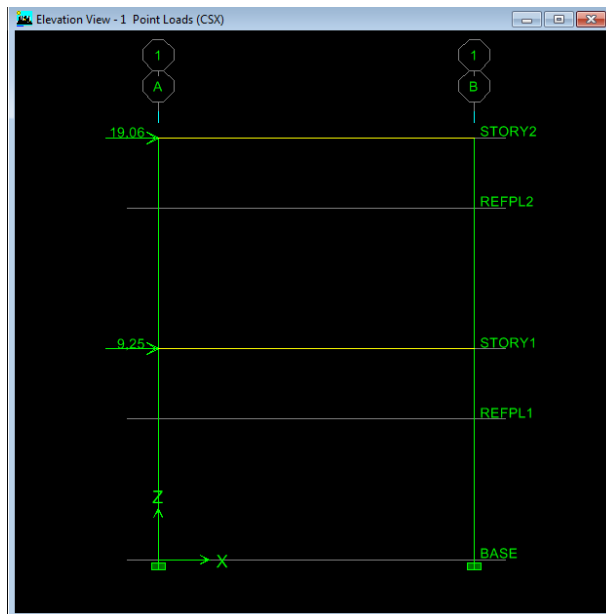
Figura 68. Asignación de Carga Muerta  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 12) Asignar la Carga Viva en los elementos Viga



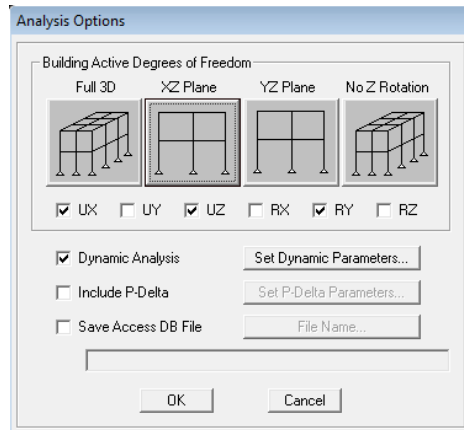
**Figura 69. Asignación de Carga Viva**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 13) Asignar de Cargas Laterales



**Figura 70. Asignación de Cargas Laterales**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

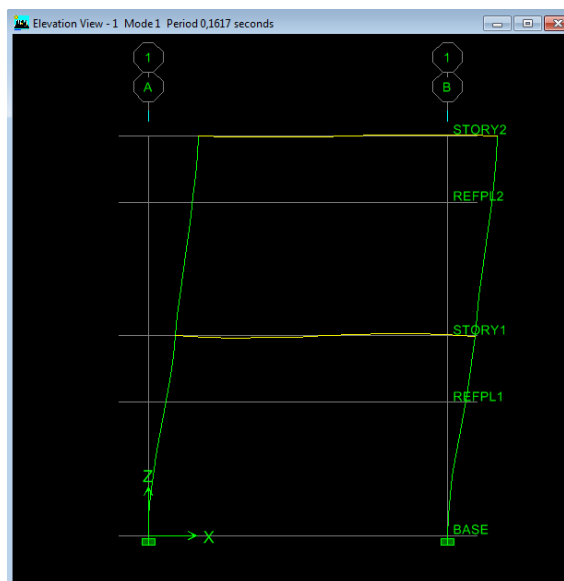
#### 14) Opciones de análisis



**Figura 71. Opciones de análisis**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

En el menú *Analyze – Set Analysis Options* seleccionar análisis en 2D *XZ Plane*.

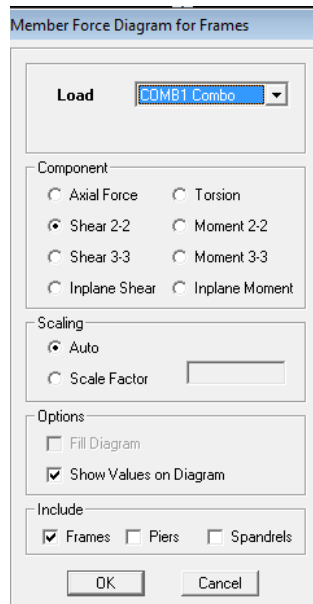
#### 15) Deformada de la estructura



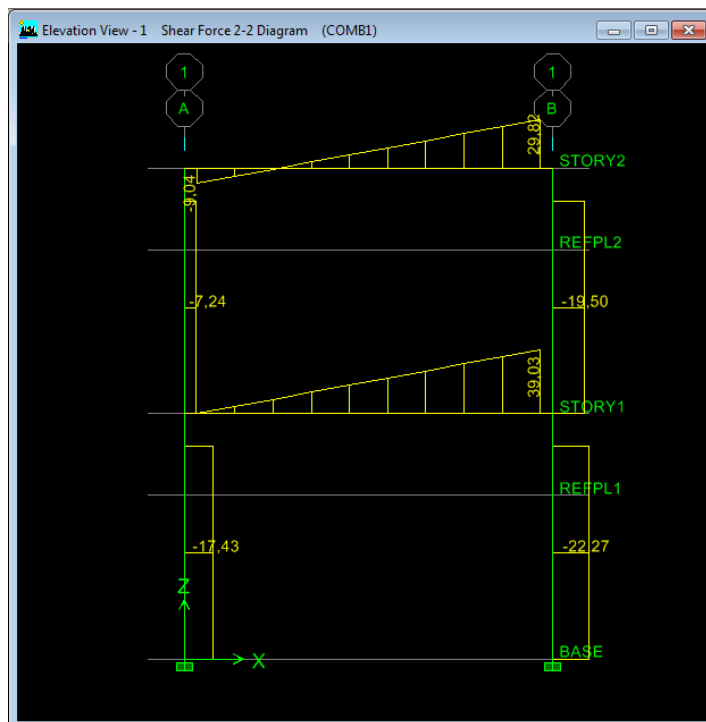
**Figura 72. Deformada de la estructura**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

Ejecutar el programa, en el menú *Show Deformed Shape* en la pestaña *Load* seleccionar la *Combinacion 1* y se desplegara la deformada para esa combinación.

## 16) Resultados



**Figura 73. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)



**Figura 74. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 22.27Tn



### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 35 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 22.27 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\emptyset * b * d}$$
$$v_u = \frac{22270 \text{ Kg}}{0.85 * 35 * 25} = 29.94 \text{ Kg/cm}^2$$

### Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'c}$$
$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$
$$V_c = 7.25 \text{ Kg/cm}^2$$

### Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{ Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 29.94 - 7.25 = 22.69 \text{ Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$22.69 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### • Cálculo de la armadura transversal:

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$s = \frac{1.58 * 4200}{(22.69) * 35}$$
$$s = 8.36 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 25/2 = 12.5 \text{ cm}$$

8.36 cm < 12.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

## MUESTRA # 1

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

- 1) Configurar las características físicas de los materiales a utilizar

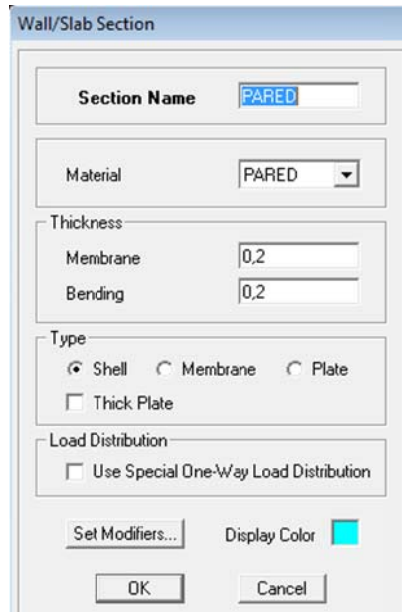
The screenshot shows the 'Material Property Data' dialog box for a concrete material named 'CONC'. The 'Material Name' field contains 'CONC' and the 'Display Color' is a cyan square. The 'Type of Material' is set to 'Isotropic'. The 'Type of Design' is set to 'Concrete'. The 'Analysis Property Data' section includes: Mass per unit Volume (0,2448), Weight per unit Volume (2,4026), Modulus of Elasticity (2173706,51), Poisson's Ratio (0,2), Coeff of Thermal Expansion (9,900E-06), and Shear Modulus (905711,05). The 'Design Property Data (ACI 318-99)' section includes: Specified Conc Comp Strength, f'c (2100), Bending Reinf. Yield Stress, fy (42000), Shear Reinf. Yield Stress, fys (42000), and an unchecked 'Lightweight Concrete' checkbox. 'OK' and 'Cancel' buttons are at the bottom.

**Figura 75. Características de los materiales de vigas y columnas**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

The screenshot shows the 'Material Property Data' dialog box for a masonry material named 'PARED'. The 'Material Name' field contains 'PARED' and the 'Display Color' is a blue square. The 'Type of Material' is set to 'Isotropic'. The 'Type of Design' is set to 'Concrete'. The 'Analysis Property Data' section includes: Mass per unit Volume (0,14), Weight per unit Volume (1,4), Modulus of Elasticity (1774823,93), Poisson's Ratio (0,2), Coeff of Thermal Expansion (9,900E-06), and Shear Modulus (739509,97). The 'Design Property Data (ACI 318-99)' section includes: Specified Conc Comp Strength, f'c (1400), Bending Reinf. Yield Stress, fy (42000), Shear Reinf. Yield Stress, fys (42000), and an unchecked 'Lightweight Concrete' checkbox. 'OK' and 'Cancel' buttons are at the bottom.

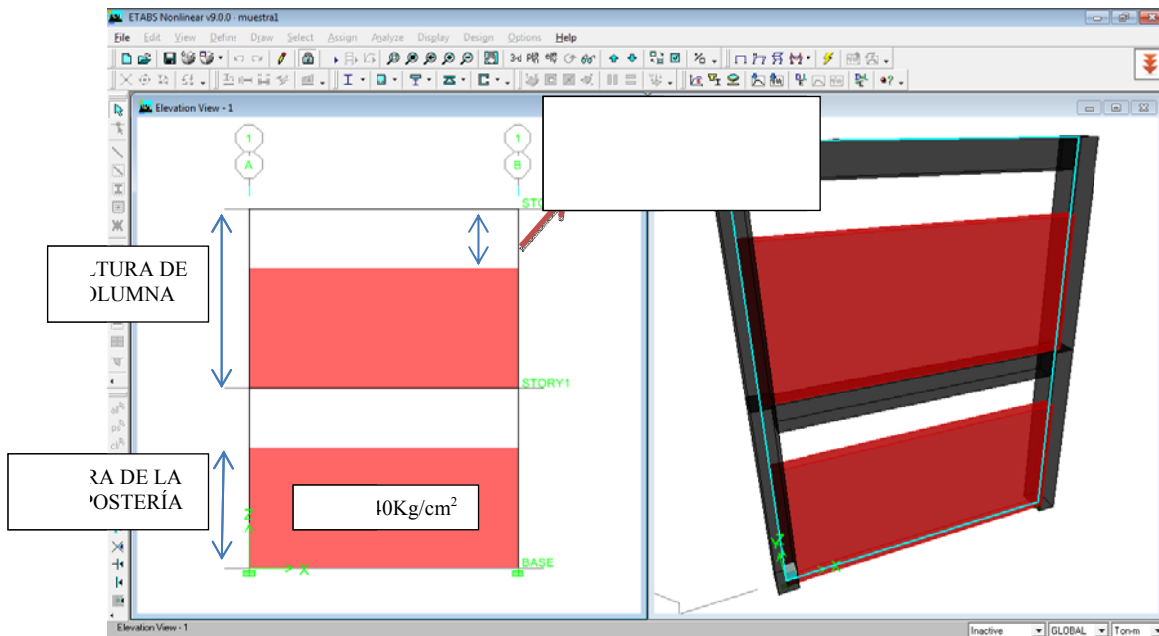
**Figura 76. Características de los materiales de mampostería**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 2) Definición de la mampostería



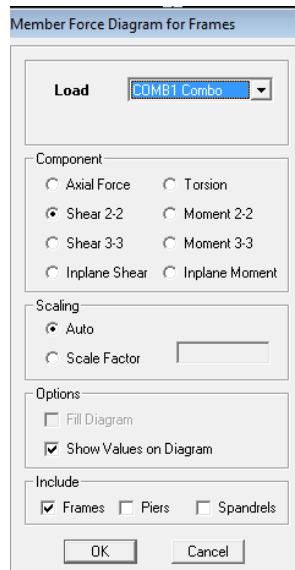
**Figura 77. Definición de mampostería**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

## 3) Asignación del elemento de mampostería

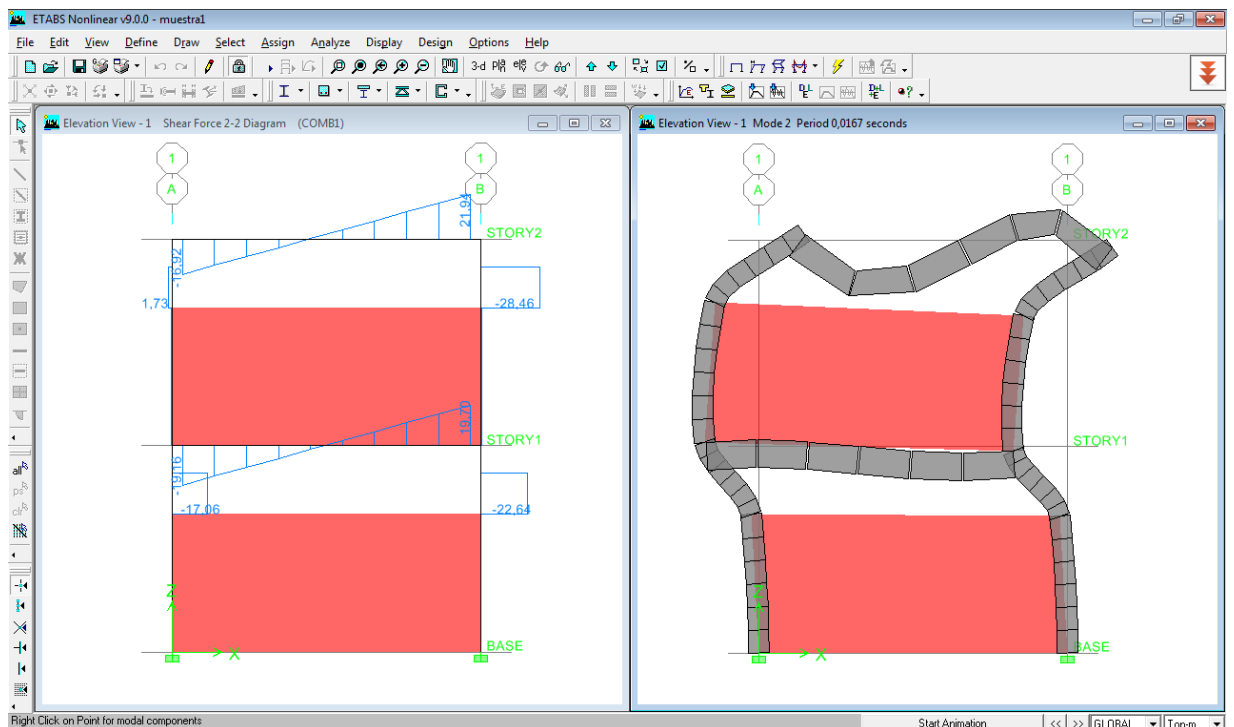


**Figura 78. Colocación de mampostería**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

#### 4) Resultados



**Figura 79. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**



**Figura 80. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

Cortante máxima aplicada al pórtico: 28.46Tn

### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 28.46 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\emptyset * b * d}$$
$$v_u = \frac{28460 \text{ Kg}}{0.85 * 45 * 25} = 29.76 \text{ Kg/cm}^2$$

### Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$
$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$
$$V_c = 7.25 \text{ Kg/cm}^2$$

### Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{ Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 29.76 - 7.25 = 31.16 \text{ Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$22.51 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### • Cálculo de la armadura transversal:

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b * w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$S = \frac{1.58 * 4200}{22.51 * 45}$$

$$S = 6.56 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

6.56 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro8.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
<b>W Total:</b>	<b>108,255</b>	<b>Tn</b>

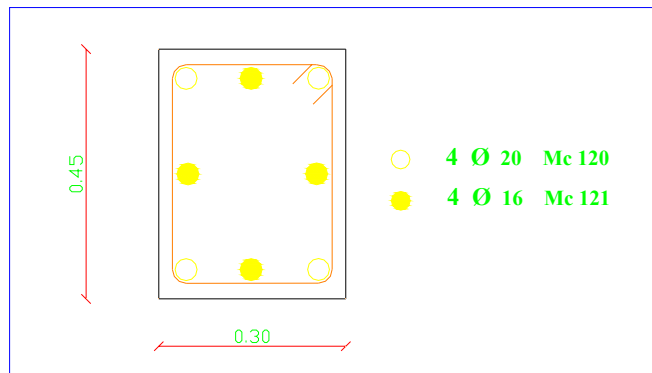
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.26 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 81. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1350 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 323858.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 323.86 \text{ Tn}$$

$$P_s / P_n = 108.26 / 323.86 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 \cdot 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m



Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 - 2.00 = 1.00m

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; Ps/Pn = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	25494,77	86,25	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	26978,89	95,09	0,95
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	28463,02	103,00	1,03
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	29947,15	110,14	1,10
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	31431,28	116,60	1,17
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	32915,41	122,47	1,22
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	34399,53	127,84	1,28
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	35883,66	132,77	1,33
70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	37367,79	137,30	1,37	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.10 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$$

$$1.10 \text{ m} > 1.00 \text{ m}$$

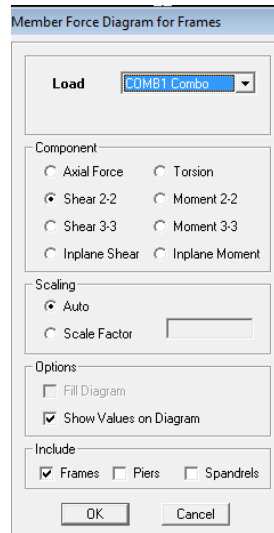
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 2

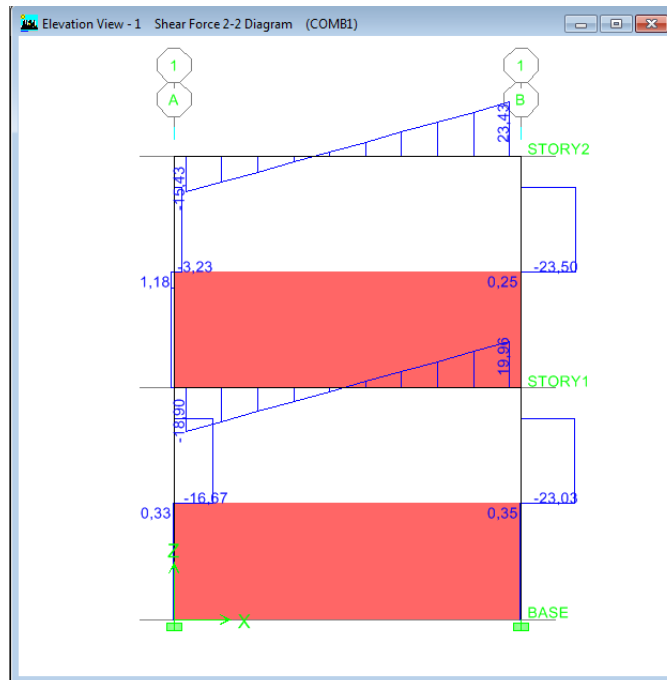
### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados



**Figura 82. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**



**Figura 83. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.50Tn

### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 23.50 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\emptyset * b * d}$$
$$v_u = \frac{23500Kg}{0.85 * 45 * 25} = 24.58Kg/cm^2$$

#### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

#### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 24.58 - 7.25 = 17.33Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$17.33 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

#### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección  $x$  se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$S = \frac{1.00 * 4200}{17.36 * 45}$$

$$S = 5.38 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.38 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro9.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
<b>W Total:</b>	<b>108,255</b>	<b>Tn</b>

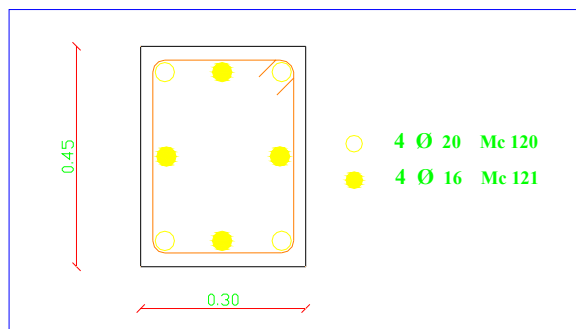
**Carga Axial de servicio aplicada a la columna**

$$P_s = 108.26 \text{ Tn}$$

**Carga nominal que soporta la columna**

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 84. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1350 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 323858.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 323.86 \text{ Tn}$$

$$P_s / P_n = 108.26 / 323.86 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 - 1.5 = 1.5

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	25494,77	86,25	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	26978,89	95,09	0,95
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	28463,02	103,00	1,03
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	29947,15	110,14	1,10
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	31431,28	116,60	1,17
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	32915,41	122,47	1,22
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	34399,53	127,84	1,28
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	35883,66	132,77	1,33
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	37367,79	137,30	1,37

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.10 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.5 = 1.50 \text{ m}$$

$$1.10 \text{ m} < 1.50 \text{ m}$$

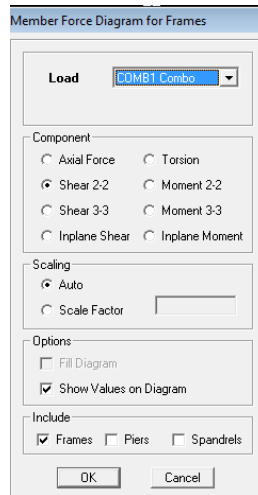
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*

### MUESTRA # 3

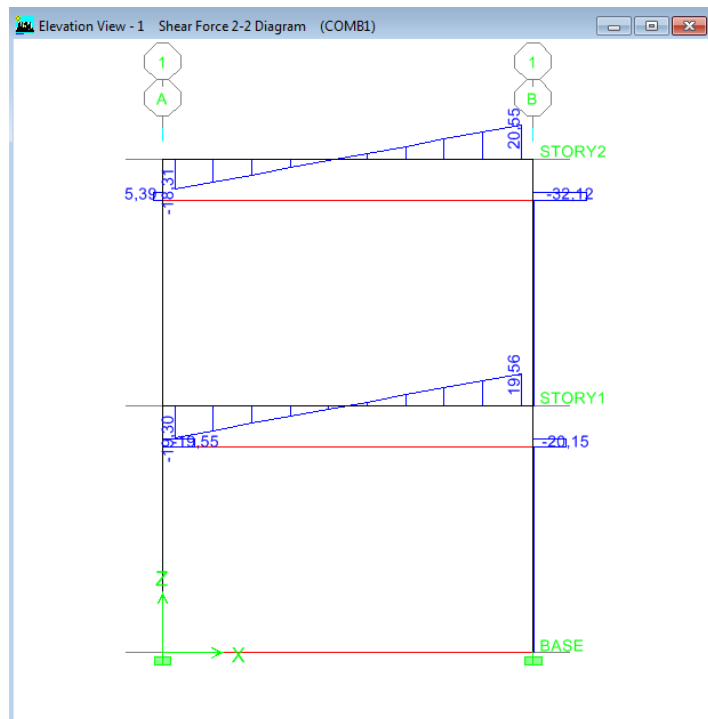
### PÓRTICO A EJE 3-4

### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados



**Figura 85. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**



**Figura 86. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

Cortante máxima aplicada al pórtico: 32.12 T

### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

b = 45 cm

h = 30 cm

d = 25 cm

Ø = 0.85

V<sub>u</sub> = 32.12 Tn

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$
$$v_u = \frac{32120Kg}{0.85 * 45 * 25} = 33.59Kg/cm^2$$

#### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$
$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$
$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

#### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 33.59 - 7.25 = 26.34Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$26.34 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

#### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:



$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$S = \frac{1.58 * 4200}{26.34 * 45}$$

$$S = 5.60 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.60 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

## Obtención de Ps/Pn

**Cuadro10.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
W Total:	108,255	Tn

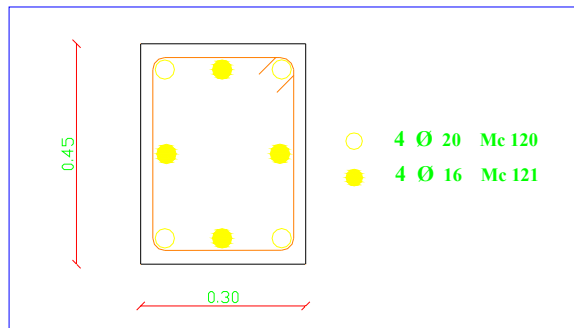
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.26 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 87.** Armado transversal de la Columna  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ cm}^2$$
$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1350 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$
$$P_n = 323858.12 \text{ Kg}$$
$$P_n = 323.86 \text{ Tn}$$

$$P_s / P_n = 108.26 / 323.86 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 – 2.50 = 0.5

