

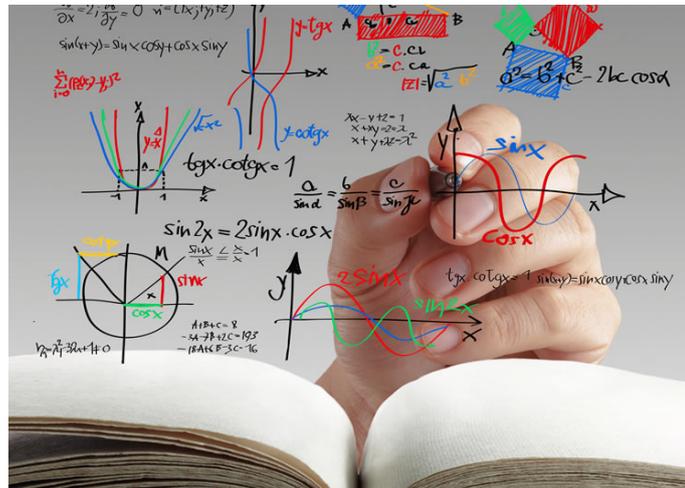


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
INSTITUTO DE POSGRADO

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

GUÍA DIDÁCTICA

PLANEAR EVENTOS PEDAGÓGICOS



Autor:

Fredy Xavier Ortega Córdova



INDICE DE CONTENIDOS

1. PRESENTACIÓN.....	11
2. JUSTIFICACIÓN	12
3. OBJETIVOS	12
3.3. 1 OBJETIVO GENERAL	12
3.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	12
4. FUNDAMENTACIÓN.....	13
6. DESARROLLO DE LA GUÍA.....	15
6.1 DEFINICIONES	15
6.1.1 ¿QUÉ ES PLANIFICAR?.....	15
6.1.2 EL MOSEIB.....	15
6.1.2.1 OBJETIVOS DEL MOSEIB.....	15
6.1.3 ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS.....	16
6.1.4.1 Dominio del Conocimiento.....	17
6.1.4.2 Aplicación del Conocimiento.....	17
6.1.4.3 Creación del Conocimiento.....	18
6.1.4.4 Socialización del Conocimiento.....	18
6.2 CONTENIDOS	19
6.2.1 FUNCIONES, ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS.....	19
6.2.1.1 Concepto de función:	19
6.2.1.1.1 Dominio, codominio, recorrido y grafo de una función.....	19
6.2.1.2 Funciones reales, lineal y afín.....	19
6.2.1.2.1 Funciones reales.....	19
6.2.1.2.2 Función lineal.....	20
6.2.1.2.3 Función afín	20

6.2.1.3 Formas para representar una función	20
6.2.1.4 La recta, pendiente, ecuación explícita, general y paramétrica de la recta	21
6.2.1.4.1 Concepto de recta:.....	21
6.2.1.4.2 Pendiente de una recta.....	21
6.2.1.4.2.1 Signo de la pendiente de una recta	21
6.2.1.4.3 Ecuación explícita de la recta.....	22
6.2.1.4.4 Ecuación general de la recta.....	23
6.2.1.4.5 Ecuación paramétrica de la recta.....	23
6.2.1.5 Posición relativa de dos rectas en el plano	23
6.2.1.6 Métodos de solución de sistemas 2×2 y 3×3	24
6.2.1.6.1 Métodos de solución de sistemas 2×2	24
6.2.1.6.1.1 Método gráfico	24
6.2.1.6.1.2 Solución por método de sustitución	24
6.2.1.6.1.3 Solución por método de igualación.....	25
6.2.1.6.1.4 Solución por método de reducción.....	25
6.2.1.6.1.5 Solución por el método de determinantes	25
6.2.1.6.2 Métodos de solución de sistemas 3×3	25
6.2.1.7 Inecuaciones de primer grado y segundo grado con una incógnita y dos incógnitas.....	26
6.2.1.7.1 Inecuaciones	26
6.2.1.7.2 Inecuaciones de primer grado con una incógnita	26
6.2.1.7.3 Inecuaciones de segundo grado con una incógnita	26
6.2.1.8 Inecuaciones con dos incógnitas	26
6.2.1.9 Sistemas de inecuaciones	26
6.2.1.10 Función cuadrática, concepto, dominio y recorrido	27
6.2.1.10.1 Concepto de función cuadrática	27

6.2.1.10.2 Dominio de una función cuadrática	27
6.2.1.10.3 Recorrido de una función cuadrática.....	27
6.2.1.11 Gráfica de una función cuadrática.....	27
6.2.1.12 Ceros, raíces o soluciones de la función cuadrática	27
6.2.1.13 Ecuación cuadrática	28
6.2.1.14 Solución de ecuaciones cuadráticas incompletas y completas.....	28
6.2.1.14.1 Solución de ecuaciones cuadráticas incompletas	28
6.2.1.14.2 Solución de ecuaciones cuadráticas completas	29
6.2.1.14.2.1 Solución por factorización	29
6.2.1.14.2.2 Solución por completación de cuadrados.....	29
6.2.1.14.2.3 Solución por fórmula general.....	29
6.2.1.15 Propiedades de las raíces de la ecuación cuadrática.....	30
6.2.1.17 Inecuaciones cuadráticas.....	30
6.2.2 VECTORES EN EL PLANO Y PROGRAMACIÓN LINEAL	30
6.2.2.1 Vectores, características de un vector	30
6.2.2.2 Vectores equipolentes y equivalentes	31
6.2.2.2.1 Vectores equipolentes	31
6.2.2.2.2 Vectores equivalentes.....	31
6.2.2.3 Operaciones entre vectores en forma analítica.....	31
6.2.2.3.1 Suma de vectores.....	31
6.2.2.3.2 Diferencia de vectores.....	31
6.2.2.3.3 Producto de un número por un vector	31
6.2.2.4 Operaciones con vectores en forma gráfica	32
6.2.2.4.1 Regla del polígono	32
6.2.2.4.2 Regla paralelogramo	32

6.2.2.7 Perímetro y área de un triángulo	32
6.2.2.8 Perímetro y área de polígonos regulares	33
6.2.2.9 Perímetro y área de figuras geométricas	33
6.2.2.10 Vectores y física.....	33
6.2.2.10.1 El vector desplazamiento	33
6.2.2.10.2 El vector velocidad.....	33
6.2.2.10.1 Velocidad media.....	33
6.2.2.10.2 Velocidad instantánea	34
6.2.2.10.3 Vectores de fuerza.....	34
6.2.2.11 Regiones del plano determinadas por rectas	34
6.2.2.11.1 Soluciones de una inecuación lineal con dos variables.....	34
6.2.2.11.2 Soluciones de un sistema de inecuaciones lineales con dos variables	35
6.2.2.12 Función objetivo	35
6.2.2.13 Determinación de la región factible	35
6.2.2.14 Métodos de resolución	36
6.2.2.14.1 Método algebraico o de los vértices.....	36
6.2.2.14.2 Método gráfico o de las rectas de nivel.....	36
6.2.2.15 Tipos de soluciones	36
a) Solución única.....	36
b) Solución múltiple.....	37
c) Solución no acotada	37
6.2.2.16 Problema de la producción.....	38
6.2.2.17 Problemas de la dieta	38
6.2.3 ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	38
6.2.3.1 Estadística descriptiva.....	38

6.2.3.1.1 Población y muestra	39
6.2.3.1.2 Variables estadísticas	39
6.2.3.1.2.1 Variables cualitativas	39
6.2.3.1.2.2 Variables cuantitativas	39
6.2.3.1.3 Estudio estadístico.....	40
6.2.3.2 Tablas de frecuencias	40
6.2.3.2.1 Tablas de frecuencia para datos no agrupados	40
6.2.3.2.1.1 Frecuencia absoluta	40
6.2.3.2.1.2 Frecuencia absoluta acumulada.....	40
6.2.3.2.1.3 Frecuencia relativa	40
6.2.3.2.1.4 Frecuencia relativa porcentual	40
6.2.3.2.2 Tablas de frecuencia para datos agrupados	41
6.2.3.2.2.1 Tamaño de un intervalo.....	41
6.2.3.2.2.2 Marca de clase.....	41
6.2.3.3 Gráfico de frecuencias.....	41
6.2.3.3.1 Histograma	41
6.2.3.3.2 Gráfico circular	42
6.2.3.3.2.1 Ángulos de los sectores de un gráfico circular.....	42
6.2.3.3.3 Polígono de frecuencias	42
6.2.3.3.4 Pictograma	43
6.2.3.3.5 Gráfico de frecuencias acumuladas (ojiva)	43
6.2.3.3.6 Diagrama de tallo y hoja	44
6.2.3.4 Medidas de tendencia central	44
6.2.3.4.1 Medidas de tendencia central para datos no agrupados	45
6.2.3.4.1.1 Media aritmética.....	45

6.2.3.4.1.2 Mediana.....	45
6.2.3.4.1.3 Moda	45
6.2.3.4.2 Medidas de tendencia central para datos agrupados	45
6.2.3.4.2.1 Media aritmética.....	45
6.2.3.4.2.2 Mediana.....	45
6.2.3.4.2.3 Moda	46
6.2.3.5 Medidas de dispersión.....	46
6.2.3.5.1 Rango	47
6.2.3.5.2 Desviación media	47
6.2.3.5.3 Desviación estándar o típica.....	48
6.2.3.5.4 Varianza	48
6.2.3.5.6 Coeficiente de variación.....	48
6.2.3.5.6 Correlación.....	49
6.2.3.5.7 Covarianza	49
6.2.3.5.8 Coeficiente de correlación de Pearson	49
6.2.3.6 Medidas de localización.....	49
6.2.3.6.1 Cuartiles	50
6.2.3.6.2 Deciles.....	51
6.2.3.6.3 Percentiles	51
6.2.3.7 Diagrama de caja.....	52
6.2.3.8 Probabilidad y azar.....	53
6.2.3.8.1 Conceptos básicos	53
6.2.3.8.1.1 Experimentos determinísticos	53
6.2.3.8.1.2 Experimentos aleatorios	53
6.2.3.8.1.3 Espacio muestral y eventos	53

6.2.3.8.1.4 Probabilidad de un suceso	53
6.2.3.8.1.5 Eventos equiprobables	54
6.2.3.8.1.6 Regla de laplace	54
6.2.3.9 Operaciones con sucesos: $A \cap B$, $A \cup B$ y A^c	54
6.2.3.9.1 Intersección de sucesos	54
6.2.3.9.1.1 Probabilidad de la intersección de sucesos	54
6.2.3.9.2 Unión de sucesos.....	55
6.2.3.9.2.1 Probabilidad de la unión de dos sucesos	55
6.2.3.9.3 Propiedades de la intersección y unión de sucesos complemento de un suceso	55
6.2.3.9.4 Complemento de un suceso.....	56
6.2.3.9.4.1 Propiedades del complemento de un suceso	56
6.2.3.10 Diagrama de árbol y triángulo de Pascal.....	56
6.2.3.10.1 Diagrama de árbol.....	56
6.2.3.10.2 Triángulo de pascal	56
6.2.3.10.2.1 Características del triángulo de Pascal	56
6.2.3.11 Elementos de combinatoria	57
6.2.3.11.1 Principios fundamentales del conteo.....	57
6.2.3.11.2 Factorial de un número.....	57
6.2.3.11.2 Permutaciones lineales	58
6.2.3.11.3 Permutaciones con repetición	58
6.2.3.11.4 Variaciones.....	58
6.2.3.11.4.1 Variaciones sin repetición	59
6.2.3.11.4.2 Variaciones con repetición.....	59
6.2.3.11.5 Combinaciones.....	59
6.2.3.11.5.1 Combinaciones sin repetición	59

6.2.3.11.5.2 Combinaciones con repetición	60
6.2.3.11.5.2 Combinaciones con repetición	60
7.1 EVENTO PEDAGÓGICO.....	61
7.2.1. PLAN DE EVENTO.....	61
7.2.2. YACHAYÑAN KAMUTA APAK (AGENDA DE DESARROLLO DEL PROCESO DIDÁCTICO)	63
7.2.4. FICHAS DE SEGUIMIENTO EDUCATIVO.....	70
7.2.5. FICHAS DE SEGUIMIENTO DEL COMPORTAMIENTO	71
7.3. LA RENDICIÓN DE CUENTAS.....	72
7.4. RECURSOS	73
7.4. EVALUACIÓN	74
7.6 FICHAS DE OBSERVACIÓN.....	84
7.6.1. FICHA DE APLICACIÓN DEL ESTUDIANTE.....	84
7.6.2. ENCUESTA APLICADA A LAS AUTORIDADES.....	85
7.6.3. ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES	87
8. BIBLIOGRAFIA	91

“PLANEAR EVENTOS PEDAGÓGICOS”

1. PRESENTACIÓN

En ciertas actividades de nuestra vida cotidiana se requiere de proveer y preparar acciones que nos permitan cumplir con las mismas, por ello es muy importante planificarlas y distribuir nuestro tiempo de manera que las desarrollemos sin complicaciones.

La planificación en el ámbito educación es de vital importancia ya que contempla un acto reflexivo de anticipar, organizar y decidir para propiciar determinados aprendizajes sobre aquello que queremos que nuestros estudiantes logren y al mismo tiempo ayuden al mejoramiento del rendimiento académico y la preparación de profesionales preparados para afrontar una sociedad competitiva.

Este trabajo permitió comprobar que el aprendizaje de la matemática por medio de eventos pedagógicos fortaleció el rendimiento académico de los estudiantes. Además es una herramienta que esta direccionado a dar solución al problema planteado de acuerdo a nuestra población estudiantil indígena de la provincia de Chimborazo.

2. JUSTIFICACIÓN

Con el pasar del tiempo y el avance de la tecnologías es necesario que la población indígena de nuestra provincia migre a las grandes ciudades de nuestro país y con ello la necesidad de que existan instituciones educativas que comprendan su realidad y sean un baluarte para su preparación educativa.

Los eventos pedagógicos están previstos para que los estudiantes del sector indígena se puedan adaptarse al sistema de educación globalizado en el que todos debemos prepararnos fortaleciendo sus costumbres y su identidad cultural y sobre todo prepararse para ser productivos en la sociedad en la que vivimos. Y de esta forma recibir educación con pertinencia cultural.

3. OBJETIVOS

3.3. 1 OBJETIVO GENERAL

Elevar significativamente el rendimiento académico en matemática de los estudiantes de Primer año de bachillerato de la UEIB “Monseñor Leónidas Proaño”, con la aplicación de los eventos pedagógicos, durante el periodo lectivo 2014-2015.

