



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE CIENCIAS**

**TEMA:**

“MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA PARTICULAR NAZARENO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015”

**Trabajo presentado como requisito para obtener el título de Licenciado en la especialidad de Físico Matemático**

**Autor:**

Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Director de tesis:**

MsC. Héctor Morocho L.

**Riobamba – Ecuador**

**2015**

## Dedicatoria

*La presente tesis dedico principalmente a Dios, que me ha dado la fortaleza necesaria para continuar cuando he estado a punto de desmayar, ya que gracias a su bondad me ha permitido llegar a este momento tan importante de mi vida profesional.*

*A mi madre que gracias a su infinito amor, su bendición, sus consejos, su apoyo y su comprensión me ha sabido encaminar por el mejor sendero. A mis hermanos por ser mis grandes amigos que han estado junto a mí para guiarme y extenderme su mano para poder afrontar las dificultades de la vida.*

*A mi hermana que a pesar de la distancia siempre me ha apoyado incondicionalmente, que por capricho de la vida no pudimos compartir momentos juntos pero que siempre le he llevado en mi corazón. A mis sobrinos por saber tolerarme cuando las cosas no andaban bien y ser muy pacientes conmigo.*

*A mi novia Emily Vistin que ha sido uno de los pilares fundamentales en mi vida que gracias a ella he encontrado la fuerza necesaria para seguir adelante, que su perseverancia me ha enseñado que un tropiezo no es una caída y que a pesar de las adversidades siempre ha encontrado un rayo de luz para iluminarme.*

## AGRADECIMIENTO

*Agradezco profundamente a Dios por haberme guiado por el sendero correcto de la vida y por haber derramado sus bendiciones sobre mí y mi familia.*

*A mi familia que ha estado en cada uno de mis pasos, corrigiendo mis errores y celebrando mis triunfos.*

*A mi novia por estar junto a mí en los momentos buenos y malos, que a pesar de nuestras dificultades ha permanecido incondicionalmente a mi lado para apoyarme y poder celebrar este triunfo junto.*

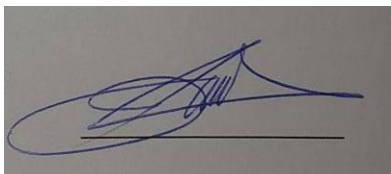
*A mis profesores que han sido los partícipes principales en mi formación profesional ya que siempre han estado dispuestos no solo a transmitir sus conocimientos sino a enseñarme las dificultades de la vida.*

*A la Universidad Nacional de Chimborazo que ha sido mi segundo hogar y el templo de sabiduría donde adquirí mis conocimientos y ser un excelente profesional al servicio de la sociedad.*

## CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR DE TESIS

Certifico que el presente trabajo de investigación titulado: **“MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA PARTICULAR NAZARENO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015”** es de autoría del señor Byron Paúl Quintanilla Robalino, el cual ha sido revisado y dirigido durante el proceso de investigación bajo mi asesoramiento, MsC. Héctor Morocho L. en calidad de Tutor quien autoriza la presentación de la misma para la correspondiente presentación y defensa del mismo ya que cumple con todos los requisitos necesarios establecidos por la Universidad Nacional de Chimborazo.

Riobamba, 15 de Diciembre de 2015

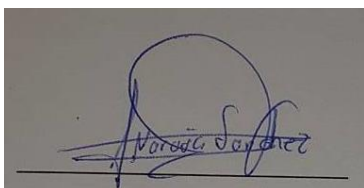
A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Héctor Morocho L.', is written over a horizontal line. The signature is somewhat stylized and cursive.

Ms. Héctor Morocho L.

## CERTIFICACIÓN DEL TRIBUNAL DE REVISIÓN Y EVALUACIÓN

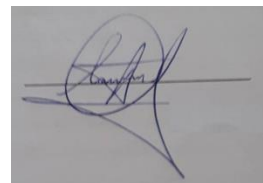
Los miembros del tribunal de graduación del proyecto de investigación de título **“MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA PARTICULAR NAZARENO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015”**, presentado por el señor Byron Paúl Quintanilla Robalino, certificamos que una vez realizada la defensa privada y revisado el informe final de dicho proyecto de investigación se ha constatado el cumplimiento de las observaciones realizadas, recibir la presente para uso y custodia en la biblioteca de la Facultad de Ciencias de la Educación Humanas y Tecnologías de la Universidad Nacional de Chimborazo.

Para constancia de lo expuesto firman:



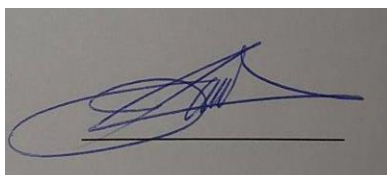
---

Ms. Narcisca Sánchez.  
Presidenta de Tribunal



---

Ms. Carlos Aimacaña.  
Miembro de Tribunal



---

Ms. Héctor Morocho L.

Tutor de Tesis

## **AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

Las ideas, doctrinas, resultados y propuestas realizadas en el presente proyecto de investigación son de estricta responsabilidad del autor. El documento de Tesis ha sido desarrollado por el Sr. Byron Paúl Quintanilla Robalino, quien posee los derechos de autoría y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Nacional de Chimborazo.

---

Sr. Byron Quintanilla.

Autor de Tesis

## ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTO.....	iii
ÍNDICE GENERAL.....	viii
ÍNDICE DE TABLAS.....	xi
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xii
RESUMEN.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I.....	2
1. MARCO REFERENCIAL.....	2
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	3
1.3. OBJETIVOS.....	3
1.3.1. GENERAL.....	3
1.3.2. ESPECÍFICOS.....	3
1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA.....	4
CAPÍTULO II.....	5
2. MARCO TEÓRICO.....	5
2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIONES ANTERIORES CON RESPECTO DEL PROBLEMA QUE SE INVESTIGA.....	5
2.2. FUNDAMENTACIÓN.....	5
2.2.1. Fundamentación filosófica.....	5
2.2.2. Fundamentación social.....	6
2.2.3. Fundamentación psicológica.....	6
2.2.4. Fundamentación pedagógico.....	6
2.3. Fundamentación teórica.....	7
2.3.1. Enseñanza.....	7
2.3.1.1. Modelos de Enseñanza.....	7
2.3.1.2. Tipo de modelo de Enseñanza.....	8
2.3.1.3. Modelo conductista y de condicionamiento o pedagogía conductista.....	9
2.3.2. Métodos de Enseñanza.....	9
2.3.2.1. La teoría de aprendizaje de David Ausubel y la enseñanza expositiva.....	10
2.3.2.2. De la teoría del aprendizaje observacional y la enseñanza demostrativa.....	10



2.3.2.3.	Jerome Bruner y la Enseñanza por Descubrimiento.....	11
2.3.3.	Métodos de enseñanza de la matemática.....	12
2.3.3.1.	Método Pasivo.....	12
2.3.3.2.	Método Activo.....	12
2.3.3.2.1.	Los métodos en cuanto a la relación entre el profesor y el alumno.....	12
2.3.3.2.2.	Los métodos en cuanto a la aceptación de lo enseñado.....	12
2.3.3.2.3.	Los métodos en cuanto al abordaje del tema de estudio.....	13
2.3.4.	Técnica de enseñanza de la matemática.....	14
2.3.5.	Teorías del aprendizaje.....	19
2.3.5.1.	Teoría del número de Piaget.....	19
2.3.5.2.	Teoría de Piaget.....	19
2.3.6.	Etapas o estadios de Piaget.....	21
2.3.6.1.	Período de operaciones formales en edad de 11 a 15 años.....	22
2.3.7.	Teoría conductista.....	23
2.3.8.	Teoría cognitiva.....	23
2.3.9.	Teoría del constructivismo.....	24
2.3.10.	Matemática.....	25
2.3.11.	Rendimiento académico.....	25
2.3.11.1.	Factores que inciden en el rendimiento académico.....	25
2.3.11.2.	Tipos de rendimiento educativo.....	26
2.3.11.2.1.	Rendimiento individual.....	26
2.3.11.2.2.	Rendimiento general.....	26
2.3.11.2.3.	Rendimiento específico.....	26
2.3.11.2.4.	Rendimiento social.....	26
2.4.	SISTEMA DE HIPÓTESIS.....	27
2.5.	VARIABLES DE INVESTIGACIÓN.....	27
2.6.	Operacionalización de variables.....	28
CAPÍTULO III.....		29
3.	MARCO METODOLÓGICO.....	29
3.1.	Método de investigación.....	29
3.2.	Diseño de la investigación.....	29
3.3.	Tipo de investigación.....	29
3.4.	Población y muestra.....	30
3.4.1.	Población.....	30

3.4.2.	Muestra .....	30
3.5.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....	30
3.5.1.	Técnica.....	30
3.5.2.	Instrumentos.....	30
3.6.	Procesamiento y análisis de datos.....	31
CAPÍTULO IV .....		32
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	32
4.1.	Análisis e interpretación de datos respecto a la guía didáctica realizada para los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno.....	32
CAPÍTULO V .....		41
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	41
5.1.	Conclusiones .....	41
5.2.	Recomendaciones .....	42
BIBLIOGRAFÍA .....		43
CAPÍTULO VI.....		45
6.	PROPUESTA.....	45
6.1.	Tema .....	45
6.2.	OBJETIVOS .....	45
6.2.1.	Objetivo general.....	45
6.2.2.	Objetivo específico .....	45
6.3.	FUNDAMENTACIÓN – METODOLOGÍA .....	45
6.4.	CONTENIDO .....	46
Anexos.....		47

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 1 Importancia del estudio de la matemática.....	32
Tabla N° 2 El uso de una guía como medio de aprendizaje facilita la enseñanza de la matemática.....	33
Tabla N° 3 Una guía ayuda a llenar vacíos de aprendizaje de la matemática. ....	34
Tabla N° 4 El docente realiza ejercicios fáciles en aula.....	35
Tabla N° 5 El aprendizaje de la matemática con métodos de fácil comprensión.....	36
Tabla N° 6 Exposiciones por parte del docente.....	37
Tabla N° 7 Metodología innovadora. ....	38
Tabla N° 8 Nuevas metodologías para motivar el aprendizaje. ....	39
Tabla N° 9 Dinámicas grupales para aprender y profundizar su conocimiento.....	40

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1 Importancia del estudio de matemática .....	32
Gráfico N° 2 El uso de una guía como medio de aprendizaje facilita la enseñanza de matemática .....	33
Gráfico N° 3 Una guía ayuda a llenar vacíos de aprendizaje de matemática.....	34
Gráfico N° 4 El docente realiza ejercicios fáciles en aula.....	35
Gráfico N° 5 El aprendizaje de matemática con métodos de fácil comprensión .....	36
Gráfico N° 6 Exposiciones por parte del docente. ....	37
Gráfico N° 7 Metodología innovadora .....	38
Gráfico N° 8 Nuevas metodologías para motivar el aprendizaje. ....	39
Gráfico N° 9 Dinámicas grupales para aprender y profundizar su conocimiento. ....	40



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

“MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU  
RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE  
DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA PARTICULAR NAZARENO  
EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015”

**RESUMEN**

La aplicación de métodos y técnicas de enseñanza de la matemática es fundamental en el proceso de aprendizaje a fin de identificar su relación con el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015. Esta investigación tiene como finalidad ayudar a los jóvenes a mejorar su rendimiento académico, al analizar la referencia bibliográfica se pudo clarificar dudas y observar los métodos de enseñanza aprendizaje aplicada en estudiantes de décimo año de educación general básica, identificar los métodos y técnicas activas y pasivas de enseñanza utilizadas por el docente de matemática si ayudan al estudiante en el proceso enseñanza aprendizaje y aplicar las técnicas activas y pasivas en los estudiantes mediante una guía didáctica. Para la realización de esta investigación se aplicó el método científico, el diseño de esta investigación es bibliográfico y de campo, se trabajó con 26 estudiantes la cual se aplicó una encuesta para la recopilación de la información de la cual se pudo evidenciar que el 85% de los estudiantes acotan que es más fácil aprender de una manera didáctica, el 46% manifestó que el docente no enseña de una manera didáctica, el 96% los docentes deben utilizar nuevas metodologías para motivar a los estudiantes a aprender y finalmente el 73% si le gustaría contar con guía de matemáticas que facilite el aprendizaje y mejore su rendimiento académico. Se concluye que la aplicación de una guía didáctica de matemática ayuda a mejorar el rendimiento académico, su comprensión, mismo que permite que el estudiante ayude a construir su conocimiento de una manera didáctica basadas en la teoría de Piaget.

## **ABSTRACT**

The application of methods and techniques of teaching mathematics is essential in the learning process to identify its relationship with the academic performance of students in the tenth year of the Special Education Unit Nazarene in the academic year 2014-2015. This research aims to help young people improve their academic performance, analyzing the bibliographic reference could clarify doubts and observe the methods of teaching and learning applied to students in the tenth year of basic education, identify methods and active and passive teaching techniques used by teachers of mathematics if they help the student in the teaching-learning process and implement active and passive techniques in students through a tutorial. To carry out this research, the scientific method is applied, the design of this research is bibliographic and field, a survey for gathering information was applied with 26 students, 85% students said that is easier to learn in a didactic way, 46% said the teach does not teach in a didactic way, 96% teachers must use new methods to motivate students to learn and finally 73% express that they would like to have math guide that facilitates learning and improvement of academic performance. The conclusion is that the application of a mathematics tutorial helps to improve academic performance, their understanding, it allows the students to build their knowledge in a didactic way based on Piaget's theory.

Reviewed by: Mg. Marcela González R.

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación recoge los resultados de un estudio sobre los métodos y técnicas aplicadas que permiten mejorar el rendimiento académico, utilizadas en los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015, misma que tiene la finalidad de comprender los métodos que aplica el docente en el proceso de enseñanza de la matemática.

Esta investigación es importante ya que se obtiene información de los estudiantes sobre los métodos y técnicas que aplican los docentes en la hora clase, además se pudo evidenciar el proceso evolutivo que va más allá de una simple asignación de calificaciones, la forma de construir el conocimiento que tiene los estudiantes, así como las técnicas y métodos aplicados por los docentes.

La investigación se resumen en:

**Capítulo I:** El Marco Referencial que consta el tema de investigación, planteamiento, formulación y delimitación del problema, justificación y objetivos en los que se orienta la investigación.

**Capítulo II:** Marco Teórico en donde se define antecedentes, conceptos fundamentales y teorías científicas.

**Capítulo III:** Marco Metodológico, se puntualiza, la modalidad, tipo, métodos, técnicas e instrumentos de investigación, necesarios para desarrollar el trabajo investigativo.

**Capítulo IV:** Análisis de Resultados, en los que consta cuadro y gráficos que son tabulados e interpretados.

**Capítulo V:** Están las Conclusiones y Recomendaciones de las variables que son objeto de estudio.

**Capítulo VI:** Se detallan los lineamientos de la propuesta, especificando objetivos, fundamentación y contenido de la misma.

# CAPÍTULO I

## 1. MARCO REFERENCIAL

### 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación es un proceso de socialización de las personas a través del cual se desarrollan capacidades físicas e intelectuales, habilidades, destrezas, técnicas de estudios y formas de comportamiento ordenadas con un fin social.

Es por esto que existe, actualmente, en todo el campo de la investigación educativa, a nivel mundial, la preocupación por la búsqueda de nuevas estrategias de enseñanza y de aprendizaje que originen una mejor y mayor eficiencia del binomio profesor-estudiante, que le permitan abarcar todos los fines que la educación se plantea en medio de las sociedades del mundo.

El docente debe proporcionar al estudiante una orientación acerca de la matemática, debe utilizar actividades didácticas apropiadas, con el objeto de facilitar y orientar el estudio donde versará su vida cotidiana, debe proveer al alumno los métodos de razonamiento básicos para plantear ejercicios matemáticos a resolver, cuya ejecución le permitirá afianzar sus conocimientos.

Según Molina (1999) a medida que el alumno resuelva correctamente un mayor número de ejercicios, mejor preparado estará para proseguir sus estudios, para ello se requiere un amplio conocimiento del lenguaje coloquial y lenguaje matemático y su aplicación en la vida cotidiana.

Al ser esta una realidad en las Instituciones Educativas, realizando un diagnóstico en la Unidad Educativa Particular Nazareno, referente a los conocimientos que los estudiantes tienen de la Matemática, se ha detectado una deficiencia de los mismos en la asignatura, teniendo en cuenta que estudiantes y docentes hacen uso de la matemática como el proceso de resolución de problemas, esta realidad ha orientado verificar el tipo de métodos y técnicas que el docente aplica para tener el aprendizaje significativo del estudiante.



Frente a este contexto la presente investigación pretende tomar como muestra al décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno para ver la influencia de los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática y su relación con el rendimiento académico considerando que el sistema de aprendizaje está bajo los métodos constructivistas dando primordial atención al aprendizaje significativo y funcional; esto permitirá que el alumno este en un ambiente de trabajo de acuerdo a sus necesidades.

## **1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

¿De qué manera influyen los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática en el rendimiento académico de los estudiantes?

## **1.3. OBJETIVOS**

### **1.3.1. GENERAL**

- Analizar la influencia de los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática en el rendimiento académico de los estudiantes.

### **1.3.2. ESPECÍFICOS**

- Observar los métodos de enseñanza aprendizaje aplicada en los estudiantes de décimo año de educación general básica.
- Identificar los métodos y técnicas activas y pasivas de enseñanza por el docente de matemática que ayudan al estudiante en el proceso enseñanza aprendizaje.
- Elaborar una guía de métodos y técnicas activas y pasivas de matemática.
- Aplicar y evaluar las técnicas activas y pasivas en los estudiantes mediante una guía didáctica.

#### **1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA**

Toda asignatura relacionada con las Ciencias Exactas desde tiempos atrás se ha convertido en uno de los temores más grandes de los estudiantes, ya que son asignaturas que necesitan de razonamiento; y, además, poseen un grado de complejidad y requieren una práctica constante.

El Modelo Educativo Institucional de la Unidad Educativa Particular Nazareno, promueve el uso de metodologías interactivas, donde el rol del docente es de promotor, dinamizador, organizador y facilitador del conocimiento.

Por lo cual con la investigación nos ayuda a saber qué métodos y técnicas se debe utilizar para el mejor rendimiento académico y lograr aprendizajes significativos en el estudiante.

En este sentido, Montero Rojas (2007) indica que el “rendimiento académico no es el producto analítico de una única aptitud, sino el resultado sintético de la suma de elementos que actúan, y desde la persona que aprende, en torno a elementos de carácter institucional”.

Es importante realizar la investigación puesto que los resultados constituyen un referente importante no solo para los estudiantes sino también servirán como orientación para los docentes, se espera que este documento sea de utilidad para la institución involucrada en la investigación.

Esta investigación es factible porque el Docente del Décimo año de Educación Básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno autoriza para que se realice la investigación, se considera que la investigación se realizará en un semestre lo cual está dentro de los límites para la graduación y además los gastos que corran durante la investigación están dentro de las posibilidades económicas de quien lo realiza.

## **CAPÍTULO II**

### **2. MARCO TEÓRICO**

#### **2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIONES ANTERIORES CON RESPECTO DEL PROBLEMA QUE SE INVESTIGA.**

Revisando los archivos existentes en la biblioteca de la Universidad Nacional de Chimborazo, Facultad de Ciencias de la Educación Humanas y Tecnologías, Escuela de Ciencias hemos comprobado que no existe un estudio de investigación que muestre relación con nuestro tema de investigación.

El presente estudio es realizado por primera vez en la Escuela de Ciencias, Especialidad Ciencias Exactas de la Facultad de Ciencias de la Educación Humanas y Tecnologías en la Universidad Nacional de Chimborazo, puesto que no existen investigaciones similares al mismo, es por ello que los datos recopilados durante nuestra investigación servirán como guía o pauta inicial para aclarar esta problemática.

#### **2.2. FUNDAMENTACIÓN**

##### **2.2.1. Fundamentación filosófica**

“El constructivismo plantea que nuestro mundo es un mundo humano, producto de la interacción humana con los estímulos naturales y sociales que hemos alcanzado a procesar desde nuestras "operaciones mentales (Jean Piaget). Esta posición filosófica constructivista implica que el conocimiento humano no se recibe en forma pasiva ni del mundo ni de nadie, sino que es procesado y construido activamente, además la función cognoscitiva está al servicio de la vida, es una función adaptativa, y por lo tanto el conocimiento permite que la persona organice su mundo experiencial y vivencial. La enseñanza constructivista considera que el aprendizaje humano es siempre una construcción interior. Para el constructivismo la objetividad en sí misma, separada del hombre no tiene sentido, pues todo conocimiento es una interpretación, una construcción mental de donde resulta imposible aislar al investigador de lo investigado. El aprendizaje es siempre una reconstrucción interior y subjetiva. El lograr entender el problema de la construcción del conocimiento ha sido objeto de preocupación filosófica desde que el hombre ha empezado

a reflexionar sobre sí mismo. Se plantea que lo que el ser humano es esencialmente producto de su capacidad para adquirir conocimientos que les han permitido anticipar, explicar y controlar muchas cosas”. (EcuRed, 2015).

### **2.2.2. Fundamentación social**

“La contribución de Vygotsky ha significado que el aprendizaje no se considere como una actividad individual, sino más bien social. Se debe valorar la interacción social en el aprendizaje. Se ha comprobado que el estudiante aprende más eficaz cuando lo hace en forma cooperativa. Si bien es cierto la enseñanza debe individualizarse en el sentido de permitir a cada alumno trabajar con independencia y a su propio ritmo, es necesario promover la colaboración y el trabajo grupal, ya que se establecen mejores relaciones con los demás, aprenden más, se sienten más motivados, aumenta su autoestima y aprenden habilidades sociales más efectivas”. (EcuRed, 2015).

### **2.2.3. Fundamentación psicológica**

“El constructivismo tiene como fin que el alumno construya su propio aprendizaje, por lo tanto, el profesor en su rol de mediador debe apoyar al alumno para: enseñarle a pensar, enseñarle sobre el pensar y enseñarle sobre la base del pensar”. (EcuRed, 2015).