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	25494,77	86,25	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	26978,89	95,09	0,95
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	28463,02	103,00	1,03
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	29947,15	110,14	1,10
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	31431,28	116,60	1,17
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	32915,41	122,47	1,22
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	34399,53	127,84	1,28
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	35883,66	132,77	1,33
70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	37367,79	137,30	1,37	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.10 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.5 = 0.50\text{m}$$

$$1.10 \text{ m} > 0.50 \text{ m}$$

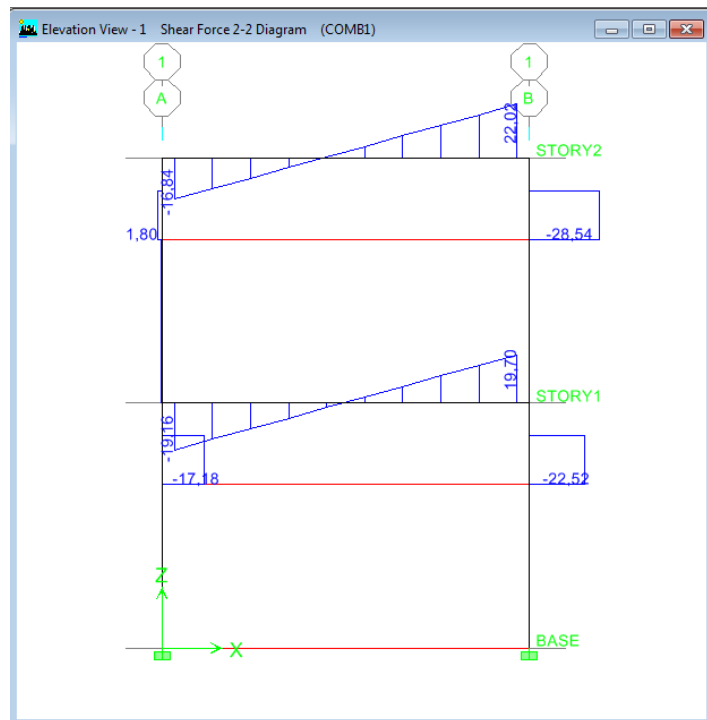
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 4

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados



**Figura 88. Resultados del cortante V2-2**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

Cortante máxima aplicada al pórtico: 28.54 Tn

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 28.54 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{28540Kg}{0.85 * 40 * 25} = 33.58Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$Vc = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$Vc = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$Vc = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 33.58 - 7.25 = 26.33Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$26.33 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.58 * 4200}{26.33 * 45}$$

$$S = 5.60 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.60 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro11.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,40	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entre piso:	56,490	Tn
W Total:	107.995	Tn

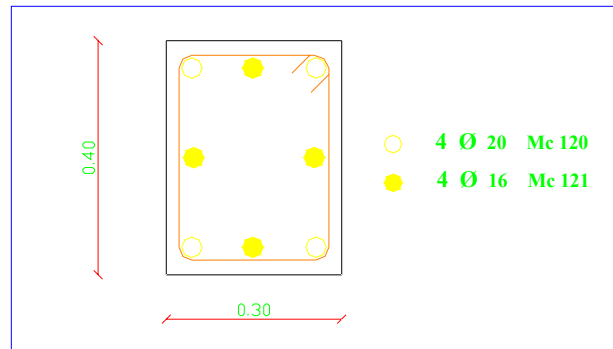
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 107.995 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 89. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 40 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1200 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 297083.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 297.08 \text{ Tn}$$

$$P_s / P_n = 107.995 / 297.08 = 0.34$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 \cdot 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 – 2.00 = 1.00m

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.34; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	25691,29	85,68	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	27208,18	94,39	0,94
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	28725,06	102,17	1,02
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	30241,94	109,18	1,09
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	31758,82	115,52	1,16
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	33275,71	121,28	1,21
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	34792,59	126,53	1,27
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	36309,47	131,35	1,31
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	37826,35	135,78	1,36

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.02 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.02 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*



## MUESTRA # 5

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

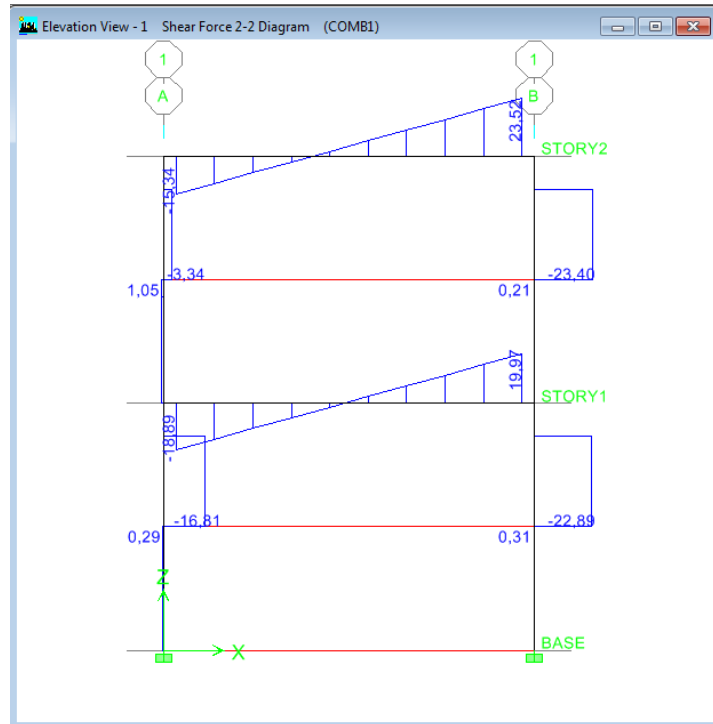


Figura 90. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.40 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 23.40 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{23400Kg}{0.85 * 40 * 25} = 27.53Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$Vc = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$Vc = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$Vc = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 27.53 - 7.25 = 20.28Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$20.28 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 4 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{2 * 4200}{20.28 * 40}$$

$$S = 5.18 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 40/2 = 20 \text{ cm}$$

5.60 cm < 20 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 12.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,40	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
W Total:	107.995	Tn

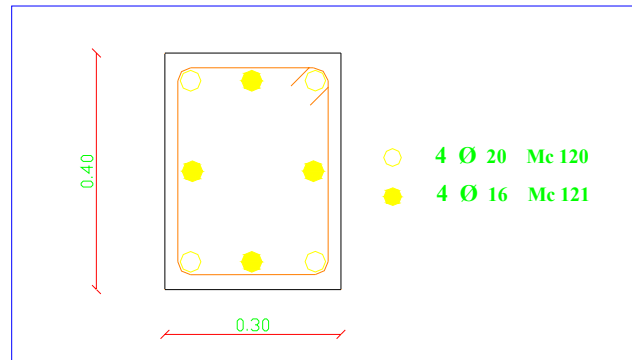
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 107.995 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 91. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 40 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1200 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 297083.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 297.08 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 107.995 / 297.08 = 0.34$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 \cdot 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.34; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho:$	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	25691,29	85,68	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	27208,18	94,39	0,94
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	28725,06	102,17	1,02
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	30241,94	109,18	1,09
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	31758,82	115,52	1,16
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	33275,71	121,28	1,21
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	34792,59	126,53	1,27
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	36309,47	131,35	1,31
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	37826,35	135,78	1,36

**Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:**

$$LECC = 1.02 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.50 = 1.00\text{m}$$

$$1.02 \text{ m} < 1.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*

## MUESTRA # 6

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados

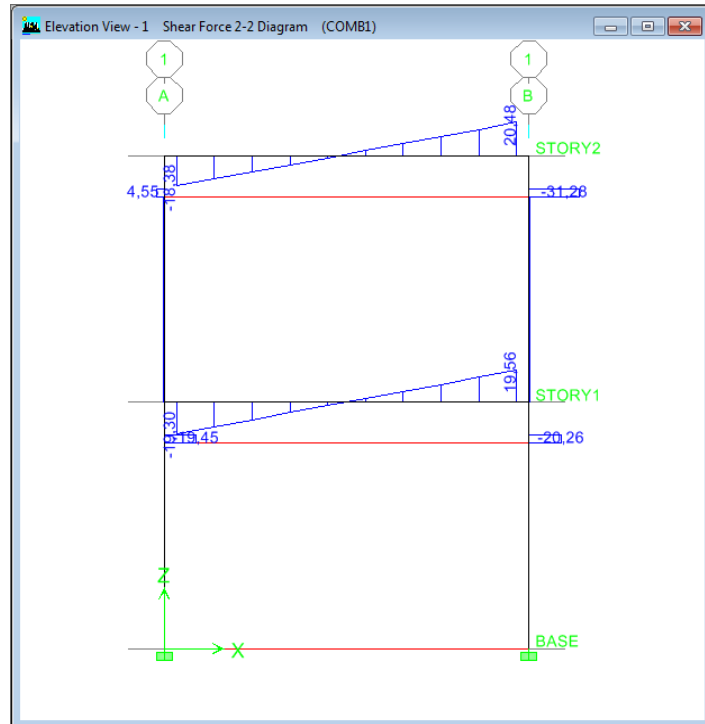


Figura 92. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 31.28 Tn

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 31.28 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{31280Kg}{0.85 * 40 * 25} = 36.80Kg/cm$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$Vc = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$Vc = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$Vc = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 36.80 - 7.25 = 29.55Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$29.55 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.58 * 4200}{29.55 * 40}$$

$$S = 5.61 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 40/2 = 20 \text{ cm}$$

5.61 cm < 20 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 13.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,40	m
h:	0,30	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
W Total:	107.995	Tn

### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

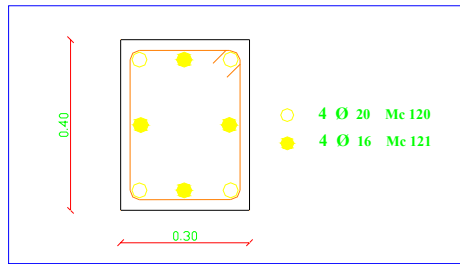
$$P_s = 107.995 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 * f'_c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:





**Figura 93. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 * 40 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1200 - 20.61) + 20.61 * 4200$$

$$P_n = 297083.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 297.08 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 107.995 / 297.08 = 0.34$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.5\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.34; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		p:	1,5	%	CALCULO P							
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva	
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m	
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	25691,29	85,68	0,86	
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	27208,18	94,39	0,94	
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	28725,06	102,17	1,02	
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	30241,94	109,18	1,09	
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	31758,82	115,52	1,16	
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	33275,71	121,28	1,21	
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	34792,59	126,53	1,27	
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	36309,47	131,35	1,31	
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	37826,35	135,78	1,36	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.02 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$1.02 \text{ m} > 0.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 7

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

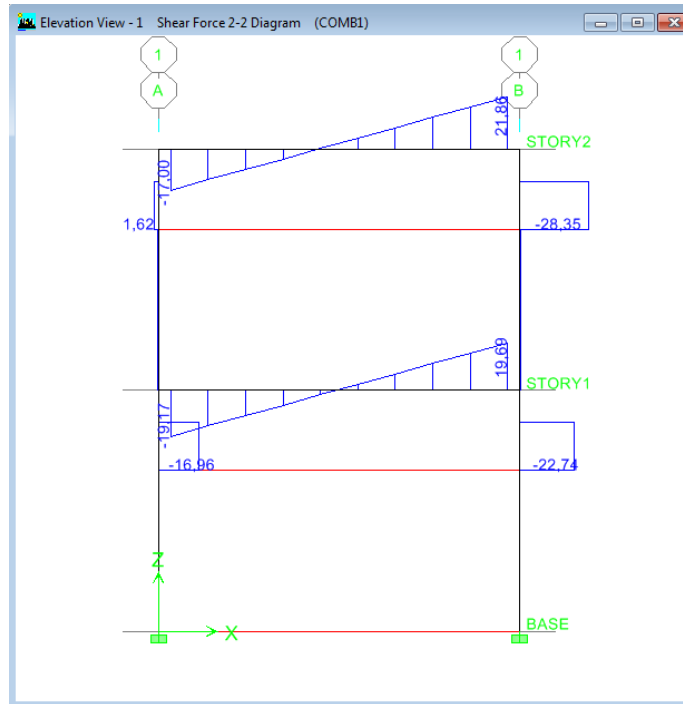


Figura 94. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 28.35 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 28.35 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{28350Kg}{0.85 * 50 * 25} = 26.68Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 26.68 - 7.25 = 19.43Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$19.43 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.58 * 4200}{19.43 * 50}$$

$$S = 6.65 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

6.65 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 50 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 14.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,50	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
W Total:	108.52	Tn

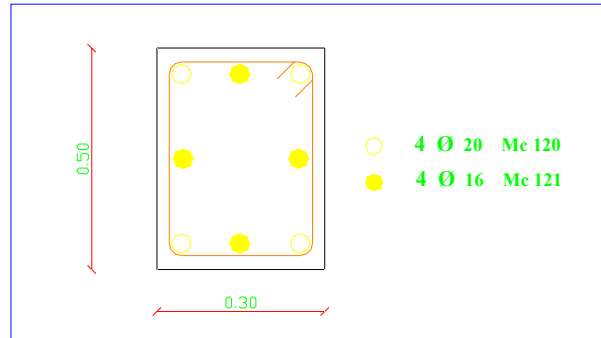
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.52 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 95. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1500 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 350633.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 350.63 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.52 / 350.63 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1500} = 0.0137$$

$$\rho = 0.0137 \cdot 100 = 1.4\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 – 2.00 = 1.00m

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.4\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	12,60	5,67	211320,90	63396,27	68276,25	1042793,64	25248,60	82,60	0,83
	35,00	25,00	14,70	6,62	246541,05	73962,32	79655,63	1216592,58	26691,70	91,16	0,91
	40,00	25,00	16,80	7,56	281761,20	84528,36	91035,00	1390391,52	28134,80	98,84	0,99
	45,00	25,00	18,90	8,51	316981,35	95094,41	102414,38	1564190,46	29577,90	105,77	1,06
30,00	50,00	25,00	21,00	9,45	352201,50	105660,45	113793,75	1737989,40	31021,00	112,05	1,12
	55,00	25,00	23,10	10,40	387421,65	116226,50	125173,13	1911788,34	32464,10	117,78	1,18
	60,00	25,00	25,20	11,34	422641,80	126792,54	136552,50	2085587,28	33907,20	123,02	1,23
	65,00	25,00	27,30	12,29	457861,95	137358,59	147931,88	2259386,22	35350,30	127,83	1,28
	70,00	25,00	29,40	13,23	493082,10	147924,63	159311,25	2433185,16	36793,40	132,26	1,32

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.12 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.12 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 8

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

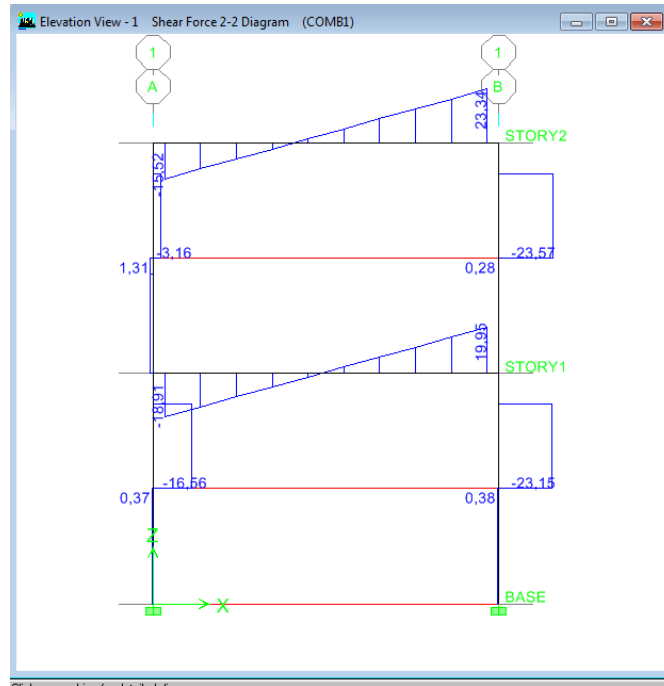


Figura 96. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.57 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 23.57 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$
$$v_u = \frac{23570 \text{ Kg}}{0.85 * 50 * 25} = 22.18 \text{ Kg/cm}^2$$



### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$\begin{aligned}V_c &= 0.5 * \sqrt{f'c} \\V_c &= 0.5 * \sqrt{210} \\V_c &= 7.25 \text{Kg/cm}^2\end{aligned}$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 22.18 - 7.25 = 14.93 \text{Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$14.93 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1 * 4200}{14.93 * 50}$$

$$S = 5.63 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

5.63 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 50 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 15.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,5	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,2996	Tn
W_servicio_techo:	51,895	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,620	Tn
W Total:	108,515	Tn

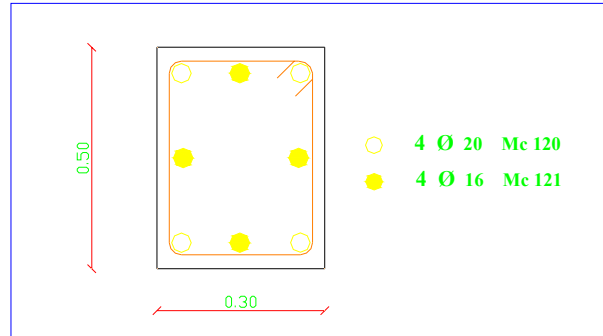
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.52 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 97. Armado transversal de la Columna Fuente. Tello – Villacís**

$$A_g = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1500 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 350633.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 350.63 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.52 / 350.63 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1500} = 0.0137$$

$$\rho = 0.0137 \cdot 100 = 1.4\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50 \text{ m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.4\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,4	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	12,60	5,67	211320,90	63396,27	68276,25	1042793,64	25248,60	82,60	0,83
	35,00	25,00	14,70	6,62	246541,05	73962,32	79655,63	1216592,58	26691,70	91,16	0,91
	40,00	25,00	16,80	7,56	281761,20	84528,36	91035,00	1390391,52	28134,80	98,84	0,99
	45,00	25,00	18,90	8,51	316981,35	95094,41	102414,38	1564190,46	29577,90	105,77	1,06
	30,00	50,00	25,00	21,00	352201,50	105660,45	113793,75	1737989,40	31021,00	112,05	1,12
	55,00	25,00	23,10	10,40	387421,65	116226,50	125173,13	1911788,34	32464,10	117,78	1,18
	60,00	25,00	25,20	11,34	422641,80	126792,54	136552,50	2085587,28	33907,20	123,02	1,23
	65,00	25,00	27,30	12,29	457861,95	137358,59	147931,88	2259386,22	35350,30	127,83	1,28
	70,00	25,00	29,40	13,23	493082,10	147924,63	159311,25	2433185,16	36793,40	132,26	1,32

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.12 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$$

$$1.12 \text{ m} < 1.50\text{m}$$

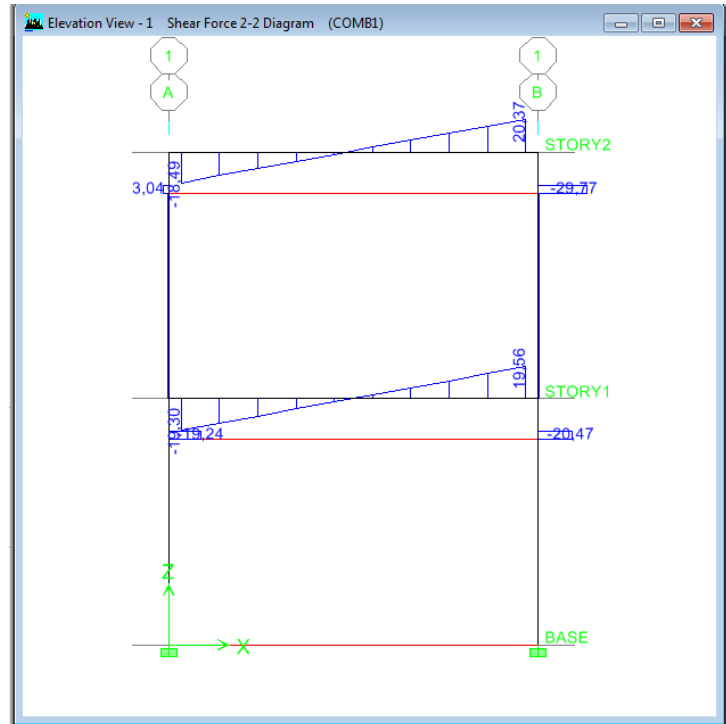
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*

## MUESTRA # 9

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados



**Figura 98. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 29.77 Tn

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 29.77 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{29770Kg}{0.85 * 50 * 25} = 28.02Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$Vc = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$Vc = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$Vc = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 28.02 - 7.25 = 20.77Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$20.77 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

\_\_\_\_\_

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

4.04 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 50\text{cm}; h = 30\text{cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

Cuadro 16. Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,5	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,2996	Tn
W_servicio_techo:	51,895	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,620	Tn
W Total:	108,515	Tn

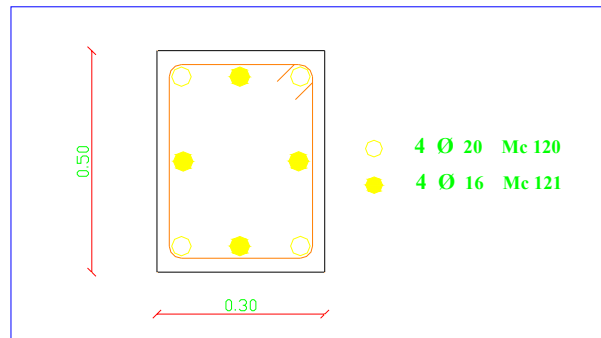
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.52 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 99. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1500 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 350633.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 350.53 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.52 / 350.53 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1500} = 0.0137$$

$$\rho = 0.0137 \cdot 100 = 1.4\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.5\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:



$$\rho = 1.4\%; Ps/Pn = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		$\rho$ :	1,4	%	CALCULO P						
Altura	Base	d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
		cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	12,60	5,67	211320,90	63396,27	68276,25	1042793,64	25248,60	82,60	0,83
	35,00	25,00	14,70	6,62	246541,05	73962,32	79655,63	1216592,58	26691,70	91,16	0,91
	40,00	25,00	16,80	7,56	281761,20	84528,36	91035,00	1390391,52	28134,80	98,84	0,99
	45,00	25,00	18,90	8,51	316981,35	95094,41	102414,38	1564190,46	29577,90	105,77	1,06
30,00	50,00	25,00	21,00	9,45	352201,50	105660,45	113793,75	1737989,40	31021,00	112,05	1,12
	55,00	25,00	23,10	10,40	387421,65	116226,50	125173,13	1911788,34	32464,10	117,78	1,18
	60,00	25,00	25,20	11,34	422641,80	126792,54	136552,50	2085587,28	33907,20	123,02	1,23
	65,00	25,00	27,30	12,29	457861,95	137358,59	147931,88	2259386,22	35350,30	127,83	1,28
	70,00	25,00	29,40	13,23	493082,10	147924,63	159311,25	2433185,16	36793,40	132,26	1,32

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.12 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$1.12 \text{ m} > 0.50\text{m}$$

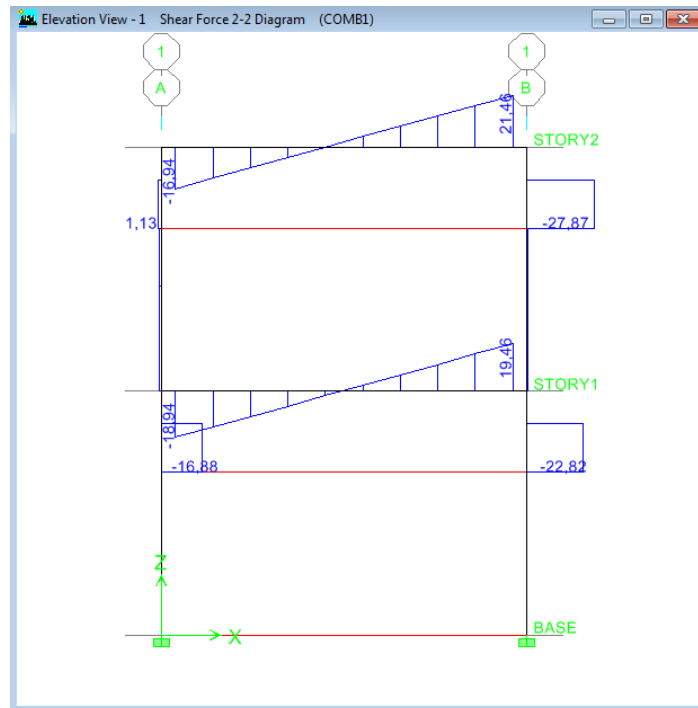
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 10

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados



**Figura 100. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.87 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 27.87 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{27870Kg}{0.85 * 40 * 30} = 27.32Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 27.32 - 7.25 = 20.07Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$20.07 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{20.07 * 40}$$

$$S = 5.23 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 40/2 = 20 \text{ cm}$$

5.23 cm < 20 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

Cuadro 17. Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,4	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,21296	Tn
W_servicio_techo:	51,809	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,534	Tn
W Total:	108,342	Tn

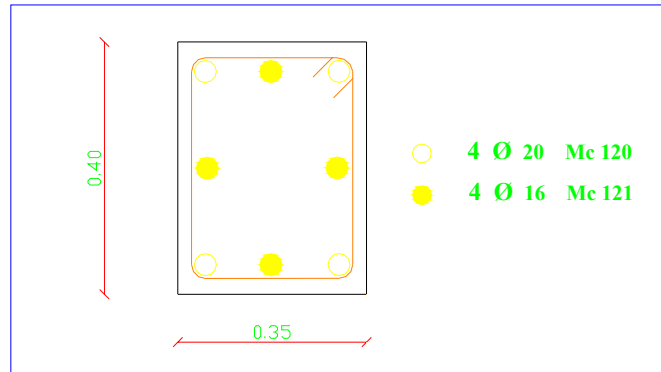
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.342 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 * f'_c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 101. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 * 40 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1400 - 20.61) + 20.61 * 4200$$

$$P_n = 332783.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 332.78 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.342 / 332.78 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1400} = 0.0147$$

$$\rho = 0.0147 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 – 2.00 = 1.00m