3.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Mejorar el rendimiento académico en matemática de los estudiantes de Primer año de bachillerato de la UEIB “Monseñor Leónidas Proaño”, con la aplicación del evento pedagógico Funciones, ecuaciones lineales y cuadráticas, durante el periodo lectivo 2014-2015.
- ❖ Elevar el rendimiento académico en matemática de los estudiantes de Primer año de bachillerato de la UEIB “Monseñor Leónidas Proaño”, con la aplicación del evento pedagógico Vectores y programación lineal, durante el periodo lectivo 2014-2015.
- ❖ Mejorar el rendimiento académico en matemática de los estudiantes de Primer año de bachillerato de la UEIB “Monseñor Leónidas Proaño”, con la aplicación del evento pedagógico Estadística y probabilidad, durante el periodo lectivo 2014-2015.

4. FUNDAMENTACIÓN

La guía está fundamentada en el MOSEIB, en el sistema de conocimientos y sus cuatro fases como estrategia metodológica utilizada para tratamiento de las diferentes asignaturas. La matemática es una de ellas y es la que mayores inconvenientes causa a los estudiantes en base a ello presento un documento en la que se encuentran los instrumentos curriculares utilizados en la investigación, formatos de planificación y evaluación además de las fichas de seguimiento del quehacer educativo.

La planificación curricular por eventos pedagógicos es una modalidad que se ha venido desarrollando hace varios años en esta Institución Educativa y hasta el momento no se ha evaluado la incidencia que tiene en el rendimiento académico por lo que es necesario determinar si los maestros y maestras dominan este tipo enseñanza, si está mejorando la calidad de educación que se brinda y si los estudiantes se están adaptando a este nuevo sistema de educación.

El desarrollo de los pueblos basado en la etno ciencia y el avance tecnológico. El reconocimiento y valoración de las lenguas Kichwa e hispana en igualdad de condiciones.

La aplicación de un sistema de evaluación en donde participen la comunidad educativa a través de las rendiciones de cuentas, siempre enfocándose en responder a los estándares de calidad educativa planeados por el ministerio de educación.

5. ESTRUCTURA DE LA GUÍA

A continuación se detallan los aspectos considerados para la guía:

5.1 INSTRUCCIONES

- Definiciones
- ❖ Planificar.
- ❖ MOSEIB, objetivos.
- ❖ Estrategia pedagógica.
 - Metodología

- ❖ Sistema del conocimiento.
 - Contenidos
- ❖ Evento funciones, ecuaciones lineales y cuadráticas.
- ❖ Evento vector y programación lineal.
- ❖ Evento estadística y programación lineal.
 - Aspectos a considerarse en la planificación
- ❖ Planificación del evento.
- ❖ Plan de unidad didáctica o bloque curricular.
- ❖ Fichas de seguimiento educativo.
- ❖ Ficha de rendición de cuentas.
- ❖ Recursos.
- ❖ Evaluación.

6. DESARROLLO DE LA GUÍA

6.1 DEFINICIONES

6.1.1 ¿QUÉ ES PLANIFICAR?

Es una actividad que realizan todos los docentes para preparar los contenidos, la metodología y las actividades a realizarse dentro del proceso enseñanza aprendizaje y de refuerzo académico.

6.1.2 EL MOSEIB

El MOSEIB es el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe creado con el fin de apoyar la creación de estado plurinacional sustentable con una sociedad intercultural, basado en la sabiduría, conocimientos y prácticas ancestrales de los pueblos y nacionalidades; Fortalecer la identidad cultural, las lenguas y la organización de los pueblos y nacionalidades. (MOSEIB, 2014). Respaldado por el acuerdo N° 0440 – 13 firmado por el Ministro de Educación Augusto Espinosa en el cual se acuerda: Fortalecer e implementar el modelo del sistema de educación intercultural bilingüe, en el marco del nuevo modelo de estado constitucional de derechos, justicia, intercultural y plurinacional(Acuerdo N° 0440 – 13 Ministerio de educación,2013).

6.1.2.1 OBJETIVOS DEL MOSEIB

El Sistema de Educación Intercultural Bilingüe tiene los siguientes objetivos:

Objetivos generales

- Consolidar la calidad del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe desde la EIFC hasta el nivel superior, basado en la sabiduría milenaria y en los aportes a la humanidad realizada por otras culturas del mundo;
- Recuperar y fortalecer el uso de las distintas lenguas de los pueblos y nacionalidades en todos los ámbitos de la ciencia y la cultura, y buscar espacios para que sean empleadas en los distintos medios de comunicación;

- Garantizar que la educación intercultural bilingüe aplique un modelo de educación pertinente a la diversidad de los pueblos y nacionalidades; y utilice como idioma principal de educación el idioma de la nacionalidad respectiva y el castellano como idioma de relación intercultural.

Objetivos específicos

- Atender las necesidades psicológicas, pedagógicas y socio-culturales de los pueblos y nacionalidades;
- Preparar a los estudiantes en diferentes conocimientos y prácticas para la vida;
- Desarrollar actitudes de investigación y promover la autoeducación en los estudiantes en todos los niveles y modalidades educativos;
- Incorporar a la educación los conocimientos y características de cada cultura del Ecuador y de otras culturas del mundo;
- Utilizar las lenguas de las nacionalidades como medio de comunicación oral y escrito en todas las áreas del conocimiento; el castellano, otras lenguas y lenguajes para la relación intercultural;
- Desarrollar el léxico y la expresión oral y escrita de cada una de las lenguas ancestrales, mediante la promoción de la afición, el interés y el gusto por la lectura y escritura;
- Producir materiales educativos en las lenguas de las nacionalidades.

6.1.3 ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

Algunas de las estrategias pedagógicas son:

- Desarrollar los saberes, sabidurías, conocimientos, valores, principios, tecnologías y prácticas socio culturales y sistemas cosmovisionales en relación al entorno geobiológico y socio-cultural, usando las lenguas ancestrales;
- Elaborar y aplicar el calendario vivencial de la nacionalidades en el proceso educativo;
- Incluir en los contenidos curriculares: el espacio matemático de representación, los esquemas lógicos y los sistemas de clasificación de las nacionalidades;

- Aplicar una metodología de aprendizaje que tome en cuenta las prácticas educativas de cada cultura y los avances de la ciencia;
- Desarrollar métodos y actitudes de auto-evaluación y auto-aprendizaje en todos los niveles del proceso;
- Respetar el ritmo de aprendizaje y la organización de las modalidades curriculares, según las necesidades de las nacionalidades. (MOSEIB, 2013).

6.1.4 METODOLOGÍA (FASES DEL CONOCIMIENTO)

La aplicación de la metodología del modelo educativo, implica recurrir a la utilización de los procesos y recursos intelectivos, intelectuales y vivenciales que se resume en las cuatro fases del sistema de conocimiento que se plantea a continuación:

6.1.4.1 Dominio del Conocimiento

Corresponde a los procesos de reconocimiento y conocimiento que implica la utilización de los recursos intelectuales. El reconocimiento utiliza mecanismos de percepción (audición, olfato, observación, uso del tacto y degustación), descripción y comparación. El conocimiento por su parte implica, la utilización del pensamiento, la reflexión, el análisis y los procesos de diferenciación.

Con este propósito el docente recurrirá a la observación de la naturaleza; al uso de maquetas, láminas, organizadores gráficos, mapas conceptuales, descripción de paisajes, narración de cuentos, declamación de poemas, refranes, audiovisuales y laboratorios; creará conflictos cognitivos en base a preguntas, dará oportunidad al pensamiento hipotético y facilitará información científica, entre otras acciones pedagógicas.

6.1.4.2 Aplicación del Conocimiento

En esta fase se desarrolla la producción y reproducción del conocimiento. La primera significa la utilización del conocimiento previo, la definición de opciones y la realización de acciones; la segunda implica el análisis del conocimiento previo, la definición de opciones, la utilización de la imaginación y ejecución de acciones. Por consiguiente, se sugiere utilizar diferentes técnicas: sopa de letras, crucigramas, talleres, clasificaciones, secuenciaciones, codificaciones, debates, mesas redondas, conferencias, sinopsis y otras.

6.4.1.3 Creación del Conocimiento

La tercera fase se caracteriza por el desarrollo de la creación y recreación. La creación implica la utilización del conocimiento previo y el uso de la imaginación, el ingenio, la fantasía y los sentimientos; la recreación constituye la utilización de los conocimientos previos para inventar a partir del descubrimiento de nuevos elementos, el ensayo, la modificación y el empleo de la imaginación, la intuición y la meditación.

Para concretar esta fase, los docentes utilizarán organizadores gráficos, mentefactos, mapas conceptuales, acrósticos, afiches, periódicos murales, cuentos, canciones, novelas, poemas, entre otros.

6.1.4.4 Socialización del Conocimiento

Los conocimientos creados y recreados requieren de validación y valoración, para ello se generan procesos de socialización que permiten la retroalimentación para consolidar la aprehensión del nuevo conocimiento mediante: exposiciones, ferias, encuentros culturales, horas sociales, presentaciones públicas a todos los actores sociales de la educación.

El modelo elimina los mecanismos de dictado, copia, repetición memorística, pues lo que se requiere es desarrollar la capacidad de atención, retención, imaginación y creación.

En las matemáticas los conceptos básicos deben ser desarrollados a partir de la práctica, por lo que se debe evitar toda memorización anterior a la comprensión de conceptos, siendo un proceso posterior la generalización y abstracción. Estos conocimientos deben ser comprendidos en el marco del contraste y complementariedad del espacio matemático de representación de la nacionalidad respectiva, y el espacio matemático de representación de otras culturas. Un aspecto que requiere especial atención es el relacionado con las situaciones de trueque y los sistemas monetarios, y otros procedentes de la sociedad externa, y que tienen vigencia universal. (MOSEIB, 2013)

6.2 CONTENIDOS

6.2.1 FUNCIONES, ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

6.2.1.1 Concepto de función:

Sean A y B conjuntos. Una función definida del conjunto A en el conjunto B, es una correspondencia que asigna a cada elemento de A un único elemento de B.

Las funciones se simbolizan por letras tales como f, g, h, i, j, entre otras. Así, para notar la función f definida de A (conjunto de salida) en B (conjunto de llegada), se escribe:

$$f: A \rightarrow B \text{ y se lee "efe" de A en B.}$$

6.2.1.1.1 Dominio, codominio, recorrido y grafo de una función

Dada una función f establecida entre dos conjuntos, se identifican los siguientes elementos:

- a) **Dominio:** es el conjunto de salida o conjunto de preimágenes. Se nota $\text{Dom } f$.
- b) **Codominio:** es el conjunto de llegada.
- c) **Recorrido (rango):** es el subconjunto del codominio, formado por las imágenes de los elementos del dominio. Se nota **Rec**.
- d) **Grafo:** es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas en las cuales la primera componente es un elemento del dominio y la segunda componente es un elemento del rango. Esto es $\{(x, y)/y = f(x)\}$

6.2.1.2 Funciones reales, lineal y afín

6.2.1.2.1 Funciones reales

Una función f es una función real cuando su dominio y su recorrido son el conjunto de los números reales o un subconjunto del mismo.

Como no es posible enumerar todas las parejas ordenadas que constituyen una función real, entonces se utiliza la notación $y = f(x)$ para referirse a este tipo de funciones.

Algunos ejemplos de funciones reales son: $y = f(x)$; $3x = 1$, $f(x) = x^2 = 10$, entre otras.

La gráfica de una función real f es el conjunto de puntos (x, y) del plano cartesiano cuyas coordenadas satisfacen la fórmula de la ecuación. Como no es posible representar todos los puntos (pues son infinitos), entonces solo se ubican algunos de ellos y se unen mediante un trazo continuo. Así se obtiene una aproximación de la gráfica.

6.2.1.2.2 Función lineal

Toda función de la forma $y = mx$ donde m es una constante diferente de cero, es una función lineal.

Por ejemplo, $y = f(x) = 3x$, $f(x) = -5/3 x$, son algunas funciones lineales.

La función lineal es una función real cuya principal característica consiste en que su representación gráfica es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano.

6.2.1.2.3 Función afín

Se denomina función afín a toda función de la forma $y = mx + b$ donde m y b son constantes no nulas.

Este tipo de funciones tienen como representación gráfica una recta que no pasa por el origen del plano cartesiano.

6.2.1.3 Formas para representar una función

Además del diagrama sagital, para representar una función se utilizan otras formas, tales como el diagrama cartesiano, la fórmula o la tabla de valores.

a) Diagrama cartesiano: el eje horizontal representa el dominio y el eje vertical, el codominio. En este diagrama se representan las parejas ordenadas que pertenecen al grafo de la función.

b) La fórmula: es la expresión algebraica de la función, en la cual los elementos de los conjuntos se simbolizan, de manera general, mediante variables.

Las fórmulas de las funciones son de la forma $y = f(x)$, en la cual $f(x)$ es una expresión en términos de x ; x es la variable independiente y representa los elementos de $\text{Dom } f$; y es la variable dependiente y representa los elementos de $\text{Rec } f$.

c) **La tabla de valores:** está formada por dos filas de casillas. En la fila superior se ubican los valores que toma la variable independiente y en la fila inferior se ubican los valores que se obtienen para la variable dependiente.

6.2.1.4 La recta, pendiente, ecuación explícita, general y paramétrica de la recta

6.2.1.4.1 Concepto de recta:

La recta o la línea recta se extiende en una misma dirección por tanto tiene una sola dimensión y contiene infinitos puntos; se puede considerar que está compuesta de infinitos segmentos.

6.2.1.4.2 Pendiente de una recta

La pendiente está directamente relacionada con la inclinación de la recta.

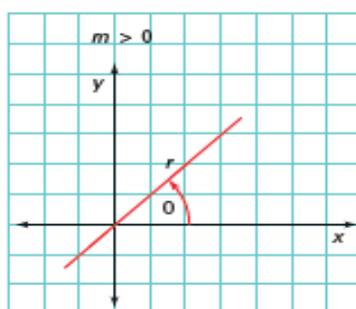
Si $P(x_1, y_2)$ y $Q(x_1, y_2)$ son dos puntos distintos de dicha recta, la pendiente m se calcula mediante las igualdades: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ ó $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Las mismas que se interpretan como la razón del incremento vertical con respecto al incremento horizontal en la recta.