### **2.2.4. Fundamentación pedagógico**

No es nuevo afirmar que la psicología genética ha tenido un enorme impacto sobre la educación. Numerosos autores han destacado la influencia que esta teoría psicológica ha ejercido sobre las teorías y las prácticas educativas. Dentro de este marco, la pedagogía en tanto teoría que permite explicar los procesos a través de los cuales los sujetos construyen su conocimiento, ha tenido mucho para decir y se le ha hecho decir mucho también. Es decir se trata de trabajos o proyectos en los cuales la psicología genética ha sido utilizada como base para el diseño de programas educativos, métodos de enseñanza, estrategias didácticas. Es decir, trabajos en los que aparecen propuestas para ser aplicadas en la educación. (Galeon, 2008).

## 2.3. Fundamentación teórica

### 2.3.1. Enseñanza

Para (UNESCO, 2014), según la enseñanza ha sido considerada en el sentido estrecho de realizar las actividades que lleven al estudiante a aprender, en particular, instruirlo y hacer que ejercite la aplicación de las habilidades. Los nuevos estudios se enfocaron en la enseñanza para la comprensión, la cual implica que los estudiantes aprenden no sólo los elementos individuales en una red de contenidos relacionados sino también las conexiones entre ellos, de modo que pueden explicar el contenido de sus propias palabras y pueden tener acceso a él y usarlo en situaciones de aplicación apropiadas dentro y fuera de la escuela. (Unter, 2010)

#### 2.3.1.1. Modelos de Enseñanza

Según Jean Pierre Astolfi, hay tres modelos predominantes de enseñanza (el que se transmite, el que se condiciona y finalmente el que se construye), cada modelo dispone de una lógica y coherencia que habrá de caracterizarlo. Sobre todo, cada uno de estos responde a diferentes situaciones de eficiencia.

Para poder identificar un Modelo de enseñanza necesitamos conocer sus características que pueden resumir en:

- **Enfoque.-** Los enfoques de enseñanza son modelos utilizados por el docente al momento de explicar, enseñar contenidos a los alumnos con un propósito u objetivos que llevarán a cabo dentro de la clase con el fin de poder desarrollar conocimientos en los educandos.
- **Metodología.-** La palabra metodología viene del griego (metá "más allá", odós "camino", logos "estudio"). Se refiere a los métodos de investigación que se siguen para alcanzar los objetivos de una ciencia.
- **Evaluación.-** La evaluación del proceso de enseñanza permite detectar necesidades de recursos humanos y materiales, de formación, infraestructura.

“Racionaliza tanto el uso interno de estos recursos como las demandas dirigidas a la Administración, para que los facilite en función de las necesidades. Los procesos de evaluación tienen por objeto tanto los aprendizajes de los alumnos como los procesos mismos de enseñanza. La información que proporciona la evaluación sirve para que el equipo de profesores disponga de información relevante, con el fin de analizar críticamente su propia intervención educativa y tomar decisiones al respecto.

Es importante resaltar que la evaluación de la propia práctica docente, bien sea de forma individual o del conjunto del equipo, se muestra como una de las estrategias de formación más potentes para mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje”.(Aucapiñ & Gía, 2010).

### **2.3.1.2. Tipo de modelo de Enseñanza**

“Este modelo considera que en el proceso de enseñanza la función del profesor es explicar claramente y exponer de manera continúa su temática, y si existen errores es responsabilidad del alumno por no adoptar la actitud esperada; además el alumno es visto como una página en blanco, que hay que llenar considerándolo así un individuo pasivo.

Dentro de esta concepción educativa se pueden distinguir dos enfoques principales:

- 1. Enciclopédico:** donde al docente se le considera un especialista o una enciclopedia llena de información; la enseñanza es la sencilla transmisión de conocimientos que se resumen en una acumulación de los mismos.

Dentro de este enfoque no se distingue entre saber y saber enseñar.

- 2. Comprensivo:** Donde el docente es un intelectual que comprende lógicamente la estructura de la materia y la transmite. En ninguno de los dos enfoques tratados se da importancia al conocimiento pedagógico, ya que no está relacionada con las disciplinas y la metodología a utilizar. Pues no es lo mismo enseñar historia, que enseñar física ya que la primera es un aprendizaje teórico y la segunda es un aprendizaje teórico-práctico.

### **2.3.1.3. Modelo conductista y de condicionamiento o pedagogía conductista.**

Este tipo de modelo está basado en la teoría de Jean Pierre (estudio de la conducta) y también en los estudios de B.F. Skinner e Iván Pávlov sobre aprendizaje, aquí para alcanzar su objetivo generalmente se dan los medios para llegar al comportamiento esperado y verificar su obtención, la dificultad es que nada garantiza que el comportamiento externo se relacione con el mental. (Aucapiñ & Gía, 2010).

- **Modelo cognoscitivo.** Este modelo es utilizado para la enseñanza y se recomienda la participación activa de los estudiantes, el énfasis en la estructura y organización del conocimiento.

Los fundamentos cognoscitivistas exigen que los profesores organicen actividades de acuerdo al nivel del estudiante, con la finalidad de lograr que los alumnos obtengan por sí mismos el aprendizaje de manera participativa, mediante diversas actividades, entre estas están: (Aucapiñ & Gía, 2010).

- Observación.
- Recolección de datos.
- Generación y prueba de hipótesis.
- Trabajo cooperativo.

### **2.3.2. Métodos de Enseñanza**

Los métodos de enseñanza se clasifican en: expositivo, expositivo-demostrativo, por descubrimiento, en cuanto a la forma de razonamiento (método deductivo, método inductivo, método analógico o comparativo), en cuanto a las actividades de los alumnos (método pasivo, método activo), en cuanto a la relación entre el profesor y el alumno, (método individual, método recíproco, método colectivo), en cuanto a la aceptación de lo enseñado (método dogmático, método heurístico), los métodos en cuanto al abordaje del tema de estudio (método analítico, método sintético). A continuación, se presentan los métodos identificados con la teoría de base que los sustenta.

### **2.3.2.1. La teoría de aprendizaje de David Ausubel y la enseñanza expositiva.**

Propuesto por Ausubel (1976), su base es la enseñanza expositiva, el mismo que entiende por aprendizaje como el proceso de integración y organización de información en la estructura cognitiva del sujeto. Las representaciones que hace su experiencia, se ordenan como un sistema de conceptos estructurados y es organizado en la estructura cognitiva. Partiendo de esto, Ausubel concluye que resulta necesario considerar en el proceso de enseñanza la estructura cognitiva del alumno, de manera que sirva de maniobra para el nuevo aprendizaje o que pueda llegar a desarrollar un cambio conceptual. "Averiguar lo que el alumno sabe significa identificar los conceptos relevantes que posee el alumno y hasta qué punto los tiene diferenciados; esto es identificar su Estructura Cognitiva, lo que no es tarea sencilla. El mismo Ausubel afirma que si tuviera que resumir en un solo principio toda la Psicología Cognitiva diría lo siguiente: Averígüese lo que el alumno ya sabe y actúese en consecuencia. En resumen, una estructura cognitiva supone una serie de conceptos interrelacionados, capaces de incluir conceptos nuevos y de establecer con ellos relaciones de derivación, deducción, correspondencia, soporte, representación, etc." Es así como una metodología expositiva, bajo los términos del aprendizaje significativo que plantea Ausubel (1976), va a tomar atención a la organización del material de enseñanza en unidades secuenciadas.

### **2.3.2.2. De la teoría del aprendizaje observacional y la enseñanza demostrativa.**

El método demostrativo se basa en el planteamiento de la teoría del aprendizaje social sobre el modelamiento. Aquí se destaca la obra de Bandura (1990) el mismo que fue más allá de los postulados conductistas sobre los mecanismos del aprendizaje pero no descarta algunos principios del conductismo y plantea agregar otro tipo de aprendizaje "el aprendizaje por observación" Bandura (1990) plantea en otras palabras, que la conducta humana se da en términos de la interacción recíproca de determinantes cognoscitivos, conductuales y ambientales y no el simple modelamiento por medio de reforzamientos. Nérici (1982) asocia el método demostrativo de enseñanza, a la orientación metodológica que desarrolla estrategias inclinados a comprobar lo que se está enseñando, ya sea una práctica o una teoría. Así, en el caso de una demostración intelectual, el docente recurrirá a una argumentación lógica, mientras que en la transmisión de un conocimiento científico a la demostración experimental. Es así, entonces que en el método demostrativo, es posible encontrar un enlace entre el modelamiento, la observación y la demostración.



### 2.3.2.3. Jerome Bruner y la Enseñanza por Descubrimiento.

Bruner (1984) considera el aprendizaje como el proceso de “reordenar o transformar los datos de modo que permitan ir hacia una comprensión”; es un proceso activo en la que el sujeto selecciona, procesa y organiza de forma particular la información. El aprendizaje más significativo, para el autor, es aquel desarrollado por medio de descubrimientos, de este modo el conocimiento se vuelve útil y real para quien lo descubre. La enseñanza por descubrimiento considera que el alumno es capaz de aplicar sus aprendizajes a situaciones nuevas, previo a la estructuración y organización personal del conocimiento, y por lo mismo no le da importancia al objetivo de almacenar información y a la tendencia de entregarla si está bien elaborada. Esto se basa en la idea de que cada persona tiene la experiencia de distintas formas, ya sea a un nivel de representación inactiva, simbólica, según su estado de desarrollo, características personales y la influencia del entorno.

De este modo el sujeto adulto deberá utilizar adecuadamente los tres niveles de representación de la realidad. Para Bruner (1979), el estudiante debe construir su conocimiento (descubriéndolo) y organizarlo en su estructura cognitiva a través de los distintos niveles de representación, lo que significa que aprende cuando transforma la información según las reglas con las que representa su experiencia. Como método de enseñanza por descubrimiento, busca alcanzar objetivos de aplicación. Con los objetivos de aplicación se persigue que el alumno traduzca o interprete lo comprendido, es decir, supone una comprensión previa de un método o concepto (podría ser a través de un aprendizaje asimilativo), esto los métodos en cuanto a la forma de razonamiento.

- **Método Deductivo:** Es cuando el asunto estudiado procede de lo general a lo particular.
- **Método Inductivo:** Es cuando el asunto estudiado se presenta por medio de casos particulares, sugiriéndose que se descubra el principio general que los rige.
- **Método Analógico o Comparativo:** Cuando los datos particulares que se presentan permiten establecer comparaciones que llevan a una conclusión por semejanza.

### 2.3.3. Métodos de enseñanza de la matemática

#### 2.3.3.1. Método Pasivo

Se le denomina de este modo cuando se resalta la actividad del profesor, permaneciendo los alumnos en actitud pasiva y recibiendo los conocimientos y el saber suministrado por aquél, a través de:

- Dictados.
- Lecciones marcadas en el libro de texto.
- Preguntas y respuestas, con obligación de aprenderlas de memoria.
- Exposición Dogmática.

#### 2.3.3.2. Método Activo

Es cuando se tiene en cuenta el avance de la clase contando con la participación del alumno. La clase se desenvuelve por parte del alumno, convirtiéndose el profesor en un orientado.

##### 2.3.3.2.1. Los métodos en cuanto a la relación entre el profesor y el alumno.

- **Método individual:** La educación de un solo alumno. Es recomendable en alumnos que por algún motivo se hayan atrasado en sus clases.
- **Método recíproco:** Se llama así al método del cual el profesor encamina a sus alumnos para que enseñen a sus condiscípulos.
- **Método colectivo:** El método es colectivo cuando tenemos un profesor para muchos alumnos. Este método no sólo es más económico, sino también más democrático”. (Aucapiñ & Gía, 2010).

##### 2.3.3.2.2. Los métodos en cuanto a la aceptación de lo enseñado.

- **Método dogmático:** Este método impone al alumno observar sin discusión lo que el profesor enseña, en la suposición de que eso es la verdad y solamente le cabe absorber toda a la vez, la misma que está siéndole ofrecida por el docente. (Aucapiñ & Gía, 2010).

- **Método heurístico:** (Del griego heurístico = yo encuentro). Consiste en que el profesor incite al alumno a comprender antes de fijar, implicando justificaciones o fundamentaciones lógicas y teóricas que pueden ser presentadas por el profesor o investigadas por el alumno. (Aucapiñ & Gía, 2010).

#### 2.3.3.2.3. Los métodos en cuanto al abordaje del tema de estudio.

- **Método analítico.-** (del griego análisis, que significa descomposición). Este método implica el análisis, es la separación de un todo en sus partes o en sus elementos constitutivos. Se apoya en que para conocer un fenómeno es necesario descomponerlo en sus partes.
- **Método sintético.-** Implica la síntesis (del griego synthesis, que significa reunión), esto es, unión de elementos para formar un todo. (Aucapiñ & Gía, 2010).
- **Metodología expositiva.-** Se caracteriza por la exposición de contenidos a los estudiantes. El docente tiene un papel directivo. El estudiante, por su parte, suele ser pasivo y, generalmente se limita a ‘recibir’ los contenidos que transmite el docente. Este conocimiento es formalizado y sistemático. Las fuentes de información que se utilizan son indirectas, no provienen de la experiencia directa de los sujetos.

Las ventajas frente a otros métodos, sobre todo, cuando se utiliza en gran grupo son las siguientes: El docente puede focalizar el aprendizaje sobre los aspectos de la materia que considere relevantes. Requiere menos tiempo para que el estudiante aprenda, al ofrecer la información sistematizada y elaborada previamente. Requiere menor uso y preparación de materiales del docente y del estudiante y suele ser útil para los niveles superiores de la enseñanza.

- **Método interactivo.-** Este método consiste en una ‘transacción’ entre docente y alumnado mediante el debate o diálogo para profundizar en un tema. Pueden darse métodos interactivos más ‘mecánicas’ dónde el docente pregunta y el alumnado responde y pueden darse interacción más “abierta” donde el docente estimula la participación y debate del estudiantado. Este método, también se conoce como método socrático o comunicativo por ser más flexible, enriquecedora y económica de todas las metodologías.
  
- **Método de descubrimiento.-** Esta se caracteriza por utilizar como fuente de aprendizaje, la experiencia del sujeto. El estudiante obtiene la información de manera activa y constructiva. Existen dos modalidades o variantes de este método según el enfoque docente y el tipo de asignatura.
  
- a) **El método de descubrimiento ‘activo-reproductivo’.-** En este método el docente permanece más pasivo y el estudiante tiene un papel más activo en el aprendizaje, aunque se centra mucho en la reproducción del contenido. Algunas actividades que el docente realiza en este método son: presentar modelos concretos o criterios para que los alumnos apliquen y practiquen, sobre la base de lo planteado.

Los procedimientos más usuales son:

- El estudio de casos concretos (estudio de un territorio, análisis de una obra de arte, etc.).
- Las prácticas abiertas en la realidad (estancia en centros educativos o en empresas).
- La expresión creativa (elaboración de cuentos, pinturas, esculturas, etc.,)
- Los trabajos de elaboración o investigación (uso de materiales nuevos en la construcción o la dieta de las personas mayores en canarias o en un municipio concreto).

#### **2.3.4. Técnica de enseñanza de la matemática**

Es el conjunto de procedimientos, tácticas o recursos de los que se vale una ciencia, arte, un oficio o una profesión. Cuando se habla de educación una técnica de enseñanza es un tipo de acción concreta, planificada por el docente y llevada a cabo por el propio docente y sus estudiantes con la finalidad de alcanzar objetivos de aprendizaje.

Las técnicas de enseñanza son variadas, se pueden adaptar a cualquier disciplina o circunstancia de enseñanza-aprendizaje y pueden aplicarse de modo activo para propiciar la reflexión de los alumnos.

En este texto se conciben como el conjunto de actividades que el maestro estructura para que el alumno construya el conocimiento lo transforme, lo problematice, y lo evalúe; además de participar junto con el alumno en la recuperación de su propio proceso. De este modo las técnicas didácticas ocupan un lugar medular en el proceso de enseñanza aprendizaje, son las actividades que el docente planea y realiza para facilitar la construcción del conocimiento.

### **2.2.3.1 Diferentes Técnicas**

#### **➤ Lectura comentada**

Consiste en la lectura de un documento de manera total, párrafo por párrafo, por parte de los participantes, bajo la conducción del instructor. Al mismo tiempo, se realizan pausas con el objeto de profundizar en las partes relevantes del documento en las que el instructor hace comentarios al respecto.

Principales usos: Útil en la lectura de algún material extenso que es necesario revisar de manera profunda y detenida. Proporciona mucha información en un tiempo relativamente corto.

Desarrollo: Introducción del material a leer por parte del instructor. Lectura del documento por parte de los participantes. Comentarios y síntesis a cargo del instructor.

Recomendaciones: Seleccionar cuidadosamente la lectura de acuerdo al tema. Calcular el tiempo y preparar el material didáctico según el número de participantes. Procurar que lean diferentes miembros del grupo y que el material sea claro. Hacer preguntas para verificar el aprendizaje y hacer que participe la mayoría.

#### **➤ Lluvia de ideas**

Es una técnica en la que un grupo de personas, en conjunto, crean ideas, tal cual, las exponen, las anotan aunque después las vayan sistematizando, priorizando y ordenando. Esto es casi siempre más productivo que cada persona pensando por sí sola.

Principales usos: Cuando deseamos o necesitamos obtener una conclusión grupal en relación a un problema que involucra a todo un grupo. Cuando es importante motivar al grupo, tomando en cuenta las participaciones de todos, bajo reglas determinadas.

➤ **Técnica expositiva**

La exposición como aquella técnica que consiste principalmente en la presentación oral de un tema. Su propósito es "transmitir información de un tema, propiciando la comprensión del mismo", para ello el docente se auxilia en algunas ocasiones de encuadres fonéticos, ejemplos, analogías, dictado, preguntas o algún tipo de apoyo visual; todo esto establece los diversos tipos de exposición que se encuentran presentes y que se abordan a continuación:

Exposición con preguntas: En donde se favorecen principalmente aquellas preguntas de comprensión y que tienen un papel más enfocado a promover la participación grupal.

Descripción: Es la técnica básica en la comunicación verbal de un tema ante un grupo de personas.

Principales usos: Para exponer temas de contenido teórico o informativo. Proporcionar información amplia en poco tiempo. Aplicable a grupos grandes y pequeños.

➤ **Técnica biográfica**

Se exponen los hechos o problemas a través del relato de las vidas de personajes que contribuyeron con sus descubrimientos y trabajo al conocimiento de la humanidad.

➤ **Técnica exegética**

Es una lectura comentada y pretende comunicar e interpretar y se puede aplicar en todas las áreas.

➤ **Técnica de efemérides**

Se basa en el estudio de acontecimientos o fechas significativas a lo largo del ciclo escolar. Las efemérides pueden ser aprovechadas en asambleas cívicas.

### ➤ **Técnica del interrogatorio**

Consiste en plantear preguntas a los alumnos con el fin de conocer las dificultades de los alumnos, conocimientos, conducta, manera de pensar, intereses y valores. Al aplicar esta técnica, las preguntas deben apoyarse en procesos de reflexión y dirigirse a la clase en general para que todos piensen en la posible respuesta y luego el profesor señalará quien debe responder. Cuando un alumno no sabe responder, el docente se dirigirá a otro. En el caso de que la falta de respuesta persista, debe preguntar a toda la clase quién quiere responder. El docente responderá cuando esté convencido de que la clase es incapaz de hacerlo.

### ➤ **Técnica de la argumentación**

Es una forma de interrogatorio destinado a comprobar lo que el alumno debería saber. Se encamina a diagnosticar conocimientos, por eso es un interrogatorio de verificación del aprendizaje. Esta técnica exige el conocimiento del contenido que será tratado y requiere la participación activa del alumno.

### ➤ **Técnica del diálogo**

Es otra forma de interrogatorio, cuyo fin es llevar a los alumnos a la reflexión valiéndose de razonamientos. El principio básico es que el docente propone alguna cuestión y debe encauzar al alumno para que encuentre soluciones.

### ➤ **Técnica del seminario**

Encuentro didáctico donde se desarrolla un estudio profundo sobre un tema, donde los participantes interactúan con un especialista y todos elaboran la información en colaboración recíproca. Puede desarrollarse en el horario de clases o en horario extraordinario.

### ➤ **Recursos y apoyos didácticos**

Definición de apoyos didácticos. En el proceso de Enseñanza - Aprendizaje los medios de enseñanza constituyen un factor clave dentro del proceso didáctico. Ellos favorecen que la comunicación bidireccional que existe entre los protagonistas pueda establecerse de manera más afectiva. En este proceso de comunicación intervienen diversos componentes

como son: la información, el mensaje, el canal, el emisor, el receptor, la codificación y descodificación.

En la comunicación, cuando el cambio de actitud que se produce en el sujeto, después de interactuar estos componentes, es duradero, decimos que se ha producido el aprendizaje. Los medios de enseñanza desde hace muchos años han servido de apoyo para aumentar la efectividad del trabajo del profesor, sin llegar a sustituir la función educativa y humana del maestro, así como racionalizar la carga de trabajo de los estudiantes y el tiempo necesario para su formación científica, y para elevar la motivación hacia la enseñanza y el aprendizaje. Hay que tener en cuenta la influencia que ejercen los medios en la formación de la personalidad de los alumnos. Los medios reducen el tiempo dedicado al aprendizaje porque objetivan la enseñanza y activan las funciones intelectuales para la adquisición del conocimiento, además, garantizan la asimilación de lo esencial.

#### ➤ **Experiencia estructurada**

Consideramos a la experiencia estructurada como una serie de actividades que el docente organiza con una lógica propia para abordar o trabajar cierto tema dentro de una clase, exigiendo al alumno involucrarse en el proceso educativo invocando diversas habilidades tanto físicas como mentales.

La experiencia estructurada se fundamenta en dos o más técnicas didácticas que el docente combina de diversas maneras según cree cumplir el objetivo de su clase.

#### ➤ **Resolución de problemas**

Entendemos por resolución de problemas aquellas actividades que enfrentan los alumnos ante situaciones nuevas que requieren solución.

Este tipo de actividades exige de los alumnos procesos mentales como la reflexión, el análisis, la toma de decisiones y la aplicación de conocimientos antes vistos.

Pero más que nada los enfrenta a un reto, un desafío que ellos tienen que resolver.