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		p:	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efect
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	19404,77	113,31	1,13
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	20888,89	122,81	1,23
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	22373,02	131,04	1,31
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	23857,15	138,25	1,38
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	25341,28	144,62	1,45
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	26825,41	150,28	1,50
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	28309,53	155,34	1,55
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	29793,66	159,91	1,60
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	31277,79	164,03	1,64
	40,00	30,00	21,00	9,45	334351,50	106992,48	109242,00	2062980,39	26847,63	153,68	1,54
	45,00	30,00	23,63	10,63	376145,44	120366,54	122897,25	2320852,94	28628,58	162,14	1,62
	50,00	30,00	26,25	11,81	417939,38	133740,60	136552,50	2578725,49	30409,53	169,60	1,70
35,00	55,00	30,00	28,88	12,99	459733,31	147114,66	150207,75	2836598,04	32190,49	176,24	1,76
	60,00	30,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	163863,00	3094470,59	33971,44	182,18	1,82
	65,00	30,00	34,13	15,36	543321,19	173862,78	177518,25	3352343,13	35752,39	187,53	1,88
	70,00	30,00	36,75	16,54	585115,13	187236,84	191173,50	3610215,68	37533,35	192,37	1,92
	75,00	30,00	39,38	17,72	626909,06	200610,90	204828,75	3868088,23	39314,30	196,78	1,97
	80,00	30,00	42,00	18,90	668703,00	213984,96	218484,00	4125960,78	41095,25	200,80	2,01

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.54 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.54 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 11

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

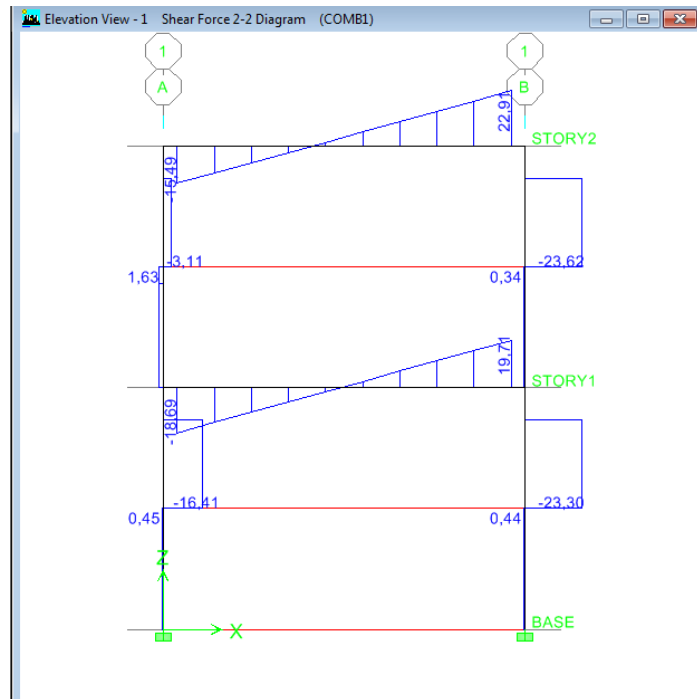


Figura 102. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.62 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 23.62 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\emptyset * b * d}$$
$$v_u = \frac{23620 \text{ Kg}}{0.85 * 40 * 30} = 23.16 \text{ Kg/cm}^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$\begin{aligned}V_c &= 0.5 * \sqrt{f'c} \\V_c &= 0.5 * \sqrt{210} \\V_c &= 7.25 \text{Kg/cm}^2\end{aligned}$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 23.16 - 7.25 = 15.91 \text{Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$15.91 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$



### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{15.91 * 40}$$

$$S = 6.6 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 40/2 = 20 \text{ cm}$$

6.6 cm < 20 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 18.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,4	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,21296	Tn
W_servicio_techo:	51,809	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,534	Tn
W Total:	108,342	Tn

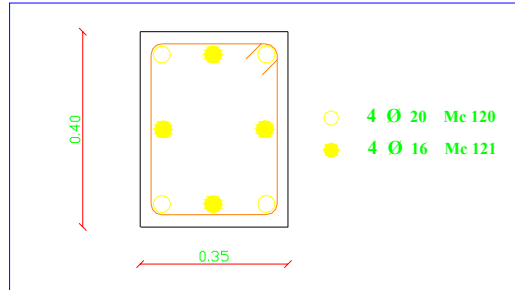
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.342 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 103. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 40 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1400 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 332783.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 332.78 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.342 / 332.78 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1400} = 0.0147$$

$$\rho = 0.0147 \cdot 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		p:	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efect
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	19404,77	113,31	1,13
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	20888,89	122,81	1,23
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	22373,02	131,04	1,31
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	23857,15	138,25	1,38
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	25341,28	144,62	1,45
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	26825,41	150,28	1,50
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	28309,53	155,34	1,55
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	29793,66	159,91	1,60
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	31277,79	164,03	1,64
	40,00	30,00	21,00	9,45	334351,50	106992,48	109242,00	2062980,39	26847,63	153,68	1,54
	45,00	30,00	23,63	10,63	376145,44	120366,54	122897,25	2320852,94	28628,58	162,14	1,62
	50,00	30,00	26,25	11,81	417939,38	133740,60	136552,50	2578725,49	30409,53	169,60	1,70
35,00	55,00	30,00	28,88	12,99	459733,31	147114,66	150207,75	2836598,04	32190,49	176,24	1,76
	60,00	30,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	163863,00	3094470,59	33971,44	182,18	1,82
	65,00	30,00	34,13	15,36	543321,19	173862,78	177518,25	3352343,13	35752,39	187,53	1,88
	70,00	30,00	36,75	16,54	585115,13	187236,84	191173,50	3610215,68	37533,35	192,37	1,92
	75,00	30,00	39,38	17,72	626909,06	200610,90	204828,75	3868088,23	39314,30	196,78	1,97
	80,00	30,00	42,00	18,90	668703,00	213984,96	218484,00	4125960,78	41095,25	200,80	2,01

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.54 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$$

$$1.54 \text{ m} > 1.50\text{m}$$

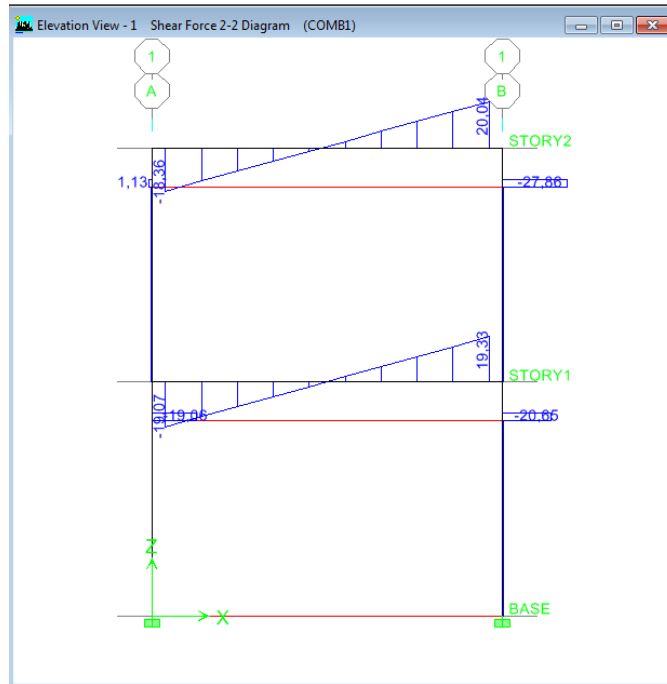
*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 12

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados



**Figura 104. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.88 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 27.88 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{27880Kg}{0.85 * 40 * 30} = 27.33Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 27.33 - 7.25 = 20.08Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$20.08 Kg/cm^2 < 30.43 Kg/cm^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{20.08 * 40}$$

$$S = 5.23 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 40/2 = 20 \text{ cm}$$

5.23 cm < 20 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 19.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,4	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,21296	Tn
W_servicio_techo:	51,809	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,534	Tn
W Total:	108,342	Tn

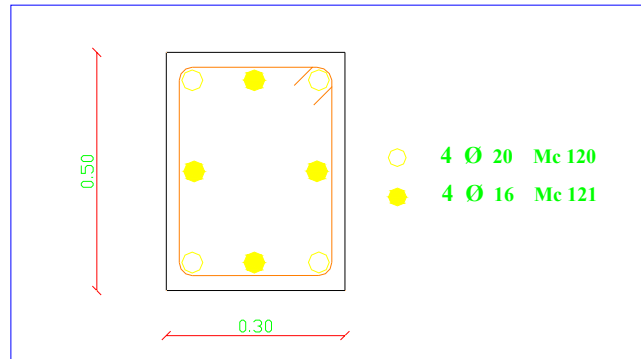
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.342 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 * f'_c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 105. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 * 40 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1400 - 20.61) + 20.61 * 4200$$

$$P_n = 332783.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 332.78 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.342 / 332.78 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1400} = 0.0147$$

$$\rho = 0.0147 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.5\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		p:	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efect
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	19404,77	113,31	1,13
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	20888,89	122,81	1,23
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	22373,02	131,04	1,31
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	23857,15	138,25	1,38
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	25341,28	144,62	1,45
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	26825,41	150,28	1,50
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	28309,53	155,34	1,55
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	29793,66	159,91	1,60
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	31277,79	164,03	1,64
	40,00	30,00	21,00	9,45	334351,50	106992,48	109242,00	2062980,39	26847,63	153,68	1,54
	45,00	30,00	23,63	10,63	376145,44	120366,54	122897,25	2320852,94	28628,58	162,14	1,62
	50,00	30,00	26,25	11,81	417939,38	133740,60	136552,50	2578725,49	30409,53	169,60	1,70
35,00	55,00	30,00	28,88	12,99	459733,31	147114,66	150207,75	2836598,04	32190,49	176,24	1,76
	60,00	30,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	163863,00	3094470,59	33971,44	182,18	1,82
	65,00	30,00	34,13	15,36	543321,19	173862,78	177518,25	3352343,13	35752,39	187,53	1,88
	70,00	30,00	36,75	16,54	585115,13	187236,84	191173,50	3610215,68	37533,35	192,37	1,92
	75,00	30,00	39,38	17,72	626909,06	200610,90	204828,75	3868088,23	39314,30	196,78	1,97
	80,00	30,00	42,00	18,90	668703,00	213984,96	218484,00	4125960,78	41095,25	200,80	2,01

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.54 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$1.54 \text{ m} > 0.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*



## MUESTRA # 13

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

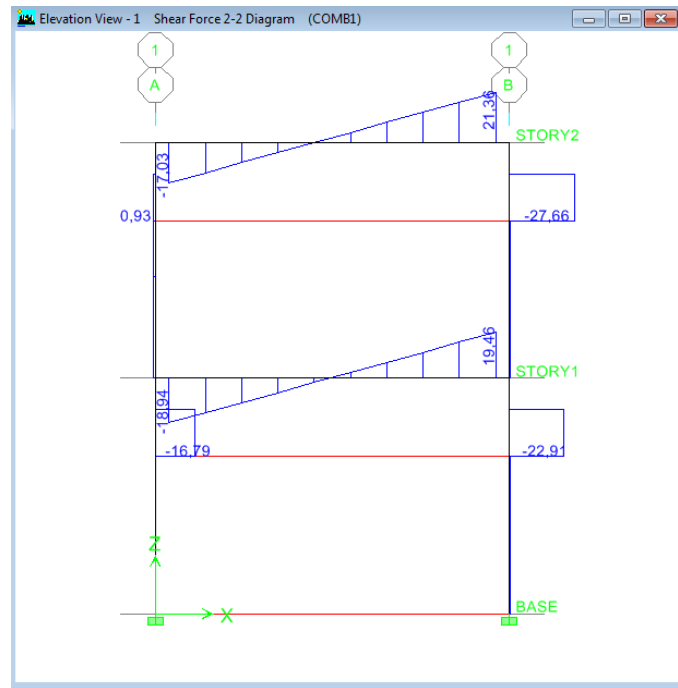


Figura 106. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.66 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 27.66 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$
$$v_u = \frac{27660 \text{ Kg}}{0.85 * 45 * 30} = 24.10 \text{ Kg/cm}^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$\begin{aligned}V_c &= 0.5 * \sqrt{f'c} \\V_c &= 0.5 * \sqrt{210} \\V_c &= 7.25 \text{Kg/cm}^2\end{aligned}$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 24.10 - 7.25 = 16.85 \text{Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$16.85 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{16.85 * 45}$$

$$S = 5.54 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.54 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 20.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,36458	Tn
W_servicio_techo:	51,960	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,685	Tn
W Total:	108,645	Tn

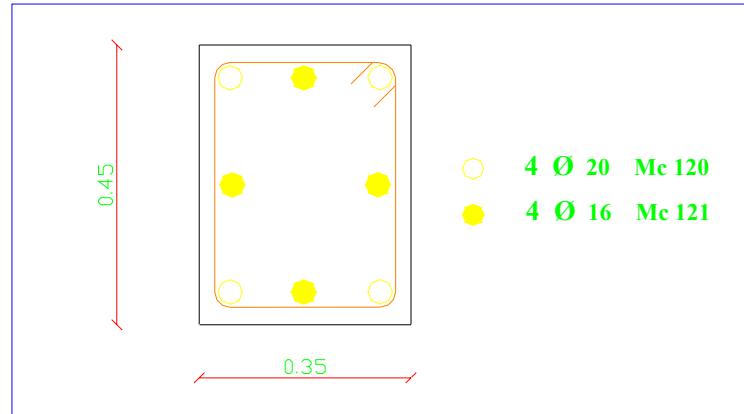
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.645 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 107. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 45 = 1575 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1575 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 364020.62 \text{ Kg}$$

$$P_n = 364.02 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.645 / 364.02 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1575} = 0.0131$$

$$\rho = 0.0131 \cdot 100 = 1.3\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		p:	1,3	%	CALCULO P						
Altura	Base	d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
		cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	11,70	5,27	207701,55	62310,47	68276,25	1003810,71	19108,96	105,06	1,05
	35,00	25,00	13,65	6,14	242318,48	72695,54	79655,63	1171112,49	20543,79	114,01	1,14
	40,00	25,00	15,60	7,02	276935,40	83080,62	91035,00	1338414,28	21978,61	121,79	1,22
	45,00	25,00	17,55	7,90	311552,33	93465,70	102414,38	1505716,06	23413,44	128,62	1,29
30,00	50,00	25,00	19,50	8,78	346169,25	103850,78	113793,75	1673017,85	24848,27	134,66	1,35
	55,00	25,00	21,45	9,65	380786,18	114235,85	125173,13	1840319,63	26283,09	140,04	1,40
	60,00	25,00	23,40	10,53	415403,10	124620,93	136552,50	2007621,42	27717,92	144,86	1,45
	65,00	25,00	25,35	11,41	450020,03	135006,01	147931,88	2174923,20	29152,75	149,21	1,49
	70,00	25,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	159311,25	2342224,99	30587,57	153,15	1,53
	40,00	30,00	18,20	8,19	323091,30	96927,39	109242,00	1898271,84	26374,34	143,95	1,44
	45,00	30,00	20,48	9,21	363477,71	109043,31	122897,25	2135555,82	28096,13	152,02	1,52
	50,00	30,00	22,75	10,24	403864,13	121159,24	136552,50	2372839,80	29817,92	159,16	1,59
35,00	55,00	30,00	25,03	11,26	444250,54	133275,16	150207,75	2610123,78	31539,71	165,51	1,66
	60,00	30,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	163863,00	2847407,76	33261,50	171,21	1,71
	65,00	30,00	29,58	13,31	525023,36	157507,01	177518,25	3084691,73	34983,30	176,35	1,76
	70,00	30,00	31,85	14,33	565409,78	169622,93	191173,50	3321975,71	36705,09	181,01	1,81
	75,00	30,00	34,13	15,36	605796,19	181738,86	204828,75	3559259,69	38426,88	185,25	1,85
	80,00	30,00	36,40	16,38	646182,60	193854,78	218484,00	3796543,67	40148,67	189,12	1,89

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.52 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.52 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 14

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### 1) Resultados

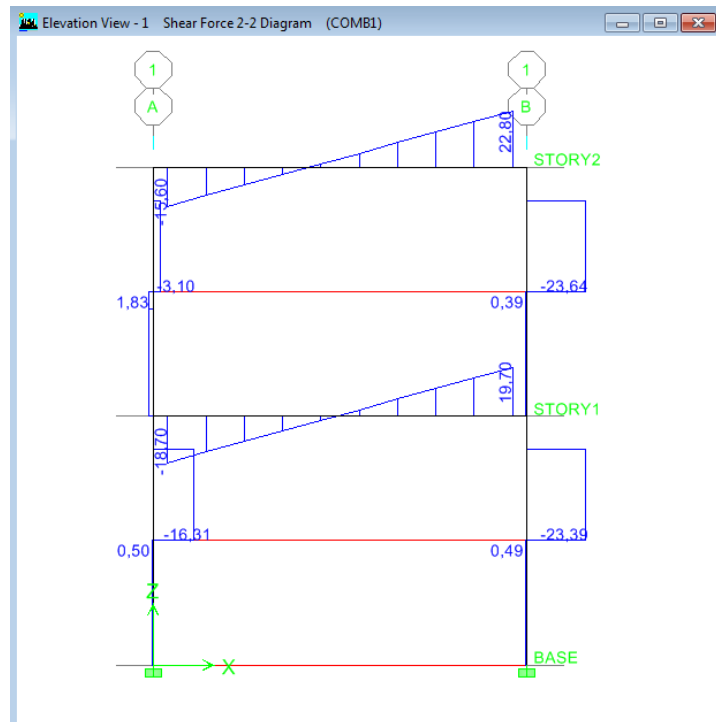


Figura 108. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.64 Tn

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$b = 45 \text{ cm}$

$h = 35 \text{ cm}$

$d = 30 \text{ cm}$

$\phi = 0.85$

$V_u = 23.64 \text{ Tn}$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{23640Kg}{0.85 * 45 * 30} = 20.60Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 20.60 - 7.25 = 13.35Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$13.35 Kg/cm^2 < 30.43 Kg/cm^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{13.35 * 45}$$
$$S = 6.99 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

6.99 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 21.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,36458	Tn
W_servicio_techo:	51,960	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,685	Tn
W Total:	108,645	Tn

### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

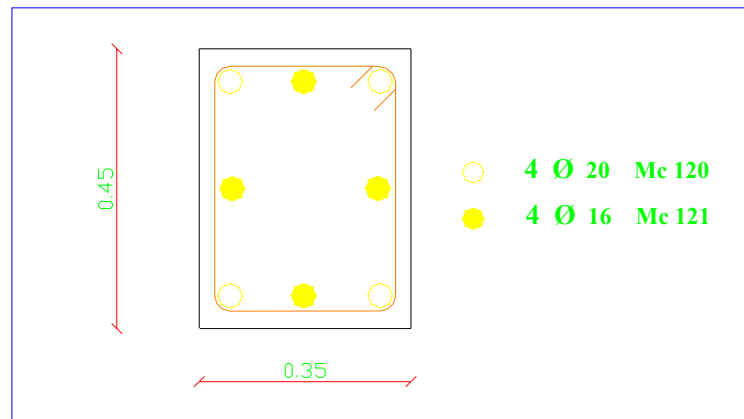
$$P_s = 108.645 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna



$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 109. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 45 = 1575 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1575 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 364020.62 \text{ Kg}$$

$$P_n = 364.02 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.645 / 364.02 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1575} = 0.0131$$

$$\rho = 0.0131 \cdot 100 = 1.3\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	11,70	5,27	207701,55	62310,47	68276,25	1003810,71	19108,96	105,06	1,05
	35,00	25,00	13,65	6,14	242318,48	72695,54	79655,63	1171112,49	20543,79	114,01	1,14
	40,00	25,00	15,60	7,02	276935,40	83080,62	91035,00	1338414,28	21978,61	121,79	1,22
	45,00	25,00	17,55	7,90	311552,33	93465,70	102414,38	1505716,06	23413,44	128,62	1,29
30,00	50,00	25,00	19,50	8,78	346169,25	103850,78	113793,75	1673017,85	24848,27	134,66	1,35
	55,00	25,00	21,45	9,65	380786,18	114235,85	125173,13	1840319,63	26283,09	140,04	1,40
	60,00	25,00	23,40	10,53	415403,10	124620,93	136552,50	2007621,42	27717,92	144,86	1,45
	65,00	25,00	25,35	11,41	450020,03	135006,01	147931,88	2174923,20	29152,75	149,21	1,49
	70,00	25,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	159311,25	2342224,99	30587,57	153,15	1,53
	40,00	30,00	18,20	8,19	323091,30	96927,39	109242,00	1898271,84	26374,34	143,95	1,44
	45,00	30,00	20,48	9,21	363477,71	109043,31	122897,25	2135555,82	28096,13	152,02	1,52
	50,00	30,00	22,75	10,24	403864,13	121159,24	136552,50	2372839,80	29817,92	159,16	1,59
35,00	55,00	30,00	25,03	11,26	444250,54	133275,16	150207,75	2610123,78	31539,71	165,51	1,66
	60,00	30,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	163863,00	2847407,76	33261,50	171,21	1,71
	65,00	30,00	29,58	13,31	525023,36	157507,01	177518,25	3084691,73	34983,30	176,35	1,76
	70,00	30,00	31,85	14,33	565409,78	169622,93	191173,50	3321975,71	36705,09	181,01	1,81
	75,00	30,00	34,13	15,36	605796,19	181738,86	204828,75	3559259,69	38426,88	185,25	1,85
	80,00	30,00	36,40	16,38	646182,60	193854,78	218484,00	3796543,67	40148,67	189,12	1,89

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.52 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.5 = 1.50\text{m}$$

$$1.52 \text{ m} > 1.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 15

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

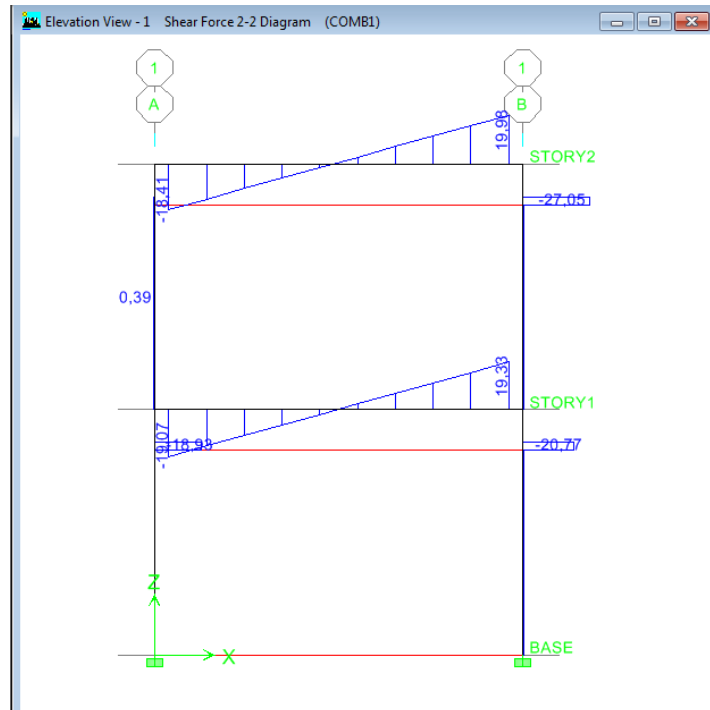


Figura 110. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.05 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 27.05 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{27050Kg}{0.85 * 45 * 30} = 23.57Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 23.57 - 7.25 = 16.32Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$16.32 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{16.32 * 45}$$

$$S = 5.72 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.72 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 22.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,36458	Tn
W_servicio_techo:	51,960	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,685	Tn
W Total:	108,645	Tn

### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.645 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:

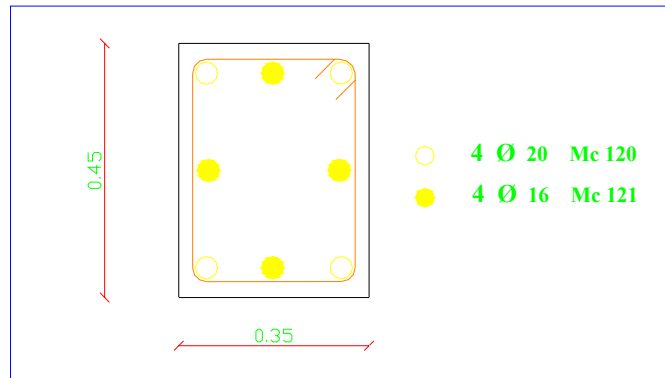


Figura 111. Armado transversal de la Columna  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 45 = 1575 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1575 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 364020.62 \text{ Kg}$$

$$P_n = 364.02 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.645 / 364.02 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1575} = 0.0131$$

$$\rho = 0.0131 \cdot 100 = 1.3\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	11,70	5,27	207701,55	62310,47	68276,25	1003810,71	19108,96	105,06	1,05
	35,00	25,00	13,65	6,14	242318,48	72695,54	79655,63	1171112,49	20543,79	114,01	1,14
	40,00	25,00	15,60	7,02	276935,40	83080,62	91035,00	1338414,28	21978,61	121,79	1,22
	45,00	25,00	17,55	7,90	311552,33	93465,70	102414,38	1505716,06	23413,44	128,62	1,29
	50,00	25,00	19,50	8,78	346169,25	103850,78	113793,75	1673017,85	24848,27	134,66	1,35
	55,00	25,00	21,45	9,65	380786,18	114235,85	125173,13	1840319,63	26283,09	140,04	1,40
	60,00	25,00	23,40	10,53	415403,10	124620,93	136552,50	2007621,42	27717,92	144,86	1,45
35,00	65,00	25,00	25,35	11,41	450020,03	135006,01	147931,88	2174923,20	29152,75	149,21	1,49
	70,00	25,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	159311,25	2342224,99	30587,57	153,15	1,53
	40,00	30,00	18,20	8,19	323091,30	96927,39	109242,00	1898271,84	26374,34	143,95	1,44
	45,00	30,00	20,48	9,21	363477,71	109043,31	122897,25	2135555,82	28096,13	152,02	1,52
	50,00	30,00	22,75	10,24	403864,13	121159,24	136552,50	2372839,80	29817,92	159,16	1,59
	55,00	30,00	25,03	11,26	444250,54	133275,16	150207,75	2610123,78	31539,71	165,51	1,66
	60,00	30,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	163863,00	2847407,76	33261,50	171,21	1,71
30,00	65,00	30,00	29,58	13,31	525023,36	157507,01	177518,25	3084691,73	34983,30	176,35	1,76
	70,00	30,00	31,85	14,33	565409,78	169622,93	191173,50	3321975,71	36705,09	181,01	1,81
	75,00	30,00	34,13	15,36	605796,19	181738,86	204828,75	3559259,69	38426,88	185,25	1,85
	80,00	30,00	36,40	16,38	646182,60	193854,78	218484,00	3796543,67	40148,67	189,12	1,89

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.52 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50 \text{ m}$$

$$1.52 \text{ m} > 0.50 \text{ m}$$

Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.