6.2.1.4.2.1 Signo de la pendiente de una recta

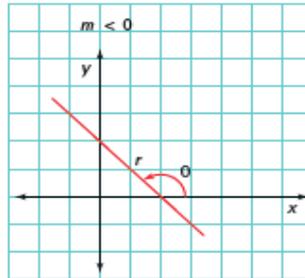
El signo de la pendiente de una recta depende del ángulo de inclinación de dicha recta con respecto al eje x . Se pueden distinguir cuatro casos.

a) **Caso 1:** Si la recta forma un ángulo agudo con el eje x , la pendiente es positiva.



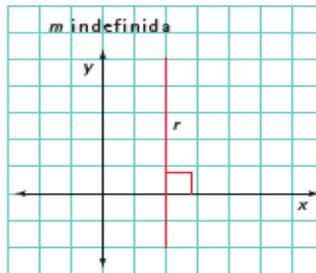
Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

b) **Caso 2:** Si la recta forma un ángulo obtuso con el eje x , la pendiente es negativa.



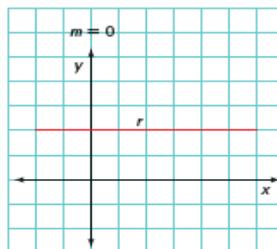
Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

c) **Caso 3:** Si la recta es vertical (paralela al eje y), se dice que la pendiente no está definida.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

d) **Caso 4:** Si la recta es horizontal (paralela al eje x), la pendiente es cero.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.1.4.3 Ecuación explícita de la recta

La ecuación de la forma $y = mx + b$ es denominada ecuación explícita de la recta.

A partir de la ecuación explícita de la recta se puede determinar la pendiente m de la recta y la ordenada del punto de corte de la recta con el eje y , que corresponde a $(0, b)$.

6.2.1.4.4 Ecuación general de la recta

La ecuación general de la recta está dada de la forma:

$$Ax + By + C = 0 \text{ donde } A, B, C \in \mathbb{R}.$$

Si la ecuación de una recta está dada en forma explícita, basta realizar algunas operaciones algebraicas para obtener la forma general.

6.2.1.4.5 Ecuación paramétrica de la recta

Los cortes con los ejes permiten determinar la ecuación de la recta conocida como forma simétrica o canónica, que se utiliza para resolver problemas que involucren datos con los ejes, como áreas, perímetros, etc.

La pendiente de esta recta es:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{ó} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Remplazándola en la ecuación explícita obtenida anteriormente, se tiene:

$$y = -\left(\frac{b}{a}\right)(x - a) \rightarrow ay = -bx + ab$$

$$bx + ay = ab \quad (\div ab) \rightarrow \frac{bx}{ab} + \frac{ay}{ab} = \left(\frac{ab}{ab}\right) \rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

6.2.1.5 Posición relativa de dos rectas en el plano

Dadas dos rectas diferentes en el plano, se pueden presentar tres casos: las rectas son paralelas, las rectas son perpendiculares o las rectas son secantes.

a) Caso 1: Dos rectas son paralelas si y solo si sus pendientes son iguales.

b) Caso 2: Dos rectas son perpendiculares si y solo si el producto de sus pendientes es igual a -1 .

c) Caso 3: Dos rectas que se cortan en un único punto sin formar ángulo recto son secantes.

6.2.1.6 Métodos de solución de sistemas 2×2 y 3×3

6.2.1.6.1 Métodos de solución de sistemas 2×2

Un sistema de ecuaciones lineales puede tener una solución, infinitas soluciones o ninguna solución.

Para determinar la solución o soluciones de un sistema 2×2 se emplean métodos tales como: el método gráfico, el método de sustitución, el método de igualación, el método de reducción y el método por determinantes.

6.2.1.6.1.1 Método gráfico

Este método consiste en graficar las rectas que corresponden a las ecuaciones que forman el sistema, para determinar las coordenadas del punto (x, y) en el que se cortan dichas rectas.

Cuando se utiliza el método gráfico para resolver un sistema 2×2 , se presentan tres casos:

a) Caso 1. Las rectas se cortan en un solo punto (x, y) . Esto significa que el sistema tiene una única solución, dada por los valores x , y que son coordenadas del punto de corte.

b) Caso 2. Las rectas coinciden en todos sus puntos. Por lo tanto, el sistema tiene infinitas soluciones, es decir, es indeterminado.

c) Caso 3. Las rectas son paralelas, no tienen puntos en común. Es decir, el sistema no tiene solución.

6.2.1.6.1.2 Solución por método de sustitución

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución, se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones dadas. Luego se reemplaza dicho valor en la otra ecuación y se despeja nuevamente la otra variable. Este valor se sustituye en cualquiera de las ecuaciones del sistema para hallar la variable inicial.

6.2.1.6.1.3 Solución por método de igualación

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación, se despeja la misma variable en las dos ecuaciones dadas. Luego se igualan las expresiones obtenidas y se despeja la otra variable. Este valor se sustituye en cualquiera de las ecuaciones del sistema para encontrar el valor faltante.

6.2.1.6.1.4 Solución por método de reducción

En la solución de un sistema de ecuaciones por el método de reducción, se reducen las dos ecuaciones del sistema a una sola sumándolas. Para esto, es necesario amplificar convenientemente una de las dos, de modo que los coeficientes en una de las variables sean opuestos.

Al sumar las ecuaciones transformadas, la variable se elimina y es posible despejar la otra. Luego se procede como en los métodos anteriores.

6.2.1.6.1.5 Solución por el método de determinantes

Un determinante es un número asociado a un arreglo de números reales en igual cantidad de filas y de columnas.

6.2.1.6.2 Métodos de solución de sistemas 3×3

Un conjunto de la forma:
$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ ex + fy + gz = h \\ ix + jy + kz = l \end{cases}$$

Es un sistema de ecuaciones 3×3 . Es decir, tiene tres ecuaciones con tres incógnitas.

Cada una de las ecuaciones que forman un sistema 3×3 se interpreta como un plano en el espacio tridimensional.

La solución de un sistema de ecuaciones 3×3 , si existe, es un punto de la forma (x, y, z) que resulta del corte de tres planos diferentes en el espacio. Las coordenadas de dicho punto satisfacen las tres ecuaciones del sistema simultáneamente.

Para resolver un sistema de ecuaciones 3×3 , resulta práctico utilizar el método de reducción.

6.2.1.7 Inecuaciones de primer grado y segundo grado con una incógnita y dos incógnitas

6.2.1.7.1 Inecuaciones

Una inecuación es una desigualdad que se compone de dos expresiones algebraicas separadas por uno de los signos: $<$, $>$, \leq o \geq .

Su solución está formada por todos los valores que hacen que la desigualdad numérica sea cierta.

6.2.1.7.2 Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Una inecuación de primer grado con una incógnita se resuelve como si fuera una ecuación, y se determina el intervalo solución mediante tanteo.

6.2.1.7.3 Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Una inecuación de segundo grado con una incógnita se resuelve como si fuera una ecuación y se determinan los intervalos solución mediante tanteo.

6.2.1.8 Inecuaciones con dos incógnitas

Para resolver inecuaciones con dos incógnitas, primero consideramos la inecuación como una ecuación y representamos en el plano la recta que expresa.

Como esta recta divide el plano en dos partes, tomamos un punto de cada una y determinamos la región del plano que es la solución de la inecuación.

Las soluciones de estas inecuaciones se expresan en forma de regiones del plano que están delimitadas por una recta.

6.2.1.9 Sistemas de inecuaciones

Un sistema de inecuaciones es un conjunto de inecuaciones del que se quiere calcular la solución común.

Para hallar la solución de un sistema de inecuaciones, se resuelve por separado cada una de las inecuaciones y luego se eligen las soluciones comunes.

6.2.1.10 Función cuadrática, concepto, dominio y recorrido

6.2.1.10.1 Concepto de función cuadrática

Una función cuadrática es aquella función de la forma:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0.$$

Las funciones cuadráticas también reciben el nombre de funciones de segundo grado, debido a que el exponente del término ax^2 es 2.

6.2.1.10.2 Dominio de una función cuadrática

El dominio de una función cuadrática son los números reales.

6.2.1.10.3 Recorrido de una función cuadrática

Recorrido se toma desde el punto máximo o mínimo (Vértice de la parábola) hacia $+\infty$ o $-\infty$, según corresponda.

6.2.1.11 Gráfica de una función cuadrática

Al representar gráficamente una función cuadrática se obtiene una curva llamada parábola.

La parábola que representa una función cuadrática se puede abrir hacia arriba o hacia abajo.

a) Si en la función $y = ax^2 + bx + c$, $a > 0$, entonces, la parábola abre hacia arriba; En este caso, el vértice es un punto mínimo.

b) Si en la función $y = ax^2 + bx + c$, $a < 0$, entonces, la parábola abre hacia abajo; En este caso, el vértice es un punto máximo.

6.2.1.12 Ceros, raíces o soluciones de la función cuadrática

Se denominan ceros, raíces o soluciones de una función cuadrática a los puntos de corte de la gráfica con el eje x .

Dependiendo de los puntos de corte (si existen), se presentan tres casos.

a) Caso 1: La parábola corta el eje x en un solo punto. Esto significa que el vértice está sobre el eje x . En este caso se dice que la solución es un único valor real.

b) Caso 2: La parábola corta el eje x en dos puntos. En este caso se dice que la función tiene dos soluciones reales y diferentes.

c) Caso 3: La parábola no corta el eje x . En este caso se dice que la función no tiene solución en los números reales.

Sus raíces o soluciones pertenecen al conjunto de los números complejos.

6.2.1.13 Ecuación cuadrática

Una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$, se denomina ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado. Dependiendo del valor de las constantes b y c , las ecuaciones cuadráticas se clasifican en incompletas y completas.

a) Ecuaciones incompletas: Son aquellas en las cuales $b = 0$ o $c = 0$.

Por ejemplo,

$$3x^2 + 5x = 0, -2x^2 + 7 = 0, -4x^2 = 0$$

b) Ecuaciones completas: Son aquellas en las cuales $b \neq 0$ y $c \neq 0$.

Por ejemplo, $4x^2 + 5x - 1 = 0$ es una ecuación completa.

Solucionar una ecuación cuadrática consiste en encontrar los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad. Gráficamente, la solución representa los cortes, si los hay, de la parábola con el eje x .

6.2.1.14 Solución de ecuaciones cuadráticas incompletas y completas

6.2.1.14.1 Solución de ecuaciones cuadráticas incompletas

En la solución de una ecuación incompleta, se pueden distinguir tres casos.

a) **Caso 1:** Ecuación de la forma $ax^2=0$.

En este caso, al despejar la variable x , la única solución es $x=0$.

Es decir, la ecuación tiene una solución real.

b) **Caso 2:** Ecuación de la forma $ax^2+bx=0$.

Se factoriza la variable x y se iguala a cero cada uno de los factores determinados.

6.2.1.14.2 Solución de ecuaciones cuadráticas completas

Para resolver una ecuación completa, de la forma $ax^2+bx+c=0$, se utilizan tres métodos de solución: factorización, completación de cuadrados, fórmula general.

6.2.1.14.2.1 Solución por factorización

Para solucionar la ecuación completa $ax^2+bx+c=0$, se factoriza, si es posible, la expresión ax^2+bx+c y se igualan a cero cada uno de los factores. A continuación, se despeja la incógnita para encontrar las soluciones.

6.2.1.14.2.2 Solución por completación de cuadrados

No todos los trinomios de la forma ax^2+bx+c son factorizables en los números enteros, por ejemplo, el trinomio x^2+2x+2 .

El método de completar cuadrados consiste en transformar un trinomio como x^2+2x+2 en un trinomio cuadrado perfecto.

6.2.1.14.2.3 Solución por fórmula general

Una generalización del procedimiento de completación de cuadrados se hace utilizando una expresión llamada fórmula general o fórmula de la ecuación cuadrática.

Si $ax^2+bx+c=0$ el valor de x está determinado así:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6.2.1.15 Propiedades de las raíces de la ecuación cuadrática

En toda ecuación cuadrática, se verifican las siguientes propiedades.

a) Propiedad 1: La suma de las raíces es igual al cociente entre el coeficiente de x y el coeficiente de x^2 con signo contrario.

Es decir, si x_1 y x_2 son raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, entonces, $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

b) Propiedad 2: El producto de las raíces es igual al cociente entre el término independiente y el coeficiente x^2 .

Es decir, si x_1 y x_2 son raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, entonces, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

6.2.1.16 Sistemas cuadráticos

Un sistema de ecuaciones de segundo grado o cuadrático es aquel en el que aparece al menos una ecuación de grado 2

De igual manera que en las ecuaciones lineales, un sistema cuadrático es compatible determinado cuando hay uno o dos cortes entre las ecuaciones participantes; es compatible indeterminado si las parábolas son coincidentes e incompatible si las parábolas no se cortan en ningún punto.

6.2.1.17 Inecuaciones cuadráticas

Resolver inecuaciones cuadráticas consiste en encontrar los intervalos en los que se cumple la desigualdad dada.

6.2.2 VECTORES EN EL PLANO Y PROGRAMACIÓN LINEAL

6.2.2.1 Vectores, características de un vector

a) Origen o punto de aplicación: punto exacto sobre el cual actúa el vector.

b) Dirección: está determinada por la recta que contiene al vector y todas sus paralelas.

c) **Sentido:** indica hacia qué lado de la línea de acción se dirige el vector (va desde el origen al extremo). Se indica mediante una flecha en uno de sus extremos.

d) **Módulo:** equivale a la longitud del vector. $AB = \sqrt{(b_2 - b_1)^2 + (a_2 - a_1)^2}$

e) **Vectores y coordenadas cartesianas:** los vectores se pueden trabajar en un sistema de coordenadas cartesianas.

6.2.2.2 Vectores equipolentes y equivalentes

6.2.2.2.1 Vectores equipolentes

Dos vectores son equipolentes si tienen el mismo módulo, dirección y sentido, es decir, que son paralelos y tienen el mismo tamaño.

6.2.2.2.2 Vectores equivalentes

Los vectores equivalentes tienen incluso el mismo origen. Los vectores \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} y \overrightarrow{EF} son vectores equipolentes, pues tienen las características especificadas en su definición.

6.2.2.3 Operaciones entre vectores en forma analítica

6.2.2.3.1 Suma de vectores

Sean \vec{A} y \vec{B} dos vectores centrados en el origen y cuyos extremos son (ax, ay) y (bx, by) , respectivamente. Entonces, la suma de ambos vectores está dada por:

$$\vec{A} + \vec{B} = (ax, ay) + (bx, by) = (ax + bx, ay + by)$$

6.2.2.3.2 Diferencia de vectores

Para obtener el vector diferencia: $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$, se suma a \overrightarrow{OC} el opuesto de \overrightarrow{OD} .