La resolución de problemas se concibe ahora normalmente, como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas,



técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

### **2.3.5. Teorías del aprendizaje**

“Cuando un individuo se enfrenta a una situación, en particular a un problema matemático, intenta asimilar dicha situación a esquemas cognitivos existentes. Es decir, intentar resolver tal problema mediante los conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación.

El binomio asimilación-acomodación produce en los individuos una reestructuración y reconstrucción de los esquemas cognitivos existentes. Estaríamos ante un aprendizaje significativo. La interpretación que realizan los sujetos sobre el mundo es cualitativamente distinta dentro de cada período, alcanzando su nivel máximo en la adolescencia y en la etapa adulta. Así, el conocimiento del mundo que posee el niño cambia cuando lo hace la estructura cognitiva que soporta dicha información. Es decir, el conocimiento no supone un fiel reflejo de la realidad hasta que el sujeto alcance el pensamiento formal”. (Ibáñez I & Ponce R, 2000).

#### **2.3.5.1. Teoría del número de Piaget**

Según Piaget, “el número es una estructura mental que construye cada niño mediante una aptitud natural para pensar, en vez de aprenderla del entorno. Esto nos lleva a pensar, que por ejemplo, no hace falta enseñar la adición a los niños y niñas del primer nivel y que es más importante proporcionarles oportunidades que les haga utilizar el razonamiento numérico”.(Piaget y matemáticas, 2009).

#### **2.3.5.2. Teoría de Piaget**

Definida también como "Teoría del Desarrollo" por la relación que existe "entre el desarrollo psicológico y el proceso de aprendizaje"; éste desarrollo empieza desde que el niño nace y evoluciona hacia la madurez; pero los pasos y el ambiente difieren en cada niño aunque sus etapas son bastante similares. Alude al tiempo como un limitante en el aprendizaje en razón de que ciertos hechos se dan en ciertas etapas del individuo, paso a paso el niño evoluciona hacia una inteligencia más madura”.(Educar. ec, 1992).

Esta posición tiene importantes implicaciones en la práctica docente y en el desarrollo del currículo. Por un lado da la posibilidad de considerar al niño como un ser individual único e irrepetible con sus propias e intransferibles características personales; por otro sugiere la existencia de caracteres generales comunes a cada tramo de edad, capaces de explicar casi como un estereotipo la mayoría de las unificaciones relevantes de este tramo. (Educar. ec, 1992).

El enfoque básico de Piaget es llamado por él Epistemología Genética que significa el estudio de los problemas acerca de cómo se llega a conocer; el mundo exterior a través de los sentidos. (Educar. ec, 1992).

Su posición filosófica es fundamentalmente Kantiana: ella enfatiza que el mundo real y las relaciones de causa-efecto que hacen las personas, son construcciones de la mente. La información recibida a través de las percepciones es cambiada por concepciones o construcciones, las cuales se organizan en estructuras coherentes siendo a través de ellas que las personas perciben o entienden el mundo exterior. En tal sentido, la realidad es esencialmente una reconstrucción a través de procesos mentales operados por los sentidos. (Educar. ec, 1992).

Se puede decir que Piaget no acepta ni la teoría netamente genética ni las teorías ambientales sino que incorpora ambos aspectos. El niño es un organismo biológico con un sistema de reflejos y ciertas pulsaciones genéticas de hambre, equilibrio y un impulso por tener independencia de su ambiente, busca estimulación, muestra curiosidad, por tanto el organismo humano funciona e interactúa en el ambiente. Los seres humanos son productos de su construcción genética y de los elementos ambientales, vale decir que se nace con estructuras mentales según Kant, Piaget en cambio, enfatiza que estas estructuras son más bien aprendidas; en este sentido la posición Piagetiana es coherente consigo mismo. Si el mundo exterior adquiere trascendencia para los seres humanos en función de reestructuraciones que se operan en la mente, por lo tanto hay la necesidad de interactuar activamente en este mundo, no solamente percibir los objetos, sino indagar sobre ellos a fin de poder entenderlos y estructurarlos mentalmente (esto es lo que hacen los niños y que a veces resulta molesto para padres y maestros. (Educar. ec, 1992).

Piaget enfatiza que el desarrollo de la inteligencia es una adaptación de la persona al mundo o ambiente que le rodea, se desarrolla a través del proceso de maduración, proceso que también incluye directamente el aprendizaje. (Educar. ec, 1992)

Para Piaget existen dos tipos de aprendizaje, el primero es el aprendizaje que incluye la puesta en marcha por parte del organismo, de nuevas respuestas o situaciones específicas, pero sin que necesariamente domine o construya nuevas estructuras subyacentes. El segundo tipo de aprendizaje consiste en la adquisición de una nueva estructura de operaciones mentales a través del proceso de equilibrio. Este segundo tipo de aprendizaje es más estable y duradero porque puede ser generalizado. Es realmente el verdadero aprendizaje, y en él adquieren radical importancia las acciones educativas. Todo docente está permanentemente promoviendo aprendizajes de este segundo tipo, mientras que es la vida misma la constante proveedora de aprendizajes de primer tipo. (Educar. ec, 1992).

La inteligencia está compuesta por dos elementos fundamentales: la adaptación y la organización. La adaptación es equilibrio entre la asimilación y la acomodación, y la organización es una función obligatoria que se realiza a través de las estructuras. Piaget pone énfasis en el equilibrio, y la adaptación es un equilibrio que ha sido alcanzado a través de la asimilación de los elementos del ambiente por parte del organismo y su acomodación, lo cual es una modificación de los esquemas o estructuras mentales como resultado de las nuevas experiencias. En tal sentido los individuos no solamente responden a su ambiente sino que además actúan en él. (Educar. ec, 1992).

La inteligencia se desarrolla a través de la asimilación de la realidad y la acomodación a la misma. Mientras que la adaptación lograda a través de equilibrios sucesivos es un proceso activo; paralelamente el organismo necesita organizar y estructurar sus experiencias. Así es como, por la adaptación a las experiencias y estímulos del ambiente, el pensamiento se organiza a sí mismo y es a través, de esta organización que se estructura. (Educar. ec, 1992).

### **2.3.6. Etapas o estadios de Piaget**

El desarrollo evolutivo consiste en el paso por una serie de etapas o estadios. Según Piaget, cada una de las etapas por las que se pasa durante el desarrollo evolutivo está caracterizada por determinados rasgos y capacidades. Cada etapa incluye a las anteriores y se alcanza en

torno a unas determinadas edades más o menos similares para todos los sujetos normales. A grandes rasgos, las etapas que determinan el desarrollo evolutivo son las siguientes: (Educar. ec, 1992).

### **2.3.6.1. Período de operaciones formales en edad de 11 a 15 años**

#### **a) Génesis de operaciones formales**

- Comienza con un periodo de preparación y estructuración de las operaciones formales, de transición entre el pensamiento concreto y el formal.
- Clasificar clasificaciones, seriar seriaciones hasta la combinatoria.
- Se accede al grupo de las cuatro transformaciones o INRC, (identidad, negación, reciprocidad, correlatividad.).

#### **b) Estructuras operatorias formales**

- Dominio de la estructura de las operaciones formales que le permite movilidad de pensamiento y organización mental.
- Aquí se encuentran dos combinaciones la combinatoria (INRC), identidad, negación, reciprocidad, correlatividad y la estructura de retículo, que son las 16 operaciones binarias de la lógica proposicional.
- Realiza operaciones de variaciones, permutaciones y combinaciones, los esquemas de proporcionalidad, de doble referencia, de equilibrio mecánico, de probabilidad, de correlación, de compensaciones multiplicativas y de conservación que va más allá de la materia aplicándolas en todos los ámbitos, con lo que consigue una nueva forma de relacionarse con el mundo externo que influyen de manera decisiva en el rendimiento de sus alumnos. En la mayoría de los casos, las decisiones para realizar unas u otras tareas de una determinada forma se toman basándose en las creencias que tiene el profesor de que la actuación va a dar buen resultado. Esto es debido a que las creencias suelen estar basadas en la experiencia, en la intuición y en los buenos deseos de que el resultado del trabajo realizado por dicho profesor sea un éxito.

#### **c) Desarrollo del pensamiento matemático**

A lo largo del tiempo han surgido diferentes teorías generales del aprendizaje que, a veces, han sido contradictorias entre sí. Estas teorías se basan en trabajos realizados, sobre todo, por psicólogos que tratan de entender y dar explicación al complejo mecanismo por el cual

los seres humanos llegan a adquirir el conocimiento. Estas teorías tienen gran repercusión en las creencias que tanto los educadores como personas relacionadas con el mundo de la educación poseen sobre cómo llevar a cabo el proceso educativo. De forma muy amplia podemos considerar estas teorías agrupadas en dos grandes bloques. (Castro, Angeles, & Enrique, 2002).

### **2.3.7. Teoría conductista.**

Cada una de estas teorías da una visión propia y distinta de:

- La naturaleza del conocimiento.
- La forma de adquirir el conocimiento.
- Lo que significa saber.

A grandes rasgos se puede decir que la teoría conductista considera que:

- El conocimiento es un conjunto de técnicas y datos a recordar.
- El conocimiento, en sus primeros niveles, se adquiere estableciendo asociaciones.
- Una persona que sabe es aquella que tiene mucha información memorizada y es capaz de recordarla.

### **2.3.8. Teoría cognitiva.**

A grandes rasgos también, la teoría cognitiva considera que:

La esencia del conocimiento matemático es la estructura y ésta se forma a través de conceptos unidos entre sí por relaciones que llegarán a configurar un todo organizado. El conocimiento se adquiere, por tanto, mediante la adquisición de relaciones y el aprendizaje se hace por uno de estos dos procesos: asimilación, o sea, estableciendo relaciones entre las informaciones nuevas y las ya existentes en el sujeto o por integración que son conexiones entre trozos de información que permanecían aislados. Una persona que sabe es aquella capaz de crear relaciones. Se pueden considerar principios de la teoría cognitiva los siguientes:

Hay que estimular en la formación de relaciones.

Como opuesto al aprendizaje de tipo memorístico.

- Hay que ayudar a establecer conexiones y a modificar puntos de vista. Ya que es importante conectar la nueva información con los conocimientos que el alumno posee.

- Hay que estimular favorecer y aprovechar la matemática inventada por los niños ya que estos no imitan de forma pasiva a los mayores sino que son creativos e inventan su propia matemática.

Para la teoría cognitiva la esencia del conocimiento matemático es la comprensión. Mediante la primera teoría se explican, con claridad, las formas de aprendizaje más sencillas como pueden ser la memorización de un número de teléfono o la formación de hábitos, pero no se da una explicación convincente a las formas más complejas de aprendizaje como puede ser la memorización de información significativa o la resolución de problemas. La teoría cognitiva ofrece una visión más exacta del aprendizaje y del pensamiento, explica de manera más adecuada el aprendizaje significativo y la resolución de problemas y el aprendizaje de la matemática en general. (Castro, Angeles, & Enrique, 2002).

### **2.3.9. Teoría del constructivismo**

El constructivismo es una corriente de la pedagogía que se basa en la teoría del conocimiento constructivista. Postula la necesidad de entregar al alumno herramientas (generar andamiajes) que le permitan crear sus propios procedimientos para resolver una situación problemática, lo cual implica que sus ideas se modifiquen y siga aprendiendo. El constructivismo educativo propone un paradigma en donde el proceso de enseñanza se percibe y se lleva a cabo como proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción operada por la persona que aprende (por el “sujeto cognoscente”). El constructivismo en pedagogía se aplica como concepto didáctico en la Enseñanza orientada a la acción. (EcuRed, 2015).

Se considera al alumno poseedor de conocimientos, con base a los cuales habrá de construir nuevos saberes. No pone la base genética y hereditaria en una posición superior o por encima de los saberes. Es decir, a partir de los conocimientos previos de los educandos, el docente guía para que los estudiantes logren construir conocimientos nuevos y significativos, siendo ellos los actores principales de su propio aprendizaje. Un sistema educativo que adopta el constructivismo como línea psicopedagógica se orienta a llevar a cabo un cambio educativo en todos los niveles.(EcuRed, 2015).

### **2.3.10. Matemática**

El saber matemática, además de ser satisfactorio, es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficiencia en un mundo “matematizado”. La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en esta ciencia, a través, de establecer lógica de razonamiento, los estándares de la Matemática se organizan en los siguientes dominios de conocimiento, que progresan en cinco niveles. (Ministerio de Educación , 2014).

### **2.3.11. Rendimiento académico**

El rendimiento académico hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar, terciario o universitario. Un estudiante con buen rendimiento académico es aquél que obtiene calificaciones positivas en los exámenes que debe rendir a lo largo de una cursada. (Ecured, 2015).

Lo anterior en otras palabras da a entender que el rendimiento académico es una medida de las capacidades del alumno, que expresa lo que ha aprendido a lo largo del proceso enseñanza – aprendizaje. También supone la capacidad del alumno para responder a los estímulos educativos. En este sentido, el rendimiento académico está vinculado a la aptitud. (Ecured, 2015).

#### **2.3.11.1. Factores que inciden en el rendimiento académico**

Existen distintos factores que inciden en el rendimiento académico. Desde la dificultad propia de algunas asignaturas, hasta la gran cantidad de exámenes que pueden coincidir en una fecha, pasando por la amplia extensión de ciertos programas educativos, son muchos los motivos que pueden llevar a un alumno a mostrar un pobre rendimiento académico. (Navarro L & LLadó, 2014).

Otras cuestiones están directamente relacionadas al factor psicológico, como la poca motivación, el desinterés o las distracciones en clase, que dificultan la comprensión de los conocimientos impartidos por el docente y termina afectando al rendimiento académico a la hora de las evaluaciones. Por otra parte, el rendimiento académico puede estar asociado a la subjetividad del docente cuando corrige. (Navarro L & LLadó, 2014).

## **2.3.11.2. Tipos de rendimiento educativo**

### **2.3.11.2.1. Rendimiento individual**

Es el que se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. Lo que permitirá al profesor tomar decisiones pedagógicas posteriores. Los aspectos de rendimiento individual se apoyan en la exploración de los conocimientos y de los hábitos culturales, campo cognoscitivo o intelectual. También en el rendimiento intervienen aspectos de la personalidad que son los afectivos. (Dominguez & Francisco, 2013).

### **2.3.11.2.2. Rendimiento general**

Es el que se manifiesta mientras el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las Líneas de Acción Educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno.

### **2.3.11.2.3. Rendimiento específico**

Es el que se da en la resolución de los problemas personales, desarrollo en la vida profesional, familiar y social que se les presentan en el futuro. En este rendimiento la realización de la evaluación es más fácil, por cuanto si se evalúa la vida afectiva del alumno, se debe considerar su conducta, sus relaciones con el maestro, con las cosas, consigo mismo, con su modo de vida y con los demás. (Dominguez & Francisco, 2013).

### **2.3.11.2.4. Rendimiento social**

La institución educativa al influir sobre un individuo, no se limita a éste sino que a través del mismo ejerce influencia de la sociedad en que se desarrolla. Desde el punto de vista cuantitativo, el primer aspecto de influencia social es la extensión de la misma, manifestada a través de campo geográfico. Además, se debe considerar el campo demográfico constituido, por el número de personas a las que se extiende la acción educativa. (Dominguez & Francisco, 2013).



## **2.4. SISTEMA DE HIPÓTESIS**

**H.i.** Los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática tienen relación significativa con el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

**H.o.** Los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática no tienen relación significativa con el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

## **2.5.VARIABLES DE INVESTIGACIÓN**

### **Variable Dependiente**

Rendimiento Académico

### **Variable Independiente**

Métodos y Técnicas de Enseñanza

## 2.6.Operacionalización de variables

VARIABLES	CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Métodos y Técnicas de Enseñanza	Se constituyen como recursos necesarios de la enseñanza; son los métodos o formas para la realización de la misma. Los métodos y técnicas tienen por objeto hacer más eficiente la dirección del aprendizaje. Gracias a ellos, pueden ser elaborados los conocimientos, adquiridas las habilidades e incorporados con menor esfuerzo los ideales y actitudes que el docente proporcionar a sus alumnos.	<p>Dominio de Métodos de aprendizaje</p> <p>Utilización de modelo de aprendizaje</p> <p>Técnicas de aprendizaje utilizadas</p>	<p>Método activo Método pasivo Método interactivo Método de descubriendo</p> <p>Enciclopédico Comprensivo</p> <p>Pertinente Adecuado</p>	<p>Técnicas: Observación</p> <p>Instrumentos: Guías de observación.</p>
Rendimiento Académico	Hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar.	<p>Evaluación</p> <p>Conocimiento</p>	<p>Valoración Apreciación</p> <p>Teóricos Prácticos</p>	<p>Técnicas: Encuesta</p> <p>Instrumentos: Cuestionario.</p>

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

## CAPÍTULO III

### 3. MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1. Método de investigación

**Método Científico.-** Sirvió de guía en la investigación, se aplicaron teorías en el proceso investigativo para recolectar datos, acerca de los métodos y técnicas didácticas que utilizan los docentes de matemática al momento de dictar las clases.

Para ello se aplicaron los siguientes pasos: la observación para identificar las problemáticas de los estudiantes a través de la observación directa en el aula de clases, se formularon hipótesis, luego se aplicó la guía “Participa”, con métodos y técnicas activas de matemática para finalmente redactar las conclusiones.

**Método Inductivo.-** Se aplicó este método con el propósito de identificar cómo influye la habilidad para traducir del lenguaje coloquial al lenguaje matemático, permitió así la obtención de datos reales para crear las conclusiones generales del trabajo investigativo.

**Método Deductivo.-** Este permitió a su vez, analizar cada variables objeto de estudio para identificar, analizar y comprender si las técnicas y métodos aplicados por el docentes permiten que el estudiante contribuirán a mejorar el rendimiento académico.

#### 3.2. Diseño de la investigación

El diseño de la investigación fue cuantitativo, ya que se constituye en una investigación cuasi-experimental, se emplearon datos matemáticos y estadística tradicional para medir resultados de manera concluyente. Estos datos son recopilados a través de la tabulación de actividades que permitieron evaluar el nivel de aprendizaje.

#### 3.3. Tipo de investigación

**De campo:** El diseño de la investigación fue de campo porque se la realizó en el lugar de los hechos, es decir; en la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

**Bibliográfica-Documental:** Se obtuvieron datos que se lo realizó a través de la utilización de materiales impresos, como son los libros, revistas entre otros.

### **3.4. Población y muestra**

#### **3.4.1. Población**

La presente investigación tuvo como población 26 estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

#### **3.4.2. Muestra**

En vista que la población no es extensa, se trabajó con la totalidad de la población, misma que fueron 26 estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

<b>Muestra 1</b>		
<b>PARTICIPANTES</b>	<b>NÚMERO</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Estudiantes	26	100%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100 %</b>

**FUENTE:** Datos tomado en la Unidad Educativa Particular Nazareno  
**AUTOR:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

### **3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

#### **3.5.1. Técnica**

**La encuesta:** Fue aplicada y sirvió como herramienta para recabar información, misma que tuvieron preguntas que fueron parte del proceso de investigación científica.

#### **3.5.2. Instrumentos**

**El cuestionario:** Sirvió como base de la información vía escrita. Se pudo evidenciar las falencias como certezas de los métodos y técnicas de enseñanza aplicados por los docentes se aplicaron 9 preguntas a los estudiantes.

**Guía de observación:** Permitió detectar las necesidades educativas que tiene los estudiantes, así como observar que métodos y técnicas aplican los docentes de la Unidad Educativa Particular Nazareno.

### **3.6. Procesamiento y análisis de datos**

Para el estudio y análisis del problema de investigación, se utilizaron las fuentes primarias, es decir que la información se tomaron como fuentes directas a los estudiantes del décimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno en el periodo académico 2014-2015.

Para el procesamiento de la información se procederá a la tabulación de los datos mediante las tablas estadísticas y gráficas como: Diagramas de barras en el programa de Excel.

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1. Análisis e interpretación de datos respecto a la guía didáctica realizada para los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno

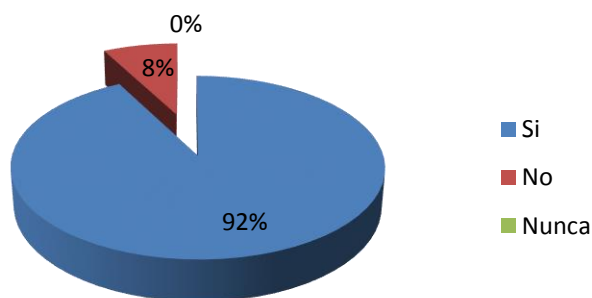
Tabla N° 1 Importancia del estudio de la matemática.

Indicador	¿Considera usted que el estudio de la matemática es importante?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	24	92%
No	2	8%
Nunca	0	0%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

Gráfico N° 1 Importancia del estudio de la matemática.



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

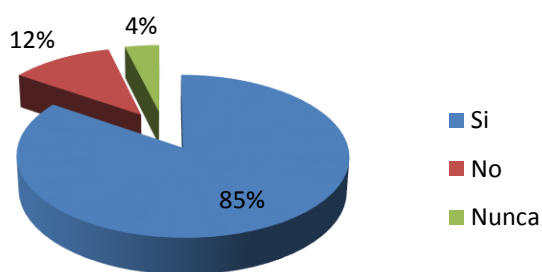
- a) **Análisis.-** El 92% de los encuestados consideran que estudiar matemática es importante, mientras que el 8% expresa que no es importante.
- b) **Interpretación.-** En la investigación realizada se llegó a la conclusión que si es importante el estudio de la matemática porque son la base fundamental de la vida para poder desenvolverse de mejor manera en los estudios y en su trabajo dependiendo la profesión que se opte, incluso cuando uno se va de compras necesita saber para poder cancelar correctamente y verificar el cambio.