## MUESTRA # 16

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

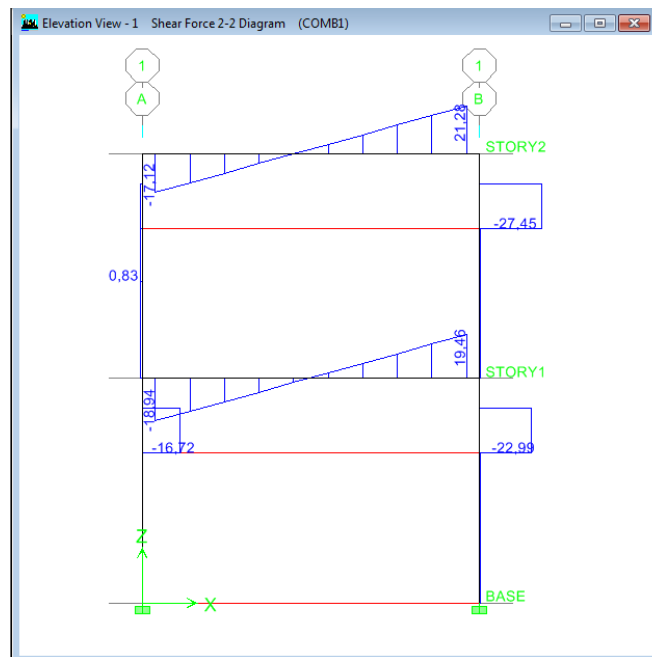


Figura 112. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.45 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 27.45 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$



$$v_u = \frac{27450Kg}{0.85 * 50 * 30} = 21.53Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 21.53 - 7.25 = 14.28Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$14.28 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{14.28 * 50}$$

$$S = 5.68 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

5.68 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 23.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,5	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,5162	Tn
W_servicio_techo:	52,112	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,837	Tn
W Total:	108,948	Tn

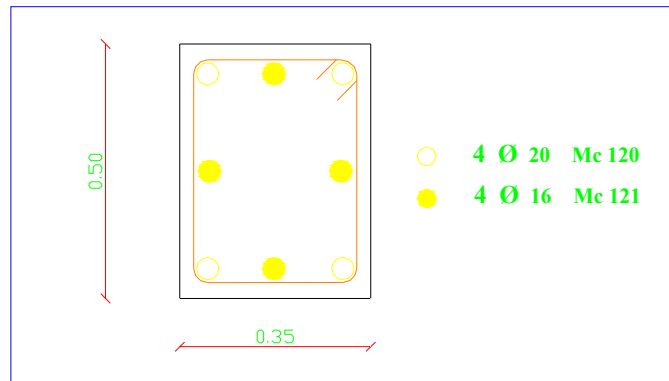
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.948 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 113. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1750 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 395258.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 395.26 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.948 / 395.26 = 0.28$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1750} = 0.011$$

$$\rho = 0.011 \cdot 100 = 1.00\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.00\%; P_s/P_n = 0.28; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	CALCULO P			CALCULO Vn			Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	Pnominal kg	Pservicio Kg	Pb Kg	Mn Kg-cm	Vc Kg	L' cm	m
30,00	30,00	25,00	9,00	4,05	196843,50	55116,18	68276,25	862994,51	8280,06	91,91	0,92
	35,00	25,00	10,50	4,73	229650,75	64302,21	79655,63	1006826,93	9660,07	99,88	1,00
	40,00	25,00	12,00	5,40	262458,00	73488,24	91035,00	1150659,35	11040,08	106,84	1,07
	45,00	25,00	13,50	6,08	295265,25	82674,27	102414,38	1294491,77	12420,09	112,96	1,13
30,00	50,00	25,00	15,00	6,75	328072,50	91860,30	113793,75	1438324,19	13800,10	118,38	1,18
	55,00	25,00	16,50	7,43	360879,75	101046,33	125173,13	1582156,61	15180,11	123,22	1,23
	60,00	25,00	18,00	8,10	393687,00	110232,36	136552,50	1725989,02	16560,12	127,57	1,28
	65,00	25,00	19,50	8,78	426494,25	119418,39	147931,88	1869821,44	17940,13	131,49	1,31
	70,00	25,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	159311,25	2013653,86	19320,14	135,05	1,35
	40,00	30,00	14,00	6,30	306201,00	85736,28	109242,00	1636908,72	13248,10	126,66	1,27
	45,00	30,00	15,75	7,09	344476,13	96453,32	122897,25	1841522,31	14904,11	133,91	1,34
	50,00	30,00	17,50	7,88	382751,25	107170,35	136552,50	2046135,90	16560,12	140,34	1,40
35,00	55,00	30,00	19,25	8,66	421026,38	117887,39	150207,75	2250749,49	18216,13	146,08	1,46
	60,00	30,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	163863,00	2455363,08	19872,14	151,23	1,51
	65,00	30,00	22,75	10,24	497576,63	139321,46	177518,25	2659976,67	21528,16	155,88	1,56
	70,00	30,00	24,50	11,03	535851,75	150038,49	191173,50	2864590,27	23184,17	160,10	1,60
	75,00	30,00	26,25	11,81	574126,88	160755,53	204828,75	3069203,86	24840,18	163,95	1,64
	80,00	30,00	28,00	12,60	612402,00	171472,56	218484,00	3273817,45	26496,19	167,48	1,67

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.40 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.40 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 17

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

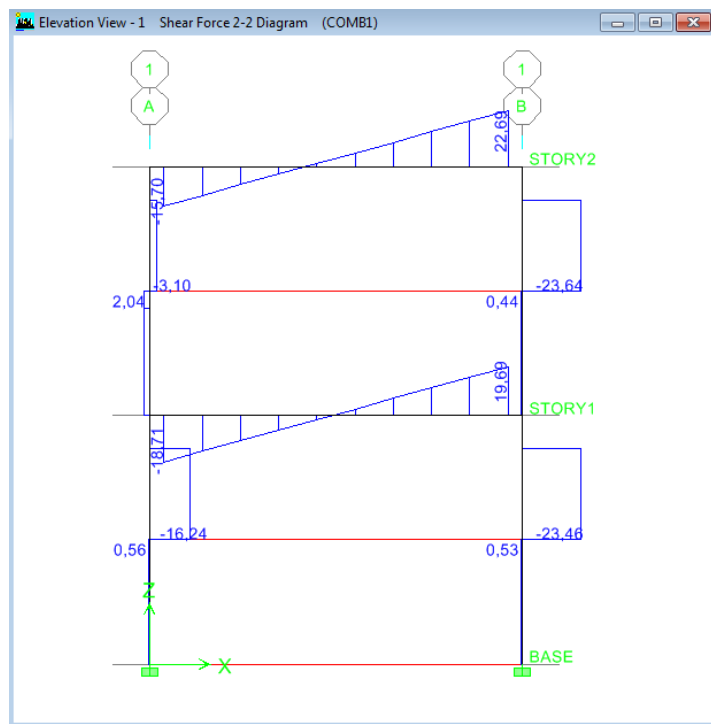


Figura 114. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.64 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 23.64 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{23640Kg}{0.85 * 50 * 30} = 18.54Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$Vc = 0.5 * \sqrt{f'c}$$

$$Vc = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$Vc = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 18.54 - 7.25 = 11.29Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$11.29 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{11.29 * 50}$$

$$S = 7.44 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

7.44 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 50\text{cm}; h = 35\text{cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 24.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,5	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,5162	Tn
W_servicio_techo:	52,112	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,837	Tn
W Total:	108,948	Tn

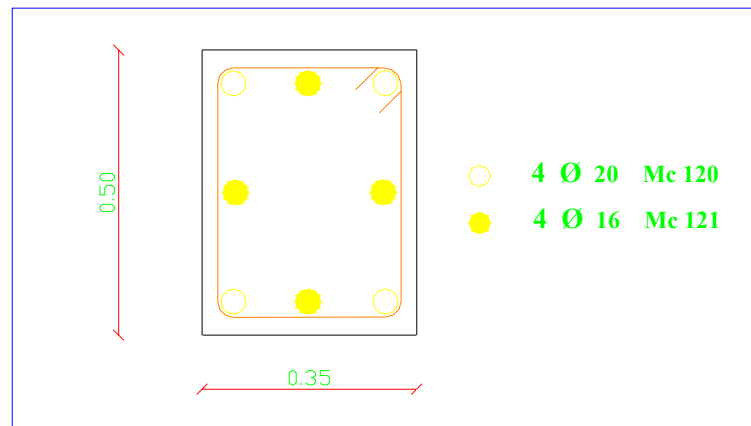
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.948 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 115. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1750 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 395258.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 395.26 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.948 / 395.26 = 0.28$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1750} = 0.011$$

$$\rho = 0.011 \cdot 100 = 1.00\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$



Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.00\%; P_s/P_n = 0.28; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	CALCULO P				CALCULO Vn			Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vc	L'	m	
					kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm		
	30,00	25,00	9,00	4,05	196843,50	55116,18	68276,25	862994,51	8280,06	91,91	0,92	
	35,00	25,00	10,50	4,73	229650,75	64302,21	79655,63	1006826,93	9660,07	99,88	1,00	
	40,00	25,00	12,00	5,40	262458,00	73488,24	91035,00	1150659,35	11040,08	106,84	1,07	
	45,00	25,00	13,50	6,08	295265,25	82674,27	102414,38	1294491,77	12420,09	112,96	1,13	
30,00	50,00	25,00	15,00	6,75	328072,50	91860,30	113793,75	1438324,19	13800,10	118,38	1,18	
	55,00	25,00	16,50	7,43	360879,75	101046,33	125173,13	1582156,61	15180,11	123,22	1,23	
	60,00	25,00	18,00	8,10	393687,00	110232,36	136552,50	1725989,02	16560,12	127,57	1,28	
	65,00	25,00	19,50	8,78	426494,25	119418,39	147931,88	1869821,44	17940,13	131,49	1,31	
	70,00	25,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	159311,25	2013653,86	19320,14	135,05	1,35	
	40,00	30,00	14,00	6,30	306201,00	85736,28	109242,00	1636908,72	13248,10	126,66	1,27	
	45,00	30,00	15,75	7,09	344476,13	96453,32	122897,25	1841522,31	14904,11	133,91	1,34	
	50,00	30,00	17,50	7,88	382751,25	107170,35	136552,50	2046135,90	16560,12	140,34	1,40	
35,00	55,00	30,00	19,25	8,66	421026,38	117887,39	150207,75	2250749,49	18216,13	146,08	1,46	
	60,00	30,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	163863,00	2455363,08	19872,14	151,23	1,51	
	65,00	30,00	22,75	10,24	497576,63	139321,46	177518,25	2659976,67	21528,16	155,88	1,56	
	70,00	30,00	24,50	11,03	535851,75	150038,49	191173,50	2864590,27	23184,17	160,10	1,60	
	75,00	30,00	26,25	11,81	574126,88	160755,53	204828,75	3069203,86	24840,18	163,95	1,64	
	80,00	30,00	28,00	12,60	612402,00	171472,56	218484,00	3273817,45	26496,19	167,48	1,67	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.40 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$$

$$1.40 \text{ m} < 1.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*

## MUESTRA # 18

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### 1) Resultados

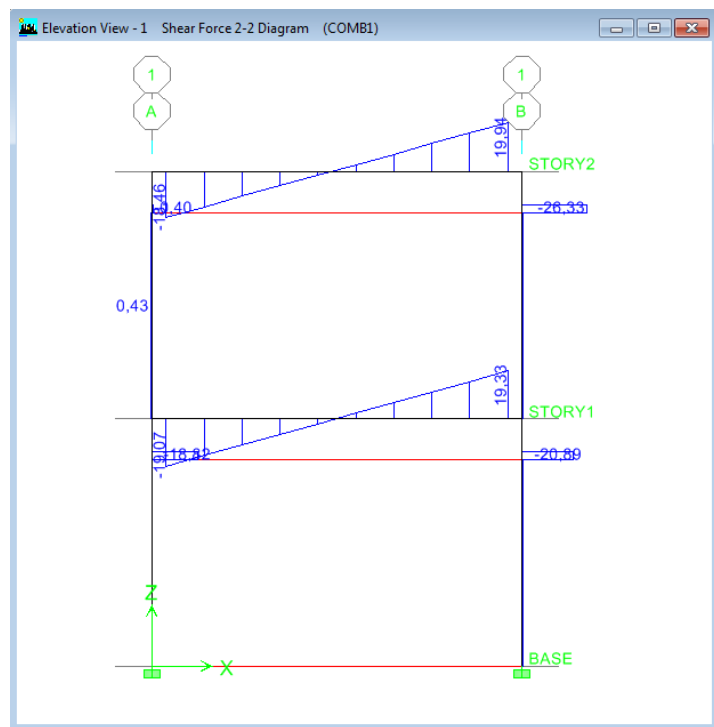


Figura 116. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 26.33 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

#### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 26.33 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{26330Kg}{0.85 * 50 * 30} = 20.65Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 20.65 - 7.25 = 13.40Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$13.40 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.58 * 4200}{13.40 * 50}$$

$$S = 9.90 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

9.90 cm < 25 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 50 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 25.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,5	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,5162	Tn
W_servicio_techo:	52,112	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,837	Tn
W Total:	108,948	Tn

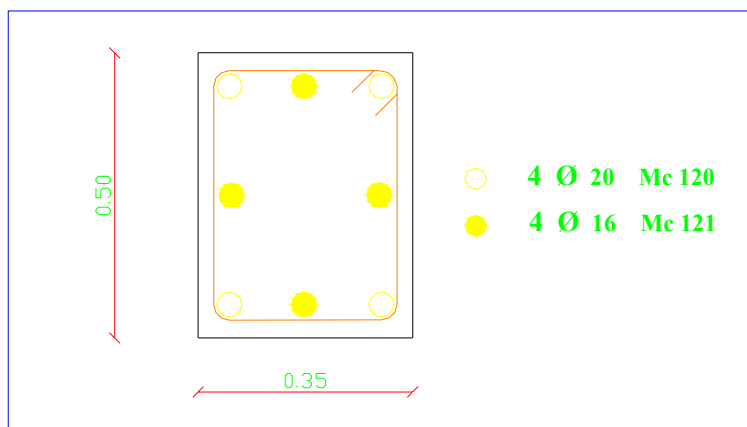
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.948 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 117. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1750 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 395258.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 395.26 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.948 / 395.26 = 0.28$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1750} = 0.011$$

$$\rho = 0.011 \cdot 100 = 1.00\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.00\%; P_s/P_n = 0.28; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

				CALCULO P				CALCULO Vn			
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vc	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	9,00	4,05	196843,50	55116,18	68276,25	862994,51	8280,06	69,40	0,69
	35,00	25,00	10,50	4,73	229650,75	64302,21	79655,63	1006826,93	9660,07	76,71	0,77
	40,00	25,00	12,00	5,40	262458,00	73488,24	91035,00	1150659,35	11040,08	83,29	0,83
	45,00	25,00	13,50	6,08	295265,25	82674,27	102414,38	1294491,77	12420,09	89,24	0,89
30,00	50,00	25,00	15,00	6,75	328072,50	91860,30	113793,75	1438324,19	13800,10	94,66	0,95
	55,00	25,00	16,50	7,43	360879,75	101046,33	125173,13	1582156,61	15180,11	99,60	1,00
	60,00	25,00	18,00	8,10	393687,00	110232,36	136552,50	1725989,02	16560,12	104,13	1,04
	65,00	25,00	19,50	8,78	426494,25	119418,39	147931,88	1869821,44	17940,13	108,30	1,08
	70,00	25,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	159311,25	2013653,86	19320,14	112,15	1,12
	40,00	30,00	14,00	6,30	306201,00	85736,28	109242,00	1636908,72	13248,10	98,74	0,99
	45,00	30,00	15,75	7,09	344476,13	96453,32	122897,25	1841522,31	14904,11	105,80	1,06
	50,00	30,00	17,50	7,88	382751,25	107170,35	136552,50	2046135,90	16560,12	112,22	1,12
35,00	55,00	30,00	19,25	8,66	421026,38	117887,39	150207,75	2250749,49	18216,13	118,07	1,18
	60,00	30,00	21,00	9,45	459301,50	128604,42	163863,00	2455363,08	19872,14	123,45	1,23
	65,00	30,00	22,75	10,24	497576,63	139321,46	177518,25	2659976,67	21528,16	128,39	1,28
	70,00	30,00	24,50	11,03	535851,75	150038,49	191173,50	2864590,27	23184,17	132,95	1,33
	75,00	30,00	26,25	11,81	574126,88	160755,53	204828,75	3069203,86	24840,18	137,18	1,37
	80,00	30,00	28,00	12,60	612402,00	171472,56	218484,00	3273817,45	26496,19	141,10	1,41

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.12 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$1.12 \text{ m} > 0.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 19

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

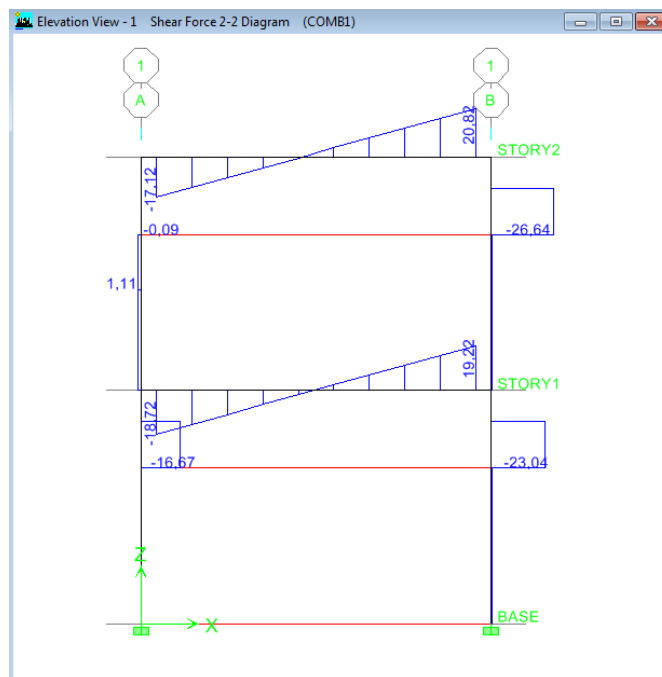


Figura 118. Resultados del cortante V2-2  
Fuente: ETABS v9.0

Cortante máxima aplicada al pórtico: 26.64 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$d = 35 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 26.64 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{26640Kg}{0.85 * 45 * 35} = 19.90 Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 19.90 - 7.25 = 12.65Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$12.65 Kg/cm^2 < 30.43 Kg/cm^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$



### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{12.65 * 45}$$

$$S = 7.38 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

7.38 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 40 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 26.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,4	m
Wcolumna:	1,55952	Tn
W_servicio_techo:	52,155	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,880	Tn
W Total:	109,035	Tn

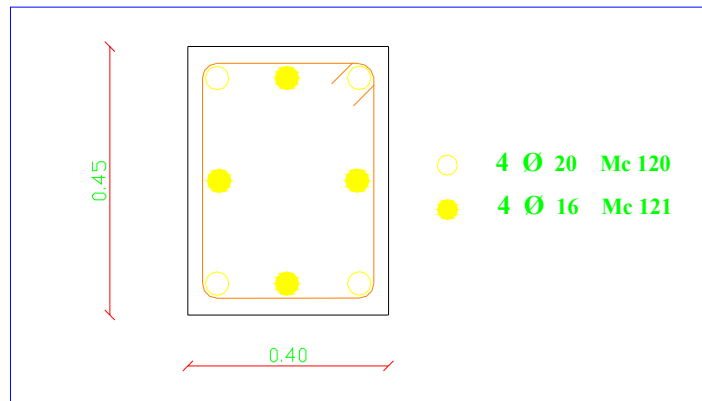
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 109.035 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 119. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 45 \cdot 40 = 1800 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1800 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 404183.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 404.18 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 109.035 / 404.18 = 0.26$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1800} = 0.011$$

$$\rho = 0.011 \cdot 100 = 1.00\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 – 2.00 = 1.00m

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.00\%; P_s/P_n = 0.26; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	CALCULO P						
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
					kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	9,00	4,05	196843,50	51179,31	68276,25	834910,02	18600,08	89,77	0,90
	35,00	25,00	10,50	4,73	229650,75	59709,20	79655,63	974061,69	19950,09	97,65	0,98
	40,00	25,00	12,00	5,40	262458,00	68239,08	91035,00	1113213,36	21300,11	104,53	1,05
	45,00	25,00	13,50	6,08	295265,25	76768,97	102414,38	1252365,03	22650,12	110,58	1,11
30,00	50,00	25,00	15,00	6,75	328072,50	85298,85	113793,75	1391516,70	24000,13	115,96	1,16
	55,00	25,00	16,50	7,43	360879,75	93828,74	125173,13	1530668,37	25350,14	120,76	1,21
	60,00	25,00	18,00	8,10	393687,00	102358,62	136552,50	1669820,04	26700,16	125,08	1,25
	65,00	25,00	19,50	8,78	426494,25	110888,51	147931,88	1808971,71	28050,17	128,98	1,29
	70,00	25,00	21,00	9,45	459301,50	119418,39	159311,25	1948123,38	29400,18	132,52	1,33
	40,00	30,00	14,00	6,30	306201,00	79612,26	109242,00	1587141,23	25560,13	124,19	1,24
	45,00	30,00	15,75	7,09	344476,13	89563,79	122897,25	1785533,88	27180,14	131,39	1,31
	50,00	30,00	17,50	7,88	382751,25	99515,33	136552,50	1983926,53	28800,16	137,77	1,38
35,00	55,00	30,00	19,25	8,66	421026,38	109466,86	150207,75	2182319,19	30420,17	143,48	1,43
	60,00	30,00	21,00	9,45	459301,50	119418,39	163863,00	2380711,84	32040,19	148,61	1,49
	65,00	30,00	22,75	10,24	497576,63	129369,92	177518,25	2579104,49	33660,20	153,24	1,53
	70,00	30,00	24,50	11,03	535851,75	139321,46	191173,50	2777497,15	35280,22	157,45	1,57
	75,00	30,00	26,25	11,81	574126,88	149272,99	204828,75	2975889,80	36900,24	161,29	1,61
	80,00	30,00	28,00	12,60	612402,00	159224,52	218484,00	3174282,45	38520,25	164,81	1,65