6.2.2.3.3 Producto de un número por un vector

En general, si $\overrightarrow{OP} = (a, b)$ y k es un número real cualquiera, las componentes del vector $k \cdot$ se obtienen de la siguiente forma:

$$k \cdot \overrightarrow{OP} = k \cdot (a, b) = (k \cdot a, k \cdot b)$$

6.2.2.4 Operaciones con vectores en forma gráfica

6.2.2.4.1 Regla del polígono

Para realizar la suma mediante el método del polígono, hay que colocar los vectores sumandos uno a continuación del otro, respetando el módulo, la dirección y el sentido, al final se une mediante otro vector el origen del primero y el extremo del último vector sumando, y este corresponderá a la suma de los vectores.

6.2.2.4.2 Regla paralelogramo

Para realizar la suma mediante el método del paralelogramo, hay que colocar los orígenes de los vectores sumandos en un mismo punto.

Luego, se completa el paralelogramo. El vector suma es el que tiene el mismo origen que los vectores sumandos y su extremo en el vértice opuesto del paralelogramo.

6.2.2.7 Perímetro y área de un triángulo

Para calcular el perímetro de un triángulo, se debe sumar la medida de los segmentos correspondientes a sus lados. En el triángulo ABC, los lados son \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} ; por lo tanto, su fórmula será:

$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

El semiperímetro (s) se calcula dividiendo el perímetro para 2, así:

$$s = \frac{P}{2} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}}{2}$$

Cuando se desea calcular el área de un triángulo, se aplican las siguientes fórmulas.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

6.2.2.8 Perímetro y área de polígonos regulares

Para calcular el perímetro de un polígono, se suman las medidas de todos sus lados.

Para calcular el área de polígonos regulares se utiliza la fórmula:

$$A = \frac{P * ap}{2}$$

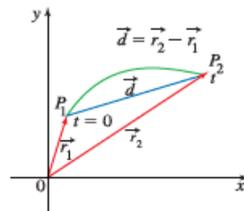
6.2.2.9 Perímetro y área de figuras geométricas

Para calcular el área de figuras planas es conveniente dividir las en triángulos o figuras conocidas y obtener sus respectivas áreas.

6.2.2.10 Vectores y física

6.2.2.10.1 El vector desplazamiento

Se llama vector desplazamiento $\vec{d} = \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ desde P1 hasta P2, al vector que tiene su origen en la posición inicial P1 y su punto final coincide con la posición final P2 del móvil.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.2.10.2 El vector velocidad

6.2.2.10.1 Velocidad media

Para el movimiento rectilíneo se ha definido la velocidad media adquirida por un objeto como:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

6.2.2.10.2 Velocidad instantánea

Supongamos que un cuerpo se traslada desde el punto P hasta el punto P1, en un intervalo de tiempo Δt_1 ; en este caso, el vector desplazamiento es d_1 . Si tomamos intervalos de tiempo cada vez más cortos, los vectores desplazamiento se van «ciñendo» a la trayectoria. Como la velocidad tiene la misma dirección del desplazamiento para intervalos de tiempo cada vez más cortos, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea, cuya dirección es tangente a la trayectoria.

El vector velocidad instantánea tiene las siguientes características:

- a) **Norma:** Medida de la velocidad, también llamada rapidez.
- b) **Dirección:** La dirección de la velocidad instantánea está determinada por la tangente a la trayectoria en cada punto. La flecha del vector indica la dirección en la cual se produce el movimiento.

Para cada punto de la trayectoria, el vector velocidad instantánea se representa con origen en dicho punto.

6.2.2.10.3 Vectores de fuerza

Un vector fuerza es aquel que representa la dirección y la magnitud de una fuerza aplicada. Si un objeto es sometido a dos fuerzas, produce una fuerza resultante que afecta el objeto de la misma forma en que las dos fuerzas lo hacen simultáneamente.

6.2.2.11 Regiones del plano determinadas por rectas

La gráfica de una función $y = ax + b$ divide al plano en dos regiones: una formada por los puntos que satisfacen la inecuación $y < ax + b$, y otra formada por los puntos que verifican: $y > ax + b$.

6.2.2.11.1 Soluciones de una inecuación lineal con dos variables

Sea la inecuación con dos variables $5x + 3y \leq 15$. Es fácil comprobar que el punto (0, 0) es una solución, pues $5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 15$. En cambio, el punto (4, 0), verifica $5 \cdot 4 + 3 \cdot 0 = 20 > 15$; no es una solución.

Para obtener las soluciones de una inecuación de dos variables hay que representar la recta asociada a ella. Las soluciones son los puntos de uno de los dos semiplanos en que queda dividido el plano, incluida la recta, si la inecuación es del tipo « \leq » o « \geq »; y excluida si la inecuación es el tipo « $<$ » o « $>$ ».

6.2.2.11.2 Soluciones de un sistema de inecuaciones lineales con dos variables

Se quiere representar el conjunto de puntos del plano que verifican las siguientes inecuaciones:

$$x - y \leq 1$$

$$5x + 3y \leq 15$$

Para ello, se resuelven ambas inecuaciones y se representan sobre el mismo sistema de ejes coordenados.

La solución del sistema es la región del plano cuyos puntos pertenecen a las inecuaciones $x - y \leq 1$ y $5x + 3y \leq 15$ y se llama región solución o región factible.

Son puntos solución del sistema: (0, 0), (1, 0), (-3, 4),...

6.2.2.12 Función objetivo

Resolver un problema de programación lineal consiste en optimizar (maximizar o minimizar) una función lineal, denominada función objetivo, estando las variables sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante inecuaciones lineales.

El conjunto de todas las soluciones posibles se denomina conjunto de restricción o conjunto solución factible.

6.2.2.13 Determinación de la región factible

La solución de un problema de programación lineal, en el supuesto de que exista, debe estar en la región determinada por las distintas desigualdades. Esta recibe el nombre de conjunto o región factible, y puede estar o no acotada.

6.2.2.14 Métodos de resolución

6.2.2.14.1 Método algebraico o de los vértices

En primer lugar se definen las variables, se plantea las inecuaciones que determinan las restricciones y la ecuación de la función objetivo.

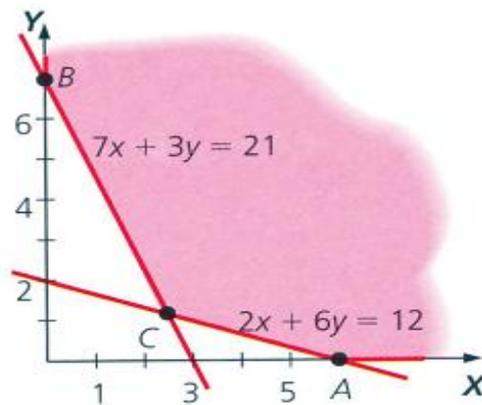
6.2.2.14.2 Método gráfico o de las rectas de nivel

Para aplicar este método se realizan los pasos siguientes:

- Se representa gráficamente el sistema de inecuaciones formado por las restricciones que determinan la región factible.
- Se representa rectas de la forma $ax + by = k$, rectas de nivel, asociadas a la función objetivo $f(x, y) = ax + by$.
- La solución óptima se obtiene en el punto de la región factible que hace máximo k .

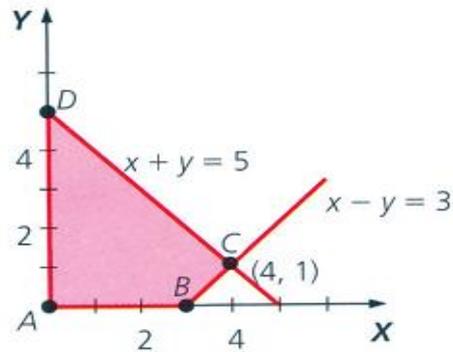
6.2.2.15 Tipos de soluciones

a) Solución única



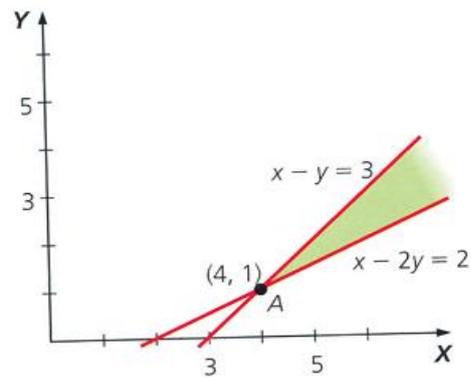
Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

b) Solución múltiple



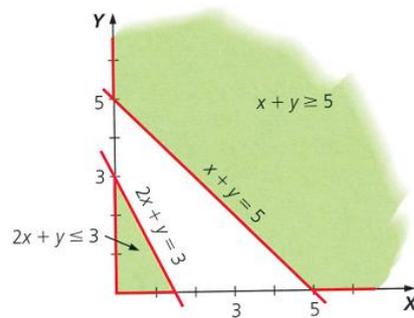
Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

c) Solución no acotada



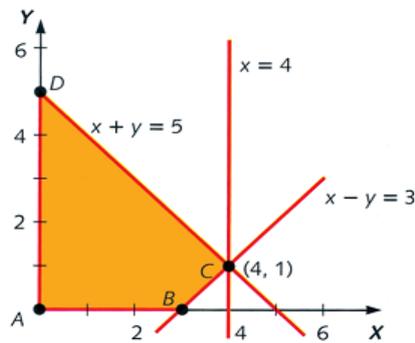
Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

d) Solución no factible



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

e) Solución degenerada



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.2.16 Problema de la producción

Los problemas de la producción consisten en que: una fábrica o empresa produce diversos artículos cuya producción está limitada o condicionada por ciertas circunstancias y desea averiguar cuál debe ser la producción que tiene que realizar para obtener beneficios máximos en la venta de los citados artículos, o bien, costos mínimos en su producción.

6.2.2.17 Problemas de la dieta

El problema de la dieta consiste en determinar la cantidad de cada uno de los alimentos que constituyen la dieta diaria de un colectivo (personas o animales) de forma que el costo sea mínimo.

6.2.3 ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

6.2.3.1 Estadística descriptiva

La estadística consiste en un conjunto de técnicas y procedimientos que permiten recoger datos, presentarlos, ordenarlos y analizarlos, de manera que, a partir de ellos, se puedan inferir conclusiones.

6.2.3.1.1 Población y muestra

La población es un conjunto de objetos o de individuos que se desea estudiar y que, a su vez, presentan una característica que interesa medir, el tamaño de la población se denota con la letra N .

Se llama muestra a un subconjunto representativo de la población que se desea estudiar. Generalmente, el tamaño de la muestra se denota con la letra n .

6.2.3.1.2 Variables estadísticas

Una variable estadística corresponde a una o varias características que se miden en la muestra. Las variables pueden ser cuantitativas o cualitativas.

6.2.3.1.2.1 Variables cualitativas

Son aquellas que no se pueden medir numéricamente y están relacionadas con características. Los valores que toma este tipo de variables son etiquetas que representan categorías o cualidades, una variable cualitativa puede ser nominal u ordinal.

a) Variables nominales: corresponden a aquellas en las cuales no existe ninguna ordenación; por ejemplo, el estado civil, el sexo de un individuo, etc.

b) Variables ordinales: son aquellas en las cuales existe un orden intuitivo; por ejemplo, nivel educacional (básico, medio, superior), situación económica (baja, media, alta), etc.

6.2.3.1.2.2 Variables cuantitativas

Son aquellas que se pueden medir numéricamente, es decir, los valores que toma este tipo de variables son números, una variable cuantitativa puede ser discreta o continúa.

a) Variables discretas: son aquellas en las cuales los posibles valores surgen frecuentemente de un conteo. En cada tramo o intervalo, la variable solo puede tomar un número determinado de valores (enteros).

b) Variables continuas: son aquellas en las cuales los posibles valores surgen frecuentemente de una medición. Estas variables pueden tomar tantos valores (reales) como sea posible en un tramo.

6.2.3.1.3 Estudio estadístico

Para realizar un estudio estadístico, generalmente se siguen los siguientes pasos.

1° Recolección, orden y recuento de datos.

2° Cálculo de las medidas de centralización y localización.

3° Representación gráfica de los resultados.

4° Planteamiento de las conclusiones.

6.2.3.2 Tablas de frecuencias

6.2.3.2.1 Tablas de frecuencia para datos no agrupados

Al ordenar los datos correspondientes a un cierto estudio, es usual agruparlos en clases o categorías, para lo cual, generalmente, se utilizan tablas de frecuencias.

6.2.3.2.1.1 Frecuencia absoluta

Es el número de veces que aparece o se repite un cierto valor en la variable de medición.

6.2.3.2.1.2 Frecuencia absoluta acumulada

Representa el número de datos cuyo valor es menor o igual al valor considerado. Se obtiene sumando sucesivamente las frecuencias absolutas.

6.2.3.2.1.3 Frecuencia relativa

Representa la razón de ocurrencia respecto al total. Se calcula como el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño total de la muestra, La suma de todas las frecuencias relativas da como resultado 1.

6.2.3.2.1.4 Frecuencia relativa porcentual

Corresponde a la frecuencia relativa expresada en porcentaje. Se calcula como el producto de la frecuencia relativa por 100.

La suma de todas las frecuencias relativas porcentuales da como resultado 100%.

6.2.3.2.2 Tablas de frecuencia para datos agrupados

Si el conjunto de datos que se recolecta es muy numeroso, o bien, si el rango (diferencia entre el mayor y menor valor de una variable) es muy amplio, es usual presentarlos agrupados y ordenados en intervalos (rango de valores).

6.2.3.2.2.1 Tamaño de un intervalo

El tamaño de cada intervalo se puede calcular dividiendo el valor del rango para la cantidad de intervalos que se desean obtener.

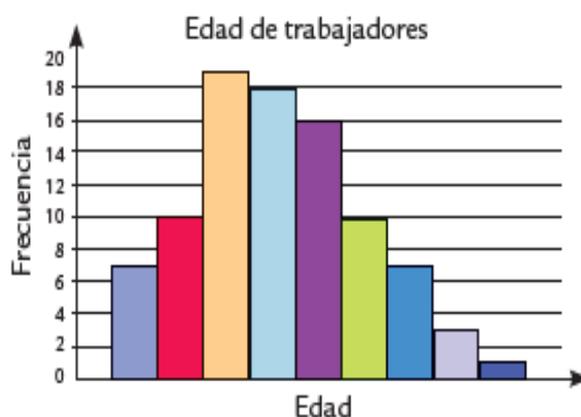
6.2.3.2.2.2 Marca de clase

Es un valor representativo de cada intervalo (o clase), que corresponde al punto medio del intervalo. Se calcula como la suma del límite inferior (menor valor) y el límite superior (mayor valor) del intervalo, dividido entre 2.