**Tabla N° 2** El uso de una guía como medio de aprendizaje facilita la enseñanza de la matemática.

Indicador	¿El uso de una guía de matemática permitirá aprender de una manera didáctica?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	22	85%
No	3	12%
Nunca	1	4%
Total	<b>26</b>	<b>100%</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 2** El uso de una guía como medio de aprendizaje facilita la enseñanza de la matemática



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

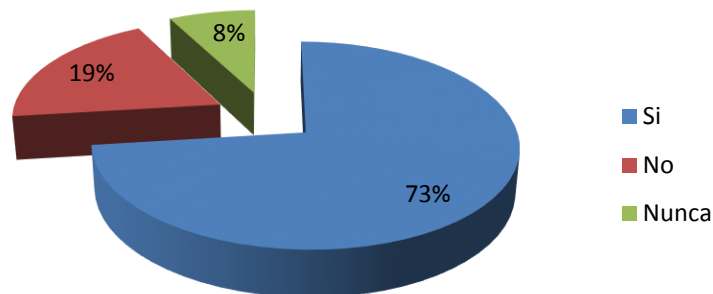
- a) **Análisis:** El 85% de los encuestados manifiestan que es importante el uso de una guía porque así se puede aprender de una mejor forma la matemática, el 12% de los usuarios expresan que no es importante y el 4% declaran que nunca han usado una guía como medio de aprendizaje para facilitar el aprendizaje de la matemática.
- b) **Interpretación:** En el trabajo realizado la mayoría de los estudiantes manifiestan que es muy importante el uso de la guía como metodología de aprendizaje de la matemática debido a que esto ayuda a desenvolverse de mejor manera, a la vez es beneficioso para el desarrollo del intelecto de las personas logrando atraer el gusto por estudiar y aprender más.

**Tabla N° 3** Una guía ayuda a llenar vacíos de aprendizaje de la matemática.

Indicador	¿Considera que una guía ayudara a llenar los vacíos en el aprendizaje de la matemática?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	19	73%
No	5	19%
Nunca	2	8%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 3** Una guía ayuda a llenar vacíos de aprendizaje de la matemática.



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

- a) Análisis.-** El 73% de los estudiantes consideran que la guía al momento de estudiar si llenan los vacíos que se atraen con el tiempo, el 19% expresan que no se lograra llenar los vacíos de enseñanza, en cambio el 8% dicen que nunca llenan los vacíos en el ámbito educativo.
- b) Interpretación.-** Los estudiantes declaran que las guía si ayudarían a llenar todos esos vacíos que existe en los estudiantes debido a que les permite reforzaran sus conocimientos a través de la explicación y actividades que contiene la guía, misma que permitirá desenvolverse de mejor manera en el ámbito educativo.

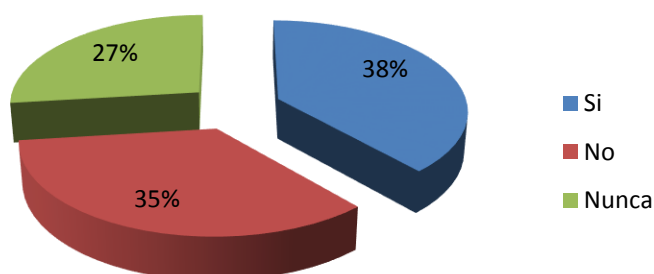


**Tabla N° 4** El docente realiza ejercicios fáciles en aula.

Indicador	¿El docente al momento de dar clases realiza ejercicios fáciles en el aula?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	10	38%
No	9	35%
Nunca	7	27%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
 Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 4** El docente realiza ejercicios fáciles en aula



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
 Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

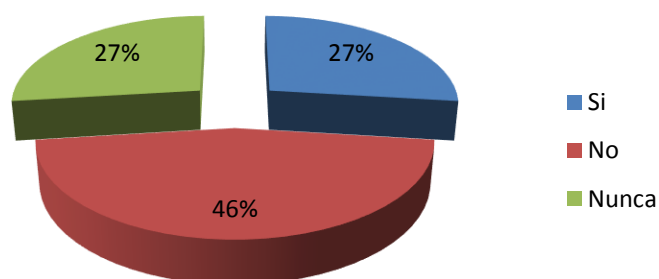
- a) **Análisis:** El 38% de los estudiantes comentan que los docentes si ejecutan ejercicios fáciles en el aula, el 35% expresa que no realizan ejercicios fáciles y no entienden, en cambio el 27% manifiestan que nunca el docente realiza ejercicios de matemática en el aula.
- b) **Interpretación:** Los estudiantes expresan que el docente de matemática en hora clase realizan ejercicios muy fáciles y que al momento de hacer las tareas son más complicados por lo que se les dificultan el aprendizaje, esto se debe tal vez por la falta de aprendizaje en los niveles inferiores.

**Tabla N° 5** El aprendizaje de la matemática con métodos de fácil comprensión.

Indicador	¿En clases el docente enseña de manera didáctica el aprendizaje de la matemática?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	7	27%
No	12	46%
Nunca	7	27%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 5** El aprendizaje de la matemática con métodos de fácil comprensión.



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes  
**Elaborado por:** Byron Paúl Quintanilla Robalino

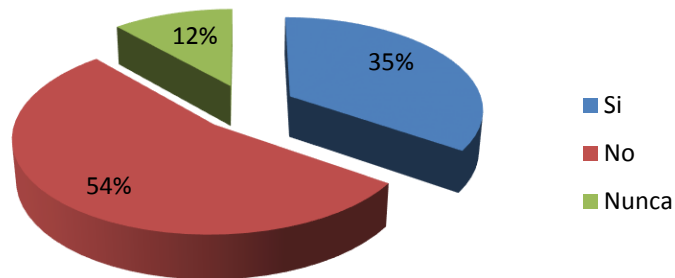
- a) **Análisis:** De los estudiantes el 46% comentan que las clases de matemática deben ser con métodos de fácil comprensión, el 27% que no realizan ejercicios dinámicos para comprender, en cambio el otro 27% expresan que nunca los docentes aplican este tipo de metodología.
- b) **Interpretación:** En la investigación realizada se llegó a la conclusión que los docentes no realizan actividades grupales o participativas, así como ejercicios para dinamizar en la clase, logrando así que los estudiantes puedan entender con facilidad la materia.

**Tabla N° 6** Exposiciones por parte del docente.

Indicador	¿El docente de la cátedra utiliza exposiciones, diálogos para reforzar lo aprendido?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	9	35%
No	14	54%
Nunca	3	12%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 6** Exposiciones por parte del docente.



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

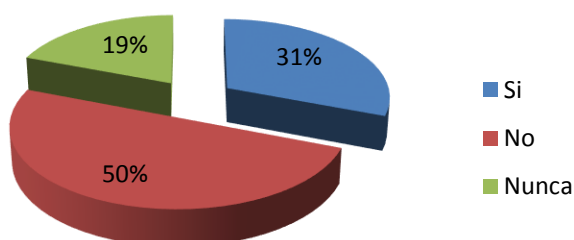
- a) **Análisis:** El 54% de los encuestados comentan que los docentes no utilizan exposiciones o diálogos para reforzar los conocimientos que se impartió en el aula, el 35% declaran que si se ha utilizado, en cambio el 12% manifiestan que nunca han utilizado en las aulas.
- b) **Interpretación:** Los estudiantes supieron manifestar que el docente no saben realiza exposiciones para reforzar los conocimientos que se han impartido dentro del aula con anterioridad, a la vez el docente no aplica una metodología adecuada para llegar a los estudiantes y reforzarlo conocimiento impartido en clases.

Tabla N° 7 Metodología innovadora.

Indicador	¿El docente motiva al estudiante a aprender matemática aplicando metodología innovadora?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	8	31%
No	13	50%
Nunca	5	19%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

Gráfico N° 7 Metodología innovadora



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes  
Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

- a) **Análisis:** El 50% de los encuestados manifiestan que no les motivan aprender matemática ni usan metodologías innovadora, el 31% de los encuestados dicen que si les imparten clases importante y con el uso de una guía se puede aprender de una mejor forma y siendo más didáctica, y el 19% de los estudiantes expresan que nunca han recibido motivación en el momento del aprendizaje.
- b) **Interpretación:** De los estudiantes entrevistados manifiestan que no reciben ningún tipo de motivación en la materia de matemática aplicando metodologías innovadoras, y por esta circunstancia no entienden para poder desenvolverse en un futuro, y lograr atraer el gusto por estudiar y aprender más.

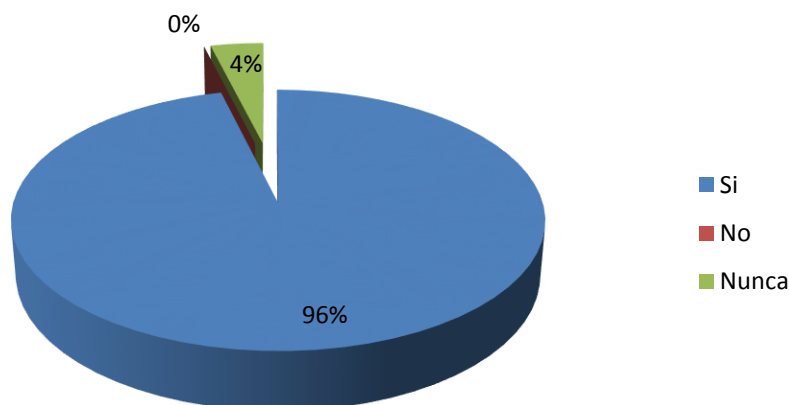
**Tabla N° 8** Nuevas metodologías para motivar el aprendizaje.

Indicador	¿Cree usted que los docentes deben utilizar nuevas metodologías para motivar a los estudiantes en el aprendizaje?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	25	96%
No	0	0%
Nunca	1	4%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 8** Nuevas metodologías para motivar el aprendizaje.



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

- a) **Análisis:** El 96% de los estudiantes dicen que los profesores deberían aplicar nuevas metodologías para motivar y el 4% expresa que nunca han recibido.
- b) **Interpretación:** Los estudiantes opinan que los docentes deberían aplicar nuevas metodologías para motivar a los estudiantes para que comprendan y aprendan con mayor facilidad, ayudándoles para que se puedan desenvolverse con mayor facilidad en sus labores cotidianas y no tengan problemas en un futuro.

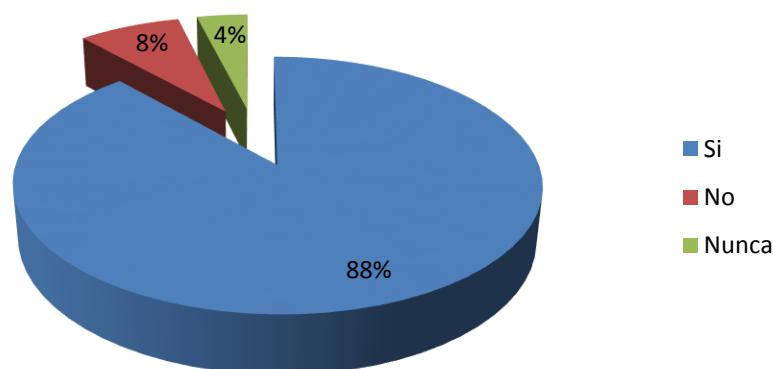
**Tabla N° 9** Dinámicas grupales para aprender y profundizar su conocimiento.

Indicador	¿Considera que con la aplicación de dinámicas grupales, permite aprender y profundizar su conocimiento?	
	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual
Si	23	88%
No	2	8%
Nunca	1	4%
<b>TOTAL</b>	<b>26</b>	<b>100%</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

**Gráfico N° 9** Dinámicas grupales para aprender y profundizar su conocimiento.



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes

Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

- a) **Análisis:** El 88% de los encuestados comentan que si utilizan dinámicas grupales en el aula y les ayuda a profundizar los conocimientos, en cambio el 8% que no aplican actividades dinámicas, y el 4% que nunca les hicieron trabajar de esta forma.
- b) **Interpretación:** Los estudiantes supieron expresar que en el aula a la hora de clases el docente si utiliza trabajos en grupo, realizando dinámicas, dramatizaciones, debido a que por este medio ayudan a incentivar y motivar a los estudiantes en el gusto por la materia, también refuerzan los conocimientos impartidos en el aula para poder desenvolverse de una mejor manera en sus obligaciones estudiantiles.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1. Conclusiones

Al finalizar la presente investigación se ha podido establecer las siguientes conclusiones:

- Se evidenció que los métodos de aprendizaje aplicados en estudiantes de décimo año de educación general básica, son procesos con modalidad tradicionalista, donde el docente se convierte en el transmisor de conocimiento, por ende el aprendizaje de la matemática es complicada y tediosa.
- Se pudo evidenciar que la metodología aplicada por parte de los docentes de matemática es pasivas, es decir, el docente enseñanza matemática a través de preguntas, dictados, que ayudan a que el estudiante pueda profundizar los contenidos aprendidos en clases. Las metodologías aplicadas se convierte en tradicionalista y poca participativa.
- La falta de herramientas didácticas o procesos donde el estudiante pueda desarrollar la creatividad y los contenidos aprendidos en clases han permitido que se diseñe una guía, con técnicas activas y pasivas de matemática que facilitan al docente en el proceso de enseñanza y en los estudiantes a razonar, resolver problemas de una manera activa.
- Al aplicar la Guía Didáctica “Participa”, con métodos y técnicas activas de matemática, se pudo evidenciar que el rendimiento académico superó los aprendizajes requeridos sino también la parte intelectual de los estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Particular Nazareno, indicando que el aplicar herramientas didácticas los estudiantes pueden desarrollar la capacidad cognoscitiva.

## 5.2. Recomendaciones

Para que sea exitoso el cumplimiento de los objetivos, es importante considerar los siguientes aspectos:

- Los docentes debe buscar nuevos métodos de enseñanzas donde el único beneficiado sea el estudiante ya que con la aplicación de nuevos métodos los procesos de enseñanza son más prácticos mediante la aplicación de estrategias como el constructivismo que permite que el estudiante pueda razonar y hacer conciencia de lo que estudia.
- El docente debe aplicar una metodología adecuada para que los estudiantes entiendan y comprendan la matemática de una manera fácil, haciendo que el estudiante sea el principal actor en el proceso de enseñanza.
- La aplicación de la guía ya que en ella consta de actividades prácticas y de fácil uso para mejorar el rendimiento académico mediante la aplicación de técnicas activas, además será una fuente de conocimientos en las que pueden recurrir en cualquier momento.
- La utilización de guías didácticas para la enseñanza de la matemática puesto que los estudiantes demuestran una mejor aceptación a técnicas nuevas y participativas, dejando atrás el método tradicionalista de la enseñanza.



## BIBLIOGRAFÍA

- Aucapiñ, J., & Gía, N. (2010). *METODOLOGÍA APLICADA POR LOS DOCENTES EN EL ÁREA DE*. Cuenca -Ecuador: Unicersidad de Cuenca.
- Castro, E., Angeles, O. M., & Enrique, C. (2002). Teorías del aprendizaje. *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*, I.S.B.N. : 84-932510-3-8.
- Dominguez, M., & Francisco, T. (2013). *EL BAJO RENDIMIENTO ESCOLAR ENLOS ALUMNOS DEL BACHILLERATO:LOS MALOS HÁBITOS DE ESTUDIOUNA DE SUS CAUSAS*. Zacatlán, Publa : Instituto de Estudios Universatario ieu.
- Educar. ec. (1992). *Tería del aprendizaje de Jean Piaget*. Quito- Ecuador : Dirección Nacional de Capacitación y Perfeccionamiento Docente e Investigación Pedagógica.
- Navarro L, M., & LLadó, D. (2014). *La Gestion Escolar*: . D.F. México: Palibrio LLC.
- UNESCO. (2014). *Enseñanza y aprendizajes: lograr la calidad para todos*. París - Francia: ISBN 978-92-33-04255-1, Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

## LINK GRÁFIA

- EcuRed. (20 de Julio de 2015). *El Constructivismo* . Recuperado el 13 de Julio de 2015, de Conceptualización : [http://www.ecured.cu/index.php/Constructivismo\\_\(Pedagog%C3%ADa\)](http://www.ecured.cu/index.php/Constructivismo_(Pedagog%C3%ADa))
- Ecured. (20 de Junio de 2015). *La Evaluacion* . Recuperado el Junio de 2015, de [http://www.ecured.cu/index.php/La\\_Evaluaci%C3%B3n](http://www.ecured.cu/index.php/La_Evaluaci%C3%B3n)
- Galeon. (2008). *LA TEORÍA DE PIAGET Y LA EDUCACIÓN*. Recuperado el 13 de Junio de 2015, de Filosofía : <http://cusicanquifloresddy.galeon.com/aficiones1498048.html>
- Ibáñez I, J., & Ponce R, I. (5 de Mayo de 2000). *Teorías de Aprendizaje*. Recuperado el 12 de Junio de 2015, de Conceptualizaciones: [https://www.google.com.ec/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&cad=rja&uact=8&ved=0CDUQFjADahUKEwidro\\_r-enGAhUHNogKHVULAwY&url=http%3A%2F%2Fwww.ugr.es%2F~fherrera%2FFPiaget%2520y%2520Matematicas.doc&ei=-AmtVZ3SHYfsoATVloww&usg=AFQjCNHZtFLNCL\\_xvolyV5Thg](https://www.google.com.ec/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&cad=rja&uact=8&ved=0CDUQFjADahUKEwidro_r-enGAhUHNogKHVULAwY&url=http%3A%2F%2Fwww.ugr.es%2F~fherrera%2FFPiaget%2520y%2520Matematicas.doc&ei=-AmtVZ3SHYfsoATVloww&usg=AFQjCNHZtFLNCL_xvolyV5Thg)

Piaget y matemática. (Diciembre de 2009). *EL APORTE DE PIAGET EN LAS MATEMÁTICAS*. Recuperado el 12 de Julio de 2014, de A TEORÍA DEL NÚMERO DE PIAGET: <http://piagetymaticas.blogspot.com/>

Ministerio de Educación . (2014). *Matemática*. Recuperado el 13 de Julio de 2015, de Concepto: <http://educacion.gob.ec/matematica/>

Unter. (2010). *Concepción de Enseñanza / Aprendizaje*. Recuperado el 15 de Julio de 2015, de ¿Que es la enseñanza? : <http://www.unter.org.ar/imagenes/10061.pdf>

## CAPÍTULO VI

### 6. PROPUESTA

#### 6.1. Tema

Guía Didáctica “Participa”, con métodos y técnicas activas de la matemática.

#### 6.2. OBJETIVOS

##### 6.2.1. Objetivo general

Proponer una Guía Didáctica “Participa”, para desarrollar en los estudiantes habilidades y destrezas de aprendizaje autónomo de matemática con métodos y técnicas activas.

##### 6.2.2. Objetivo específico

- Aplicar recursos disponibles para incentivar el aprendizaje autónomo a través de actividades individuales
- Aplicar una metodología activa para el aprendizaje de la matemática de manera didáctica.

#### 6.3. FUNDAMENTACIÓN – METODOLOGÍA

Según Martínez (1999) define la metodología como la parte del proceso de investigación que permite sistematizar los métodos y las técnicas necesarios para llevarla a cabo.

“Los métodos –dice Martínez Miguélez (1999) – son vías que facilitan el descubrimiento de conocimientos seguros y confiables para solucionar los problemas que la vida nos plantea

Así la metodología activa es aquel proceso que parte de la idea central que para tener un aprendizaje significativo, el alumno debe ser el protagonista de su propio aprendizaje y el profesor, un facilitador de este proceso. Para propiciar el desarrollo de las competencias (Información, Habilidades, Actitudes) propias de las ciencias, el profesor propone a sus alumnos actividades de clases, tareas personales o grupales, que desarrollan el pensamiento crítico, el pensamiento creativo así como la comunicación efectiva en cada una de las fases

del proceso de aprendizaje. Se fomenta la experimentación tanto en clase como a través de laboratorios virtuales, el trabajo en equipo y la autoevaluación.

#### 6.4. CONTENIDO

La presente guía contempla la siguiente información de aplicación:

<b>Contenido</b>	<b>Pág.</b>
PRESENTACIÓN .....	1
ÍNDICE.....	2
OBJETIVOS .....	3
METODOLOGÍA.....	3
MATRIZ DE CONTENIDOS .....	4
SISTEMA DE ECUACIONES .....	5
TRADUCCIÓN DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO .....	6
ACTIVIDAD N° 1 ECUACIONES .....	9
ACTIVIDAD N° 2 SISTEMA DE ECUACIONES.....	14
ACTIVIDAD N° 3 MÉTODOS ALGEBRAICOS .....	16
MÉTODO DE REDUCCIÓN (ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN) .....	16
MÉTODO DE IGUALACIÓN.....	19
MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.....	23
ACTIVIDAD N° 4 MÉTODO GRÁFICO .....	27
ACTIVIDAD N° 5 COMO ELABORAR UN SISTEMA DE ECUACIONES .....	36
IDENTIFICAR CUANDO UN SISTEMA ES COMPATIBLE DETERMINADO E INDETERMINADO Y CUANDO UN SISTEMA ES INCOMPATIBLE .....	37
ACTIVIDAD N° 6 FUNCIÓN LINEAL .....	39
EJERCICIOS PROPUESTOS .....	47
BIBLIOGRAFÍA .....	49

# **Anexos**

Anexo N° 1 Encuesta Dirigida a Estudiantes



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Encuesta a estudiantes de decimo año de la Unidad Educativa Particular Nazareno**

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Objetivo.-** Determinar los métodos y técnicas de enseñanza de la matemática y su relación con el rendimiento académico

1. ¿Considera usted que el estudio de la matemática es importante?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
2. ¿El uso de una guía de matemática permitirá aprender de una manera didáctica?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
3. ¿Considera que una guía ayudará a llenar los vacíos en el aprendizaje de matemática?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
4. ¿El docente al momento de dar clases realiza ejercicios fáciles en el aula?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
5. ¿En clases el docente enseña de manera didáctica el aprendizaje de la matemática?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
6. ¿El docente de la cátedra utiliza exposiciones, diálogos para reforzar lo aprendido?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
7. ¿El docente motiva al estudiante a aprender matemática aplicando metodología innovadora?
  - a) Si
  - b) No
  - c) Nunca

8. ¿Cree usted que los docentes deben utilizar nuevas metodologías para motivar a los estudiantes en el aprendizaje?
- a) Si
  - b) No
  - c) Nunca
9. ¿Considera que con la aplicación de dinámicas grupales, dramatizaciones permite aprender y profundizar su conocimiento?
- a) Si
  - b) No
  - c) Nunca

**Anexo N° 2 Evidencia fotográficas**

Ilustración N°1: Aplicación de métodos Activos con los estudiantes de décimo



Aulas en la Unidad Educativa Particular Nazareno



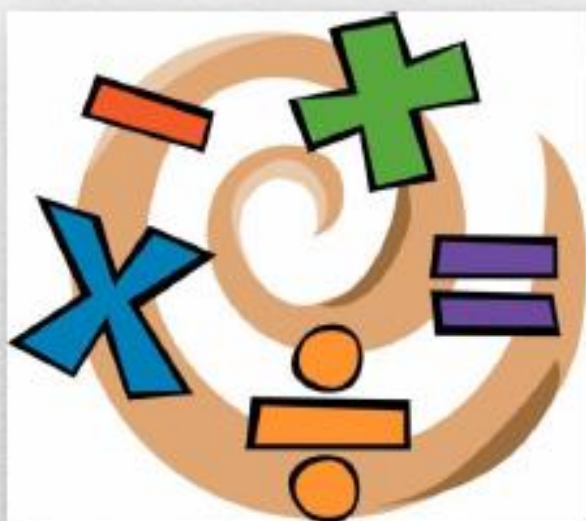




2015

## Guía Didáctica “Participa”, con métodos y técnicas activas de matemáticas

---



*Autor: Byron Quintanilla  
Tutor: MsC. Héctor Morocho L.*

---

## PRESENTACIÓN

La Guía Didáctica está considerada como una herramienta metodológica de aprendizaje, ya que permite al estudiante desarrollar las capacidades del pensamiento crítico y del pensamiento creativo.