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.38 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00\text{m}$$

$$1.38 \text{ m} > 1.00\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

## MUESTRA # 20

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

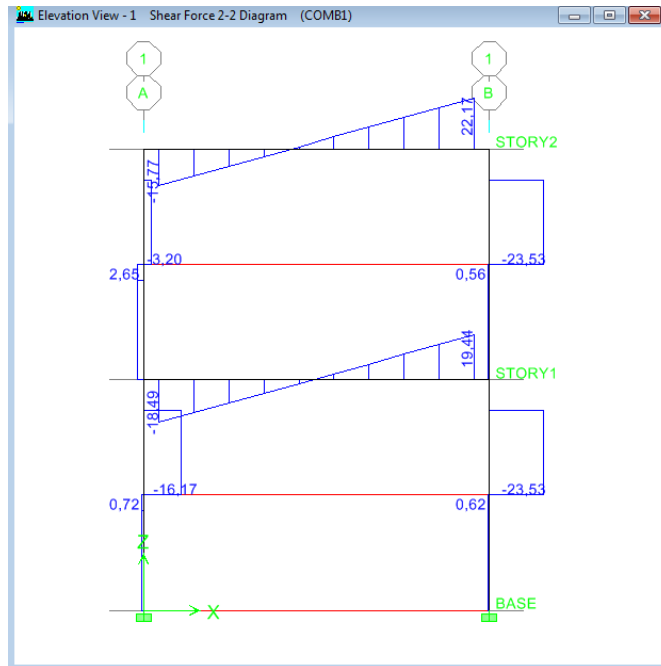


Figura 120. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.53 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$d = 35 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 23.53 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$
$$v_u = \frac{23530 \text{ Kg}}{0.85 * 45 * 40} = 15.38 \text{ Kg/cm}^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$\begin{aligned}V_c &= 0.5 * \sqrt{f'c} \\V_c &= 0.5 * \sqrt{210} \\V_c &= 7.25 \text{Kg/cm}^2\end{aligned}$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 15.38 - 7.25 = 8.13 \text{Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$

$$8.13 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.00 * 4200}{8.13 * 45}$$
$$S = 11.48 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

11.48 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 12 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 40 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 27.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,4	m
Wcolumna:	1,55952	Tn
W_servicio_techo:	52,155	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,880	Tn
W Total:	109,035	Tn

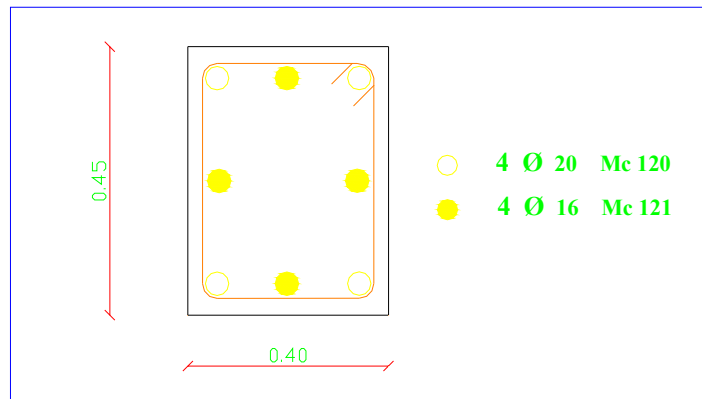
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 109.035 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 * f'_c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 121. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 45 * 40 = 1800 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1800 - 20.61) + 20.61 * 4200$$

$$P_n = 404183.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 404.18 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 109.035 / 404.18 = 0.26$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1800} = 0.011$$

$$\rho = 0.011 * 100 = 1.00\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 1.50 = 1.50\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.00\%; P_s/P_n = 0.26; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	CALCULO P		Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva	
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Pnominal kg	Pservicio Kg	Pb Kg	Mn Kg-cm	Vn Kg	L' cm	Longitud Efectiva m
	30,00	25,00	9,00	4,05	196843,50	51179,31	68276,25	834910,02	18600,08	89,77	0,90
	35,00	25,00	10,50	4,73	229650,75	59709,20	79655,63	974061,69	19950,09	97,65	0,98
	40,00	25,00	12,00	5,40	262458,00	68239,08	91035,00	1113213,36	21300,11	104,53	1,05
	45,00	25,00	13,50	6,08	295265,25	76768,97	102414,38	1252365,03	22650,12	110,58	1,11
30,00	50,00	25,00	15,00	6,75	328072,50	85298,85	113793,75	1391516,70	24000,13	115,96	1,16
	55,00	25,00	16,50	7,43	360879,75	93828,74	125173,13	1530668,37	25350,14	120,76	1,21
	60,00	25,00	18,00	8,10	393687,00	102358,62	136552,50	1669820,04	26700,16	125,08	1,25
	65,00	25,00	19,50	8,78	426494,25	110888,51	147931,88	1808971,71	28050,17	128,98	1,29
	70,00	25,00	21,00	9,45	459301,50	119418,39	159311,25	1948123,38	29400,18	132,52	1,33
	40,00	30,00	14,00	6,30	306201,00	79612,26	109242,00	1587141,23	25560,13	124,19	1,24
	45,00	30,00	15,75	7,09	344476,13	89563,79	122897,25	1785533,88	27180,14	131,39	1,31
	50,00	30,00	17,50	7,88	382751,25	99515,33	136552,50	1983926,53	28800,16	137,77	1,38
35,00	55,00	30,00	19,25	8,66	421026,38	109466,86	150207,75	2182319,19	30420,17	143,48	1,43
	60,00	30,00	21,00	9,45	459301,50	119418,39	163863,00	2380711,84	32040,19	148,61	1,49
	65,00	30,00	22,75	10,24	497576,63	129369,92	177518,25	2579104,49	33660,20	153,24	1,53
	70,00	30,00	24,50	11,03	535851,75	139321,46	191173,50	2777497,15	35280,22	157,45	1,57
	75,00	30,00	26,25	11,81	574126,88	149272,99	204828,75	2975889,80	36900,24	161,29	1,61
	80,00	30,00	28,00	12,60	612402,00	159224,52	218484,00	3174282,45	38520,25	164,81	1,65

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.38 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.50 = 1.00\text{m}$$

$$1.38 \text{ m} < 1.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*



Cuadro 28. Identificación de efecto de columna corta

IDENTIFICACION DE EFECTO DE COLUMNA CORTA									
MUESTRA #	ALTURA DE COLUMNA (m)	ALTURA DE MAMPOSTERIA(m)			LONGITUD EFECTIVA ACTUAL DE COLUMNA(LECC)			LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA(LECC)	
		2L/3	L/2	5L/6	2L/3	L/2	5L/6	SEGÚN LAS TABLAS(2 RAMALES)	
	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)		
1	3	2			1			1,1	FALLA POR CORTANTE(ECC)
2	3		1,5			1,5		1,1	FALLA POR FLEXIÓN
3	3			2,5			0,5	1,1	FALLA POR CORTANTE(ECC)
4	3	2			1			1,02	FALLA POR CORTANTE(ECC)
5	3		1,5			1,5		1,02	FALLA POR FLEXIÓN
6	3			2,5			0,5	1,02	FALLA POR CORTANTE(ECC)
7	3	2			1			1,12	FALLA POR CORTANTE(ECC)
8	3		1,5			1,5		1,12	FALLA POR FLEXIÓN
9	3			2,5			0,5	1,12	FALLA POR CORTANTE(ECC)
10	3	2			1			1,54	FALLA POR CORTANTE(ECC)
11	3		1,5			1,5		1,54	FALLA POR CORTANTE(ECC)
12	3			2,5			0,5	1,54	FALLA POR CORTANTE(ECC)
13	3	2			1			1,52	FALLA POR CORTANTE(ECC)
14	3		1,5			1,5		1,52	FALLA POR CORTANTE(ECC)
15	3			2,5			0,5	1,52	FALLA POR CORTANTE(ECC)
16	3	2			1			1,4	FALLA POR CORTANTE(ECC)
17	3		1,5			1,5		1,4	FALLA POR FLEXIÓN
18	3			2,5			0,5	1,4	FALLA POR CORTANTE(ECC)
19	3	2			1			1,38	FALLA POR CORTANTE(ECC)
20	3		1,5			1,5		1,38	FALLA POR FLEXIÓN

### ANÁLISIS DE LAS MUESTRAS

Del análisis de las muestras obtenidas se pudo observar lo siguiente:

Columnas con altura de mampostería hasta:

- ✚ **2L/3:** se forma un elemento con elevada ductilidad y por ende la falla se produce por efecto de columna corta.
- ✚ **L/2:** en su mayoría la falla se produciría por flexión.
- ✚ **L/4:** se forma un elemento de baja ductilidad por ende la falla se produce por efecto de columna corta.
- ✚ **5L/6:** elemento falla por cortante. (*caso crítico*)

*Comprobando lo observado con lo propuesto en el artículo del Ing. Roberto Aguiar mencionado en el capítulo I sobre elementos con baja ductilidad.*

Cuadro 29. Valores de cortantes y momento de acuerdo a la altura de mampostería

ANÁLISIS DE LA MUESTRA		CON MAMPOSTERÍA						INCREMENTO DEL PORCENTAJE						
MUESTRA #	Altura de columna: 3	Sin Mampostería		Altura de Mampostería		Altura de Mampostería		Altura de Mampostería						
		Momentos	Cortante	2l/3:	2	m	l/2:	1,5	m	5l/6:	2,5	m		
		+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	
1	26,08	34,55	22,27	7,74	9,34	28,46							27,80	%
2	26,08	34,55	22,27				12,15	14,08	23,5				5,52	%
3	26,08	34,55	22,27							3,44	9,11	32,12	44,23	%
4	26,08	34,55	22,27	7,7	9,42	28,54							28,15	%
5	26,08	34,55	22,27				12,11	14,06	23,4				5,07	%
6	26,08	34,55	22,27							3,79	9,76	31,28	40,46	%
7	26,08	34,55	22,27	7,76	9,25	28,35							27,30	%
8	26,08	34,55	22,27				12,16	14,08	23,57				5,84	%
9	26,08	34,55	22,27							4,39	10,85	29,77	33,68	%
10	26,08	34,55	22,27	7,91	8,81	27,87							25,15	%
11	26,08	34,55	22,27				12,2	14,03	23,62				6,06	%
12	26,08	34,55	22,27							5,21	12,13	27,86	25,10	%
13	26,08	34,55	22,27	7,93	8,89	27,66							24,20	%
14	26,08	34,55	22,27				12,16	14	23,64				6,15	%
15	26,08	34,55	22,27							5,53	12,69	27,05	21,46	%
16	26,08	34,55	22,27	7,95	9,29	27,45							23,26	%
17	26,08	34,55	22,27				12,11	13,96	23,64				6,15	%
18	26,08	34,55	22,27							5,81	13,22	26,33	18,23	%
19	26,08	34,55	22,27	8,11	10,53	26,64							19,62	%
20	26,08	34,55	22,27				11,99	13,78	23,53				5,66	%

#### IV. DISCUSIÓN

En las últimas décadas los investigadores han tratado de solucionar o de prevenir la vulnerabilidad sísmica que existe en una estructura, concentrándose en temas específicos que intervienen al momento de una eventualidad sísmica. Uno de los factores que ha llamado la atención debido a que en su mayoría a influenciado inclusive con el colapso y daño de elementos importantes como las columnas es el llamado efecto de columna corta como se indicó anteriormente, es por eso que la necesidad que han visto los investigadores de analizar este fenómeno y dar una solución ha sido inminente.

Muchos autores indican que este efecto en lo posible hay que evitar pero al estar restringida una columna por paredes de mampostería esta ya se encuentra con posible formación del efecto de columna corta.

Otros autores han visto la necesidad de separar la mampostería de los elementos estructurales con juntas de neopreno, logrando de esta manera que las columnas y la mampostería no sea un elemento monolítico.

Pero el diseño sismo-resistente nos según el ACI 318-08(21.1.2) indica que se tenga en cuenta la interacción entre elementos estructurales y no estructurales que puedan afectar la respuesta elástica e inelástica de la estructura durante el sismo.

Otro autor presenta un trabajo interesante sobre la consideración de las columnas cortas en la vulnerabilidad sísmica de la estructura, cabe destacar que este trabajo fue muy importante conocerlo ya que nos sirvió de base para nuestra propuesta. Lo ha logrado con esta metodología es la relación de esbeltez de una columna corta y luego identificar si una estructura tiene presencia de columnas cortas y su posible daño ante una eventualidad sísmica.

De ahí que nuestra propuesta es ir un poco más allá no solo nos centramos en identificar si una estructura tiene posible formación de columnas cortas, aparte que en nuestra propuesta trabajamos con la longitud efectiva de columna corta, en

donde procedemos a dar una solución antes de la construcción de la estructura en donde realizamos un análisis del esfuerzo cortante del pórtico interactuando con la mampostería.

Del cual podemos determinar la longitud del punto de falla a cortante y la falla a flexión y reduciendo esta longitud aumentando el refuerzo transversal en el tramo de columna indicado en las tablas.

## V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1. Conclusiones

- En esta investigación se han desarrollado unas tablas de fácil aplicación que sirven para determinar la transición entre falla a cortante y falla a flexión en columnas típicas, usando para ello la relación de carga  $P_s/P_n$  y la cuantía de acero. En el desarrollo de estas tablas se consideraron los casos en los cuales las columnas estén siendo confinadas por paredes en su dirección débil.
- Al aplicar la metodología a las estructuras que están por construirse y que poseen mampostería hasta una cierta altura, se puede prevenir a que esta sea vulnerable a fallar por el efecto de columna corta.
- Las tablas obtenidas están limitadas a ser aplicadas en estructuras cuyas secciones se encuentren dentro de las tomadas en consideración.
- En las gráficas propuestas se observa que:

-A medida que se incrementa la cuantía de acero longitudinal, se incrementa el umbral entre un tipo de falla y otro.

-El aumento del refuerzo transversal se traduce en una disminución de la longitud efectiva de columna corta.

- El colocar estribos de mayor diámetro es decir de 8mm a 10mm se traduce a una disminución de la longitud efectiva de columna corta.

- Una de las conclusiones más importantes en la aplicación de esta propuesta es que se observa que al momento de diseñar un refuerzo

transversal para una columna sin la consideración de las paredes de mampostería este refuerzo no se estaría cumpliendo con lo que realmente necesita esa sección para soportar un esfuerzo a cortante en el punto de falla identificado cuando hay presencia de mampostería.

- Después de realizar las muestras necesarias se pudo verificar que nuestro diseño sismo-resistente del refuerzo transversal en columnas propuesto nos ayuda a disminuir el efecto de columna corta en las edificaciones de concreto reforzado, hay que tomar en cuenta que en caso del que el refuerzo transversal no sea suficiente para evitar dicho efecto se recomienda disminuir la altura de la mampostería según como se indica en las tablas de longitud efectiva.
- Lo que estamos buscando con esta metodología en teoría sería que la sección de columna por arriba de la mampostería y en el punto de transición sea fuerte a corte y en toda la altura de la columna débil a flexión.
- A partir de lo observado, en una estructura sismo resistente de concreto reforzado sería conveniente, fomentar la flexión y controlar el corte.

## 5.2.Recomendaciones

- Al momento de diseñar una edificación que presente muros de mampostería con una cierta altura se recomienda identificar la longitud efectiva de columna cortas y conocer así el punto de transición entre la falla a cortante y la falla a flexión de la columna y colocar el refuerzo transversal requerido en esa longitud de columna corta.
- Se debe considerar en el análisis de una estructura y posteriormente en el diseño de la misma la interacción mampostería -Estructura
- Difundir las ventajas de seguridad que poseen las estructuras al ser diseñadas tomando en cuenta la interacción mampostería-estructura
- Como nuestro país se encuentra dentro de una zona de alta peligrosidad sísmica, se debería invertir en investigaciones que aporten en lo posible con un granito de arena, para prevenir daños materiales y pérdidas humanas; en caso de que se dé un sismo de gran magnitud.

## **VI. PROPUESTA**

### **6.1. Título de la propuesta**

PROPUESTA DE DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE COLUMNAS CORTAS EN EDIFICACIONES DE CONCRETO REFORZADO.

### **6.2. Introducción**

Bajo el término genérico de mampostería se entiende cualquier componente de una construcción constituido a base de elementos colocados a mano, tales como ladrillos y bloques de concreto unidos mediante mortero. En la mayoría de edificios públicos en el Ecuador es práctica usual emplear elementos de mampostería, tanto en paredes para el cerramiento exterior como en tabiques para la división del espacio interior. Las paredes de mampostería son elementos rígidos que pueden estar integrados o desligados del sistema resistente. Se consideran elementos secundarios cuando no tienen funciones estructurales para resistir cargas gravitacionales y fuerzas laterales, denominadas también no-estructurales por no formar parte del sistema resistente.

Las paredes de mampostería, debidamente dispuestas y construidas, pueden representar para el sistema estructural una primera línea de resistencia y pueden contribuir significativamente al amortiguamiento de las vibraciones y a la disipación de energía sísmica. No obstante, las paredes de mampostería integrados al sistema resistente cambian significativamente las características dinámicas y el comportamiento sísmico del edificio, modifican las rigideces y masas, y restringen la deformación y el desplazamiento lateral del sistema.

En el análisis de edificios ha sido práctica generalizada despreciar los elementos secundarios y no considerar las paredes de mampostería para determinar la respuesta sísmica del sistema estructural. Edificios de concreto reforzado, con paredes de mampostería que rigidizan el sistema, han sido idealizados y analizados como pórticos flexibles, despreciando la influencia de la mampostería.



Esta práctica es contraproducente y puede tener consecuencias fatales. La presencia de la mampostería modifica significativamente el comportamiento de la estructura, invalidando los resultados del análisis dinámico más sofisticado además, en un sismo puede ser causa de daños severos a elementos estructurales importantes por el llamado efecto de columna corta.

Por lo tanto, en el análisis del sistema resistente de un edificio ante solicitaciones sísmicas es preciso considerar la interacción de todos los elementos no-estructurales rígidos y se debe tomar en cuenta la influencia que los elementos de mampostería ejercen sobre la respuesta de la estructura.

### **6.3. Objetivos**

#### **a. Objetivo General**

Definir la metodología de aplicación de las tablas obtenidas para identificar y evitar el efecto de columna corta mediante un diseño sismo-resistente.

#### **b. Objetivos Específicos**

- Establecer el procedimiento para una correcta identificación de elementos en la estructura que presentan posible efecto de columna corta.
- Definir los parámetros para evitar el efecto de columnas cortas en la estructura

### **6.4. Fundamentación Científico –Técnica**

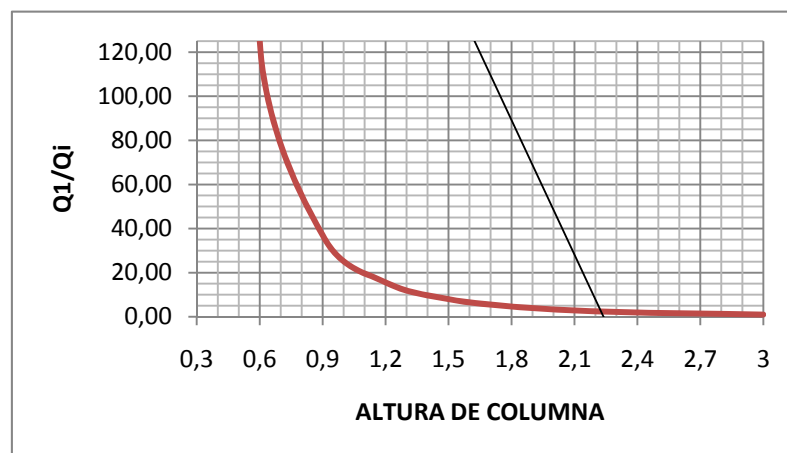
Un principio básico en ingeniería estructural es diseñar para que ante un evento sísmico las vigas se comporten plásticamente antes que las columnas, ya que cuando una viga empieza a fallar pasando de un estado elástico a inelástico absorbe parte de la energía del sismo; en cambio, si una columna falla primero y empieza a pandearse y deformarse, las cargas verticales de compresión pueden provocar un rápido colapso estructural. Esto último hace más extraño aún que este tipo de falla de concepto sea tan generalizado.

Es una práctica común en el país usar muros de albañilería sin tomar en consideración la interacción de la misma con la estructura principal en el caso de las estructuras aporticadas. Para las columnas se asume en forma práctica que este elemento estructural alcanza el máximo de su capacidad de flexión en ambos extremos y bajo curvaturas opuestas, y la fuerza cortante resultante en el entrepiso es  $V=2M/L$ , donde “L” es la longitud de la columna. Es por esto que si un elemento no estructural entra en contacto directo (sin ninguna junta) con la columna y hace que esta altura libre se reduzca por ejemplo hasta  $h/4$ (tabla 1), tendremos que la fuerza cortante excedería hasta cuatro veces el valor de diseño. En alguna literatura se le conoce a esta falla como de “columna cautiva”.

**Cuadro 30.** Comparación de fuerzas cortantes en columnas cortas

Caso Nº	Altura Columna	Fuerza Cortante	Razón(Qi/Q1)
1	3	652,1119536	1,00
2	2,7	894,5294288	1,37
3	2,4	1273,656159	1,95
4	2,1	1901,201031	2,92
5	1,8	3019,036822	4,63
6	1,5	5216,895629	8,00
7	1,2	10189,24927	15,63
8	0,9	24152,29458	37,04
9	0,6	81513,9942	125,00
10	0,3	652111,9536	1000,00

**Cuadro 31.** Efecto de columna corta en términos de incremento de rigidez



## EFEECTO DE COLUMNA CORTA

Frecuentemente las paredes integradas a la estructura son de altura menor que los elementos estructurales verticales que las confinan, por ejemplo cuando se dispone bajo las ventanas parapetos de mampostería. En estos casos, los elementos de mampostería acortan la longitud de las columnas, modificándolas en elementos rígidos que absorben una mayor parte de las fuerzas laterales dando lugar a una demanda de ductilidad excesiva concentrada en pocos elementos. Generalmente este aspecto se olvida en el proceso del análisis. Las columnas cortas, excepto si son reforzadas y confinadas adecuadamente, no poseen la capacidad para disipar energía mediante deformaciones inelásticas, teniendo una falla frágil por cortante. La falla de elementos estructurales debido al efecto de columna corta ha sido observada con gran frecuencia en terremotos recientes y en muchos casos esta falla ha conducido al colapso de edificios. En el terremoto de San Salvador 1986 la falla de columnas cortas en la planta baja tuvo como consecuencia el colapso de dos secciones de tres pisos del hospital de niños de dicha ciudad.

A continuación se presenta la deformación que presenta un pórtico en las columnas con presencia de mampostería.