6.2.3.3 Gráfico de frecuencias

6.2.3.3.1 Histograma

Es una representación gráfica de una distribución de frecuencias, generalmente de variables cuantitativas agrupadas en intervalos. Está formado por barras cuyas bases representan el intervalo al que corresponden los valores de la variable, y las alturas están dadas por las frecuencias de cada categoría.

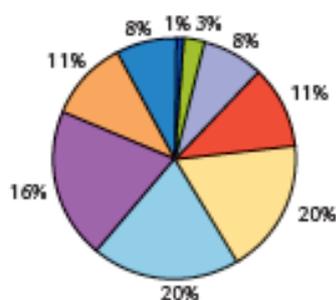


Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.3.2 Gráfico circular

Este gráfico, también conocido como diagrama de sectores, se utiliza para representar cualquier tipo de frecuencias aunque, generalmente, se emplea para frecuencias relativas porcentuales.

Los datos son representados mediante sectores de un círculo. Cada sector indica diferentes categorías de la variable y cada ángulo de los sectores circulares es proporcional al valor de la variable.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.3.2.1 Ángulos de los sectores de un gráfico circular

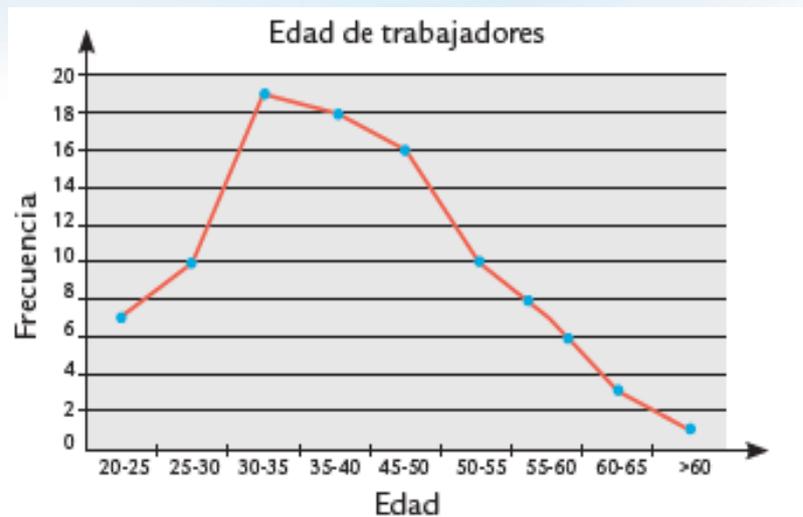
La medida de los ángulos de los sectores circulares, se obtiene multiplicando las frecuencias absolutas de la categoría por 360° y dividiendo para el número total de datos, es decir:

$$\text{Ángulo} = \frac{f_i \cdot 360^\circ}{N}$$

Donde f_i : frecuencia absoluta y N : total de datos.

6.2.3.3.3 Polígono de frecuencias

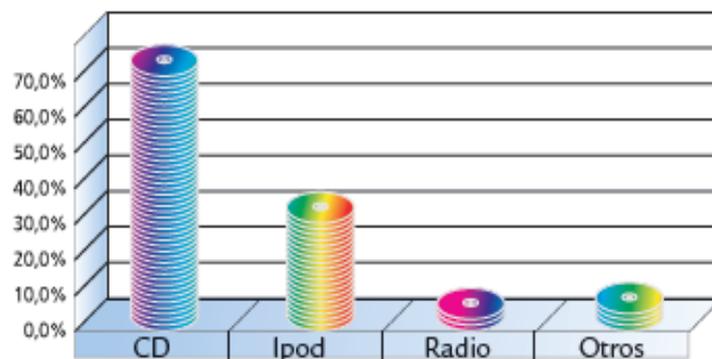
Un polígono de frecuencias se obtiene al unir los puntos medios de los intervalos representados por cada barra en un histograma, es decir, al unir la marca de clase de cada intervalo mediante una línea poligonal.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.3.4 Pictograma

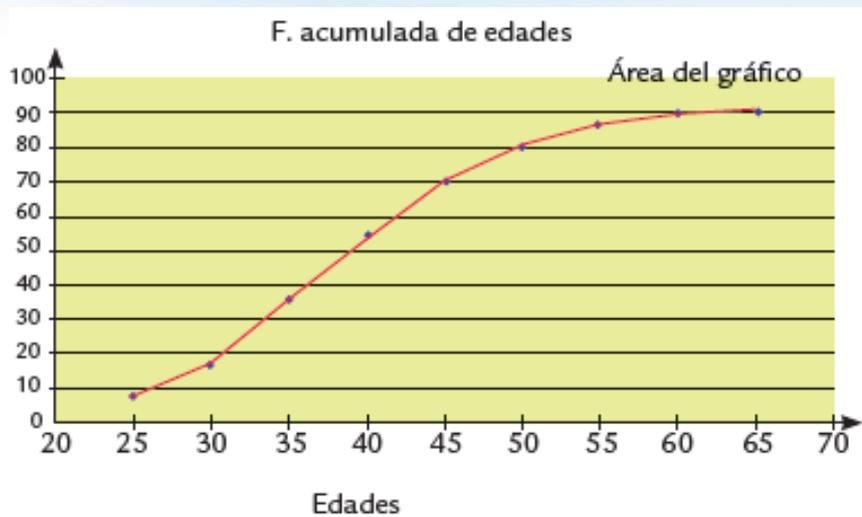
Este tipo de gráfico se utiliza para representar variables cualitativas. Para cada valor de la variable, se utiliza una figura cuyo tamaño es proporcional a la frecuencia.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.3.5 Gráfico de frecuencias acumuladas (ojiva)

En un gráfico de distribución de frecuencias acumuladas, se puede notar que esta frecuencia de un intervalo corresponde a todas las observaciones menores que el límite superior de ese intervalo.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.3.6 Diagrama de tallo y hoja

Este diagrama tiene por objetivo resumir u ordenar un conjunto de datos, con el fin de conocer intuitivamente la forma de su distribución.

También permite comparar la distribución de dos o más grupos diferentes.

Este tipo de gráfico se construye separando los valores de cada observación en dos partes, la primera corresponde al tallo y se ubica a la izquierda de una línea vertical; la segunda incluye a las hojas y se ubica a la derecha.

Si se tienen muchas hojas en cada tallo, es posible separarlas en dos tallos.

6.2.3.4 Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central son parámetros estadísticos que indican valores cuyo objetivo es resumir la información para un conjunto de datos, es decir, son representantes de un conjunto de datos.

Las medidas de tendencia central más conocidas son: la media aritmética, la mediana y la moda.

6.2.3.4.1 Medidas de tendencia central para datos no agrupados

6.2.3.4.1.1 Media aritmética

Es el valor numérico que corresponde al cociente de la suma de todos los datos y el número total de observaciones (promedio). Se denota como \bar{X} .

$$\text{Es decir, } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

n: número de elementos de la muestra

6.2.3.4.1.2 Mediana

Se define como el valor central de un conjunto de datos ordenados de manera creciente o decreciente. En el caso de que el número de datos sea par, la mediana corresponde a la media aritmética de los dos valores centrales. Se denota como Me.

6.2.3.4.1.3 Moda

La moda de un conjunto de observaciones corresponde a aquel dato que tiene la mayor frecuencia. Se denota como Mo.

6.2.3.4.2 Medidas de tendencia central para datos agrupados

6.2.3.4.2.1 Media aritmética

La media para datos agrupados se calcula multiplicando la marca de clase de cada intervalo (x_i), con sus respectivas frecuencias absolutas (f_i). Después se suman los resultados obtenidos y este total se divide para el número total de datos (n). Este proceso está representado en la siguiente fórmula:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n}$$

6.2.3.4.2.2 Mediana

Una manera aproximada de calcular la mediana para datos agrupados es mediante la siguiente expresión.

$$Me = Li + \frac{\frac{n}{2} - Fi - 1}{fi} \cdot a$$

Dónde:

Li: límite inferior del intervalo donde se encuentra la mediana.

n: número total de elementos de la muestra, o bien, la frecuencia total.

a: amplitud de los intervalos.

Fi – 1: frecuencia acumulada anterior al intervalo en el cual se encuentra la mediana.

fi : frecuencia del intervalo en el cual se encuentra la mediana.

6.2.3.4.2.3 Moda

La moda para datos agrupados está dada por la siguiente expresión:

$$Mo = Li + \frac{d1}{d1 - d2} \cdot a$$

Dónde:

d1: diferencia de la frecuencia del intervalo modal (intervalo con mayor frecuencia absoluta) y la frecuencia de la clase anterior.

d2: diferencia de la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia de la clase posterior.

a: ancho de los intervalos.

Li: límite inferior de la clase modal. Si se calcula la moda para datos agrupados, el resultado corresponde a una aproximación de esta.

6.2.3.5 Medidas de dispersión

Las medidas de dispersión son parámetros estadísticos que indican cuánto se alejan los datos respecto de la media aritmética, es decir, señalan la variabilidad de los datos.

Las medidas de dispersión más utilizadas son el rango, la desviación media y la desviación estándar o típica.

6.2.3.5.1 Rango

Indica la dispersión entre los valores extremos de una variable. Se calcula como la diferencia entre el mayor y el menor valor de la variable.

Se denota como R, es decir,

$$R = x_n - x_1$$

Dónde:

x_n : estadístico de orden n, es decir, el mayor valor de la variable.

x_1 : estadístico de orden 1, es decir, el menor valor de la variable.

6.2.3.5.2 Desviación media

a) La desviación media de una observación (d), con respecto a la media (\bar{X}), se define como la diferencia entre ellas. Es decir,

$$d = x - \bar{X}$$

b) La desviación media de un conjunto de datos (DM) es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones de cada dato respecto a la media (\bar{X}). Es decir,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

Dónde:

xi: valores de la variable.

n: número total de datos.

6.2.3.5.3 Desviación estándar o típica

La desviación estándar mide el grado de dispersión de los datos con respecto a la media. Se denota como σ para la población, o bien s para una muestra. Está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

Mientras menor sea la desviación estándar, los datos son más homogéneos, es decir, a menor dispersión mayor homogeneidad, y viceversa.

6.2.3.5.4 Varianza

Es otro parámetro utilizado para medir la dispersión de los valores de una variable respecto a la media.

Corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones, respecto a la media. Está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Dado que la varianza corresponde al cuadrado de la desviación estándar, está expresada en unidades cuadradas.

6.2.3.5.6 Coeficiente de variación

Permite determinar la razón existente entre la desviación estándar (σ) y la media. Se denota como CV. El coeficiente de variación se calcula mediante la siguiente expresión.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

El CV no tiene unidades de medida, por lo que permite la comparación de variables, sin importar sus magnitudes ni lo que estas representan.

6.2.3.5.6 Correlación

El análisis de la correlación es apropiado cuando se necesita conocer el grado de asociación entre dos variables.

6.2.3.5.7 Covarianza

La covarianza ($cov(x, y)$) de dos variables es un indicador de la relación entre ellas. Este parámetro puede utilizarse para medir la relación entre ambas solo si están expresadas en la misma escala o unidad de medida. Se obtiene a partir de la fórmula a continuación:

$$cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n}$$

6.2.3.5.8 Coeficiente de correlación de Pearson

La correlación o grado de asociación entre dos variables se mide utilizando el coeficiente de relación de Pearson. Este coeficiente mide el grado de asociación lineal entre dos variables. Se denota como r y su valor fluctúa en el intervalo $[-1, 1]$.

Este coeficiente se calcula mediante la siguiente expresión:

$$r = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Dónde:

σ_x : desviación estándar de la variable x .

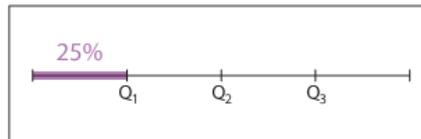
σ_y : desviación estándar de la variable y .

6.2.3.6 Medidas de localización

Una medida de localización nos indica el lugar donde se ubica un valor de la variable dentro de un conjunto ordenado de valores. Las medidas de localización más utilizadas son cuartiles, deciles y percentiles.

6.2.3.6.1 Cuartiles

Son tres valores que dividen al conjunto de observaciones ordenadas en cuatro partes iguales. Por lo tanto, el primer cuartil (Q_1) es el valor por debajo del cual, o en el cual, se ubica el 25% de todos los valores; el segundo cuartil (Q_2) es el valor por debajo del cual se ubica el 50% de todos los valores y el tercer cuartil (Q_3) es el valor por debajo del cual se ubica el 75% de todos los valores. Gráficamente, se los representa de la siguiente manera:



Para determinar cada cuartil, se utilizan las siguientes expresiones

$$Q_1 = L_i + \frac{\frac{n}{4} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

$$Q_2 = L_2 + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

$$Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3n}{4} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

$$Q_i = L_i + \frac{i \left(\frac{n}{10} \right) - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

Dónde:

$i = 1, 2, 3$.

L_i : Límite inferior del intervalo que contiene al cuartil.

F_{i-1} : Frecuencia acumulada del intervalo anterior que contiene al cuartil.

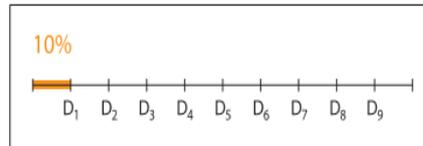
a : Ancho del intervalo donde está el cuartil.

f_i : Frecuencia absoluta del intervalo que contiene al cuartil.

n : Tamaño de la muestra.

6.2.3.6.2 Deciles

Los deciles corresponden a nueve valores que dividen al conjunto de observaciones ordenadas en diez partes iguales. Gráficamente, se representan así.



Para determinar el *i*-ésimo decil, se utiliza la siguiente expresión

$$D_i = L_i + \frac{i \left(\frac{n}{10} \right) - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

Dónde:

i = 1, 2, 3, ..., 9.

L_i: Límite inferior del intervalo que contiene al decil.

n: Número total de observaciones.

F_{i-1}: Frecuencia acumulada del intervalo que antecede al decil.

f_i: Frecuencia absoluta del intervalo al que pertenece el decil.

a: Longitud del intervalo que contiene al decil.

6.2.3.6.3 Percentiles

Corresponden a 99 valores que dividen al conjunto de observaciones, ordenadas en cien partes iguales.