Dentro de las actividades que contiene la guía de aprendizaje que se detallan: el tema de la actividad, objetivos y el contenido científico de cada una de las actividades propuestos, así como la evaluación individual que permite cumplir con los objetivos planteados.

Los objetivos de esta guía es incentivar a los estudiantes a aprender la matemática, con la colaboración del docente y aplicando nuevos métodos de enseñanza los cuales permita al estudiante ser los principales autores del proceso de enseñanza aprendizaje, para lo cual utilizaran organizadores gráficos, mapas conceptuales, entre otros. El trabajo que debe realizar los estudiantes está clasificado de dos maneras: en forma grupal e individual, permitiendo no solo desarrollar la creatividad, el pensamiento lógico y cognitivo, sino más bien potencializar el conocimiento a través de métodos activos de enseñanza de la matemática.



## ÍNDICE

PRESENTACIÓN .....	1
ÍNDICE.....	2
OBJETIVOS .....	3
METODOLOGÍA.....	3
MATRIZ DE CONTENIDOS .....	4
SISTEMA DE ECUACIONES .....	5
TRADUCCIÓN DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO .....	6
ACTIVIDAD N° 1 ECUACIONES .....	9
ACTIVIDAD N° 2 SISTEMA DE ECUACIONES.....	14
ACTIVIDAD N° 3 MÉTODOS ALGEBRAICOS .....	16
MÉTODO DE REDUCCIÓN (ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN) .....	16
MÉTODO DE IGUALACIÓN.....	19
MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.....	23
ACTIVIDAD N° 4 MÉTODO GRÁFICO .....	27
ACTIVIDAD N° 5 COMO ELABORAR UN SISTEMA DE ECUACIONES .....	36
IDENTIFICAR CUANDO UN SISTEMA ES COMPATIBLE DETERMINADO E INDETERMINADO Y CUANDO UN SISTEMA ES INCOMPATIBLE .....	37
ACTIVIDAD N° 6 FUNCIÓN LINEAL .....	39
EJERCICIOS PROPUESTOS .....	47
BIBLIOGRAFÍA .....	49

## OBJETIVOS

### GENERAL

Proponer una Guía Didáctica “Participa”, para desarrollar en los estudiantes habilidades y destrezas de aprendizaje autónomo de matemática con métodos y técnicas activas.

### ESPECIFICO

- Interpretar problemas del diario vivir con la matemática.
- Incentivar el aprendizaje autónomo de los estudiantes.
- Considerar una nueva metodología de aprendizaje con la participación activa de los estudiantes.
- Desarrollar habilidades en las que los estudiantes puedan construir ejercicios

## METODOLOGÍA

Según (EcuRed, 2015) define la metodología “como la parte del proceso de investigación que permite sistematizar los métodos y las técnicas necesarios para llevarla a cabo, siendo los métodos vías que facilitan el descubrimiento de conocimientos seguros y confiables para solucionar los problemas que la vida nos plantea.

Así la metodología activa es aquel proceso que parte de la idea central que para tener un aprendizaje significativo, el alumno debe ser el protagonista de su propio aprendizaje y el profesor, un facilitador de este proceso. Para propiciar el desarrollo de las competencias (Información, Habilidades, Actitudes) propias de las ciencias, el profesor propone a sus alumnos actividades de clases, tareas personales o grupales, que desarrollan el pensamiento crítico, el pensamiento creativo así como la comunicación efectiva en cada una de las fases del proceso de aprendizaje. Se fomenta la experimentación tanto en clase como a través de laboratorios virtuales, el trabajo en equipo y la autoevaluación.

Los principales efectos de su aplicación son una mayor predisposición a la resolución de problemas (al acostumbrar a los alumnos vía los métodos activos a un proceder intelectual autónomo), una mejor capacidad de transferencia y una mayor motivación intrínseca”.

## MATRIZ DE CONTENIDOS

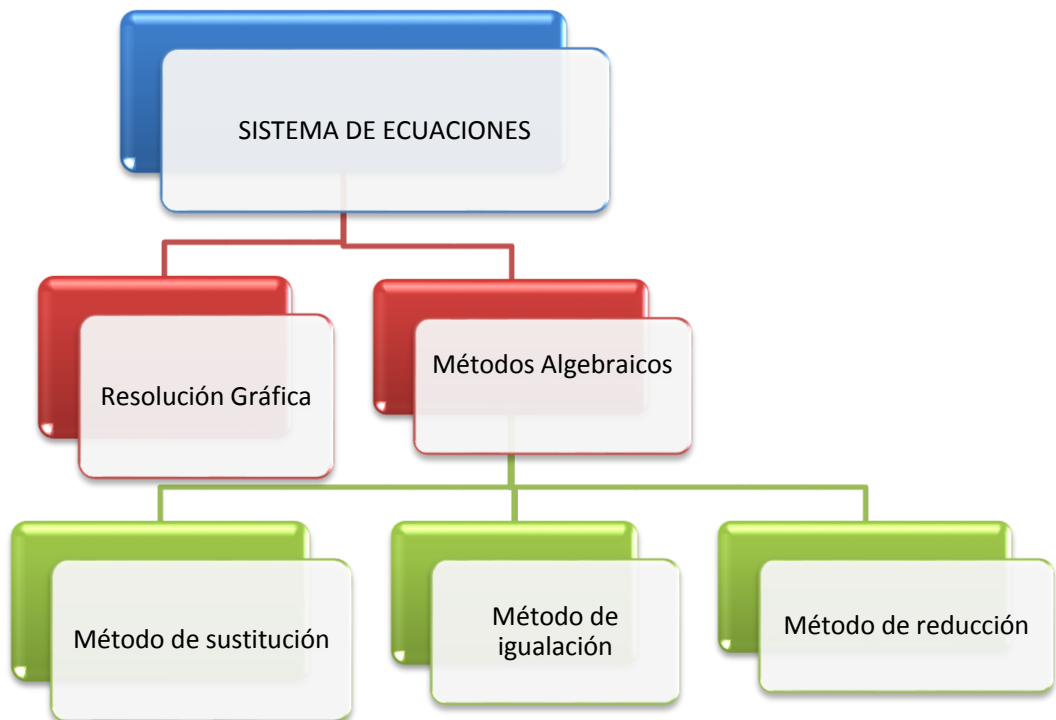
Fuente: mala curricular de décimo año del Ministerio de Educación

CONTENIDO	ACTIVIDAD	OBJETIVOS
Ecuaciones	Ecuación de lineales	Analizar las posibilidades que pueden presentarse al momento de resolver un sistema de ecuaciones.
	Sistema de Ecuaciones	Determinar los diversos métodos de resolución de sistema de ecuaciones e identificar cuando son sistemas compatibles e incompatibles.
	Métodos Algebraicos	Resolver ejercicios de sistema de ecuaciones por métodos en los cuales se utilizan operaciones matemáticas.
		Poder resolver ejercicios del diario vivir mediante la utilización de sistema de ecuaciones.
	Gráfico	Interpretar gráficamente un sistema de ecuaciones y determinar su solución en el plano cartesiano.
Funciones	Función Lineal	Resolver ejercicios cotidianos mediante la utilización de funciones lineales.

Elaborado por: Byron Quintanilla

Fuente: <http://educacion.gob.ec/documentos-pedagogicos>

## SISTEMA DE ECUACIONES



Elaborado por: Byron Quintanilla

*En la actualidad, no solo nuestros reyes ignoran la matemática; también nuestros filósofos, y para ir más lejos, ni nuestros matemáticos saben matemática.*

**(Robert Oppenheimer)**

## TRADUCCIÓN DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Una de las mayores dificultades que tienen los alumnos es convertir del **lenguaje coloquial al lenguaje símbolo matemático** y viceversa, lo cual muchas veces les impide resolver algunos problemas que se les plantean.

El problema se agrava cuando se presentan los “**problemas de aplicación**”, ya que muchos de ellos están fuera de su entorno de conocimientos.

Por lo general, para aplicar conocimientos de matemática y poder proponer modelos de solución, los alumnos requieren de conocimientos básicos de otras áreas; este asunto plantea mayor dificultad que el poder despejar una ecuación.

La mejor recomendación es la práctica cotidiana; en la medida que los alumnos realizan ejercicios, progresarán en la adquisición del conocimiento.

Es importante notar que hay una diferencia básica entre el concepto "**problema**" y "**ejercicio**".

No es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema. Una cosa es aplicar un algoritmo de forma más o menos mecánica, evitando las dificultades que introduce la aplicación de reglas cada vez más complejas, y otra, resolver un problema, dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto.

La respuesta suele ser única, pero la estrategia resolutoria está determinada por factores madurativos o de otro tipo.

Una parte importante de los errores en la resolución de problemas son las dificultades de **comprensión lectora**. La tendencia de operar todos los datos presentados, aunque algunos no sirvan, certifica esta falta de comprensión global.

Por otra parte, los alumnos resuelven mejor los problemas si alguien se los lee que si los lee el mismo.

A continuación damos una pauta general para resolver problemas matemáticos en los cuales es necesario traducir del lenguaje coloquial al algebraico, los alumnos deben tomar en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Analizar y comprender el enunciado, para ello deben subrayar las palabras más significativas del mismo, para definir aquellas que dan las órdenes.
- Luego expresar el problema en lenguaje simbólico o matemático. Las ecuaciones sirven a menudo para resolver problemas. Debemos recordar que en una ecuación la variable puede estar representada por cualquier letra, por costumbre, se usa "x".
- Luego se resuelve la ecuación, se verifican sus resultados y se entrega la respuesta.

**A continuación, establecemos una tabla de equivalencias entre una expresión coloquial y su simbología, la cual puede resultar muy útil si es consultada a menudo:**

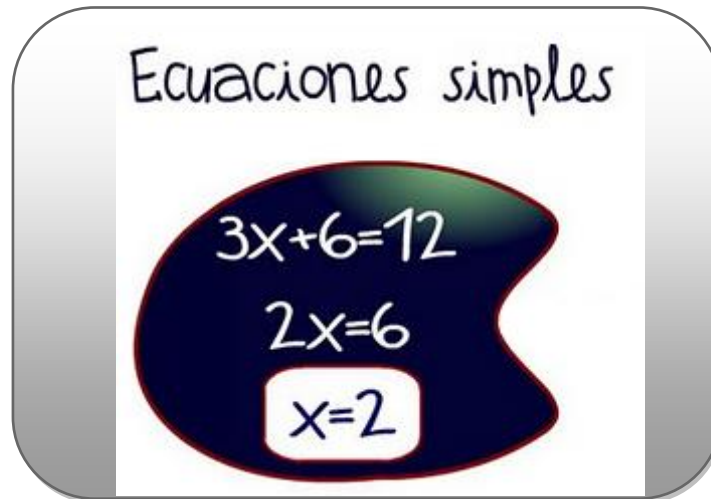
<b>Expresión coloquial</b>	<b>Simbología matemática</b>
<b>Dado un número</b>	<b>x</b>
El <b>duplo</b> , el <b>doble</b> de un número	<b>2x</b>
La <b>mitad</b> de un número	$\frac{1}{2}x$ ; $\frac{x}{2}$ ; $x : 2$
Un número <b>disminuido en...</b>	<b>x - .....</b>
El <b>antecesor</b> , o el <b>anterior</b> de un número	<b>x - 1</b>
El <b>sucesor</b> , el <b>consecuente</b> , o el <b>siguiente</b> de un número	<b>x + 1</b>
El <b>opuesto</b> de un número	<b>-x</b>
Números <b>consecutivos</b>	<b>x; x + 1; x + 2; x + 3; ...</b>
Un número <b>par</b>	<b>2x</b>
Números <b>pares consecutivos</b>	<b>2x; 2x + 2; 2x + 4; 2x + 6; ...</b>
Un número <b>impar</b>	<b>2x + 1</b>
Números <b>impares consecutivos</b>	<b>2x + 1; 2x + 3; 2x + 5; 2x + 7; ...</b>
El <b>triple</b> de un número	<b>3x</b>
El <b>cuádruplo</b> de un número	<b>4x</b>



La <b>tercera</b> parte, o el <b>tercio</b> de un número	$\frac{1}{3}x$ ; $\frac{x}{3}$ ; $x : 3$
La <b>cuarta</b> parte de un número	$\frac{1}{4}x$ ; $\frac{x}{4}$ ; $x : 4$
La <b>quinta</b> parte de un número	$\frac{1}{5}x$ ; $\frac{x}{5}$ ; $x : 5$
El <b>cuadrado</b> de un número	$x^2$
El <b>cubo</b> de un número	$x^3$
El <b>cuadrado</b> del siguiente de un número	$(x + 1)^2$
El <b>cubo</b> del siguiente de un número	$(x + 1)^3$
La raíz <b>cuadrada</b> de un número	$\sqrt{x}$
La raíz <b>cúbica</b> de un número	$\sqrt[3]{x}$
La raíz <b>cuarta</b> de un número	$\sqrt[4]{x}$
La razón entre dos números: <b>división</b>	$\frac{x}{y}$ ; $x : y$
El producto entre dos números: <b>multiplicación</b>	$x \cdot y$
La diferencia entre dos números: <b>sustracción</b>	$x - y$

## ACTIVIDAD N° 1 ECUACIONES

### TEMA: ECUACIONES LINEALES



Elaborado por: Byron Paúl Quintanilla Robalino

Fuente: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/sdarbea/tag/ecuaciones/>

### OBJETIVO

- Desarrollar las capacidades del estudiante para resolver ejercicios que se pueden presentar en el diario vivir utilizando sistema de ecuaciones.
- Crear habilidades en los estudiantes para que puedan traducir del lenguaje coloquial al lenguaje matemático.

### RECURSO:

- Hoja de papel
- Esferográfico

### CONTENIDO CIENTÍFICO

#### ECUACIÓN



Fuente: [http://es.123rf.com/imagenes-de-archivo/ni%C3%B1os\\_pensando.html](http://es.123rf.com/imagenes-de-archivo/ni%C3%B1os_pensando.html)

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen elementos conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas.

Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y los desconocidos, las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar.

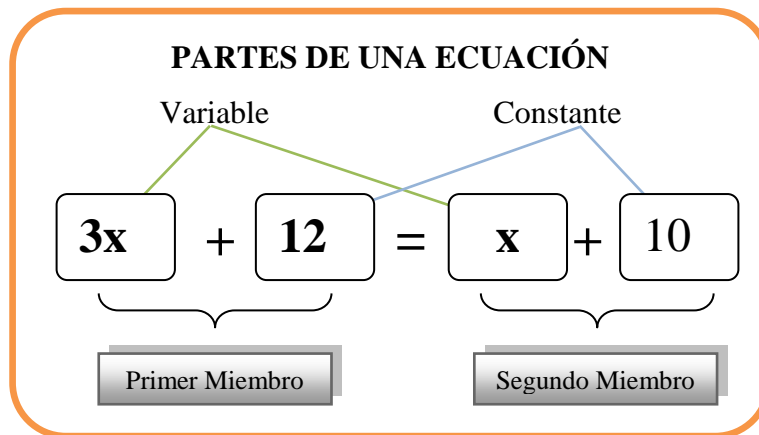
## ELEMENTOS DE UNA ECUACIÓN

Los elementos de una ecuación son:

**Miembro:** Es cada una de las expresiones algebraicas que aparecen a cada lado del signo igual (=).

**Términos:** Son los monomios de cada miembro.

**Incógnitas:** Son las letras o variables que aparecen en la ecuación.



**Grado de la ecuación:** Es el mayor exponente con que figura la incógnita (una vez realizadas todas las operaciones).

### Grado de la ecuación

$5x + 11 = x - 3$  Ecuación De Primer Grado.

$2x^2 + 8 = 5x - 3$  Ecuación De Segundo Grado

Elaborado por: Byron Quintanilla

## Ejercicios de ecuaciones simples

$$2x - 6 = 0$$

$$X = 6/2$$

$$X = 3$$

$$2x + 3 = 6 + x$$

$$2x - x = 6 - 3$$

$$X = 3$$

$$4(x+10) = -6(2-x) - 6x$$

$$4x + 40 = -12 + 6x - 6x$$

$$4x = -40 - 12$$

$$x = \frac{-40 - 12}{4}$$

$$x = -\frac{52}{4}$$

$$x = -13$$

## DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

### 1. En una hoja completa los siguientes datos

Escriba que entendió por ecuación: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Indique que es un término de una ecuación:

\_\_\_\_\_

Identifica qué grado tiene la siguiente ecuación:

$$7x + 2 = x + 2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 3x^2 + 8 = x + 2 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

Para resolver un problema mediante planteamiento de ecuaciones, en forma general, podemos seguir los siguientes pasos:

1. Lectura del enunciado.
2. Identificación de datos e incógnitas.
3. Identificación de una relación entre datos e incógnitas llamada también: planteo de ecuación.
4. Resolución de la ecuación.
5. Verificación de los resultados obtenidos.

### Ejemplo 1:

La suma de tres números pares consecutivos es igual a 99, halle la suma de los dos números mayores.

$$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 99$$

$$2x + 2x + 2x + 1 + 3 + 5 = 99$$

$$6x + 9 = 99$$

$$6x = 99 - 9$$

$$6x = 90$$

$$x = \frac{90}{6}$$

$$x = 15$$

Verificación de los resultados obtenidos:

$$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 99$$

$$[2(15) + 1] + [2(15) + 3] + [2(15) + 5] = 99$$

$$(30 + 1) + (30 + 3) + (30 + 5) = 99$$

$$31 + 33 + 35 = 99$$



Números impares consecutivos

$$99 = 99$$

### Ejemplo 2:

Hallar cuatro números cuya suma sea 90. El segundo es el doble del primero, el tercero es el doble del segundo y el cuarto es el doble del tercero. ¿Cuáles son los números?

$$x + 2x + 2(2x) + 2[2(2x)] = 90$$

$$x + 2x + 4x + 8x = 90$$

$$15x = 90$$

$$x = \frac{90}{15}$$

$$x = 6$$

Verificación de los resultados obtenidos:

$$x + 2x + 2(2x) + 2[2(2x)] = 90$$

$$6 + 2(6) + 4(6) + 8(6) = 90$$

$$16 + 12 + 24 + 48 = 90$$

$$90 = 90$$

### Resuelva los siguientes ejercicios

➤  $2(2x-3)= 6-x$

➤  $x - \frac{x-3}{5} = 1$

➤  $1 - \frac{x+1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$

➤  $\frac{1}{5}(2 + 5x) = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{5})$

➤  $2 - 8 = x + 2x$

➤  $\frac{2}{3}(1 - 3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1 - x)$

➤ Una persona compra tres docenas de lápices, 12 cuadernos y 10 resmas de papel en \$62.40, si cada lápiz cuesta \$0.30 y cada cuaderno \$1.80, el costo de cada resma es?

➤ Los  $\frac{4}{5}$  de un número es 40. ¿Cuánto serán los  $\frac{3}{10}$  del mismo número?

➤ Cuatro veces un número es igual al número aumentado en 30, ¿entonces el cuadrado del número es?

➤ La cabeza de una foca mide 15 cm de longitud, su cola es tan larga como la cabeza y mide la mitad del lomo. El lomo es tan grande como la cabeza y la cola juntas. ¿Entonces la foca mide?

➤ La edad de Cristina es un tercio de la edad de su padre y dentro de 16 años será la mitad, entonces la edad de Cristina es:

➤ La suma de dos números es 24. Tres veces el mayor excede en dos unidades a cuatro veces el menor. Hallar los números.

## ACTIVIDAD N° 2 SISTEMA DE ECUACIONES

**TEMA:** Soluciones de un Sistema de ecuaciones y Métodos de resolución.

### OBJETIVO

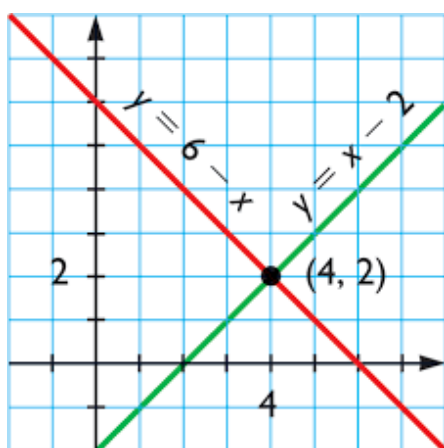
- Analizar los métodos de solución para un sistema ecuaciones.
- Diferenciar cuando un sistema es compatible e incompatible.

### RECURSO

- Hoja cuadriculada
- Esferográfico
- Lápiz
- Borrador
- Regla

### Contenido Científico

#### SISTEMA DE ECUACIONES



Elaborado por: Byron Quintanilla

En matemáticas, un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas que conforman un problema matemático que consiste en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas ecuaciones.

Una ecuación es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, llamado incógnita o variable, y que se cumple para determinado valor numérico de dicha incógnita.

## MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

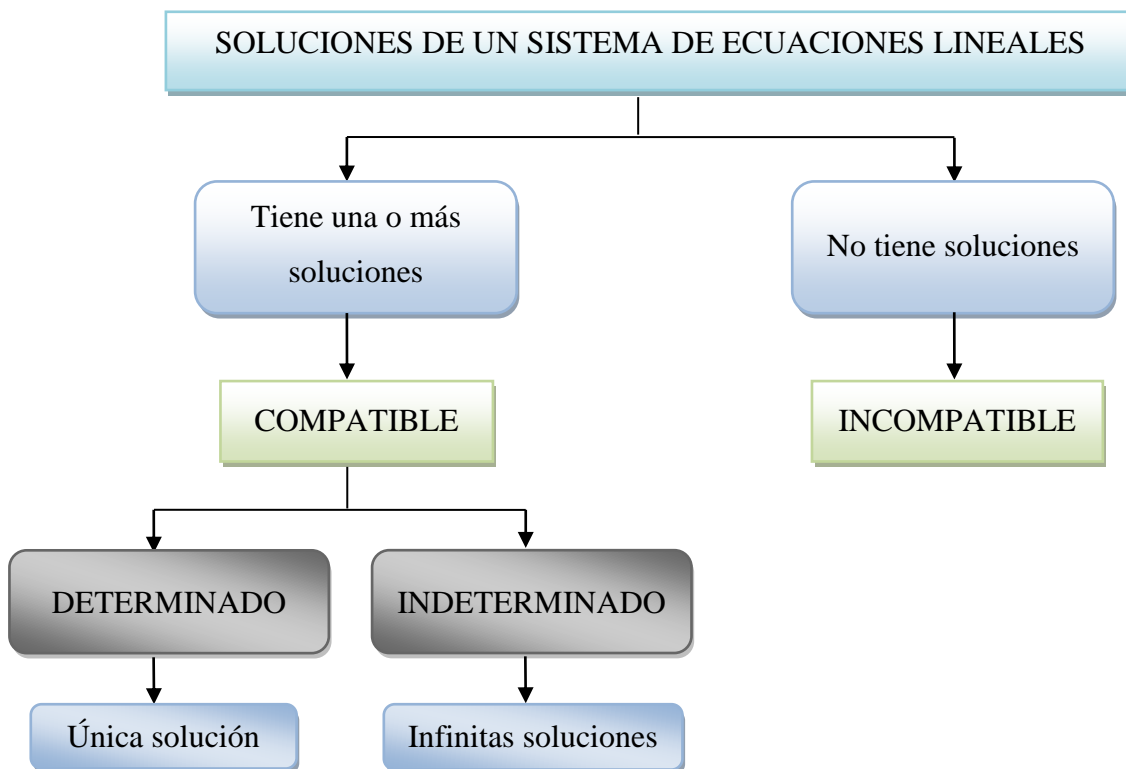
Existen tres métodos analíticos y un método gráfico para resolver un sistema de ecuaciones, tomando en cuenta que un método analítico es aquel que mediante la utilización de simples operaciones aritméticas podemos resolver, sin necesidad de recurrir a la representación gráfica.

Los métodos analíticos para resolver un sistema de ecuaciones son:

- Reducción
- Igualación
- Sustitución

Adicionalmente existe un método para resolver un sistema de ecuaciones que es:

- Gráfico



Elaborado por: Byron Quintanilla



## ACTIVIDAD N° 3 MÉTODOS ALGEBRAICOS

**TEMA:** Soluciones de un Sistema de ecuaciones y Métodos de resolución.

### OBJETIVO

- Analizar los métodos de solución para un sistema ecuaciones.
- Plantear sistemas de ecuaciones a partir de ejercicios que se encuentre en lenguaje coloquial.
- Desarrollar la capacidad del estudiante a construir sistemas de ecuaciones compatibles, incompatibles.

### MÉTODO DE REDUCCIÓN (ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN)

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -2x + 5y = 2 \end{cases}$$

---

$$// \quad 4y = 5$$

Elaborado por: Byron Quintanilla

#### Método de Reducción

El método de reducción es aquel que tiene como objetivo eliminar una de las dos incógnitas del sistema para así obtener una ecuación de una sola incógnita. Para resolver aplicando este método podemos anotar los siguientes pasos:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....
6. ....
7. ....

### Ejemplos 1:

$$\begin{cases} 6x + 7y = 17 \\ 5x + 9y = 11 \end{cases}$$

1. Se multiplican cada una de las ecuaciones por los números apropiados para que, en una de las incógnitas, los coeficientes queden iguales pero de signo contrario.

$$\begin{array}{l} 5 \swarrow \searrow \\ \begin{cases} 6x + 7y = 17 \\ 5x + 9y = 11 \end{cases} \\ \nwarrow \nearrow \\ -6 \end{array}$$

2. Se suman ambas ecuaciones del nuevo sistema, equivalente al anterior.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 30x + 35y = 85 \\ -30x - 54y = -66 \end{cases} \\ \hline -19y = 19 \end{array}$$

3. Se resuelve la ecuación lineal de una incógnita que obtenemos.

$$y = -\frac{19}{19} \quad y = -1$$

4. Se sustituye el valor de la incógnita ya hallada en una de las ecuaciones del sistema y se despeja la otra.

$$\begin{aligned} 5x + 9y &= 11 \\ 5x + 9(-1) &= 11 \end{aligned}$$

5. Se resuelve la ecuación de una incógnita y se halla el valor de la otra incógnita.

$$\begin{aligned} 5x - 9 &= 11 \\ 5x &= 11 + 9 \\ 5x &= 20 \\ x &= \frac{20}{5} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

## Ejemplos 2:

Mediante el uso de sistema de ecuaciones resolver el siguiente ejercicio:

- En un teatro cobran \$9,00 dólares la entrada de los adultos y \$7,00 la entrada de los niños. Un día, pagaron su entrada 687 personas y recaudaron un total de \$5515,00 dólares. ¿Cuántas entradas vendieron para adultos y para niños?

### Análisis de problema:

Si pagaron la entrada 687 personas esto significa que entre los adultos y los niños son hay un total de 687 personas. Si llamamos "x" a la cantidad de adultos, e "y" a la cantidad de niños, ya podemos formar nuestra primera ecuación:

$$\text{Ecuación 1: } x + y = 687$$

Ahora, como sabemos el valor total de la recaudación que es \$5515,00 dólares, esto nos indica que la cantidad de adultos multiplicado por \$9,00 dólares la entrada más la cantidad de niños multiplicado por \$7,00 dólares de la entrada nos dará como resultado el total de la recaudación. Así podemos formar nuestra segunda ecuación.

$$\text{Ecuación 2: } 9x + 7y = 5515$$

Formamos nuestro sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 687 \\ 9x + 7y = 5515 \end{cases}$$

### Resolución:

Luego de construir el sistema de ecuaciones podemos resolverlo por el método antes estudiado.

$$-9 \leftarrow \begin{cases} x + y = 687 \\ 9x + 7y = 5515 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x - 9y = -6183 \\ 9x + 7y = 5515 \end{cases}$$

---

$$-2y = -668$$

$$y = \frac{-668}{-2}$$

$$y = 334$$

Cantidad de niños

$$\begin{aligned} x + y &= 687 \\ x + 334 &= 687 \\ x &= 687 - 334 \end{aligned}$$

$$x = 353$$

Cantidad de Adultos

## MÉTODO DE IGUALACIÓN

### Método de Igualación

$$x = \frac{3+y}{2} \leftrightarrow x = \frac{y-4}{3}$$

Elaborado por: Byron Quintanilla

Para resolver un sistema de ecuaciones por este método hay que despejar una incógnita en las dos ecuaciones e igualar el resultado de ambos despejes, con lo que se obtiene una ecuación de primer grado. Escriba las fases del proceso de resolución a medida que se resuelve el ejemplo:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....
6. ....

**Ejemplos 1:**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x - y = 16 \end{cases}$$

1. Escogemos una de las ecuaciones y procedemos a despejar una de las dos variables.

$$2x - 3y = 6$$

$$2x = 6 + 3y$$

$$x = \frac{6 + 3y}{2}$$

2. Tomamos la siguiente ecuación y despejamos la misma variable del paso anterior.

$$3x - y = 16$$

$$3x = 16 + y$$

$$x = \frac{16 + y}{3}$$

3. Igualamos los valores de cada despeje y multiplicamos en cruz.

$$\frac{6 + 3y}{2} = \frac{16 + y}{3}$$

$$\frac{6+3y}{2} \overset{=}{\times} \frac{16+y}{3}$$

$$3(6 + 3y) = 2(16 + y)$$

$$18 + 9y = 32 + 2y$$

4. Aplicamos transposición de términos, reducción de términos semejantes y encontramos el valor de la primera variable.

$$9y - 2y = 32 - 18$$

$$7y = 14$$

$$y = 2$$

5. Reemplazamos el valor encontrado en una de las ecuaciones despejadas o en una del sistema de ecuaciones.

$$x = \frac{16+y}{3}$$

$$x = \frac{16+2}{3}$$

$$x = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

## Ejemplos 2:

Mediante el uso de sistema de ecuaciones resolver el siguiente ejercicio:

- En un establo hay vacas y aves. Si el número total de animales es de 28 y el número de patas es de 94. ¿Cuántas aves hay en el establo?

### Análisis de problema:

Si sumamos las vacas y las aves tenemos un total de 28 animales. Si llamamos "x" a la cantidad de vacas, e "y" a la cantidad de aves, ya podemos formar nuestra primera ecuación:

$$\text{Ecuación 1: } x + y = 28$$

Ahora, como sabemos el total de patas que hay entre vacas y aves, tomando en cuenta que por cada vaca tendremos 4 patas y por cada ave vamos a tener 2 patas, esto nos indica que la cantidad de vacas multiplicado por 4 patas y la cantidad de aves multiplicado 2 patas, nos dará como resultado nuestra segunda ecuación.

$$\text{Ecuación 2: } 4x + 2y = 94$$

Formamos nuestro sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ 4x + 2y = 94 \end{cases}$$

**Resolución:**

Luego de construir el sistema de ecuaciones podemos resolverlo por el método antes estudiado.

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ 4x + 2y = 94 \end{cases}$$

$$x + y = 28$$

$$x = 28 - y$$

$$4x + 2y = 94$$

$$4x = 94 - 2y$$

$$x = \frac{94 - 2y}{4}$$

$$\frac{28-y}{1} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad \frac{94-2y}{4}$$

$$4(28 - y) = 94 - 2y$$

$$112 - 4y = 94 - 2y$$

$$-4y + 2y = 94 - 112$$

$$-2y = -18$$

$$y = 9$$

$$x = \frac{94 - 2(9)}{4}$$

$$x = \frac{94 - 18}{4}$$

$$x = \frac{76}{4} \quad x = 19$$

**Comprobación de resultados:**

Como a la cantidad de vacas llamamos  $x$  y a la cantidad de aves llamamos  $y$ , los valores encontrados en la resolución del sistema de ecuaciones encontramos los valores de  $x$  e  $y$ . Procedemos a realizar la comprobación en base a los enunciados establecidos en el ejercicio:

En un establo hay vacas y aves. Si el número total de animales es de 28 y el número de patas es de 94. ¿Cuántas aves hay en el establo?


$$\begin{array}{l} \text{Cantidad de vacas } x = 19 \\ \text{Cantidad de aves } y = 9 \end{array} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad x + y = 28 \text{ Número total de animales en el establo}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cantidad de patas por vacas } 4x \\ \text{Cantidad de patas por aves } 2y \end{array} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad 4(19) + 2(9) = 94$$

$$76 + 18 = 94 \text{ Número total de animales en el establo}$$

## MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

$$2x - 3y = 3$$


$$x = \frac{7+4y}{2}$$

Elaborado por: Byron Quintanilla

### Método de Sustitución

La utilización de este método implica despejar una incógnita de una ecuación y sustituir dicho valor en la segunda ecuación. Mediante la resolución de un ejercicio, completar el siguiente cuadro de pasos de resolución:

Los pasos para resolver un sistema por el método de sustitución son:

1. Se despeja una de las \_\_\_\_\_ de cualquier \_\_\_\_\_.
2. Se \_\_\_\_\_ la expresión hallada en la \_\_\_\_\_ ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Se \_\_\_\_\_ esta ecuación.
4. \_\_\_\_\_ el valor obtenido en la \_\_\_\_\_ ecuación.

Elaborado por: Byron Quintanilla

### Ejemplos 1:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

1. Se despeja una de las \_\_\_\_\_ de cualquier \_\_\_\_\_.

$$2x + y = 6$$

$$2x = 6 - y$$

$$x = \frac{6 - y}{2}$$



2. Se \_\_\_\_\_ la expresión hallada en la \_\_\_\_\_ ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.

$$3x - y = 4$$

$$3\left(\frac{6-y}{2}\right) - y = 4$$

3. Se \_\_\_\_\_ esta ecuación.

$$\frac{18-3y}{2} - y = 4$$

$$18 - 3y - 2y = 8$$

$$-3y - 2y = 8 - 18$$

$$-5y = -10$$

$$y = \frac{-10}{-5}$$

$$y = 2$$

4. \_\_\_\_\_ el valor obtenido en la \_\_\_\_\_ ecuación.

$$x = \frac{6-y}{2}$$

$$x = \frac{6-2}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

## Ejemplos 2:

Mediante el uso de sistema de ecuaciones resolver el siguiente ejercicio:

- Si a cada término de una fracción se resta 3, el valor de la fracción es igual a  $\frac{1}{3}$ , y si los dos términos se aumentan 5, el valor de la fracción es igual a  $\frac{3}{5}$ . Hallar la fracción.

### Análisis de problema:

Como no sabemos cuánto es el valor de cada uno de los términos de la fracción, representamos con incógnitas, restamos 3 a cada término e igualamos a los valores establecidos:

$$\text{Ecuación 1: } \frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{3}$$

Ahora, nos pide que a cada término sumemos en 5 e igualamos a el valor establecido.

$$\text{Ecuación 2: } \frac{x+5}{y+5} = \frac{3}{5}$$

Multiplicamos en cruz para eliminar los denominadores y formamos nuestro sistema de ecuaciones:

$$\frac{x-3}{y-3} \times \frac{1}{3}$$

$$3(x-3) = y-3$$

$$3x-9 = y-3$$

$$3x-y = 9-3$$

$$3x-y = 6$$

$$\frac{x+5}{y+5} \times \frac{3}{5}$$

$$5(x+5) = 3(y+5)$$

$$5x+25 = 3y+15$$

$$5x-3y = 15-25$$

$$5x-3y = -10$$

$$\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 5x - 3y = -10 \end{cases}$$

**Resolución:**

Luego de construir el sistema de ecuaciones podemos resolverlo por el método antes estudiado.

$$\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 5x - 3y = -10 \end{cases} \qquad \begin{aligned} 30 + 5y - 9y &= -30 \\ 5y - 9y &= -30 - 30 \\ -4y &= -60 \\ y &= \frac{-60}{-4} \\ y &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - y &= 6 \\ 3x &= 6 + y \\ x &= \frac{6 + y}{3} \end{aligned}$$

$$5\left(\frac{6 + y}{3}\right) - 3y = -10$$

$$\frac{30 + 5y}{3} - 3y = -10 \qquad x = \frac{6 + 15}{3}$$

$$x = \frac{21}{3} \qquad x = 7$$

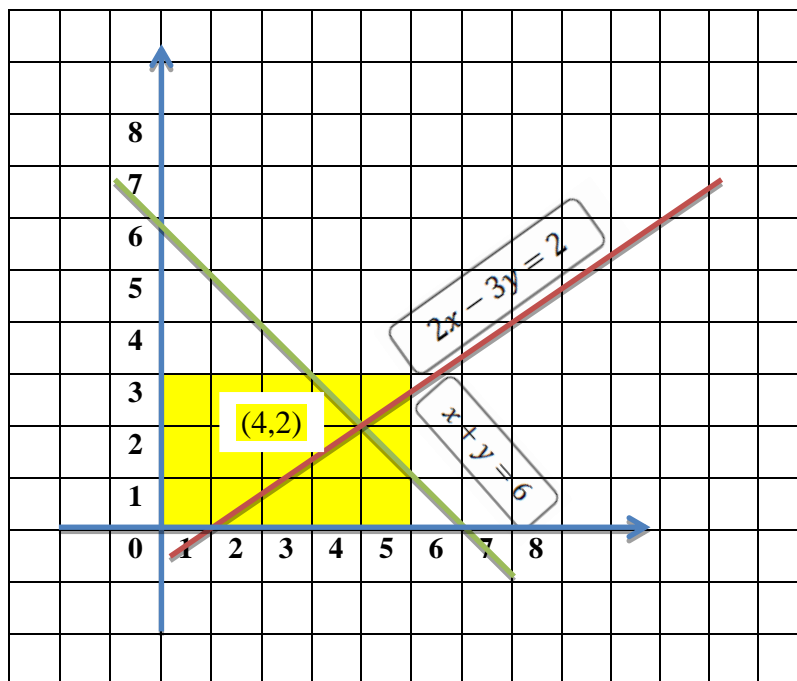
**Comprobación de resultados**

Establecemos las ecuaciones y con los resultados encontrados en la resolución del sistema de ecuaciones, procedemos a reemplazar los valores.  $x = 7$   $y = 15$

Si a cada término de una fracción se resta 3, el valor de la fracción es igual a $\frac{1}{3}$	Si los dos términos se aumentan 5, el valor de la fracción es igual a $\frac{3}{5}$
$\frac{x - 3}{y - 3} = \frac{1}{3}$	$\frac{x + 5}{y + 5} = \frac{3}{5}$
$\frac{7 - 3}{15 - 3} = \frac{1}{3}$	$\frac{7 + 5}{15 + 5} = \frac{3}{5}$
$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$

## ACTIVIDAD N° 3 MÉTODO GRÁFICO

TEMA: Método Gráfico



Elaborado por: Byron Quintanilla

### OBJETIVO

- Construir las gráficas de un sistema de ecuaciones.
- Reconocer cuando un sistema de ecuaciones es compatible e incompatible

### Recurso

- Esferográfico
- Hoja de papel cuadriculado
- Lápiz
- Borrador
- Regla

## Contenido científico

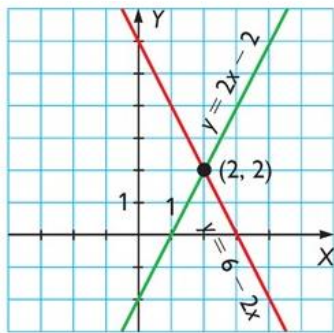
### REPRESENTACIÓN GRÁFICA

La solución de un sistema de ecuaciones es aquel valor que hace válidas todas las ecuaciones. Este es el punto donde las rectas se intersecan. Las coordenadas de este punto serán la solución para las dos variables en las dos ecuaciones.

Elaborado por: Byron Quintanilla

**Sistemas de Ecuaciones:** La solución de un sistema de ecuaciones es el valor o valores que hacen válidas a todas las ecuaciones en el sistema. Las rectas de las ecuaciones del sistema te dicen cuántas soluciones existen para dicho sistema. Observa las siguientes imágenes. Cada una muestra dos rectas que forman el sistema de ecuaciones.

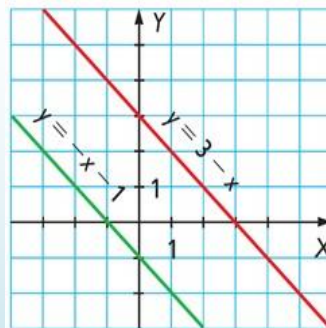
#### RECTAS SECANTES



#### UNA SOLUCIÓN

Si las rectas de la graficas se intersecan entonces habrá solución.

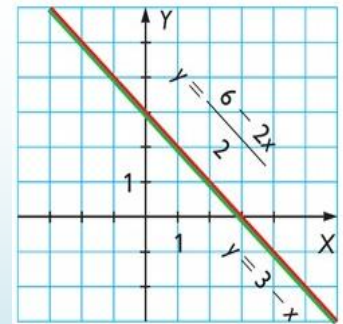
#### RECTAS PARALELAS



#### NO HAY SOLUCIÓN

Si las rectas de la graficas no se intersecan entonces no hay solución.

#### RECTAS COINCIDENTES



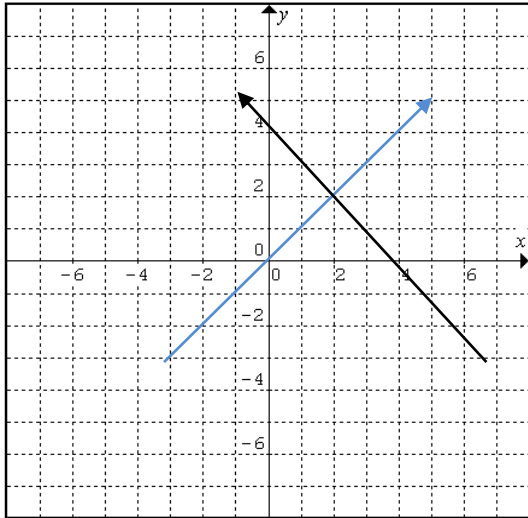
#### SOLUCIÓN INFINITA

Si en la gráfica las rectas se están superpuestas, entonces existe un número infinito de soluciones.

Elaborado por: Byron Quintanilla

**Ejemplo:**

Analizar la siguiente gráfica que pertenece a las rectas: de  $y = x$  e  $y = 4 - x$ , mostradas a continuación, determina qué tipo de rectas son, cuántas soluciones tiene el sistema y si pertenece a un sistema consistente o inconsistente.