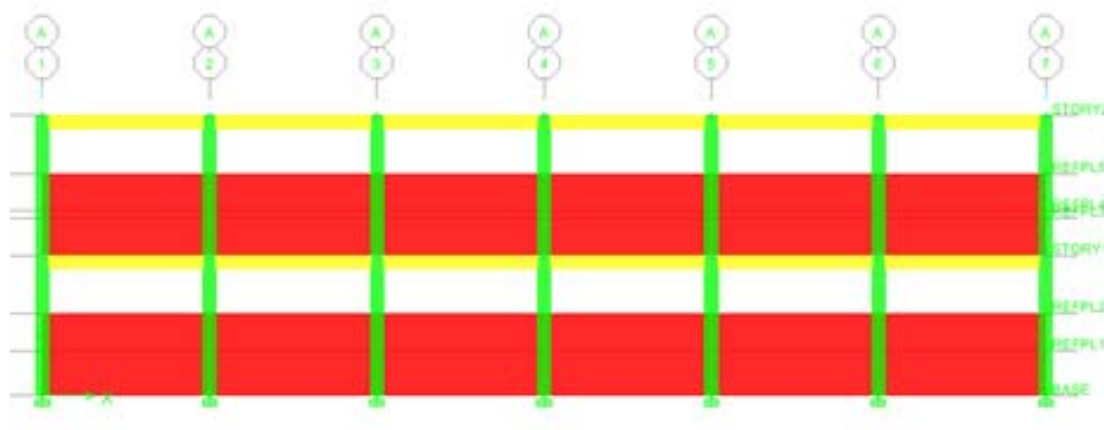
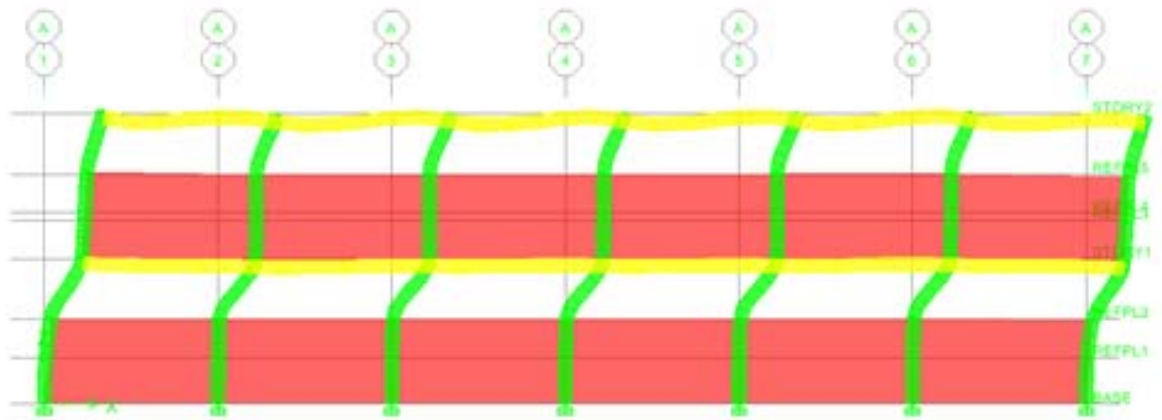
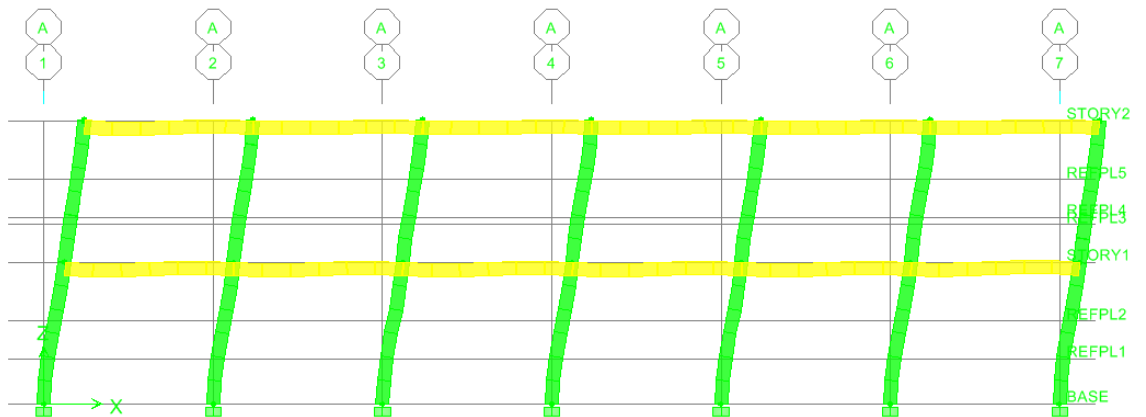


Figura 122. Pórticos restringidos por paredes de mampostería  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)



**Figura 123. Deformación restringida por mampostería y mecanismos de falla en cortante.**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**



**Figura 124. Libre deformación de pórticos sin restricción de mampostería**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

## 6.5. Descripción de la propuesta

### a. Análisis del diseño sismo-resistente de una columna corta

Para la propuesta de diseño sismo-resistente se realizarán los cálculos en una estructura de Hormigón Armado de una escuela tipo del DINSE que tiene las siguientes características:

#### *Datos Iniciales:*

Altura total del Edificio = 6.40 m

Nro. De pisos = 2

Altura de piso = 3.00 m

Espesor de Losa = 0.20 m

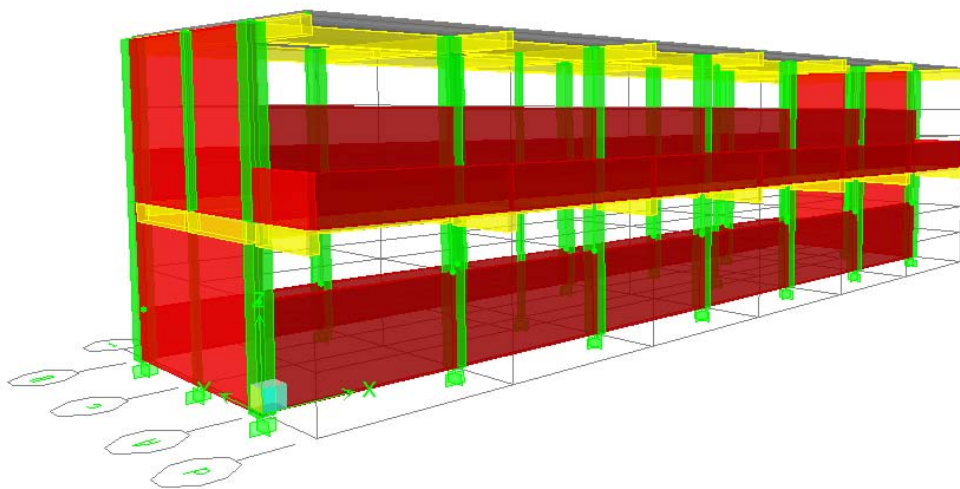
$F'c = 210 \text{ Kg/cm}^2$

$F'y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

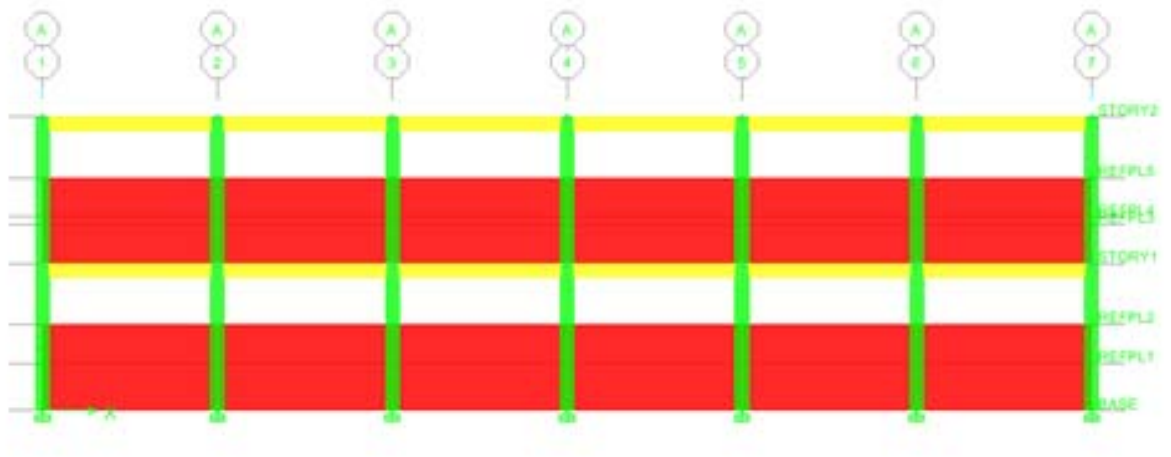
CM = 5.16 T/m

CV = 2.77 T/m

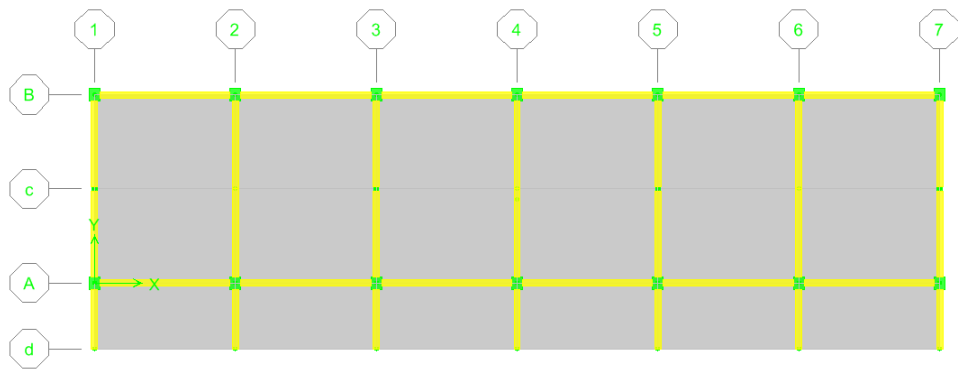
SISMO X = 9.25 T



**Figura 125. Configuración de la Estructura**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)



**Figura 126. Elevación del Edificio**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**



**Figura 127. Vista en planta de la Edificación**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

## MODELACIÓN EN EL PROGRAMA ETABS V9.0.1

Para el análisis del cortante en una columna con y sin mampostería se lo realizara en un pórtico de la primera planta de la estructura indicada anteriormente en donde las cargas aplicadas al pórtico salen del análisis de cargas de la misma de las cuales se obtuvieron las siguientes:

Carga Muerta: 5.16 Tn/m

Carga Viva: 2.77 Tn/m

Carga de sismo en la dirección x-x: 9.25 Tn

### *EJEMPLO DE APLICACIÓN # 1*

#### **PÓRTICO A EJE 3-4**

#### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

- Configurar las características físicas de los materiales a utilizar

Material Property Data	
Material Name	CONC
Display Color	Color
Type of Material	Isotropic <input checked="" type="radio"/> Orthotropic <input type="radio"/>
Type of Design	Design: Concrete
Analysis Property Data	
Mass per unit Volume	0.2448
Weight per unit Volume	2.4026
Modulus of Elasticity	2173706.51
Poisson's Ratio	0.2
Coeff of Thermal Expansion	9.900E-06
Shear Modulus	905711.05
Design Property Data (ACI 318-99)	
Specified Conc Comp Strength, f'c	2100
Bending Reinf. Yield Stress, fy	42000
Shear Reinf. Yield Stress, fys	42000
<input type="checkbox"/> Lightweight Concrete	Shear Strength Reduc. Factor

**Figura 128. Características de los materiales de vigas y columnas**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

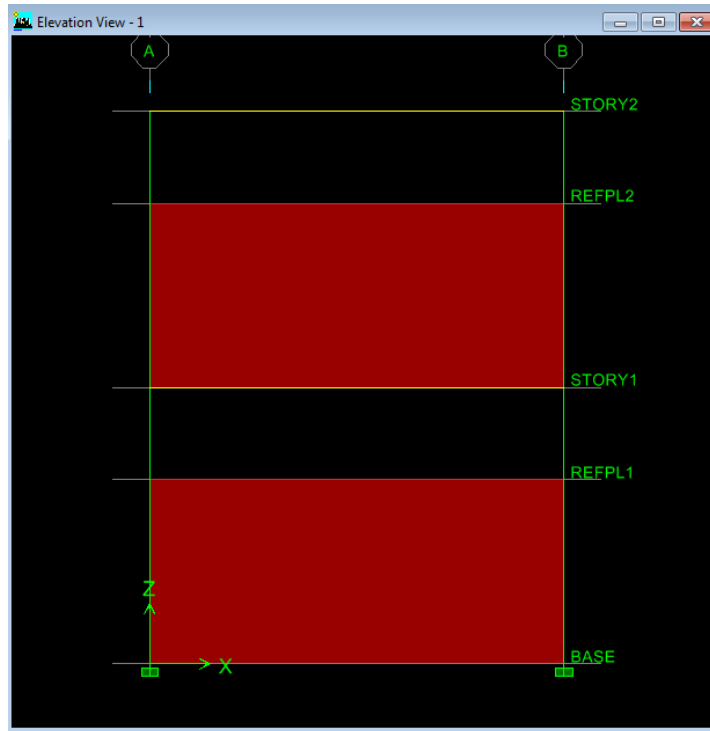
**Figura 129. Características de los materiales de mampostería**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

b. Definición de la mampostería

**Figura 130. Definición de mampostería**  
**Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)**

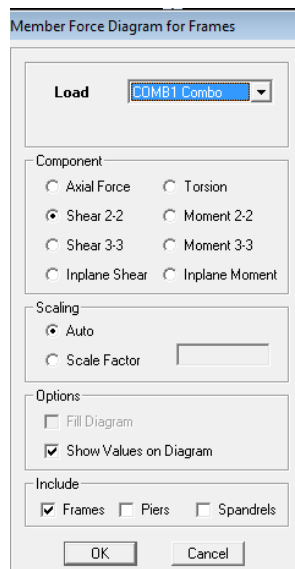


c. Asignación del elemento de mampostería



**Figura 131. Colocación de mampostería**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

d. Resultados



**Figura 132. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

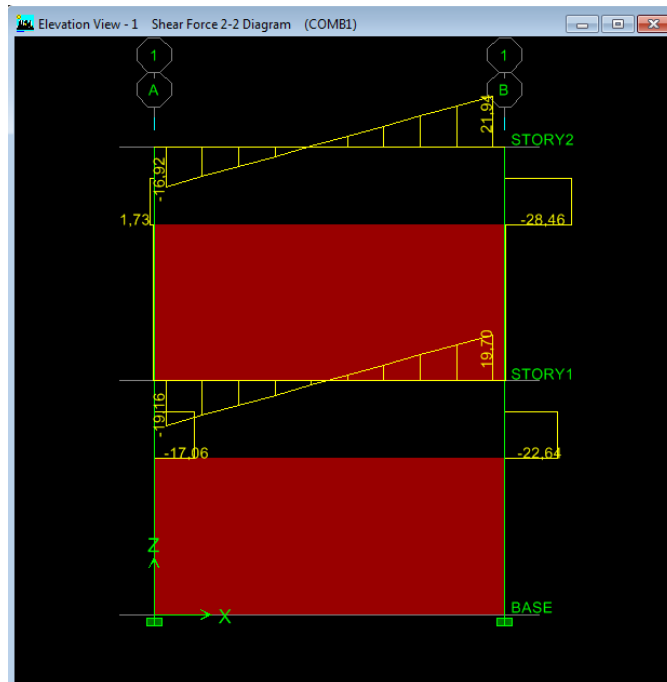


Figura 133. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 28.46Tn

### Cálculo del esfuerzo cortante último

$b = 45 \text{ cm}$

$h = 30 \text{ cm}$

$d = 25 \text{ cm}$

$\phi = 0.85$

$V_u = 28.46 \text{ Tn}$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{28460Kg}{0.85 * 45 * 25} = 29.76Kg/cm^2$$

### Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43 \text{Kg/cm}^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 29.76 - 7.25 = 31.16 \text{Kg/cm}^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'c}$$
$$22.51 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

#### • Cálculo de la armadura transversal:

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * b_w * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * b_w}$$

#### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 * 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$S = \frac{3.16 * 4200}{22.51 * 45}$$

$$S = 6.55 \text{cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S1 < d/2; S1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

6.55 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45\text{cm}; h = 30\text{cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro32.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
<b>W Total:</b>	<b>108,255</b>	<b>Tn</b>

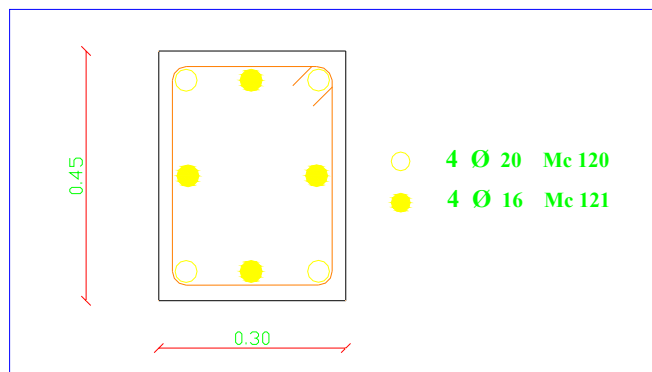
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$Ps = 108.26 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$Pn = 0.85 \cdot f_c' \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 134.** Armado transversal de la Columna  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 * 45 = 1350 \text{ cm}^2$$
$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1350 - 20.61) + 20.61 * 4200$$
$$P_n = 323858.12 \text{ Kg}$$
$$P_n = 323.86 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.26 / 323.86 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.00 = 1.00 \text{ m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	25494,77	86,25	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	26978,89	95,09	0,95
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	28463,02	103,00	1,03
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	29947,15	110,14	1,10
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	31431,28	116,60	1,17
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	32915,41	122,47	1,22
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	34399,53	127,84	1,28
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	35883,66	132,77	1,33
70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	37367,79	137,30	1,37	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.10 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$$

$$1.10 \text{ m} > 1.00 \text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

*Entonces según la propuesta planteada de diseño sismo-resistente de columnas cortas podemos apreciar la disminución de la longitud efectiva de columna corta como se indica a continuación:*

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; Ps/Pn = 0.32; s = 10 \text{ cm, Número de ramales: } 4$$

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	42084,77	52,25	0,52
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	43568,89	58,88	0,59
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	45053,02	65,07	0,65
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	46537,15	70,87	0,71
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	48021,28	76,32	0,76
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	49505,41	81,43	0,81
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	50989,53	86,25	0,86
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	52473,66	90,79	0,91
70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	53957,79	95,09	0,95	

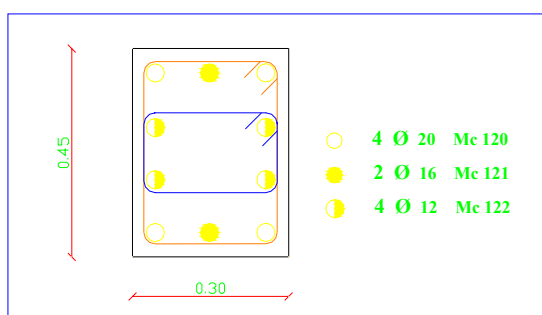
Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 0.71\text{m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$$

$$0.71\text{ m} < 1.00\text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión por lo tanto se necesita aumentar el refuerzo transversal a cuatro ramales para evitar el efecto de columna corta.*



**Figura 135.** Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 4 Ramales  
**Fuente.** Tello – Villacís

*Para poder evitar el efecto de columna corta se colocará este armado a partir del nivel de la mampostería hasta llegar a la unión con la viga.*

### ✚ Verificación por estribos cerrados de confinamiento

Calculo del área total de refuerzo de estribos en la columna:

$$Ash = 4 * 0.79cm^2$$

$$Ash = 3.16cm^2$$

El área total de la sección transversal del refuerzo de estribos cerrados de confinamiento rectangulares, **Ash**, no debe ser menor que la requerida por las ecuaciones (21-3) y (21-4).

$$Ash = 0.3 \frac{s * bo * f'c}{fyt} \left[ \left( \frac{Ag}{Ach} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 0.3 \frac{10 * 45 * 210}{4200} \left[ \left( \frac{30 * 45}{25 * 40} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 2.36cm^2$$

**Según 21.4:**

$$Ash = 0.09 * \frac{s * bo * f'c}{fyt}$$

$$Ash = 0.09 * \frac{10 * 45 * 210}{4200}$$

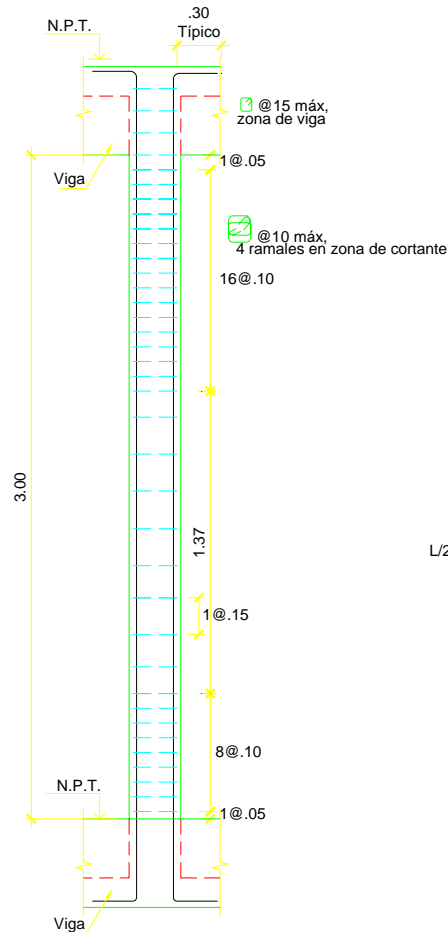
$$Ash = 2.025cm^2$$

El área de estribos colocada en la columna no es menor que las requeridas por estribos cerrados de confinamiento según el ACI-05 sección 21.4.4.

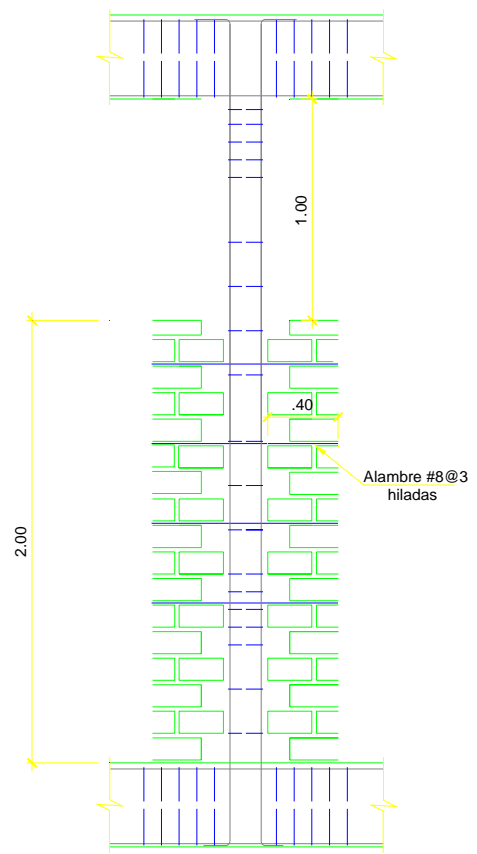


**DETALLE DE CORECCIÓN DE ACERO  
TRANSVERSAL POR EFECTO DE COLUMNA  
CORTA**

ALTURA DE MAMPOSTERÍA  
 $h < 2L/3$



$L/2 < h < 2L/3$



**DETALLE DE ARMADO DE ESTRIBOS  
COLOCADOS POR ECC**

Esc. 1:75

**DETALLE TÍPICO DE COLUMNA  
CONFINANDA CON MAMPOSTERÍA**

Esc. 1:75

Nota: el armado del refuerzo transversal de la columna se lo realiza de acuerdo a los requerimientos de código ACI-05 para estribos cerrados de confinamiento segun 21.3.3 mas el requerimiento de acero transversal por efecto de columna corta en la zona de cortante en caso que los ramales de estribos sean insuficientes

**Figura 136.** Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 4 Ramales

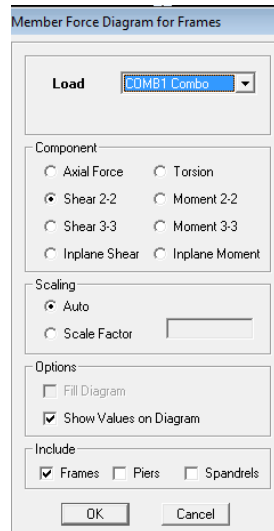
**Fuente.** Tello – Villacís

## EJEMPLO DE APLICACIÓN # 2

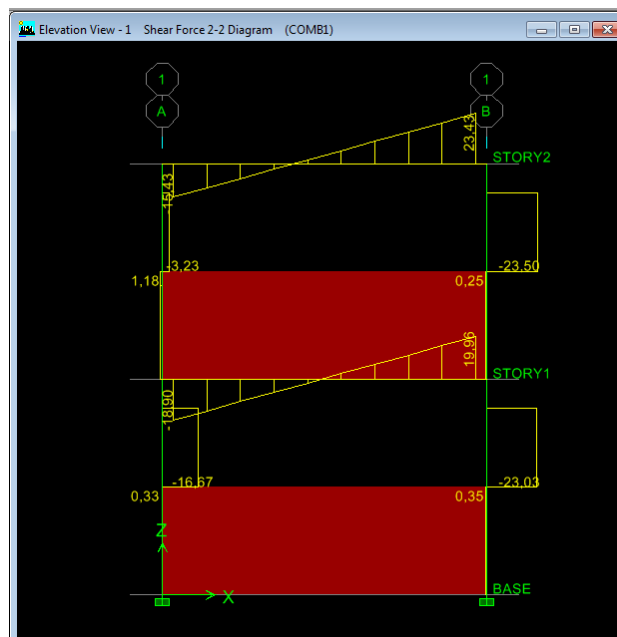
### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados



**Figura 137. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)



**Figura 138. Resultados del cortante V2-2**  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 23.50Tn

### *Análisis de pórtico incluyendo la mampostería*

#### **Cálculo del esfuerzo cortante último**

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 23.50 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\emptyset * b * d}$$
$$v_u = \frac{23500Kg}{0.85 * 45 * 25} = 24.58Kg/cm^2$$

#### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

#### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 24.58 - 7.25 = 17.33Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$17.33 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

#### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### **Consideración de 2 ramales**

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección  $x$  se tiene que:

$$Av = 2 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento  $s$ :

$$S = \frac{1.00 * 4200}{17.36 * 45}$$

$$S = 5.38 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S1 < d/2; S1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

5.38 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

## Obtención de Ps/Pn

**Cuadro33.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,3	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
<b>W Total:</b>	<b>108,255</b>	<b>Tn</b>

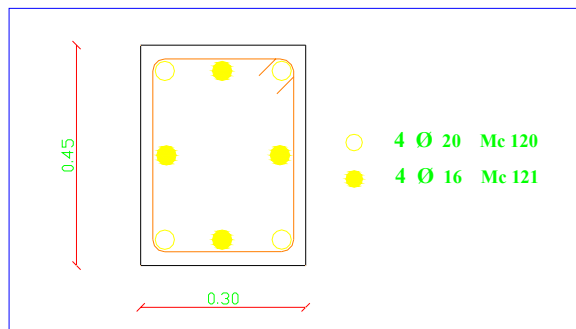
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.26 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 139.** Armado transversal de la Columna  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1350 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 323858.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 323.86 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.26 / 323.86 = 0.32$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 1.50 m

Longitud efectiva actual de la columna: 3.00 - 1.5 = 1.5

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; Ps/Pn = 0.32; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
30,00	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	68780,88	68276,25	1099423,95	25494,77	86,25	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	80244,36	79655,63	1282661,27	26978,89	95,09	0,95
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	91707,84	91035,00	1465898,60	28463,02	103,00	1,03
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	103171,32	102414,38	1649135,92	29947,15	110,14	1,10
	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	114634,80	113793,75	1832373,25	31431,28	116,60	1,17
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	126098,28	125173,13	2015610,57	32915,41	122,47	1,22
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	137561,76	136552,50	2198847,90	34399,53	127,84	1,28
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	149025,24	147931,88	2382085,22	35883,66	132,77	1,33
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	160488,72	159311,25	2565322,55	37367,79	137,30	1,37

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.10 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 1.5 = 1.50\text{m}$$