Para determinar el *i*-ésimo percentil se utiliza la siguiente expresión:

$$P_i = L_i + \frac{i \left(\frac{n}{100} \right) - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$$

Dónde:

$i = 1, 2, 3, \dots, 99$.

L_i : Límite inferior del intervalo que contiene al percentil.

n : Número total de observaciones.

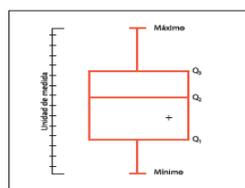
Para determinar cada cuartil, se utilizan las siguientes expresiones:

6.2.3.7 Diagrama de caja

Un diagrama de caja (box - plot) es una representación gráfica que se construye a partir de los cuartiles de un conjunto de valores de una variable.

Para su construir este diagrama es necesario conocer los siguientes datos para cada variable:

- Valor mínimo.
- Valor máximo.
- Primer cuartil.
- Segundo cuartil o mediana.
- Tercer cuartil.
- Media aritmética de los valores de la variable.
- Las líneas que sobresalen del rectángulo, indican el valor mínimo y máximo de los valores de la variable.
- Los extremos inferior y superior del rectángulo indican el primer y tercer cuartil, respectivamente, mientras que la línea horizontal (o vertical) que divide al rectángulo indica la mediana (segundo cuartil).
- Para indicar la media de los valores (si se conoce) de la variable se utiliza un signo +.



Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.8 Probabilidad y azar

6.2.3.8.1 Conceptos básicos

6.2.3.8.1.1 Experimentos determinísticos

En este tipo de experimentos se conoce de antemano el resultado.

En un laboratorio se mezclan, en las proporciones adecuadas, hidrógeno y oxígeno, resultando agua. Se sabe de antemano el resultado, por lo tanto, es un experimento determinístico.

6.2.3.8.1.2 Experimentos aleatorios

Este tipo de experimentos, repetidos una cierta cantidad de veces, en condiciones similares, puede presentar resultados diferentes. En los experimentos aleatorios no se conocen los resultados de antemano.

6.2.3.8.1.3 Espacio muestral y eventos

El conjunto formado por todos los posibles resultados de un experimento se llama espacio muestral (S) y cada uno de estos resultados es conocido como suceso o evento elemental (E).

Un evento puede ser:

- a) **Evento seguro:** está formado por todos los resultados posibles del experimento, coincide con el espacio muestral y siempre ocurre.
- b) **Evento imposible:** nunca ocurre, no se presenta al realizar un experimento aleatorio. Se denota por el símbolo \emptyset .
- c) **Eventos mutuamente excluyentes:** dos eventos que no pueden suceder simultáneamente.

6.2.3.8.1.4 Probabilidad de un suceso

Si un experimento se repite n veces bajo las mismas condiciones, la probabilidad de que el evento E ocurra se denota por $P(E)$ y corresponde a un valor comprendido entre 0 y 1.

6.2.3.8.1.5 Eventos equiprobables

Si en un experimento todos los sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrir, se dice que los sucesos son **equiprobables**.

6.2.3.8.1.6 Regla de Laplace

Si en un experimento aleatorio los sucesos son equiprobables, entonces, la probabilidad de que el evento **A** ocurra está dado por la expresión:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso (E)}}{\text{número de casos posibles (S)}}$$

6.2.3.9 Operaciones con sucesos: $A \cap B$, $A \cup B$ y A^c

Las operaciones de eventos o sucesos suelen representarse a través de diagramas, para esto, se recurre a las operaciones con conjuntos.

Las operaciones más usuales de sucesos o eventos son intersección, unión y complemento.

6.2.3.9.1 Intersección de sucesos

La intersección de dos sucesos **A** y **B**, corresponde al suceso formado por los elementos comunes de **A** y **B**, es decir, el resultado del experimento es a la vez un elemento de **A** y un elemento de **B**, simultáneamente, y se denota $A \cap B$.

Además, si **A** y **B** son eventos **mutuamente excluyentes**, su intersección es el evento nulo, es decir:

$$A \cap B = \emptyset$$

6.2.3.9.1.1 Probabilidad de la intersección de sucesos

La probabilidad de que ocurra la intersección de dos sucesos independientes entre sí (la ocurrencia de uno de ellos no depende de la ocurrencia del otro), está dada por la expresión:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Dónde:

P(A): probabilidad de que ocurra el suceso **A**.

$P(\mathbf{B})$: probabilidad de que ocurra el suceso \mathbf{B} .

Esta fórmula se conoce como ley multiplicativa.

6.2.3.9.2 Unión de sucesos

La unión de dos eventos \mathbf{A} y \mathbf{B} incluye todos los resultados posibles de \mathbf{A} y de \mathbf{B} , es decir, el resultado del experimento es un elemento de \mathbf{A} , un elemento de \mathbf{B} o de ambos a la vez.

Se definen los siguientes sucesos relacionados con el lanzamiento de un dado:

\mathbf{A} : el número obtenido es par $\{2, 4, 6\}$.

\mathbf{B} : el número obtenido es mayor que 2 $\{3, 4, 5, 6\}$.

Luego, $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

6.2.3.9.2.1 Probabilidad de la unión de dos sucesos

La probabilidad de que ocurra la unión de dos sucesos excluyentes entre sí está dada por la expresión:

$$P(\mathbf{A} \text{ o } \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) + P(\mathbf{B})$$

La probabilidad de que ocurra la unión de dos sucesos no excluyentes, está dada por la expresión:

$$P(\mathbf{A} \text{ o } \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) + P(\mathbf{B}) - P(\mathbf{A} \text{ y } \mathbf{B})$$

6.2.3.9.3 Propiedades de la intersección y unión de sucesos complemento de un suceso

Propiedad	Unión	Intersección
Conmutativa	$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \cup \mathbf{A}$	$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{B} \cap \mathbf{A}$
Asociativa	$(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{C} = \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{C})$	$(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cap \mathbf{C} = \mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$
Distributiva	$\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$	$\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$

Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.9.4 Complemento de un suceso

El complemento de un suceso E , denotado por E^c , considera a todos los resultados que no corresponden a E . Por definición, E y E^c son mutuamente excluyentes, es decir, su intersección es el evento nulo, ya que no tienen elementos en común.

6.2.3.9.4.1 Propiedades del complemento de un suceso

Dado un suceso E y su complemento E^c , se tiene:

a) $E \cap E^c = \emptyset$

b) $E \cup E^c = S$

c) $P(E) + P(E^c) = 1$

6.2.3.10 Diagrama de árbol y triángulo de Pascal

6.2.3.10.1 Diagrama de árbol

Es una representación gráfica de un experimento que tiene varias etapas. Cada una de las etapas tiene un número finito de posibilidades, las cuales son representadas mediante ramas.

El número total de posibilidades del experimento se obtienen contando las ramas finales del árbol.

6.2.3.10.2 Triángulo de pascal

Es un triángulo formado por números enteros positivos. Se puede utilizar para calcular la probabilidad de ocurrencia de un cierto suceso en un experimento dado.

6.2.3.10.2.1 Características del triángulo de Pascal

- Todas las filas del triángulo comienzan y terminan por la unidad, y son simétricas respecto al valor central.
- Cada número del triángulo corresponde a la suma de los dos números ubicados arriba de él. Estos coeficientes representan la cantidad de casos favorables de un determinado suceso.

- La suma de todos los elementos de cada fila corresponde al valor 2^n , siendo n el orden de la fila. Este valor indica la cantidad de casos posibles de un determinado suceso.
- Se puede seguir su construcción de manera infinita.

Orden de la fila	Coefficientes del triángulo de Pascal	Nº de términos
$n = 0$	1	$1 = 2^0 = 1$
$n = 1$	1 1	$1 + 1 = 2^1 = 2$
$n = 2$	1 2 1	$1 + 2 + 1 = 2^2 = 4$
$n = 3$	1 3 3 1	$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 = 8$
$n = 4$	1 4 6 4 1	$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4 = 16$
$n = 5$	1 5 10 10 5 1	$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 2^5 = 32$

Fuente: Libro de Primer año BGU del Ministerio de Educación.

6.2.3.11 Elementos de combinatoria

La teoría de combinatoria intenta resolver problemas donde se debe cuantificar diferentes agrupaciones que se pueden formar a partir de un conjunto de elementos dado. Para ello, existen métodos que permiten mecanizar tales cálculos.

6.2.3.11.1 Principios fundamentales del conteo

a) Principio aditivo

Si **A** y **B** son eventos mutuamente excluyentes, donde **A** puede ocurrir de **m** maneras distintas y **B** puede ocurrir de **n** maneras distintas, entonces existen **m + n** maneras de que ocurra **A** o **B**.

b) Principio multiplicativo

Si un evento **A** puede ocurrir de **m** maneras distintas, y un evento **B** puede ocurrir de **n** maneras distintas, entonces existen **m x n** maneras de que ocurra **A** y a continuación ocurra **B**.

6.2.3.11.2 Factorial de un número

Dado un número natural **n**, se denominará **n-factorial**, al producto de los primeros **n** naturales consecutivos. Y se representa por **n!**

$$\text{Es decir, } n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

El factorial de los primeros naturales son valores pequeños, sin embargo, aumentan rápidamente.

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Además, $0! = 1$

6.2.3.11.2 Permutaciones lineales

Se denomina permutación lineal de **n** elementos (**P_n**), a cada una de las ordenaciones diferentes que se pueden realizar utilizando todos los elementos.

El número total de permutaciones que se pueden obtener a partir de **n** elementos, sin repetición, corresponde a **n!** Es decir,

$$\mathbf{P_n = n!}$$

6.2.3.11.3 Permutaciones con repetición

Dado un conjunto de **n** elementos, el número total de permutaciones con repetición (**PR_n**) que pueden realizarse con ellos de manera que el primer elemento se repita **k₁** veces, el segundo **k₂** veces,... y el enésimo **k_n** veces, está dado por:

$$PR_n, (k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

6.2.3.11.4 Variaciones

A diferencia de las permutaciones, en las **variaciones** se ordenan **r** elementos de un total de **n**. Una variación puede ser con o sin repetición.

6.2.3.11.4.1 Variaciones sin repetición

Dado un conjunto de n elementos, se denominan **variaciones sin repetición** a cada una de las posibles ordenaciones de r elementos que se pueden obtener sin repetir ningún elemento (V_r^n). El número total de ordenaciones está dado por:

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ con } n \in N \text{ y } r \in N$$

6.2.3.11.4.2 Variaciones con repetición

Dado un conjunto de n elementos, se denominan **variaciones con repetición** a cada una de las posibles ordenaciones de r elementos que se pueden obtener, en las cuales se puede repetir uno o más de ellos (V_r^n). El número total de ordenadas está dado por:

$$V_r^n = n^r, \text{ con } n \in N \text{ y } r \in N$$

6.2.3.11.5 Combinaciones

Las combinaciones se obtienen al seleccionar de un conjunto de n elementos grupos de r , de manera que cada grupo sea diferente a los demás, solo si contiene al menos un elemento distinto, sea cual sea su orden de colocación en el grupo. Una combinación puede ser sin o con repetición.

6.2.3.11.5.1 Combinaciones sin repetición

Dado un conjunto de n elementos, se denominan **combinaciones sin repetición** a cada una de las posibles combinaciones de r elementos que se pueden obtener sin repetir ningún elemento (C_r^n).

El total de combinaciones que se pueden formar con r elementos de un total de n elementos está dado por:

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}, \text{ con } n \geq r, n \in N \text{ y } r \in N$$

6.2.3.11.5.2 Combinaciones con repetición

Dado un conjunto de n elementos, se denominan combinaciones con repetición a cada una de las posibles combinaciones de r elementos que se pueden obtener cuando se admiten repeticiones de ellos (C_r^n).

El total de combinaciones con repetición que se pueden formar con r elementos de un total de n elementos está dado por:

$$C_r^n = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)!r!}, \text{ con } n \geq r, n \in N \text{ y } r \in N$$

6.2.3.11.5.2 Combinaciones con repetición

Dado un conjunto de n elementos, se denominan combinaciones con repetición a cada una de las posibles combinaciones de r elementos que se pueden obtener cuando se admiten repeticiones de ellos (C_r^n).

El total de combinaciones con repetición que se pueden formar con r elementos de un total de n elementos está dado por:

$$C_r^n = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)!r!}, \text{ con } n \geq r, n \in N \text{ y } r \in N$$

7. ASPECTOS A CONSIDERARSE EN LA PLANIFICACIÓN

7.1 EVENTO PEDAGÓGICO

Es el tratamiento de una de las áreas planteadas en currículo nacional de educación intercultural bilingüe que nosotros la denominamos componentes disciplinarios. El trabajo por eventos consiste en tratar cada uno de los componentes disciplinarios de estudio por medio de tiempos y procesos completos; esto quiere decir que no se trabaja por horarios.

Para calcular los días para cada asignatura se consideran 40 semanas de trabajo en el año menos el 5% de imprevistos, el cálculo se realiza con 38 semanas. En el caso de Matemática se dicta 4 horas a la semana según la malla curricular; la fórmula es la siguiente:

$$X=38\text{semanas} \times 4 \text{ horas semanales}$$

Obtenemos 152 horas al año y como cada día se labora 9 horas académicas:

$$x = \frac{1\text{dia} \times 152 \text{ horas}}{9 \text{ horas diarias}}$$

Dando como resultado 16,88 días lo que aproxima 17 días que se asignan para el tratamiento de dicha asignatura.

En el caso de matemáticas el currículo indica 4 horas semanales que corresponden a 17 días de tratamiento solo de matemática en el evento pedagógico; una vez que el estudiante haya aprobado el componente disciplinario podrá continuar con otro evento. En el desarrollo del mismo se aplican las fases del conocimiento.

7.2. INSTRUMENTOS A CONSIDERARSE EN LA PLANIFICACIÓN

7.2.1. PLAN DE EVENTO

Para la planificación del evento se toman en cuenta las siguientes fichas:

WILLAYKUNA (DATOS INFORMATIVOS):

YACHAYWASI(CECIB).....AYLLULLAKTA ():

YACHACHIK(Docente):PUSHAK (Director/a):.....