Elaborado por: Byron Quintanilla

**TIPO DE RECTAS**

**NÚMERO DE SOLUCIONES**

**ES UN SISTEMA**

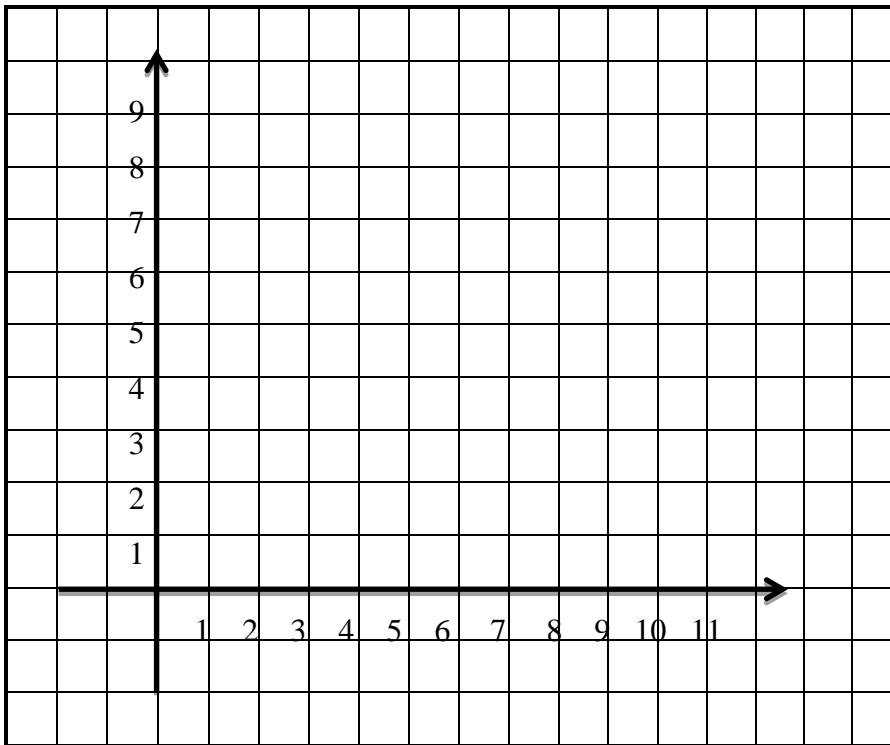
**DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD**

**RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS Y VERIFIQUE LAS RESPUESTA**

Encierre en un círculo la respuesta correcta: ¿Cuál de los siguientes enunciados es válido para el sistema  $2x - y = -3$  y  $y = 4x - 1$

- (2, 7) es una solución de una ecuación pero no de la otra, entonces es una solución del sistema.
- (2, 7) es una solución de una ecuación pero no de la otra, entonces no es una solución del sistema.
- (2, 7) es una solución de ambas ecuaciones, entonces es una solución del sistema.
- (2, 7) no es solución de ninguna de las ecuaciones, entonces no es una solución del sistema.

## RESOLUCIÓN



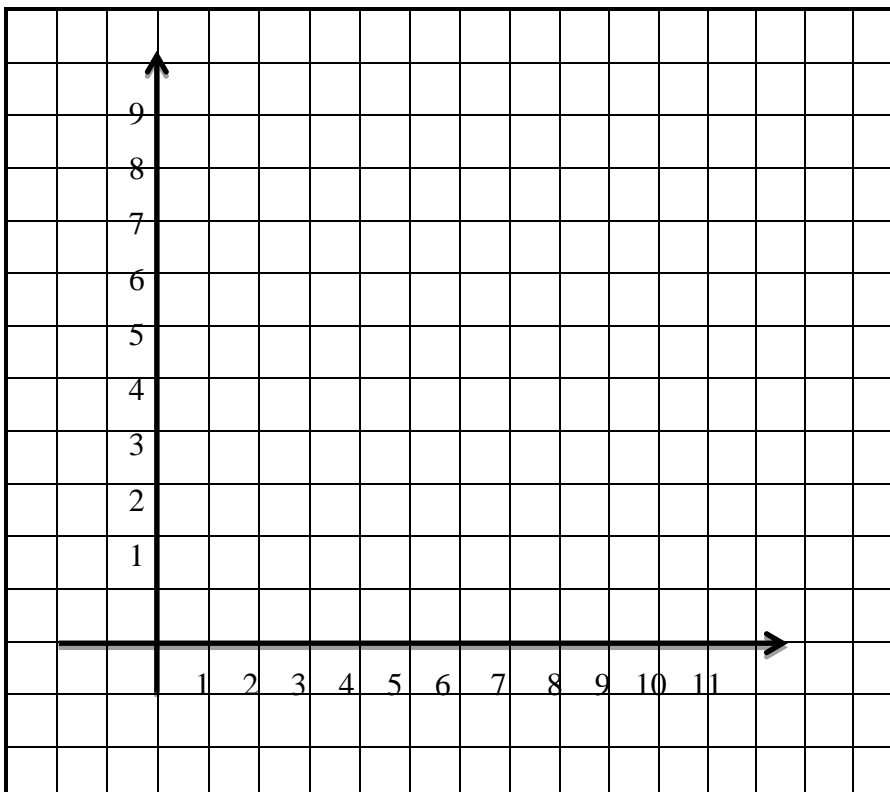
$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	
2	

$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	
2	

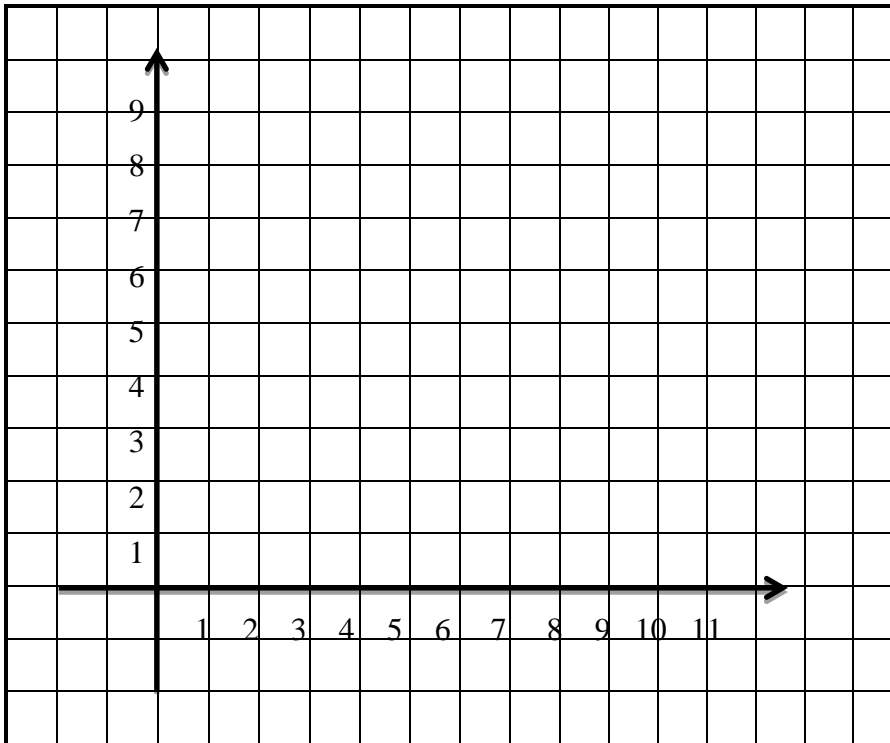
Elaborado por: Byron Quintanilla

### Representar gráficamente el siguiente ejercicio

Encontrar las soluciones del sistema  $y = 2 + x$  ;  $y = 6 - x$



Encontrar las soluciones del sistema  $y = x + 4$  ;  $y = x + 2$

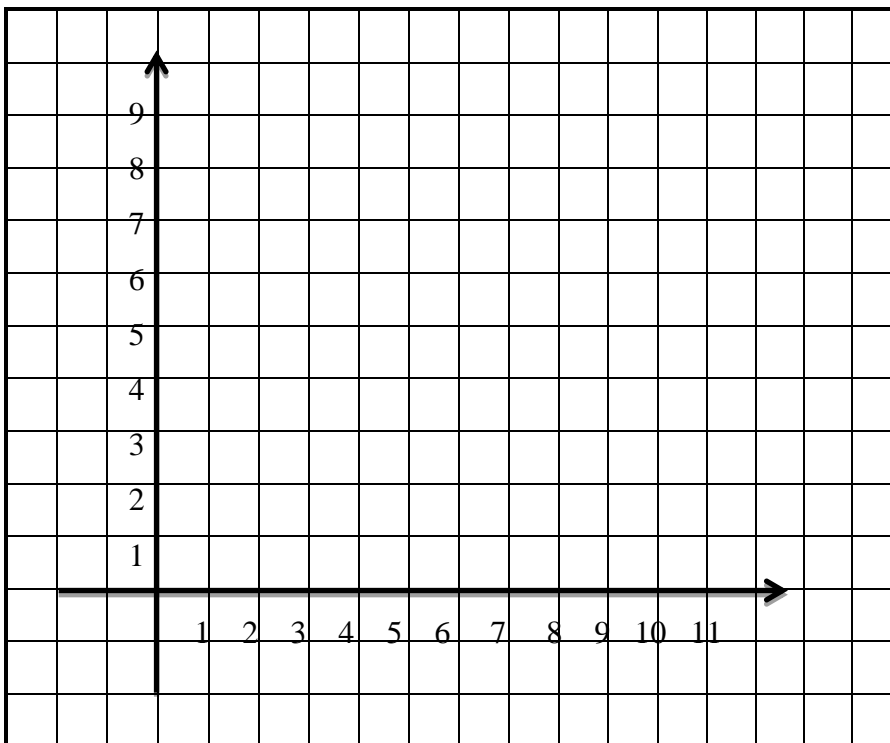


Elaborado por: Byron Quintanilla

$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	
2	

$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Encontrar las soluciones del sistema  $y = 2x + 1$  ;  $y = \frac{2+4x}{2}$



Elaborado por: Byron Quintanilla



## DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

### 1. Resolver los siguientes ejercicios de aplicación.

$$\begin{cases} 6x + 7y = 17 \\ 5x + 9y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - 2y = -24 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 7y = 2 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{7}x - \frac{3}{4}y = 7 \\ \frac{x}{7} + \frac{y}{8} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

### 2. Resolver los siguientes problemas utilizando sistema de ecuaciones.

- Juan pagó \$50 por 3 cajas de taquetes y 5 cajas de clavos. Pedro compró 5 cajas de taquetes y 7 de clavos y tuvo que pagar \$74. ¿Cuál es el precio de cada caja de taquetes y de cada caja de clavos?
- Enriqueta es costurera y quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta \$15 y el de botones negros \$10. Si con \$180.00 compró en total 14 paquetes, ¿cuánto gastó en botones blancos?
- Con dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?
- La edad de Camila y de su mamá suman 54 años y dentro de 9 años la edad de la mamá será el doble de la edad de Camila. ¿Cuántos años tiene cada una?
- Jovita y Felipe hacen paletas de chocolate para vender. La materia prima necesaria para hacer una paleta grande les cuesta \$5.00 y para una paleta chica \$3.00. Si disponen de \$570.00 y quieren hacer 150 paletas, ¿cuántas paletas de cada tamaño podrán hacer?

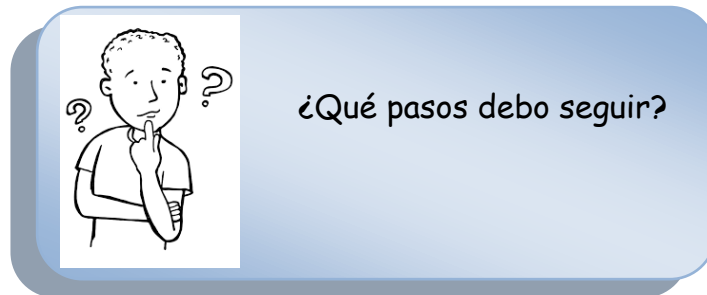
- El costo de las entradas a una función de títeres es de \$30 para los adultos y \$20 para los niños. Si el sábado pasado asistieron 248 personas y se recaudaron \$5930, ¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron a la función el sábado?
- Marta y sus amigos pagaron \$109 por 5 hamburguesas y 7 refrescos. Si la semana anterior consumieron 8 hamburguesas y 11 refrescos y la cuenta fue de \$173, ¿cuánto cuesta cada hamburguesa y cada refresco?
- El perímetro de un rectángulo es de 40 metros. Si se duplica el largo del rectángulo y se aumenta en 6 metros el ancho, el perímetro queda en 76 metros. ¿Cuáles son las medidas originales del rectángulo y cuáles las medidas del rectángulo agrandado?
- Don José y don Tiburcio fueron a comprar semillas para sembrar. Don José compró cuatro sacos de maíz y tres sacos de frijol, y don Tiburcio compró tres sacos de maíz y dos de frijol. La carga de don José fue de 480 kilogramos y la de don Tiburcio de 340. ¿Cuánto pesaban cada saco de maíz y cada saco de frijol?
- Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea.
- En una fábrica tienen máquinas de tipo A y máquinas de tipo B. La semana pasada se dio mantenimiento a 5 máquinas de tipo A y a 4 del tipo B por un costo de \$3405. La semana anterior se pagó \$3135 por dar mantenimiento a 3 máquinas de tipo A y 5 de tipo B. ¿Cuál es el costo de mantenimiento de las máquinas de cada tipo?
- Las edades de Pedro y de su papá suman 44 años. Hace 4 años la edad de Pedro era la octava parte de la de su papá. ¿Cuántos años tiene cada uno?
- En un examen de 20 preguntas, por cada pregunta acertada dan 3 puntos y por cada pregunta fallada (equivocada o no contestada) quitan 2. ¿Cuántas preguntas ha acertado y cuántas ha fallado un alumno que ha obtenido un resultado de 15 puntos?
- En 1977 Ricardo tenía 20 años y sus hermanos 6 y 7 años respectivamente, ¿cuál es el menor número de años que debe transcurrir a partir de ese año para que la edad de Ricardo llegue a ser menor que la suma de las edades que tendrán sus dos hermanos?

- La suma de tres números impares positivos y consecutivos excede al mayor de ellos en 28 unidades. Halle el producto de los tres números impares menos el producto de los números pares que se encuentran entre ellos.
- En un examen de admisión de 100 preguntas, Porfirio obtiene 4 puntos por cada respuesta correcta pero pierde 2 puntos por cada respuesta errada. Si después de haber resuelto el examen obtiene 88 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente, sabiendo que desarrolló todo el examen?
- En un zoológico, hay cuatro tortugas: Flash, Meteoro, Rayo y Viento. Viento tiene 32 años más que Meteoro, pero 14 menos que Flash; Rayo tiene tantos años como la suma de las edades de Viento y Meteoro. Si dentro de 25 años la suma de las edades será igual a dos siglos y medio, ¿Qué edad tiene Rayo?
- En el acondicionamiento de las aulas en la ciudad universitaria, el número de carpinteros duplica al número de electricistas. Al mes, cada carpintero gana \$1 400 y cada electricista \$1 200. Si en un mes la suma de los sueldos de todos ellos es \$48 000, ¿Cuántos carpinteros hay?
- En una granja entre gallinas y cerdos se cuentan 100 patas y 35 cabezas. ¿Cuántos cerdos hay en la granja?
- Tres jugadores A, B y C tienen cierta cantidad de dinero; A y B tienen juntos \$36; A y C tienen juntos \$39; B y C tienen juntos \$43. ¿Cuánto tiene C?
- Rosa le dice a Gabriela: Yo peso 30 kg más la mitad de mi peso; y Gabriela responde: Yo peso 60 kg menos la mitad de mi peso. Determine la suma de los pesos de Rosa y Gabriela.
- Dos ómnibus tienen 120 pasajeros, si del ómnibus con más pasajeros se trasladan los  $\frac{2}{5}$  de ellos al otro ómnibus, ambos tendrían igual número de pasajeros. ¿Cuántos pasajeros tiene cada ómnibus?

- La edad actual de Pedro es igual a la mitad de la edad actual de Luis. Hace 12 años la edad de Pedro era la cuarta parte de la edad de Luis. ¿Hace cuántos años la edad de Pedro era la tercera parte de la edad de Luis?
  
- Un joyero fabrica un total de 16 anillos, unos de oro y otros de plata. Si vende 3 anillos de cada metal precioso, le queda un número de anillos tal que el número de los de plata es el cuádruple de los de oro. Indique la proposición verdadera referida al número de anillos que fabricó el joyero.
  
- Henry le dice a Miguel: La suma de nuestras edades es 46 años y tu edad es el triple de la edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací. Entonces Miguel tiene actualmente:
  
- Una familia compra tres gaseosas y tres hamburguesas en \$21 dólares, Juan compra dos hamburguesas y una gaseosa pagando 12 dólares. ¿Cuánto valdrá cada gaseosa y cada hamburguesa?

## ACTIVIDAD N° 5 COMO ELABORAR UN SISTEMA DE ECUACIONES

Podemos construir un sistema de ecuaciones lineales de tal manera que nosotros demos los valores de las variables:



Elaborado por: Byron Quintanilla

1. Dar valores a las variables  $x$  e  $y$ :

$$x = 3 \quad y = -2$$

2. Establecer coeficientes y signos para las incógnitas:

$$2x - 3y = \quad \quad -3x - 4y =$$

3. Reemplazar los valores dados en cada ecuación y resolver:

$$2(3) - 3(-2) = 12 \quad \quad -3(3) - 4(-2) = -1$$

4. El resultado incluir en cada ecuación y formar el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ -3x - 4y = -1 \end{cases}$$

5. Podemos resolver dichos sistemas de ecuaciones por los métodos antes estudiados.

Nota: Podemos elaborar sistema de ecuaciones inclusive con fracciones, para lo cual damos valores fraccionarios a los coeficientes y seguimos con los pasos antes mencionados.

Ejemplo:

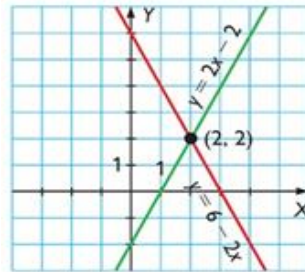
$$\begin{cases} \frac{5}{3}x - 2y = 13 \\ \frac{3}{5}x - \frac{2}{3}y = 5 \end{cases}$$

## IDENTIFICAR CUANDO UN SISTEMA ES COMPATIBLE DETERMINADO E INDETERMINADO Y CUANDO UN SISTEMA ES INCOMPATIBLE

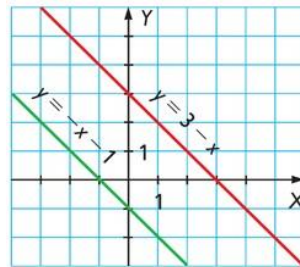


Podemos clasificar los sistemas de ecuaciones lineales según su número de soluciones de la siguiente forma:

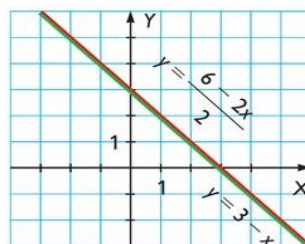
1. Sistemas con una solución: Las ecuaciones del sistema son rectas secantes. Se cortan en un punto  $(x, y)$  que es la solución del sistema.



2. Sistemas sin solución: Las ecuaciones del sistema son rectas paralelas. No tienen ningún punto en común, y por tanto no hay solución.



3. Sistemas con infinitas soluciones: Las ecuaciones del sistema son rectas coincidentes. Tienen todos los puntos en común, y por tanto todos ellos son solución.



¿Sabías  
que...

Podemos identificar si un sistema de ecuaciones tiene soluciones infinitas, una solución o no tiene solución antes de resolver dicho sistema

**Elaborado por: Byron Quintanilla**

¿Qué condiciones deben cumplir las ecuaciones para que el sistema tenga una, ninguna o infinitas soluciones?

1. Una solución: Los coeficientes de  $x$  e  $y$  de las dos ecuaciones no son proporcionales.

$$\text{Ejemplo: } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 5y = 7 \end{cases}$$

2. Ninguna solución: Los coeficientes de  $x$  e  $y$  de una ecuación son proporcionales a los de la otra ecuación, mientras que los términos independientes no lo son:

$$\text{Ejemplo: } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 6y = 7 \end{cases}$$

3. Infinitas soluciones: Los coeficientes de  $x$  e  $y$ , y el término independiente de una ecuación, son proporcionales a los de la otra ecuación:

$$\text{Ejemplo: } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 6y = 2 \end{cases}$$

## ACTIVIDAD N° 6 FUNCIÓN LINEAL

**TEMA: Clasificación de una Función Lineal**

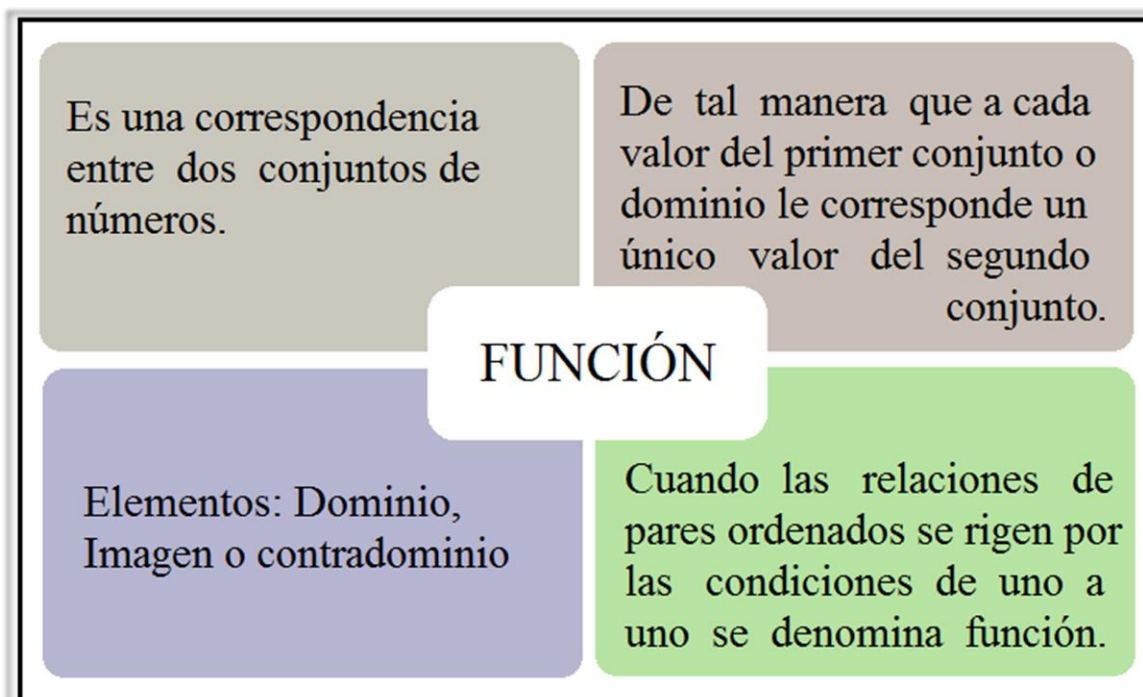
### OBJETIVO

- Determinar la importancia de aplicación de funciones algebraicas

### RECURSO

- Esferográfico
- Hoja de papel cuadriculado
- Lápiz
- Borrador
- Regla

# FUNCIÓN LINEAL



Elaborado por: Byron Quintanilla

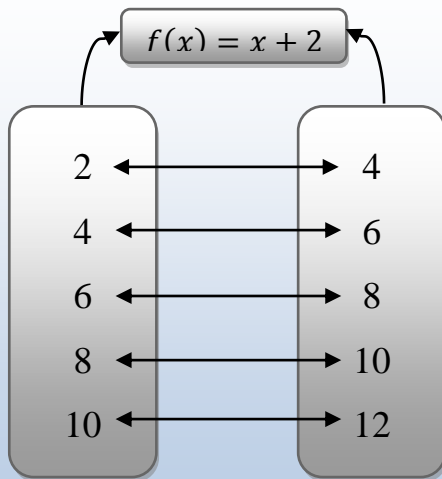
*La matemática posee no solo la verdad, sino la suprema belleza fría y austera, como una tumba.*

*(Bertrand Russell)*



## CONTENIDO CIENTÍFICO

### FUNCIÓN LINEAL



Recordemos que una función es una correspondencia entre los elementos de un conjunto de partida, llamado **Dominio**, y los elementos de un conjunto de llegada, llamado **Codominio**, de forma tal que a cada elemento del dominio le corresponde uno, y solo uno, en el codominio.