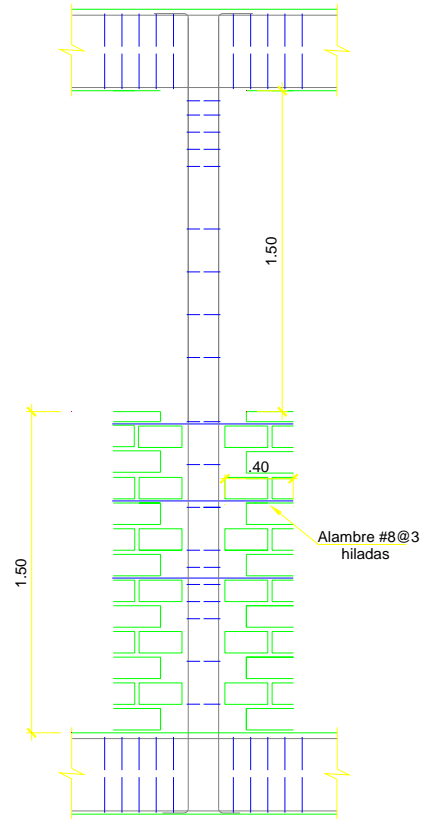
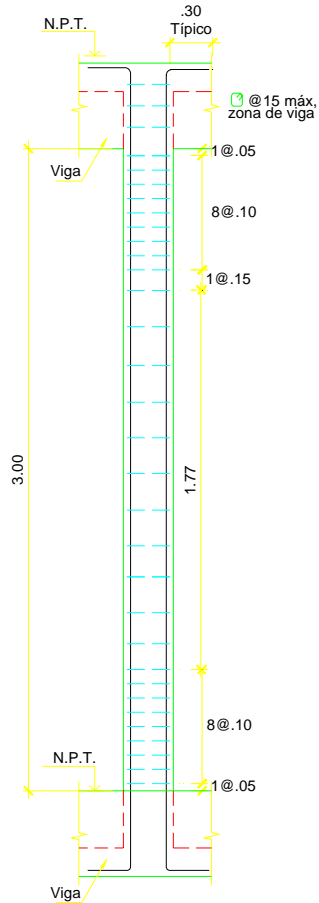
$$1.10 \text{ m} < 1.50 \text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima del punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*

*Debido a esto la columna no necesitaría corrección por columna corta y se recomienda disponer el refuerzo según la normativa*

**DETALLE DE CORECCIÓN DE ACERO  
TRANSVERSAL POR EFECTO DE COLUMNA  
CORTA**

ALTURA DE MAMPOSTERÍA  
h=L/2



**DETALLE DE ARMADO DE ESTRIBOS  
COLOCADOS POR ECC**

Esc. 1:75

**DETALLE TÍPICO DE COLUMNA  
CONFINADA CON MAMPOSTERÍA**

Esc. 1:75

Nota: el armado del refuerzo transversal de la columna se lo realiza de acuerdo a los requerimientos de código ACI-05 para estribos cerrados de confinamiento según 21.3.3

**Figura 140.** Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 2 Ramales

**Fuente.** Tello – Villacís

## EJEMPLO DE APLICACIÓN # 3

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

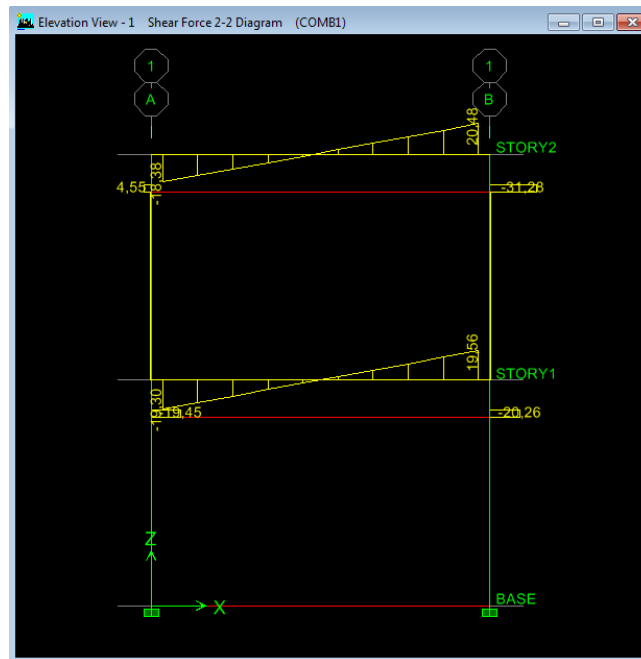


Figura 141. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 31.28 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$V_u = 31.28 \text{ Tn}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$



$$v_u = \frac{31280Kg}{0.85 * 40 * 25} = 36.80Kg/cm$$

**Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

**Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 36.80 - 7.25 = 29.55Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$29.55 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

**• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{f_y}$$

Despejando el espaciamiento s de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{A_v * f_y}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 2 ramales

Tomando un estribo de 10 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.79 cm<sup>2</sup>, y considerando 2 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 2 \times 0.79 \text{ cm}^2 = 1.58 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{1.58 * 4200}{29.55 * 40}$$

$$S = 5.62 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 42/2 = 20 \text{ cm}$$

5.62 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 40 \text{ cm}; h = 30 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 34.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,40	m
h:	0,30	m
Wcolumna:	1,16964	Tn
W_servicio_techo:	51,765	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,490	Tn
W Total:	107.995	Tn

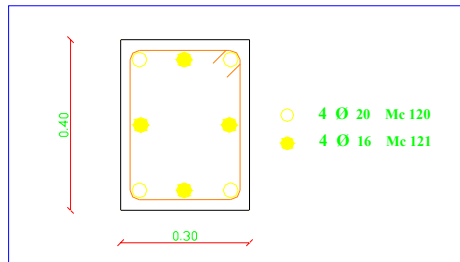
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 107.995 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 * f'_c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 142. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 30 * 40 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 * 3.14) + (4 * 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 * 210 * (1200 - 20.61) + 20.61 * 4200$$

$$P_n = 297083.12 \text{ Kg}$$

$$P_n = 297.08 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 107.995 / 297.08 = 0.34$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$\rho = \frac{20.61}{1350} = 0.0015$$

$$\rho = 0.0015 * 100 = 1.5\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.50 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.50 = 0.5\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; P_s/P_n = 0.34; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	25691,29	85,68	0,86
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	27208,18	94,39	0,94
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	28725,06	102,17	1,02
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	30241,94	109,18	1,09
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	31758,82	115,52	1,16
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	33275,71	121,28	1,21
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	34792,59	126,53	1,27
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	36309,47	131,35	1,31
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	37826,35	135,78	1,36

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.02 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$1.02 \text{ m} > 0.50\text{m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

*Entonces según la propuesta planteada de diseño sismo-resistente de columnas cortas podemos apreciar la disminución de la longitud efectiva de columna corta como se indica a continuación*

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.5\%; Ps/Pn = 0.34; s = 10 \text{ cm, Número de ramas: } 4$$

		$\rho$ :	1,5	%	CALCULO P						
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	42281,29	52,06	0,52
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	43798,18	58,63	0,59
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	45315,06	64,77	0,65
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	46831,94	70,50	0,71
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	48348,82	75,88	0,76
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	49865,71	80,93	0,81
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	51382,59	85,68	0,86
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	52899,47	90,16	0,90
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	54416,35	94,39	0,94

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 0.65\text{m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50\text{m}$$

$$0.65 \text{ m} > 0.50 \text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

*Debido a que la falla sigue siendo por cortante necesitaríamos aumentar el refuerzo transversal*

Datos para ingresar en las tablas:

$\rho = 1.5\%$ ;  $P_s/P_n = 0.32$ ;  $s = 10 \text{ cm}$ , Número de ramas: 6

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	73079,69	68276,25	1100604,66	58871,29	37,39	0,37
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	85259,63	79655,63	1284038,77	60388,18	42,53	0,43
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	97439,58	91035,00	1467472,88	61905,06	47,41	0,47
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	109619,53	102414,38	1650906,99	63421,94	52,06	0,52
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	121799,48	113793,75	1834341,10	64938,82	56,49	0,56
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	133979,42	125173,13	2017775,21	66455,71	60,73	0,61
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	146159,37	136552,50	2201209,32	67972,59	64,77	0,65
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	158339,32	147931,88	2384643,43	69489,47	68,63	0,69
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	170519,27	159311,25	2568077,54	71006,35	72,33	0,72

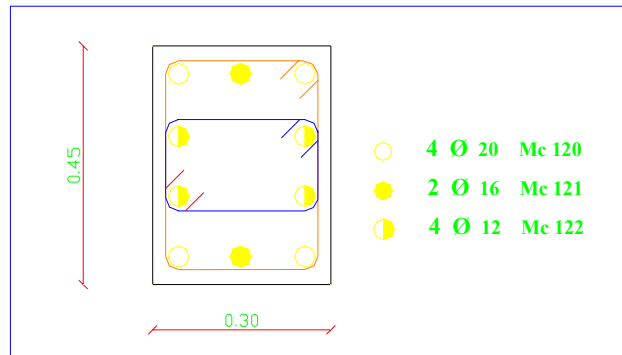
**Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:**

LECC = 0.47m

LEACC: 3.00 - 2.50 = 0.50m

$$0.47\text{m} < 0.50 \text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima al punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*



**Figura 143.** Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales  
Fuente. Tello – Villacís

*Para poder evitar el efecto de columna corta se colocará este armado a partir del nivel de la mampostería hasta llegar a la unión con la viga.*

### ✚ Verificación por estribos cerrados de confinamiento

Calculo del área total de refuerzo de estribos en la columna:

$$Ash = 6 * 0.79cm^2$$

$$Ash = 4.74cm^2$$

El área total de la sección transversal del refuerzo de estribos cerrados de confinamiento rectangulares, **Ash**, no debe ser menor que la requerida por las ecuaciones (21-3) y (21-4).

$$Ash = 0.3 \frac{s * bo * f'c}{fyt} \left[ \left( \frac{Ag}{Ach} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 0.3 \frac{10 * 40 * 210}{4200} \left[ \left( \frac{30 * 40}{25 * 35} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 2.23cm^2$$

Según 21.4:

$$Ash = 0.09 * \frac{s * bo * f'c}{fyt}$$

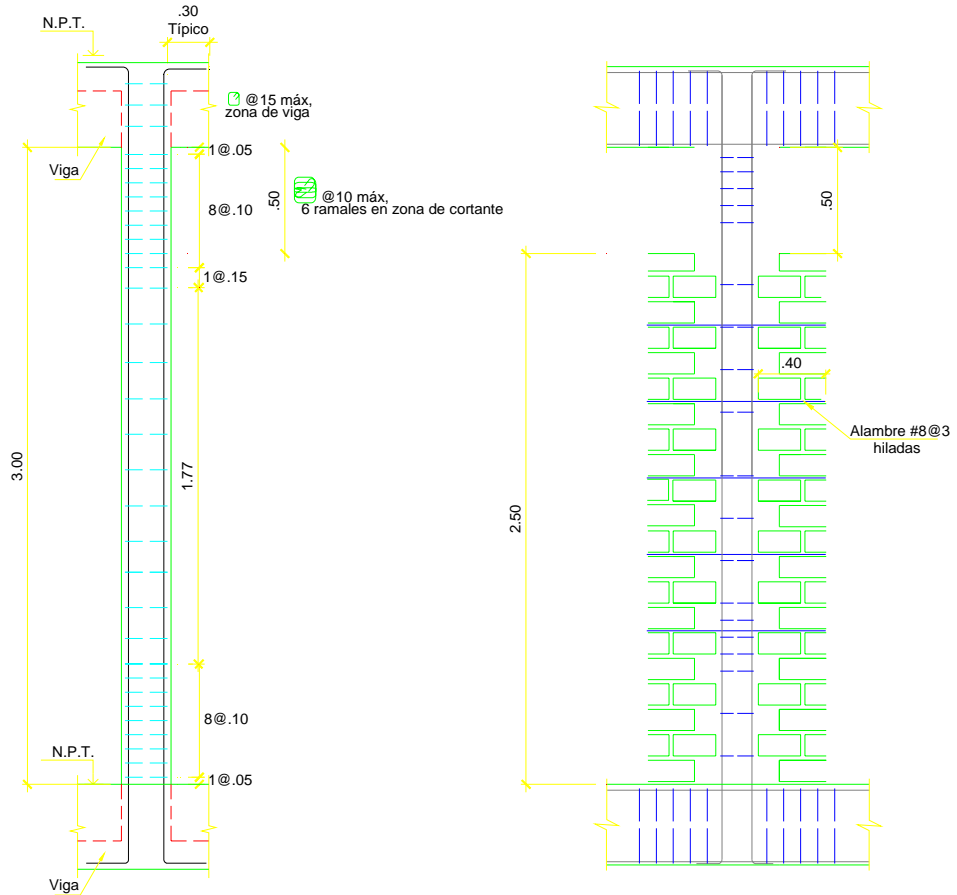
$$Ash = 0.09 * \frac{10 * 40 * 210}{4200}$$

$$Ash = 1.8cm^2$$

El área de estribos colocada en la columna no es menor que las requeridas por estribos cerrados de confinamiento según el ACI-05 sección 21.4.4.

**DETALLE DE CORECCIÓN DE ACERO  
TRANSVERSAL POR EFECTO DE COLUMNA  
CORTA**

ALTURA DE MAMPOSTERÍA  
h<5L/6



**DETALLE DE ARMADO DE ESTRIBOS  
COLOCADOS POR ECC**

Esc. 1:75

**DETALLE TIPICO DE COLUMNA  
CONFINANDA CON MAMPOSTERÍA**

Esc. 1:75

Nota: el armado del refuerzo transversal de la columna se lo realiza de acuerdo a los requerimientos de código ACI-05 para estribos cerrados de confinamiento segun 21.3.3 mas el requerimiento de acero transversal por efecto de columna corta en la zona de cortante en caso que los ramales de estribos sean insuficientes

**Figura 144.** Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales

**Fuente.** Tello – Villacís

## EJEMPLO DE APLICACIÓN # 4

### PÓRTICO A EJE 3-4

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### 1) Resultados

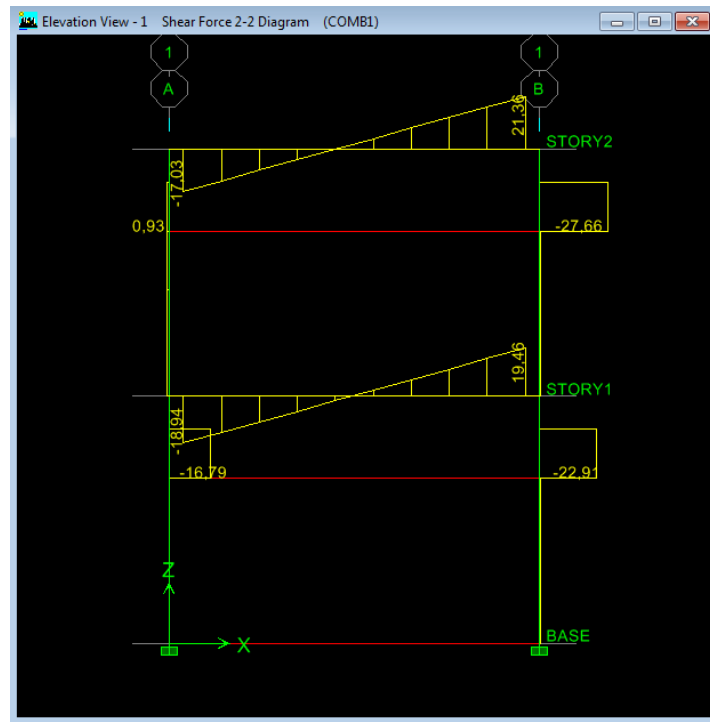


Figura 145. Resultados del cortante V2-2  
Fuente. Tello – Villacís (ETABS V 9.0)

Cortante máxima aplicada al pórtico: 27.66 Tn

#### Análisis de pórtico incluyendo la mampostería

##### Cálculo del esfuerzo cortante último

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 0.85$$

$$V_u = 27.66 \text{ Tn}$$



$$v_u = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$v_u = \frac{27660Kg}{0.85 * 45 * 30} = 24.10Kg/cm^2$$

### **Cálculo del esfuerzo resistente del hormigón**

$$V_c = 0.5 * \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 * \sqrt{210}$$

$$V_c = 7.25Kg/cm^2$$

### **Verificación del esfuerzo máximo que puede resistir el acero transversal**

El esfuerzo máximo que puede absorberse con acero transversal es:

$$2.1 * \sqrt{f'_c} = 2.1 * \sqrt{210} = 30.43Kg/cm^2$$

El esfuerzo que debe absorberse con acero transversal es:

$$v_u - v_c = 24.10 - 7.25 = 16.85Kg/cm^2$$

Debe verificarse que:

$$v_u - v_c < 2.1 * \sqrt{f'_c}$$

$$16.85 \text{ Kg/cm}^2 < 30.43 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (O.K.)}$$

### **• Cálculo de la armadura transversal:**

La sección transversal se calcula con la siguiente expresión:

$$Av = \frac{(v_u - v_c) * bw * s}{fy}$$

Despejando el espaciamiento  $s$  de la ecuación anterior se tiene:

$$s = \frac{Av * fy}{(v_u - v_c) * bw}$$

### Consideración de 4 ramales

Tomando un estribo de 8 mm de diámetro cuya sección transversal es 0.50 cm<sup>2</sup>, y considerando 4 ramales en la dirección x se tiene que:

$$A_v = 4 \times 0.50 \text{ cm}^2 = 2.00 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en la ecuación de cálculo del espaciamiento s:

$$S = \frac{2.00 * 4200}{16.85 * 45}$$

$$S = 11.02 \text{ cm}$$

Según la sección del ACI para el refuerzo transversal indica:

$$S_1 < d/2; S_1 = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$$

11.02 cm < 22.5 cm → utilizamos un espaciamiento de 10 cm

Verificación según las tablas para cubrir el refuerzo a cortante:

Sección de columna:

$$b = 45 \text{ cm}; h = 35 \text{ cm}$$

### Obtención de Ps/Pn

**Cuadro 35.** Obtención de Carga de servicio

DIMENSIONES DE COLUMNA INTERIOR:		
b:	0,45	m
h:	0,35	m
Wcolumna:	1,36458	Tn
W_servicio_techo:	51,960	Tn
W_servicio_entrepiso:	56,685	Tn
W Total:	108,645	Tn

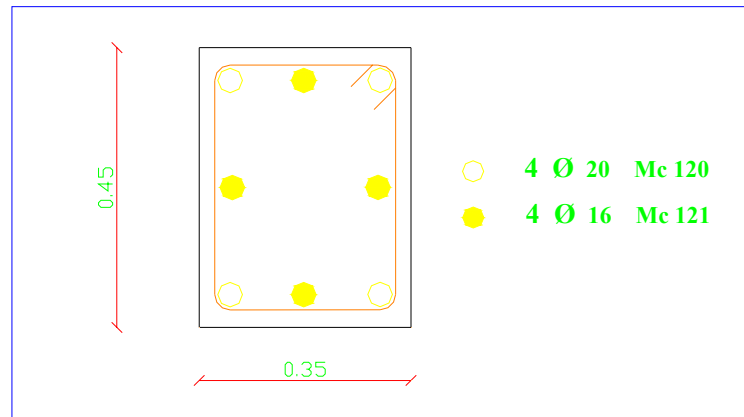
### Carga Axial de servicio aplicada a la columna

$$P_s = 108.645 \text{ Tn}$$

### Carga nominal que soporta la columna

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Refuerzo longitudinal de la columna:



**Figura 146. Armado transversal de la Columna**  
Fuente. Tello – Villacís

$$A_g = 35 \cdot 45 = 1575 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (4 \cdot 3.14) + (4 \cdot 2.01) = 20.61 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 \cdot 210 \cdot (1575 - 20.61) + 20.61 \cdot 4200$$

$$P_n = 364020.62 \text{ Kg}$$

$$P_n = 364.02 \text{ Tn}$$

$$P_s/P_n = 108.645 / 364.02 = 0.30$$

Cuantía de acero de la columna:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$
$$\rho = \frac{20.61}{1575} = 0.0131$$

$$\rho = 0.0131 \cdot 100 = 1.3\%$$

Altura de la columna: 3.00 m

Atura de mampostería: 2.00 m

Longitud efectiva actual de la columna:  $3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm}$$

A continuación se muestra la tabla de longitud efectiva con 2 ramales de estribos que es como está actualmente diseñada la columna.

Seccion (cm x cm)		$\rho$ :	1,3	%	CALCULO P							Longitud Efectiva
Altura	Base	d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	m	
		cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm		
	30,00	25,00	11,70	5,27	207701,55	62310,47	68276,25	1003810,71	19108,96	105,06	1,05	
	35,00	25,00	13,65	6,14	242318,48	72695,54	79655,63	1171112,49	20543,79	114,01	1,14	
	40,00	25,00	15,60	7,02	276935,40	83080,62	91035,00	1338414,28	21978,61	121,79	1,22	
	45,00	25,00	17,55	7,90	311552,33	93465,70	102414,38	1505716,06	23413,44	128,62	1,29	
30,00	50,00	25,00	19,50	8,78	346169,25	103850,78	113793,75	1673017,85	24848,27	134,66	1,35	
	55,00	25,00	21,45	9,65	380786,18	114235,85	125173,13	1840319,63	26283,09	140,04	1,40	
	60,00	25,00	23,40	10,53	415403,10	124620,93	136552,50	2007621,42	27717,92	144,86	1,45	
	65,00	25,00	25,35	11,41	450020,03	135006,01	147931,88	2174923,20	29152,75	149,21	1,49	
	70,00	25,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	159311,25	2342224,99	30587,57	153,15	1,53	
	40,00	30,00	18,20	8,19	323091,30	96927,39	109242,00	1898271,84	26374,34	143,95	1,44	
	45,00	30,00	20,48	9,21	363477,71	109043,31	122897,25	2135555,82	28096,13	152,02	1,52	
	50,00	30,00	22,75	10,24	403864,13	121159,24	136552,50	2372839,80	29817,92	159,16	1,59	
35,00	55,00	30,00	25,03	11,26	444250,54	133275,16	150207,75	2610123,78	31539,71	165,51	1,66	
	60,00	30,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	163863,00	2847407,76	33261,50	171,21	1,71	
	65,00	30,00	29,58	13,31	525023,36	157507,01	177518,25	3084691,73	34983,30	176,35	1,76	
	70,00	30,00	31,85	14,33	565409,78	169622,93	191173,50	3321975,71	36705,09	181,01	1,81	
	75,00	30,00	34,13	15,36	605796,19	181738,86	204828,75	3559259,69	38426,88	185,25	1,85	
	80,00	30,00	36,40	16,38	646182,60	193854,78	218484,00	3796543,67	40148,67	189,12	1,89	

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.52 \text{ m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.0 = 1.00 \text{ m}$$

$$1.52 \text{ m} > 1.00 \text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

*Entonces según la propuesta planteada de diseño sismo-resistente de columnas cortas podemos apreciar la disminución de la longitud efectiva de columna corta como se indica a continuación*

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; P_s/P_n = 0.30; s = 10 \text{ cm, Número de ramales: 4}$$

		p:	1,3	%	CALCULO P								
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva		
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m		
	30,00	25,00	11,70	5,27	207701,55	62310,47	68276,25	1003810,71	29608,96	67,80	0,68		
	35,00	25,00	13,65	6,14	242318,48	72695,54	79655,63	1171112,49	31043,79	75,45	0,75		
	40,00	25,00	15,60	7,02	276935,40	83080,62	91035,00	1338414,28	32478,61	82,42	0,82		
	45,00	25,00	17,55	7,90	311552,33	93465,70	102414,38	1505716,06	33913,44	88,80	0,89		
30,00	50,00	25,00	19,50	8,78	346169,25	103850,78	113793,75	1673017,85	35348,27	94,66	0,95		
	55,00	25,00	21,45	9,65	380786,18	114235,85	125173,13	1840319,63	36783,09	100,06	1,00		
	60,00	25,00	23,40	10,53	415403,10	124620,93	136552,50	2007621,42	38217,92	105,06	1,05		
	65,00	25,00	25,35	11,41	450020,03	135006,01	147931,88	2174923,20	39652,75	109,70	1,10		
	70,00	25,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	159311,25	2342224,99	41087,57	114,01	1,14		
	40,00	30,00	18,20	8,19	323091,30	96927,39	109242,00	1898271,84	38974,34	97,41	0,97		
	45,00	30,00	20,48	9,21	363477,71	109043,31	122897,25	2135555,82	40696,13	104,95	1,05		
	50,00	30,00	22,75	10,24	403864,13	121159,24	136552,50	2372839,80	42417,92	111,88	1,12		
35,00	55,00	30,00	25,03	11,26	444250,54	133275,16	150207,75	2610123,78	44139,71	118,27	1,18		
	60,00	30,00	27,30	12,29	484636,95	145391,09	163863,00	2847407,76	45861,50	124,17	1,24		
	65,00	30,00	29,58	13,31	525023,36	157507,01	177518,25	3084691,73	47583,30	129,65	1,30		
	70,00	30,00	31,85	14,33	565409,78	169622,93	191173,50	3321975,71	49305,09	134,75	1,35		
	75,00	30,00	34,13	15,36	605796,19	181738,86	204828,75	3559259,69	51026,88	139,51	1,40		
	80,00	30,00	36,40	16,38	646182,60	193854,78	218484,00	3796543,67	52748,67	143,95	1,44		

Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 1.05m$$

$$LEACC: 3.00 - 2.00 = 1.00m$$

$$1.05 m > 1.00 m$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por debajo del punto de transición de columna corta la falla será por cortante.*

*Debido a que la falla sigue siendo por cortante necesitaríamos aumentar el refuerzo transversal*