YACHAYKATI (Proceso): NIKI YACHAY:PERIODO LECTIVO (Yachay pacha):

•MASHIYACHIK ÑANKUNA (Armonizadores de los saberes):

•KAMAYKU (Evaluación:)

MILKA (Esquema)

TAMPU YACHAY (No.Unidad)	YACHAYKUNA (Círculo de saberes)	PAKTASHKAKUNA (Dominios)	YACHAYÑANKUNA (Estrategias metodológicas)	PACHA (Tiempo)

YANAPAK KAMUKUNA (Bibliografía de apoyo)

.....
Docente

.....
Director

7.2.2. YACHAYÑAN KAMUTA APAK (AGENDA DE DESARROLLO DEL PROCESO DIDÁCTICO)

YACHAYÑAN KAMUTA APAK

Cuadro N.-1.2 Agenda de desarrollo de proceso didáctico

WILLAYKUNA:

YACHAYWASI (CECIB): **YACHACHIK (Docente):**

NIKI YACHAY (Unidad): **YACHAYÑAN KAMU (Guía N.):**.....

PACHA: Yachaykallariy:.....**Yachaytukuriy:**.....

•PAKTASHKA (Dominio):

•PAKTAYKUNA: (Objetivos de la guía)

•MILKA (Matriz)

ÑANKUNA/PACHA (Fases)	RURAYKUNA (Actividades)	YACHAY ÑANKUNA (Estrategias didácticas)	YACHANAPAK YANAPAY (Acompañamiento formativo)
YACHAYTA TARIPAY (Dominio)			
YAYWAN RURAY (Aplicación)			
YACHAYWAN WIÑACHY (Creación)			
YACHAYTA WILLAY (Socialización)			

Tomado de: Archivos de la UEIB “Monseñor Leonidas Proaño”

Didáctica Lineales y Cuadráticas

gráficas y resolver sistemas de ecuaciones lineales.

EVALUACIÓN	
INDICADORES ESENCIALES/ LOGROS	INSTRUMENTOS TÉCNICAS
- Representa funciones lineales, cuadráticas y definidas a trozos por medio de tablas y gráficas. - Calcula la pendiente de una recta.	Técnica: Observación y Prueba. Instrumento: Escala descriptiva y ficha de seguimiento.

<ul style="list-style-type: none"> - Calcular la pendiente de una recta. - Resolver sistemas de ecuaciones con dos variables en forma gráfica y analítica. - Reconocer la gráfica de una función cuadrática como una parábola. - Resolver una ecuación cuadrática. 	<p>Resolver ejercicios simples.</p> <p>Resolver ejercicios con ayuda del profesor.</p> <p>Formar grupos de trabajo.</p> <p>Investigaciones en el aula.</p> <p>Investigaciones en la casa.</p> <p>Exposiciones.</p> <p>Elaboración de organizadores gráficos.</p> <p>Ejercicios de aplicación.</p> <p>Debates.</p> <p>Utilización de medios informáticos e internet.</p>		<ul style="list-style-type: none"> - Resuel... ecuaci... variabl... gráfica... - Recon... de cuadrá... parábo... - Resuel... ecuaci...
--	---	--	--

DOCENTE

CIÓN LINEAL

y reconocer un conjunto factible.

EVALUACIÓN	
ADADORES CIALES/ GROS	INSTRUMENTOS TÉCNICAS
ce los tos de un en R^2 .	Técnica: Observación y Prueba.
ina la d de un con vectores	Instrumento: Escala descriptiva y ficha de seguimiento.

<p>vector a partir de su representación gráfica.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Operar con vectores en forma gráfica. - Representar puntos y vectores en R^2. - Identificar la función objetivo. - Identificar las restricciones del problema y escribir desigualdades lineales que las modelen. - Graficar el conjunto solución de cada desigualdad. 	<p>Investigaciones en la casa. Exposiciones. Ejercicios de aplicación. Utilización de medios informáticos e internet.</p>		<ul style="list-style-type: none"> - R v - I o - I r p d l n - C s d
---	---	--	---

DOCENTE

PROBABILIDAD

cular las mediantes de tendencia central de posición y

S	EVALUACIÓN	
	INDICADORES ESENCIALES/ LOGROS	INSTRUMENTOS TÉCNICAS
del del de os or o	- Reconoce y elabora cuadros de frecuencias absolutas y frecuencias acumuladas con datos simples y	Técnica: Observación y Prueba. Instrumento: Escala descriptiva y ficha de seguimiento.

<p>datos simples y datos agrupados.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular las medidas de tendencia central y de dispersión para diferentes tipos de datos. - Representar los resultados de cuadros de frecuencias absolutas y acumuladas mediante diferentes diagramas. 	<p>Formar grupos de trabajo.</p> <p>Investigaciones en el aula.</p> <p>Investigaciones en la casa.</p> <p>Exposiciones.</p> <p>Ejercicios de aplicación.</p> <p>Utilización de medios informáticos e internet.</p>	
---	--	--

DOCENTE

7.2.4. FICHAS DE SEGUIMIENTO EDUCATIVO

		UNIDAD EDUCATIVA INTERCULTURAL BILINGÜE “CORAZÓN DE LA PATRIA” MODALIDAD PRESENCIAL- SEMIPRESENCIAL				
		Dir. Panamericana Sur Km. 1 ½ Junto a la ESPOCH, Telefax 03 2317-333 Correo electrónico ueibcorazonpatriar@yahoo.es COOP. CORAZÓN DE LA PATRIA-LIZARZABURU- RIOBAMBA –CHIMBORAZO- ECUADOR				
FICHA DE EJECUCIÓN DE LA RENDICIÓN DE CUENTAS DE LOS APRENDIZAJES						
DATOS INFORMATIVOS:						
GRADO/CURSO:						
DOCENTE:						
ASIGNATURA:						
FECHA:						
AUTORIDAD PRESENTE:						
Nº	INDICADORES	VALORACIÓN				
		MS.	S.	PS.	M.	I.S.
1	Se observa que la rendición de cuentas de los aprendizajes es planificada					
2	Se observa motivación en: los estudiantes , padres de familia y autoridades en el desarrollo de la rendición de cuentas					
3	Los estudiantes en la exposición se desenvuelven con soltura y seguridad					
4	utilizando: de ordenadores gráficos y técnicas de estudio.					
5	Los estudiantes explican los contenidos utilizando para su exposición los recursos didácticos/tecnológicos					
6	Se visualiza los materiales didácticos en el aula, portafolio trabajados por los estudiantes					
7	Son dinámicas las intervenciones del estudiantado					
8	Las autoridades presentes complementan los conocimientos de los estudiantes realizando preguntas					
9	Los padres de familia demuestran que han realizado seguimiento y acompañamiento a sus hijos					
10	Se cumplió el objetivo de la rendición de cuentas de los aprendizajes					
OBSERVACIONES:						
.....						
RECTOR/DELEGADO			VICERRECTOR/DELEGADO			

7.3. LA RENDICIÓN DE CUENTAS

Es una herramienta que nuestra institución también la maneja para la fase de la socialización del conocimiento como parte del método del sistema del conocimiento y se lo realiza con la siguiente ficha:

7.3.1. FICHA DE RENDICIÓN DE CUENTAS DE LOS APRENDIZAJES

UNIDAD EDUCATIVA INTERCULTURAL BILINGÜE "CORAZÓN DE LA PATRIA"							
MODALIDAD PRESENCIAL- SEMIPRESENCIAL							
Dir. Panamericana Sur Km. 1 ½ Junto a la ESPOCH, Telefax 03 2317-333 Correo electrónico ueibcorazonpatriar@yahoo.es							
COOP. CORAZÓN DE LA PATRIA-LIZARZABURU- RIOBAMBA –CHIMBORAZO- ECUADOR							
FICHA DE OBSERVACIÓN DE LOS APRENDIZAJES EN EL AULA							
DATOS INFORMATIVOS:							
GRADO/CURSO:							
DOCENTE:							
ASIGNATURA:							
FECHA:							
VICERRECTOR:							
Nº	INDICADORES	VALORACIÓN					
		SI	%	NO	%	EN PROCESO	%
1	Presenta la planificación didáctica y los aprendizajes esperados a los estudiantes						
2	Los estudiantes cumplen con las regulaciones de convivencia acordadas para el aula						
3	Existe una correcta estructuración de los aprendizajes (Inicio-desarrollo-cierre)						
4	Parte los aprendizajes de los intereses y conocimientos previos de los estudiantes						
5	El docente demuestra dominio del contenido de la asignatura que facilita						
6	En el aula organiza adecuadamente el trabajo de los estudiantes						
7	Se facilita aprendizajes, en base a cumplimiento de las fases del método didáctico						
8	Aplica las técnicas de estudio.						
9	Para facilitar aprendizajes, utiliza los recursos didácticos o tecnológicos						
10	Promueve un buen clima de relaciones interpersonales en el aula						
11	Organiza los contenidos de tratamiento en: Mapas conceptuales, cuadros sinópticos, esquemas u otros organizadores gráficos						
12	Atiende a las diferencias individuales de los estudiantes						
13	Monitorea y orienta las actividades que desarrollan los estudiantes						
14	Usa el lenguaje apropiado para el grupo de estudiantes						
15	Inculca a los estudiantes a construir aprendizajes formando grupos de trabajo						
16	Propicia el debate y el respeto a las ideas, opiniones y culturas diferentes						
17	Utiliza textos, cuadernos y otros materiales para afianzar conocimientos						
18	El docente tiene planificado la tarea a enviar a los estudiantes						
19	Los estudiantes se desenvuelven en el aula con soltura y seguridad						
20	Se preocupa en forma permanente de la lectura, caligrafía, ortografía de los estudiantes						
TOTAL							
NOTA: La valoración se le asigna a cada indicador con 0,05 dando una sumatoria de 10/10							
RECTOR/VICERRECTOR							
		DOCENTE OBSERVADO					

Tomado de: Archivos de la UEIB "Monseñor Leónidas Proaño".

7.4. RECURSOS

Los recursos pedagógicos tienen estrecha relación con la concepción de la persona y de la educación como tal. Se considera que la persona y el desarrollo sustentable son el centro de la educación. En consecuencia, los elementos estructurales adicionales tienen que estar a su servicio para lograr el desarrollo de sus potencialidades y prepararle para actuar de manera ética en la sociedad; ser partícipe de los beneficios sociales, y aportar de modo creativo a la solución de sus problemas.

Al ser la persona el sujeto de la educación, los aspectos curriculares deben ser interpretados de manera flexible para atender eficientemente las necesidades particulares de cada uno de los estudiantes.

Los recursos pedagógicos deben estar fundamentados en aspectos psicológicos, lingüísticos, sociales y didácticos de acuerdo con la edad, las condiciones socioeconómicas culturales de los estudiantes, sin descuidar los procesos de interculturalidad. El material didáctico que se utilice en todos los niveles educativos debe estar escrito en la lengua de la nacionalidad respectiva, y el castellano debe ser enseñado con materiales que promuevan la relación intercultural.

Los contenidos científicos deben estar relacionados, prioritariamente, con la situación de la familia y de la comunidad en el contexto de la realidad nacional y mundial.

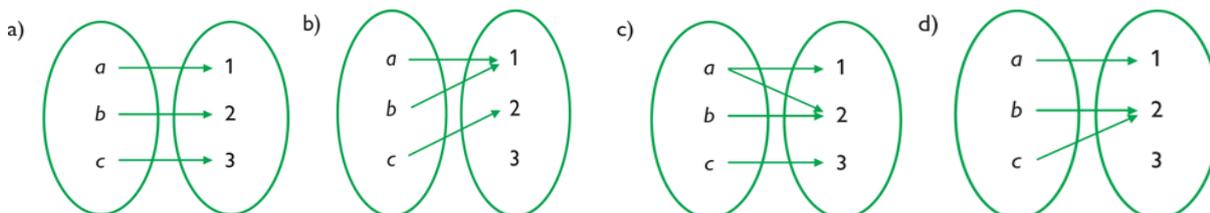
La atención a los estudiantes en los procesos educativos interculturales bilingües, tiene que realizarse en función de sus necesidades académicas, psicosociales, y el nivel de autonomía alcanzado por ellos en sus estudios.

7.5 EVALUACIÓN

EVALUACIÓN EVENTO FUNCIONES, ECUACIONES LIENALES Y CUADRÁTICAS

Nombre: _____ Nivel: PRIMERO DE BACHILLERATO "A", "B" y "C" Fecha: _____

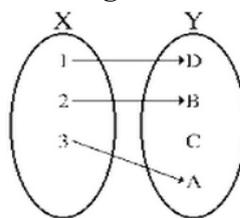
1.- Indique si las siguientes figuras corresponden a una función.



2.- Complete: Indique El dominio y recorrido de la siguiente función:

Dom(f)={ _____ }

Rec(f)={ _____ }



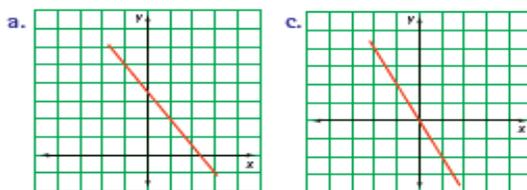
3.- La función $f(x)=2x+3$ es una función:

a) Lineal.

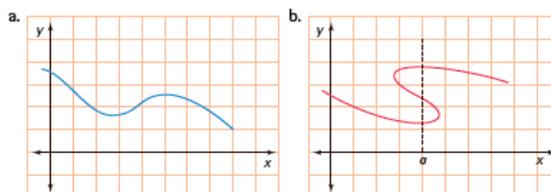
b) Afín.

c) Cuadrática.

4.- Indique el tipo de función en las siguientes graficas.



5.- Indica si las siguientes graficas corresponden a funciones o no.



6.- La pendiente de la recta que pasa por los puntos (4,3) y (5,3) es:

- a) 1
- b) 2
- c) -1

7.- La ecuación explícita de la recta de $m=-2$ y pasa por el punto (-3,2) es:

- a) $y = -2x - 4$
- b) $y = 2x + 4$
- c) $y = -2x + 4$

8.- La ecuación general de la recta $y = -5x - 3$ es:

- a) $5x + y + 3 = 0$
- b) $-5x + y - 3 = 0$
- c) ninguna de las anteriores.

9.- Indica la posición relativa de las siguientes rectas en el plano.

- a) $y = 2x - 3$; $y = 2x + 9$
- b) $y = -5x + 4$; $y = 1/5x - 3$

10.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico y la solución que satisface al sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$ es:

- a) (2,1)
- b) (1,2)
- c) (-1,2)

11.- Una mediante líneas para que el enunciado sea correcto.