Datos para ingresar en las tablas:

$$\rho = 1.3\%; Ps/Pn = 0.30; s = 10 \text{ cm, Número de ramales: } 6$$

		p:	1,5	%	CALCULO P								
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vn	L'	Longitud Efectiva		
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	cm	m		
	30,00	25,00	13,50	6,08	214940,25	64482,08	68276,25	1081795,01	40208,24	53,81	0,54		
	35,00	25,00	15,75	7,09	250763,63	75229,09	79655,63	1262094,18	41659,61	60,59	0,61		
	40,00	25,00	18,00	8,10	286587,00	85976,10	91035,00	1442393,35	43110,99	66,92	0,67		
	45,00	25,00	20,25	9,11	322410,38	96723,11	102414,38	1622692,51	44562,36	72,83	0,73		
30,00	50,00	25,00	22,50	10,13	358233,75	107470,13	113793,75	1802991,68	46013,73	78,37	0,78		
	55,00	25,00	24,75	11,14	394057,13	118217,14	125173,13	1983290,85	47465,11	83,57	0,84		
	60,00	25,00	27,00	12,15	429880,50	128964,15	136552,50	2163590,02	48916,48	88,46	0,88		
	65,00	25,00	29,25	13,16	465703,88	139711,16	147931,88	2343889,19	50367,85	93,07	0,93		
	70,00	25,00	31,50	14,18	501527,25	150458,18	159311,25	2524188,35	51819,22	97,42	0,97		
	40,00	30,00	21,00	9,45	334351,50	100305,45	109242,00	2043030,72	51733,18	78,98	0,79		
	45,00	30,00	23,63	10,63	376145,44	112843,63	122897,25	2298409,56	53474,83	85,96	0,86		
	50,00	30,00	26,25	11,81	417939,38	125381,81	136552,50	2553788,40	55216,48	92,50	0,93		
35,00	55,00	30,00	28,88	12,99	459733,31	137919,99	150207,75	2809167,24	56958,13	98,64	0,99		
	60,00	30,00	31,50	14,18	501527,25	150458,18	163863,00	3064546,08	58699,77	104,41	1,04		
	65,00	30,00	34,13	15,36	543321,19	162996,36	177518,25	3319924,92	60441,42	109,86	1,10		
	70,00	30,00	36,75	16,54	585115,13	175534,54	191173,50	3575303,76	62183,07	114,99	1,15		
	75,00	30,00	39,38	17,72	626909,06	188072,72	204828,75	3830682,60	63924,72	119,85	1,20		
	80,00	30,00	42,00	18,90	668703,00	200610,90	218484,00	4086061,44	65666,37	124,45	1,24		

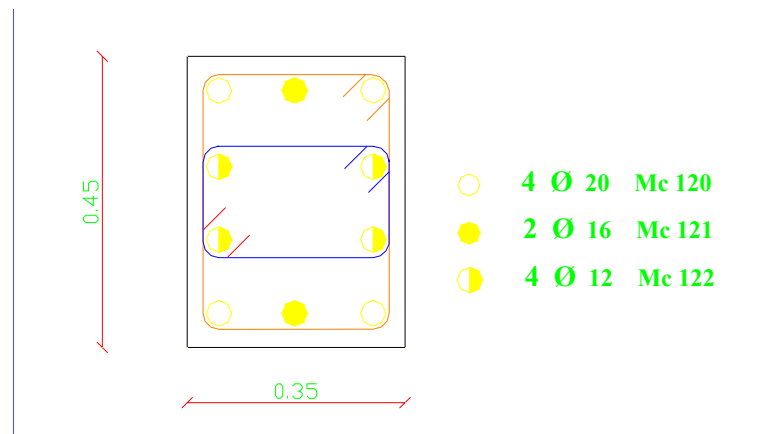
Según la tabla la longitud efectiva de columna corta es:

$$LECC = 0.86\text{m}$$

$$LEACC: 3.00 - 2.00 = 1.00\text{m}$$

$$0.86\text{m} < 1.00\text{ m}$$

*Entonces como se dijo anteriormente cualquier longitud que esté por encima al punto de transición de columna corta la falla será por flexión.*



**Figura 147.** Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales  
**Fuente.** Tello – Villacís

*Para poder evitar el efecto de columna corta se colocará este armado a partir del nivel de la mampostería hasta llegar a la unión con la viga.*

### ✚ Verificación por estribos cerrados de confinamiento

Calculo del área total de refuerzo de estribos en la columna:

$$Ash = 6 * 0.50cm^2$$

$$Ash = 3.00cm^2$$

El área total de la sección transversal del refuerzo de estribos cerrados de confinamiento rectangulares, **Ash**, no debe ser menor que la requerida por las ecuaciones (21-3) y (21-4).

$$Ash = 0.3 \frac{s * bo * f'c}{fyt} \left[ \left( \frac{Ag}{Ach} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 0.3 \frac{10 * 45 * 210}{4200} \left[ \left( \frac{35 * 45}{30 * 40} \right) - 1 \right]$$

$$Ash = 2.11cm^2$$

Según 21.4:

$$Ash = 0.09 * \frac{s * bo * f'c}{fyt}$$

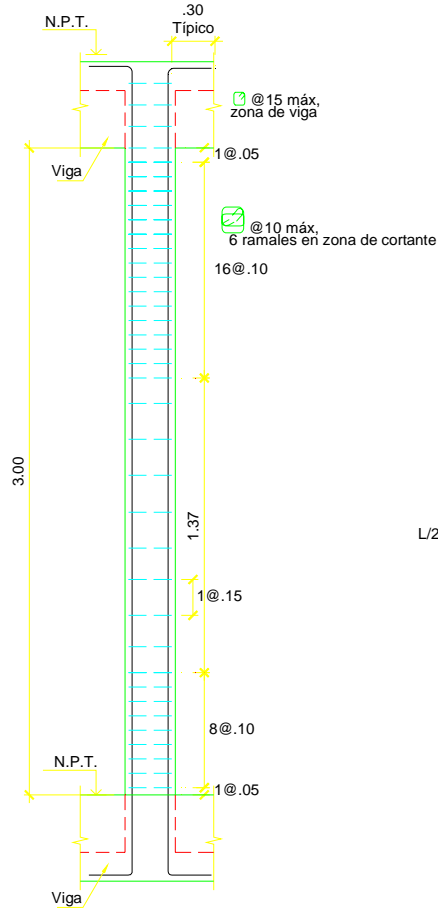
$$Ash = 0.09 * \frac{10 * 45 * 210}{4200}$$

$$Ash = 2.025cm^2$$

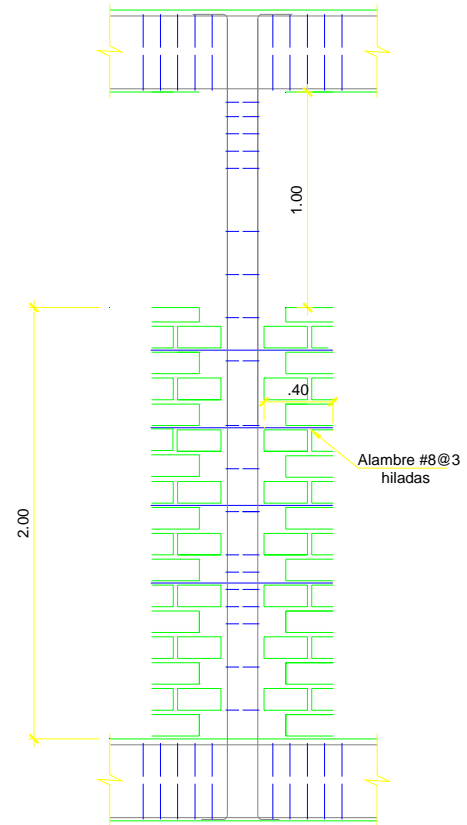
El área de estribos colocada en la columna no es menor que las requeridas por estribos cerrados de confinamiento según el ACI-05 sección 21.4.4.

**DETALLE DE CORECCIÓN DE ACERO  
TRANSVERSAL POR EFECTO DE COLUMNA  
CORTA**

ALTURA DE MAMPOSTERÍA  
 $h < 2L/3$



$L/2 < h < 2L/3$



**DETALLE DE ARMADO DE ESTRIBOS  
COLOCADOS POR ECC**

Esc. 1:75

**DETALLE TIPICO DE COLUMNA  
CONFINANDA CON MAMPOSTERÍA**

Esc. 1:75

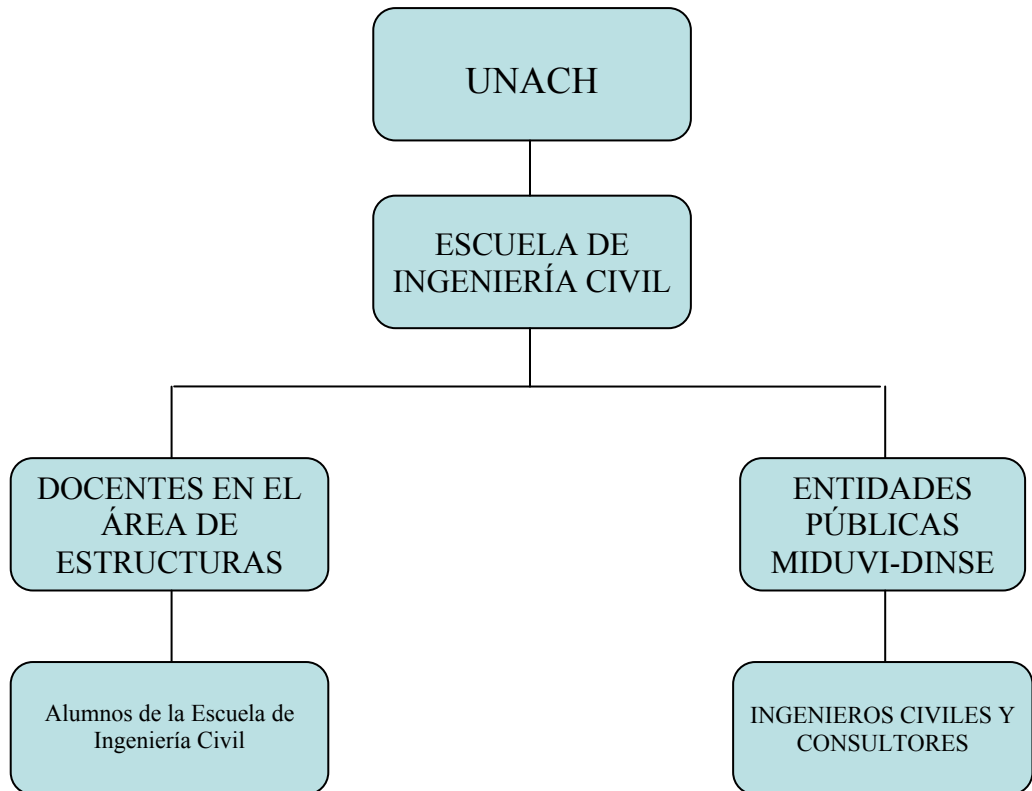
Nota: el armado del refuerzo transversal de la columna se lo realiza de acuerdo a los requerimientos de código ACI-05 para estribos cerrados de confinamiento segun 21.3.3 mas el requerimiento de acero transversal por efecto de columna corta en la zona de cortante en caso que los ramales de estribos sean insuficientes

**Figura 148.** Detalle del Armado Transversal y Longitudinal de la Columna reforzada con 6 Ramales

**Fuente.** Tello – Villacís



## 6.6. Diseño Organizacional.



*Organigrama funcional de la propuesta.*

*Elaborado por: Tello – Villacís*

## 6.7. Monitoreo y Evaluación de la propuesta

### 6.7.1. Monitoreo

En esta fase nos centraremos en la capacitación que reciban los alumnos de la Escuela de Ingeniería Civil en el uso de las tablas de longitud efectiva, para que en conjunto docentes y alumnos se logre verificar y constatar el diseño transversal de las columnas tomando en cuenta este efecto.

Es importante darle un seguimiento adecuado del cómo se aplique el método propuesto, ya que es un diseño sismo-resistente que nos ayudará a prevenir el efecto de columna corta causado en las edificaciones.

### **6.7.2. Evaluación de la propuesta**

El proceso de evaluación estará orientado a la recolección y análisis de información sobre los resultados posteriores y basados en la presente propuesta, que se obtengan de diseños de edificaciones de concreto reforzado de nuestro país con la incorporación del diseño sismo-resistente para evitar el efecto de columna corta.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

- 1.- **AGUIAR Roberto, BOLAÑOS Darío.** "Evaluación Rápida de la Vulnerabilidad Sísmica en Edificios de Hormigón Armado", Revista SIGMA. Revista técnica del colegio de ingenieros civiles de Pichincha. Centro de Investigaciones Científicas (ESPE), Quito, 2001.
- 2.- **ARTHUR L. Nilson**, Diseño de Estructuras de Concreto, Duodécima edición, Emma Ariza H, Colombia, 2001.
- 3.- **BARTOLOME Ángel, RIVERA Cesar, DURAN Maricella, MUÑOZ Alejandro y QUIUN Daniel**, Estudio Experimental de una Técnica de Reforzamiento para Edificaciones Existentes con Problemas de Columna Corta, PROYECTO SENCICO-PUCP, Perú, 2000.
- 4.- **CONDORI Betty**, Vulnerabilidad Sísmica de los Centros Educativos de Tacna, Universidad Privada de Tacna, primera edición, 1998
- 5.- **CODIGO ECUATORIANO DE LA CONSTRUCCION**, Requisitos de Diseño del Hormigón Armado, Instituto Ecuatoriano de Normalización (INEN), Quinta edición, Quito-Ecuador (1993).
- 6.- **CODIGO ECUATORIANO DE LA CONSTRUCCION**, Mampostería de Ladrillo, Instituto Ecuatoriano de Normalización (INEN), Primera edición, Quito-Ecuador.
- 7.- **MCCORMAC Jack**, Diseño de Concreto Reforzado, 4ta Edición, Alfa-omega, México, 2002.

**8.-NAKANO Yoshiaki**, Ductilidad y Diseño Estructural de los Edificios de Concreto Reforzado, Instituto de Ciencias Industriales de la Ciudad de Tokio.

**9.- ROJAS Norberto**. Consideración de las Columnas Cortas en la Vulnerabilidad Sísmica de las Estructuras, Universidad de Puerto Rico, 2005.

**10.-SAN BARTOLOME Ángel**, Defectos que Incidieron en el Comportamiento en las Construcciones de Albañilería en el Sismo de Pisco del 15-08-2007, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima-Perú 2007.

**11.-KLINGNER E. Richard**, Diseño Sísmico y Aplicaciones Específicas, Universidad Católica de Guayaquil, Colegio de Ingenieros Civiles de Guayas, Agosto 2005.

**12.- R PARK, T PAULAY**, Estructuras de concreto reforzado, Editorial LIMUSA S.A.

**13.-“Building Code requirements for Reinforced Concrete”**, American Concrete Institute

## VIII. APÉNDICES Y ANEXOS

### ANEXO 1

#### DESARROLLO DE LA FÓRMULA PARA ENCONTRAR LA LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNA CORTA EN UNA SECCIÓN CUALQUIERA

$$L' = \frac{2 * Mn}{Vn}$$

$$L' = \frac{2 * Ps(d - d'' - 0.5a) + A's * fy * (d - d' - d'') + As * fs * d''}{0.53 * \left(1 + \frac{Ps}{140 * Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fw * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * (Ps(d - d'' - 0.5a) + A's * fy * (d - d' - d'') + As * fs * d'')}{0.53 * \left(1 + \frac{Ps}{140 * Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fw * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * ((Ps * d - Ps * d'' - Ps * 0.5 * a) + (A's * fy * d - A's * fy * d' - A's * fy * d'')) + As * fs * d''}{0.53 * \left(1 + \frac{Ps}{140 * Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fw * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * ((Ps * d - Ps * d'' - Ps * 0.5 * a) + (A's * fy * d - A's * fy * d'))}{0.53 * \left(1 + \frac{Ps}{140 * Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fw * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * ((Ps * d - Ps * d'' - Ps * 0.5 * a) + (A's * fy * d - A's * fy * d'))}{\left(0.53 + 0.0038 \frac{Ps}{Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fy * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * Ps((d - d'' - 0.5 * a) + A's * fy * (d - d'))}{\left(0.53 + 0.0038 \frac{Ps}{Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fy * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * Ps\left(\left(\frac{h}{2} - 0.5 * 0.245 * h\right) + A's * fy * (d - d')\right)}{\left(0.53 + 0.0038 \frac{Ps}{Ag}\right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{Av * fy * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * P_s \left( \left( \frac{h}{2} - 0.123 * h \right) + A's * f_y * (d - d') \right)}{\left( 0.53 + 0.0038 \frac{P_s}{A_g} \right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{A_v * f_y * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + A's * f_y * (d - d')}{\left( 0.53 + 0.0038 \frac{P_s}{A_g} \right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{A_v * f_y * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + A's * f_y * (d - (h - d))}{\left( 0.53 + 0.0038 \frac{P_s}{A_g} \right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{A_v * f_y * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + A's * f_y * (2d - h)}{\left( 0.53 + 0.0038 \frac{P_s}{A_g} \right) * \sqrt{f'c} * b * d + \frac{A_v * f_y * d}{s}}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + A's * f_y * (2d - h)}{\left( 1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5} \right) * 40}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + ((\rho * b * h) * 0.45) * f_y * (2d - h)}{\left( 1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5} \right) * 40}$$

$$L' = \frac{2 * P_s (0.377 * h) + ((\rho * b * h) * 1890) * (2d - h)}{\left( 1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5} \right) * 40}$$

$$L' = \frac{2 * (P_s (0.377 * h) + (1890 (\rho * b * h) * (2d - h)))}{\left( 1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5} \right) * 40}$$

*Como resultado la fórmula para encontrar la longitud efectiva de columna corta a partir de las secciones queda de la siguiente manera:*

$$L' = \frac{2 * (P_s (0.377 * h) + (1890 (\rho * b * h) * (2d - h)))}{\left( 1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5} \right) * 40}$$

$$P_s = (b * h (0.85 * f'c * (1 - \rho) + \rho * f_y)) * 0.20$$

✚ **Fórmulas para caso mínimo de diseño.**

Como sabemos que  $d = h - rec$  ( $rec = 5\text{ cm}$ ) y  $\rho = 1\%$  tenemos que:

$$L' = \frac{2 * (Ps(0.377 * h) + (18.9(b*h)*(h-10)))}{\left(1260 + \frac{252*(h-30)}{5}\right) * 40}$$

$$Ps = (b * h(0.85 * f'c * 42.99)) * 0.20$$

**Ejemplo de aplicación 1:**

Se tiene una columna confinada por paredes de mampostería de sección  $b = 45\text{ cm}$  y  $h = 30\text{ cm}$ , el porcentaje de acero de la misma el de  $1\%$ , el  $f'c = 210\text{ Kg/cm}^2$  y el  $fy = 4200\text{ Kg/cm}^2$ , se desea encontrar cual es el punto de transición entre la falla a cortante y la falla a flexión de la columna.

Datos:

$$d' = 5\text{ cm}$$

$$d = h - d' = 25\text{ cm}$$

1.- **Encontramos Ps:**

$$Ps = (b * h(0.85 * f'c * (1 - \rho) + \rho * fy)) * 0.20$$

$$Ps = (30 * 45(0.85 * 210 * (1 - 0.01) + 0.01 * 4200)) * 0.20$$

$$Ps = 59053.05\text{ kg}$$

2.- **Encontramos el L' según la fórmula:**

$$L' = \frac{2 * (Ps(0.377 * h) + (1890(\rho*b*h)*(2d-h)))}{\left(1260 + \frac{252*(h-30)}{5}\right) * 40}$$

$$L' = \frac{2 * (59053.05(0.377 * 30) + (1890(0.01*45*30)*(2*25-30)))}{\left(1260 + \frac{252*(30-30)}{5}\right) * 40}$$

$$L' = 46.75\text{ cm} = 0.47\text{ m}$$

Con el valor encontrado de  $L'$  ingresamos a la tabla asumiendo que  $\rho = 1\%$ , Número de ramales = 4 ramales de estribos y  $P_s/P_o = 0.20$  (Estos valores son los mínimos exigidos por las normas de construcción).

Según las tablas tenemos lo siguiente:

Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	CALCULO P				CALCULO Vn				L'	Longitud Efectiva
Altura	Base	cm	cm2	cm2	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vc	Vs	Vn	cm	m	
					kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	Kg	Kg			
	30.00	25.00	9.00	4.05	196843.50	39368.70	68276.25	723565.49	7560.13	33180.00	40740.13	35.52	0.36	
	35.00	25.00	10.50	4.73	229650.75	45930.15	79655.63	844159.74	8820.16	33180.00	42000.16	40.20	0.40	
	40.00	25.00	12.00	5.40	262458.00	52491.60	91035.00	964753.99	10080.18	33180.00	43260.18	44.60	0.45	
	45.00	25.00	13.50	6.08	295265.25	59053.05	102414.38	1085348.24	11340.20	33180.00	44520.20	48.76	0.49	
30.00	50.00	25.00	15.00	6.75	328072.50	65614.50	113793.75	1205942.48	12600.22	33180.00	45780.22	52.68	0.53	
	55.00	25.00	16.50	7.43	360879.75	72175.95	125173.13	1326536.73	13860.25	33180.00	47040.25	56.40	0.56	
	60.00	25.00	18.00	8.10	393687.00	78737.40	136552.50	1447130.98	15120.27	33180.00	48300.27	59.92	0.60	
	65.00	25.00	19.50	8.78	426494.25	85298.85	147931.88	1567725.23	16380.29	33180.00	49560.29	63.27	0.63	
	70.00	25.00	21.00	9.45	459301.50	91860.30	159311.25	1688319.48	17640.31	33180.00	50820.31	66.44	0.66	

### Ejemplo de aplicación 2:

Se tiene una columna confinada por paredes de mampostería de sección  $b = 70$  cm y  $h = 50$  cm, el porcentaje de acero de la misma el de  $1\%$ , el  $f'c = 210$  Kg/cm<sup>2</sup> y el  $f_y = 4200$  Kg/cm<sup>2</sup>, se desea encontrar cual es el punto de transición entre la falla a cortante y la falla a flexión de la columna.

Datos:

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$d = h - d' = 45 \text{ cm}$$

1.- Encontramos  $P_s$

$$P_s = (b * h(0.85 * f'c * (1 - \rho) + \rho * f_y)) * 0.20$$

$$P_s = (70 * 50(0.85 * 210 * (1 - 0.01) + 0.01 * 4200)) * 0.20$$

$$P_s = 153100.5 \text{ kg}$$

2.- Encontramos el  $L'$  según la formula

$$L' = \frac{2 * (P_s(0.377 * h) + (1890(\rho * b * h) * (2d - h)))}{\left(1260 + \frac{252 * (h - 30)}{5}\right) * 40}$$



$$L' = \frac{2 * (153100.5(0.377 * 50) + (1890(0.01 * 70 * 50) * (2 * 45 - 50)))}{\left(1260 + \frac{252 * (50 - 30)}{5}\right) * 40}$$

$$L' = 121 \text{ cm}$$

$$L' = 1.21 \text{ m}$$

Según las tablas tenemos lo siguiente:

					CALCULO P				CALCULO Vn					
Seccion (cm x cm)		d	Ast	As=A's	Pnominal	Pservicio	Pb	Mn	Vc	Vs	Vn	L'	Longitud Efectiva	
Altura	Base	cm	cm2	cm2	kg	Kg	Kg	Kg-cm	Kg	Kg	Kg	cm	m	
	30.00	25.00	9.00	4.05	196843.50	39368.70	68276.25	723565.49	7560.13	33180.00	40740.13	35.52	0.36	
	35.00	25.00	10.50	4.73	229650.75	45930.15	79655.63	844159.74	8820.16	33180.00	42000.16	40.20	0.40	
	40.00	25.00	12.00	5.40	262458.00	52491.60	91035.00	964753.99	10080.18	33180.00	43260.18	44.60	0.45	
	65.00	45.00	32.50	14.63	710823.75	142164.75	266277.38	5115232.62	29484.53	59724.00	89208.53	114.68	1.15	
50.00	70.00	45.00	35.00	15.75	765502.50	153100.50	286760.25	5508712.06	31752.57	59724.00	91476.57	120.44	1.20	
	75.00	45.00	37.50	16.88	820181.25	164036.25	307243.13	5902191.49	34020.61	59724.00	93744.61	125.92	1.26	
	80.00	45.00	40.00	18.00	874860.00	174972.00	327726.00	6295670.92	36288.65	59724.00	96012.65	131.14	1.31	
	85.00	45.00	42.50	19.13	929538.75	185907.75	348208.88	6689150.35	38556.69	59724.00	98280.69	136.12	1.36	
	90.00	45.00	45.00	20.25	984217.50	196843.50	368691.75	7082629.79	40824.73	59724.00	100548.73	140.88	1.41	
	95.00	45.00	47.50	21.38	1038896.25	207779.25	389174.63	7476109.22	43092.77	59724.00	102816.77	145.43	1.45	
	100.00	45.00	50.00	22.50	1093575.00	218715.00	409657.50	7869588.65	45360.81	59724.00	105084.81	149.78	1.50	

## ANEXO DIGITAL

Adjunto se encontrará un Cd en el cual están todas las tablas de longitud efectiva de columna corta.