Al resolver las el valor absoluto la respuesta es:

- a) $|0| =$ 5
- b) $|-5| =$ 4^2
- c) $|4|^2 =$ 0
- d) $\sqrt{|2|^2} =$ 2

12.- Al resolver la ecuación $|4x - 3| = 5$ la solución es:

- a) C. sol: {2, -0,5}
- b) C. sol: {4, -5}
- c) C. sol: {2, -5}

13.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de cramer y la solución que satisface al sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ es:

- a) $x=2, y=1$
- b) $x=1, y=2$
- c) $x=-1, y=2$

14.- La solución de que satisface al siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ -x + 2y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases} \text{ es:}$$

- a) $x=2, y=1, z=3$
- b) $x=1, y=2, z=1$
- c) $x=-1, y=2, z=1$

15.- Resuelve la siguiente inecuación e indica el intervalo solución:

$$2x-30 \leq 5x+3$$

Sol=

16.- Resuelve la siguiente inecuación e indica el intervalo solución:

$$x^2-6x+8 \geq 0$$

Sol:

17.- Resuelve la siguiente inecuación con dos incógnitas e indica el intervalo solución:

$$5x+2y > 10$$

Sol:

18.- Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones con dos incógnitas e indica el intervalo solución:

$$\begin{cases} 2x + y > 4 \\ 3x - 2y > 6 \end{cases}$$

Sol:

19.- Complete: Enliste las formas que usted conoce para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática:

- a).....
- b).....
- c).....

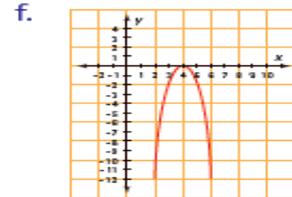
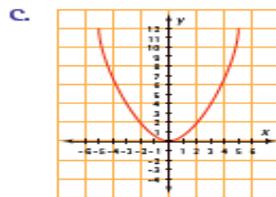
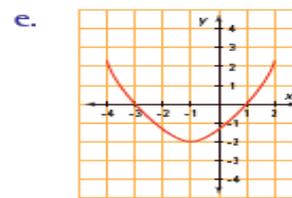
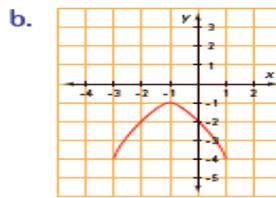
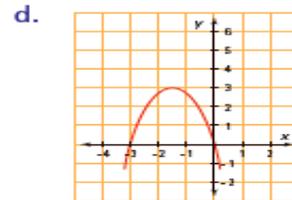
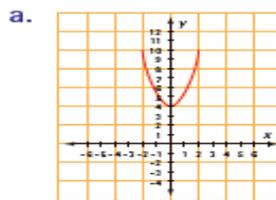
20.- La grafica de la función cuadrática $f(x)= 2x^2 +2x-1$ es:

21.- Complete: La grafica de una función cuadrática es:

a).....

b).....

22.-. Observa las gráficas y determina las soluciones:



23.- Al resolver la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$ factorizando la solución es:

a) $x_1=1$; $x_2=4$

b) $x_1=2$; $x_2=3$

c) Ninguna de las anteriores.

24.- Al resolver la ecuación $2x^2 - 3x + 4 = 0$ por la formula general la solución es:

a) $x_1 = \frac{3+4,69i}{4}$; $x_2 = \frac{3-4,69i}{4}$

b) $x_1 = \frac{-3+4,69}{4}$; $x_2 = \frac{-3-4,69}{4}$

c) Ninguna de las anteriores.

25.- Al resolver el sistema de ecuaciones cuadráticas $\begin{cases} x^2 + y - 1 = 0 \\ x^2 - y - 2 = 0 \end{cases}$ la solución es:

a) Compatible determinado

b) Compatible indeterminado

c) incompatible

26.- Al resolver la inecuación cuadrática $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ la solución es:

27.- Al resolver la ecuación con radicales $\sqrt{x+1} + 5 = x$ la solución es:

- a) $x_1=8$; $x_2=3$
- b) $x_1=1$; $x_2=5$
- c) Ninguna de las anteriores.

28.- Al resolver la ecuación $x^2 + 6x + 9 = 0$ factorizando la solución es:

- a) $x_1=-3$; $x_2=3$
- b) $x_1=-3$; $x_2=-3$
- c) Ninguna de las anteriores.

29.- Al resolver la ecuación $4x + x^2 = 5$ por la formula general la solución es:

- a) $x_1=1$; $x_2=-4$
- b) $x_1=1$; $x_2=4$
- c) Ninguna de las anteriores.

EVALUACIÓN EVENTO VECTORES Y PROGRAMACIÓN LINEAL

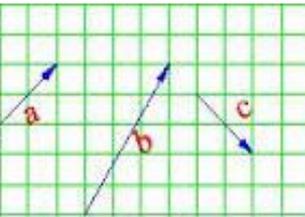
Nombre: _____ Nivel: PRIMERO DE BACHILLERATO "A", "B" Fecha: _____

1.- Resuelve: Considera los vectores $\vec{v}=(-2,2)$, $\vec{u}=(4,3)$ y $\vec{w}=(7,2)$ hallar:

a) $6\vec{v}+\vec{w}$

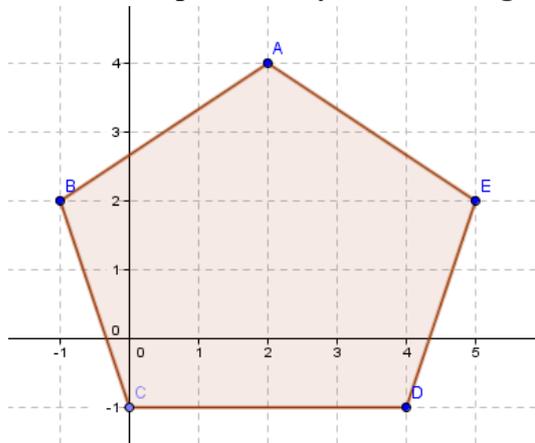
b) $\vec{w}-\vec{v}-\vec{u}$

2.- Dados $\vec{u}=(2,3)$ y $\vec{v}=(8,5)$ hallar $\vec{u}+\vec{v}$ por el método del paralelogramo:

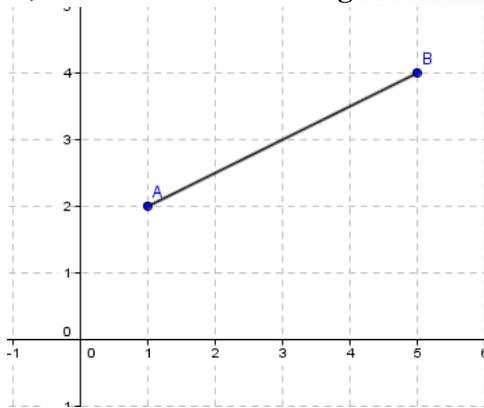


a) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

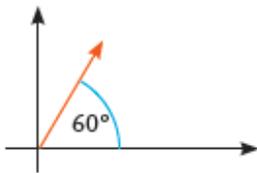
4.- Hallar el perímetro y área de la siguiente figura geométrica:



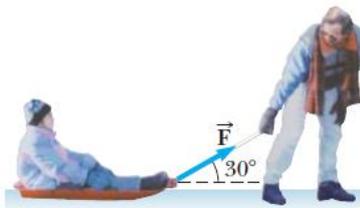
5.- Hallar el vector desplazamiento de un cuerpo que se desplace desde punto A hacia B, como se indica en la figura:



6.- Hallar el vector velocidad sabiendo que su módulo es $\vec{v} = 25\text{m/s}$, como se indica en la siguiente figura:



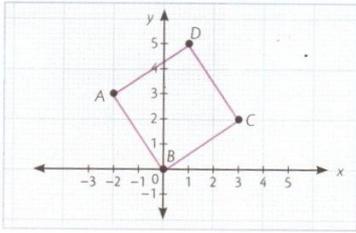
7.- Hallar el vector fuerza sabiendo que su módulo es $\vec{f} = 60\text{ N}$, como se indica en la siguiente figura:



b)

8.- Graficar la inecuación $x+2y>4$.

9.- Determina el perímetro y el área del cuadrado de la figura.



10.- Realiza las siguientes operaciones con los vectores:

$$P = (-2, 2); q = (4, -1); r = (3, -5)$$

- a) $p \cdot q$
- b) $(p+q) \cdot r$
- c) $q \cdot r$

11.- Dado el sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - y \leq 6 \\ y - 3 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$$

- a) Elabora una tabla de valores.
- b) Determina la región o conjunto factible.

12.- Resuelve:

Un sastre tiene 80 m² de tela de algodón y 120 m² de tela de lana. Un traje de caballero requiere 1 m² de algodón y 3 m² de lana y un vestido de señora necesita 2 m² de cada una de las telas. Halla el número de trajes y vestidos que debe confeccionar el sastre para maximizar los beneficios si un traje se vende en \$ 100 y un vestido \$90.

EVALUACIÓN DEL EVENTO ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Nombre: _____ Nivel: PRIMERO DE BACHILLERATO "A", "B" Fecha: _____

En una industria es necesario realizar un estudio respecto al peso de engranajes de gran tamaño.

Los siguientes datos corresponden a 30 piezas.

58 52 50 52 40 50 38 52 50 45
36 45 55 42 42 52 50 45 42 38
42 38 40 46 45 45 55 42 45 40

- 1.- Construir una tabla de frecuencias de amplitud 5 comenzando de 36.
- 2.- Calcular la media aritmética.
- 3.- Calcular la mediana.
- 4.- Calcular la moda.
- 5.- Calcular el primer cuartil.
- 6.- Calcular el cuarto decil.
- 7.- Calcular el percentil 80.
- 8.- Calcular el rango.
- 9.- Calcular la desviación media.
- 10.- Calcular la varianza.
- 11.- Calcular la desviación estándar.
- 12.- Representar en un histograma de frecuencias.

13.- Hallar las medidas de tendencia central de los siguientes datos no agrupados:

Si se considera el número de hijos de 7 familias con los siguientes resultados:

1, 2, 2, 4, 5, 5, 6

14.- Hallar las medidas de tendencia central de los siguientes datos agrupados:

Li-Ls	Xi	fa					
13-23		7					
24-34		9					
35-45		12					
46-56		6					
57-67		5					

15.- Realice un diagrama de sectores (pastel) e histograma con la tabla de datos de la pregunta anterior.

16.- Calcula el rango, y la desviación media, desviación estándar, varianza y coeficiente de variación a partir de los datos de edad de las personas que están en una función determinada de cine, de acuerdo con la siguiente distribución.

17.- Realice un organizador grafico sobre las probabilidades y azar.

7.6 FICHAS DE OBSERVACIÓN

7.6.1. FICHA DE APLICACIÓN DEL ESTUDIANTE



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

INSTITUTO DE POSGRADO

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

MATEMÁTICAS Y ETNO-MATEMÁTICAS

Mediante el problema planteado se evaluará:

- 1.- Capacidad de explicar el proceso de las operaciones matemáticas.
- 2.- Capacidad de resolución de problemas aplicando la matemática.
- 3.- La interpretación y las conclusiones obtenidas del problema.

En una granja de cuyes se da una dieta “ para engordar “ con una composición mínima de 9 unidades de una sustancia A y otras 11 de una sustancia B. En el mercado solo se encuentran dos clases de compuestos: el tipo I con una composición de dos unidades de A y siete de B, y el tipo II con una composición de 4 unidades de A y dos de B. El precio del tipo I es de 8 dólares y el de tipo II es de 15 dólares. Se pregunta.

¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?

- a) 3 de A y 6 de B
- b) 10 de A y 15 de B
- c) Ninguna de las anteriores

7.6.2. ENCUESTA APLICADA A LAS AUTORIDADES



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

INSTITUTO DE POSGRADO

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

1.- El docente planifica las actividades a desarrollarse en las clases de matemática.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

2.- El docente presenta puntualmente las planificaciones de clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

3.- La metodología aplicada por los docentes es la adecuada para el tratamiento de los contenidos de matemáticas.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

4.- Se realizan actividades que permita que el estudiante demuestre las destrezas y habilidades obtenidas en clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

5.- Se realizan observaciones a las clases de matemáticas por parte de las autoridades.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

7.6.3. ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

INSTITUTO DE POSGRADO

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

ENCUESTA APLICADA A LOS DOCENTES

1.- El docente de matemáticas planifica sus clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

2.- En las clases planificadas por eventos pedagógicos la metodología utilizada es el Sistema de conocimientos.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

3.- Las clases planificadas por eventos pedagógicos propician la adquisición de destrezas y habilidades por parte de los estudiantes.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

4.- Las clases planificadas por eventos pedagógicos tienen el seguimiento adecuado para su óptimo desarrollo.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

5.- Con qué frecuencia se realizan eventos en donde los estudiantes puedan demostrar las destrezas y habilidades adquiridas en sus clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

INSTITUTO DE POSGRADO

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

ENCUESTA APLICADA A LAS AUTORIDADES

1.- El docente de matemáticas planifica sus clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

2.- En las clases planificadas por eventos pedagógicos la metodología utilizada es el Sistema de conocimientos.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

3.- Las clases planificadas por eventos pedagógicos propician la adquisición de destrezas y habilidades por parte de los estudiantes.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

4.- Las clases planificadas por eventos pedagógicos tienen el seguimiento adecuado para su óptimo desarrollo.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

5.- Con qué frecuencia se realizan eventos en donde los estudiantes puedan demostrar las destrezas y habilidades adquiridas en sus clases.

Siempre

Frecuentemente

Algunas veces

Nunca

8. BIBLIOGRAFÍA

- Ministerio de Educación del Ecuador (2013). *MOSEIB (Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe)*.
- Juan D. Godino, Carmen Batanero, Vicenç Font (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las matemáticas para maestros*.
- Gilbert Valverde, Emma Naslund-Hadley (2010.) *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe*.
- PREAL, Fundación Ecuador, Contrato Social por la Educación y grupo FARO (2006). *Calidad con equidad: el desafío de la educación ecuatoriana*.
- Ministerio de educación, (2013). *Acuerdo N° 0440 – 13*
- ARTEAGA MONTAÑO MARLIN DIDEROTH, (2013). *La Problemática del aprendizaje de la Matemática de los Estudiantes del Octavo y Noveno Año de Educación Básica del Colegio Nacional La Tingue del Cantón Olmedo Provincia de Loja*
- Ministerio de educación, Acuerdo 0440-13, (2013). *Fortalecer e implementar el modelo del sistema de Educación Intercultural Bilingüe, en el marco del nuevo modelo de estado constitucional de derechos, justicia, intercultural y plurinacional*.
- Ministerio de educación, Acuerdo 0311-13, (2013). *El currículo de Educación Intercultural Bilingüe para los niveles de educación general básica y bachillerato del sistema de Educación Intercultural Bilingüe (SEIB)*.