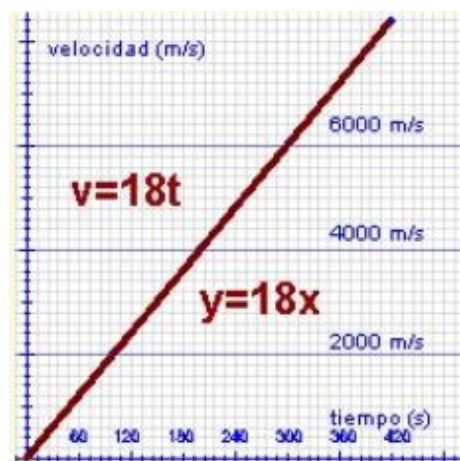
La función lineal se define por la ecuación  $f(x) = mx + b$  ó  $y = mx + b$  llamada **ecuación canónica**, en donde  $m$  es la pendiente de la recta y  $b$  es el intercepto con el eje Y.

Elaborado por: Byron Quintanilla

Definición:

Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales  $(x,y)$ . Su ecuación tiene la forma:  $y = mx$  ó  $f(x) = mx$

El factor  $m$  es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de pendiente de la función porque, como veremos en la siguiente sección, indica la inclinación de la recta que la representa gráficamente.



**Funciones explícita.** Si se pueden obtener las imágenes de  $x$  por simple sustitución.

$$f(x) = 5x$$

**Funciones implícita.** Si no se pueden obtener las imágenes de  $x$  por simple sustitución, sino que es preciso efectuar operaciones.

$$5x - y - 2 = 6$$



**Ejemplo:**

Dada la función  $f(x) = 3x + 10$  ¿Cuáles es el valor de?  $f(-5)$ .

$$f(-5) = 3(-5) + 10$$

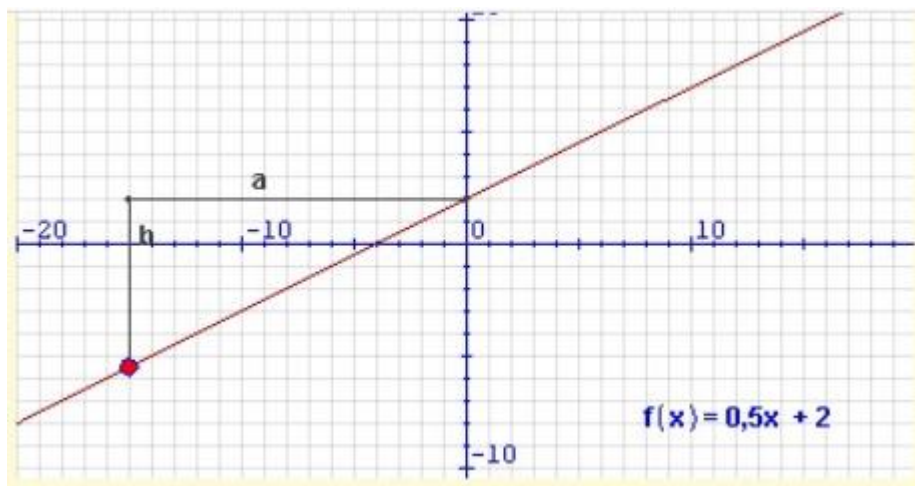
$$f(-5) = -15 + 10$$

$$f(-5) = -5$$

Función Afín:

Si a dos magnitudes directamente proporcionales se les aplica alguna condición inicial, la función que las liga ya no es totalmente lineal (las magnitudes ya no son proporcionales). Se dice que es una función afín y su forma es:

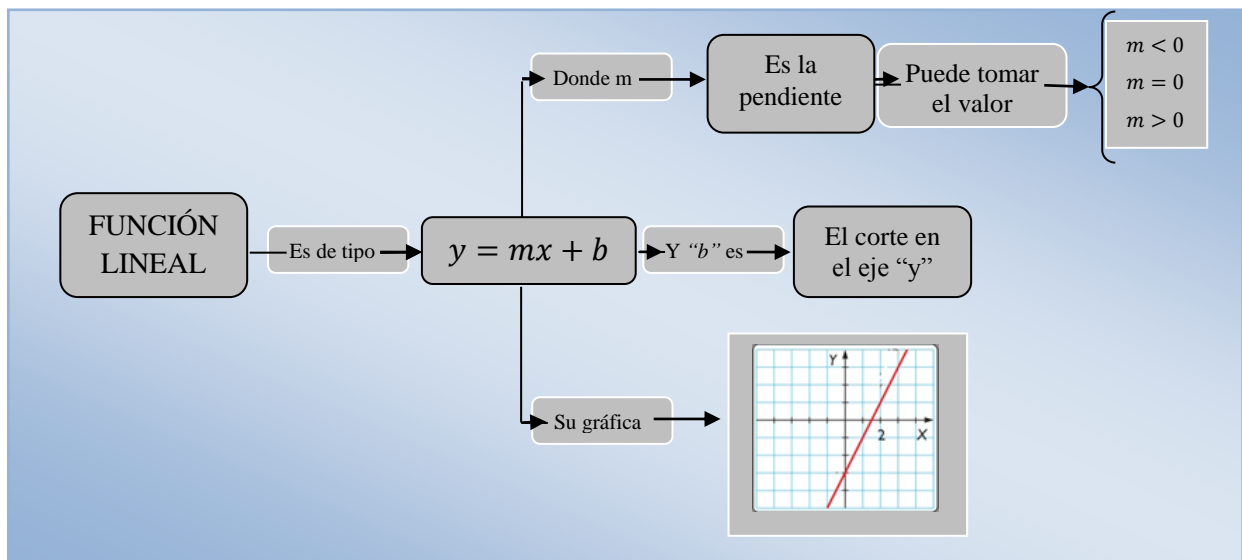
$$y = mx + b \quad \text{ó} \quad f(x) = mx + b$$



Elaborado por: Byron Quintanilla

**Recuerda:** Ahora el cociente entre  $f(x)$  y  $x$  no es constante

## CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES LINEALES



Recordemos que los polinomios de primer grado tienen la variable elevada a la primera potencia, cuando la potencia es 1 normalmente no se escribe.

**m** = pendiente de la recta (constante).

**b** = punto de corte de la recta con el eje y (constante).

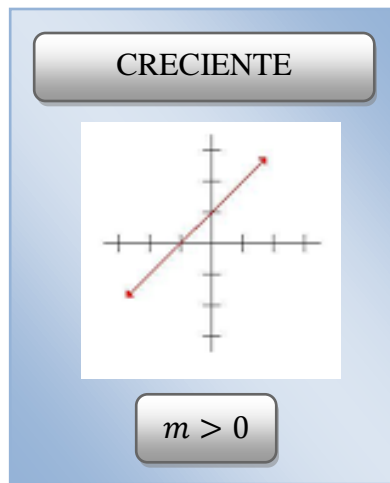
**x** = variable.

Cuando modificamos “m” en una función lineal se modifica la pendiente es decir la inclinación de la recta, si cambiamos “b” la línea se mueve hacia arriba o abajo.

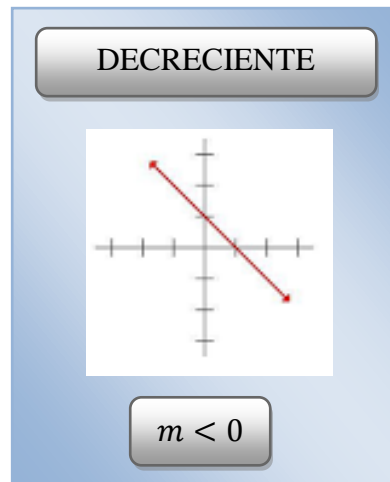
Las funciones se pueden clasificar en tres tipos:

- Si el valor de “m” es mayor a cero la función es **creciente**.
- Si el valor de “m” es menor a cero la función es **decreciente**.
- Si “m” es igual a cero la función es **constante** (su gráfica será una recta paralela al eje X).

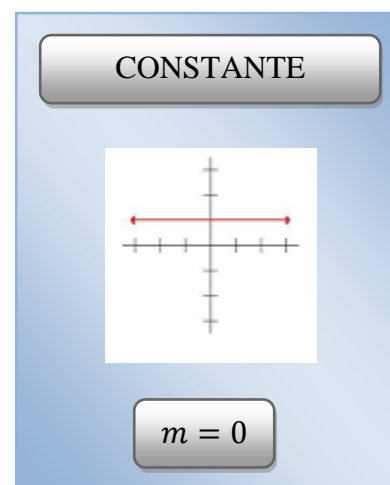
Función creciente: Una función lineal es creciente cuando el valor de su pendiente es mayor a 0.



Función decreciente: Una función lineal es decreciente cuando el valor de su pendiente es menor a 0.



Función constante: En matemática se llama **función constante** a aquella función matemática que toma el mismo valor para cualquier valor de la variable independiente, se representa  $f(x) = c$ .



Actividad: Complete los siguientes cuadros con la información adecuada.

- Emily va a la carnicería y compra carne a 2.40 €/Kg.

<b>Cantidad (en Kg)</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<b>7</b>
<b>Precio (en €)</b>	0	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<b>9,60</b>	<b>13,20</b>	<input type="text"/>

Elaborado por: Byron Quintanilla

- Un numero y su triple

<b>Número</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>Triple</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Elaborado por: Byron Quintanilla

- Complete las siguientes tablas:

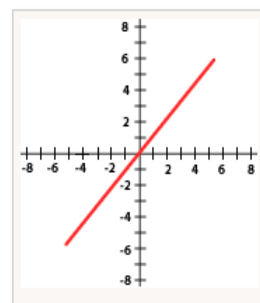
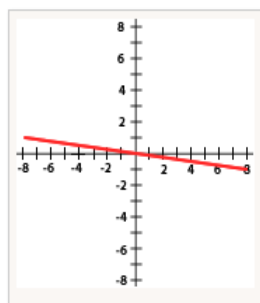
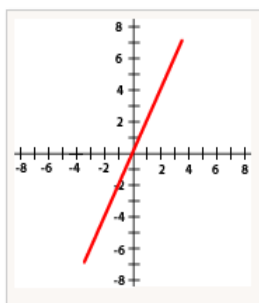
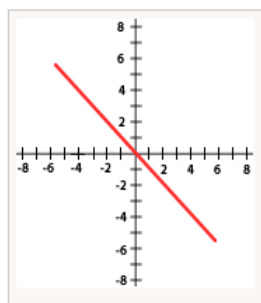
$$f(x) = 3x - 2$$

x	y
<b>-3</b>	<b>-11</b>
<b>0</b>	<input type="text"/>
<b>2</b>	<input type="text"/>
<b>2</b>	<input type="text"/>

$$f(x) = -x + 2$$

x	y
<b>-2</b>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<b>0</b>
<b>3</b>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<b>-3</b>

- Según su pendiente determinar si las siguientes graficas son funciones crecientes, decrecientes o constantes:



Elaborado por: Byron Quintanilla

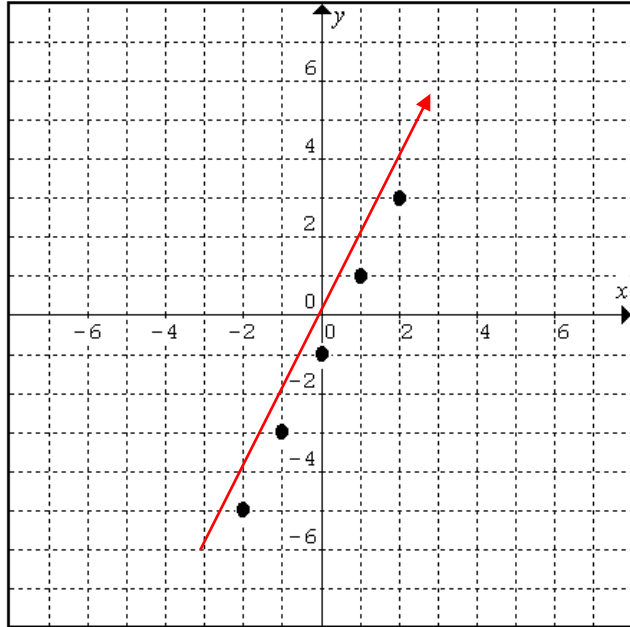
Ejemplo:

**1. Resolver los siguientes ejercicios**

Graficar la función  $f(x) = 2x - 1$ .

$$f(x) = 2x - 1$$

$x$	$2x - 1$
-2	$2(-2) - 1 = -5$
-1	$2(-1) - 1 = -3$
0	$2(0) - 1 = -1$
1	$2(1) - 1 = 1$
2	$2(2) - 1 = 3$



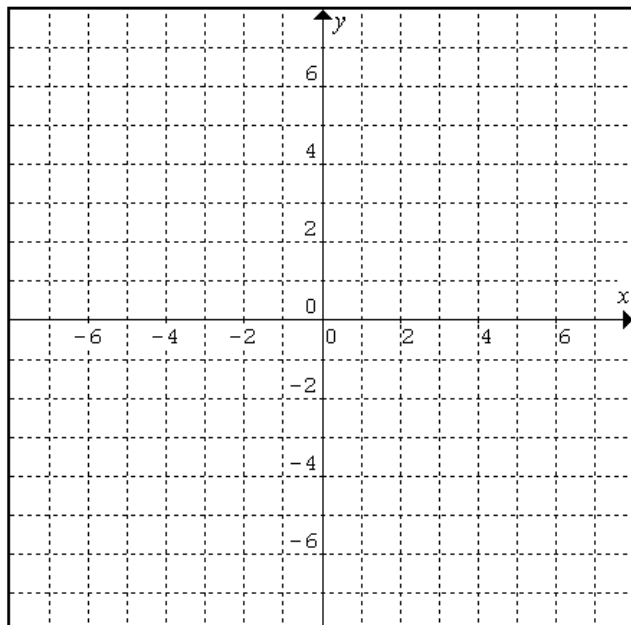
Elaborado por: Byron Quintanilla

Ejemplo:

Graficar la función  $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$ .

$$f(x) = \frac{3}{2}x - 2$$

$x$	$\frac{3}{2}x - 2$
-2	
-1	
0	
1	
2	



Elaborado por: Byron Quintanilla

Recordando que no es lo mismo resolver problemas que resolver ejercicios matemáticos, es una constante la problemática de los estudiantes al intentar resolver este tipo de problemas, a continuación vemos lo importante que es saber resolver funciones lineales las cuales nos ayudaran a resolver ejercicios que se pueden encontrar en el diario vivir.

Ejercicios:

- Un algodónero recoge 30 Kg cada hora, y demora media hora preparándose todos los días cuando inicia la jornada. ¿Cuántos Kg de algodón se recogerán en una jornada de 8 horas?

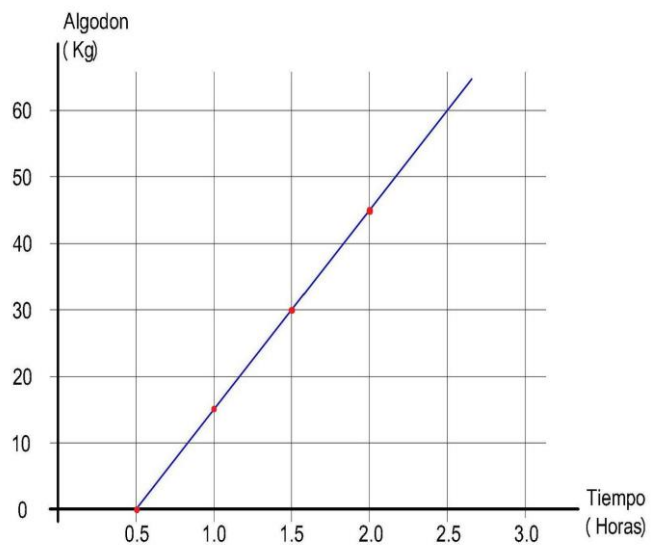
La función lineal que representa esta situación es  $y = 30(x - 0.5)$  donde  $y$  representa los Kg de algodón recogido y  $x$  el tiempo transcurrido en horas.

$$y = 30(x - 0.5)$$

Aplicamos propiedad distributiva  $y = 30x - 15$

Función:  $f(x) = 30x - 15$

$x$	$30x - 15$
0,5	$30(0,5) - 15 = 0$
1	$30(1) - 15 = 15$
1,5	$30(1,5) - 15 = 30$
2	$30(2) - 15 = 45$
2,5	$30(2,5) - 15 = 60$



Elaborado por: Byron Quintanilla

Transcurrido las 8 horas de trabajo el algodónero a recogido 225 kg.

## EJERCICIOS PROPUESTOS

a) Graficar las siguientes funciones:

$$\triangleright f(x) = -2x - 1$$

$$\triangleright f(x) = 2x + 3$$

$$\triangleright f(x) = x + 2x - 5$$

$$\triangleright f(x) = x + \frac{1}{3}$$

$$\triangleright f(x) = 4x + 3$$

$$\triangleright f(x) = 5x + 1$$

$$\triangleright f(x) = -2x - 3$$

$$\triangleright f(x) = 5x + 13$$

$$\triangleright f(x) = -\frac{3}{2}x - 1$$

$$\triangleright f(x) = \frac{3x+3}{2} - 1$$

$$\triangleright f(x) = \frac{-4x+3}{2}$$

$$\triangleright f(x) = -\frac{5x+1}{3} + 4$$

$$\triangleright f(x) = \frac{x+\frac{1}{2}}{2} + 3$$

$$\triangleright f(x) = -\frac{3x+3}{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}$$

$$\triangleright f(x) = \frac{-x+3}{2-x}$$

$$\triangleright f(x) = \frac{x+\frac{1}{3}}{2+\frac{2}{x}}$$

b) Mediante la utilización de funciones lineales resolver los siguientes problemas planteados:

- $\triangleright$  Por el alquiler de un coche cobran una cuota fija de 20.000 pesos y adicionalmente 3.000 pesos por kilómetro recorrido. Escribe la ecuación canónica que representa esta función y gráficala, ¿cuánto dinero hay que pagar para hacer un recorrido de 125 Km? y si pague un valor de 65.000 pesos ¿cuántos kilómetros recorrió?
- $\triangleright$  En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función a fin que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.



- Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?
- Tres kilos de de peras nos han cobrado \$ 4,5 dólares, y por 7 kilos habríamos pagado \$ 10,5 dólares. ¿Cuánto costaría 5 kg de peras?
- Un determinado día Juan ha cambio 3,6 Euros por \$ 3 dólares, y Álvaro a cambiado 8,4 euros por \$ 7 dólares.
  - a) ¿A qué precio estuvo el cambio?
  - b) ¿Cuánto pagaríamos por 22 euros?
- Un técnico de reparación de electrodomésticos cobra \$ 25 dólares por la visita más \$ 20 dolores por cada hora de trabajo. Si se tardo en reparar un electrodoméstico 2 horas y media, ¿Cuánto tendríamos que cancelarlo?
- En una ciudad tienen implantada la ordenanza de regulación de aparcamiento. La norma indica que se debe cancelar cierta cantidad por cada minuto aparcado. Juan pone \$ 1,35 dólares en el parquímetro y le señala que tiene un tiempo de 45 minutos, en cambio Javier ubico 0,84 ctvs. y mostro que tenía un tiempo de 28 minutos. Halle la gráfica de la relación entre precio y tiempo.
  - a) ¿Cuánto tendría que pagar por el aparcamiento de 55 minutos?
  - b) ¿Si pague \$ 2,40 dólares que tiempo puedo aparcarme?
- La arena contenida en un reloj de arena ocupa un volumen de 563 cm<sup>3</sup> y el fabricante indica que la velocidad de caída de la arena es de 7 cm<sup>3</sup> /s. Averigua cuánto tarda en haber la misma cantidad de arena en las dos partes del reloj.

## BIBLIOGRAFÍA

### **Ecuación de primer grado**

[http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Ecuaciones\\_primer\\_grado.html](http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Ecuaciones_primer_grado.html)

### **Funciones algebraica**

[http://www.vitutor.com/fun/2/c\\_1.html](http://www.vitutor.com/fun/2/c_1.html)

### **Metodología activa**

<http://proyectosytesis.blogspot.com/2007/07/la-metodologa-activa-y-su-influencia-en.html>

### **Ejercicios de aplicación**

<http://examen-senescyt.blogspot.com/2013/09/planteo-de-ecuaciones-problemas.html>

<https://dsmate2015.files.wordpress.com/2015/07/problemas-de-aplicacion-sistemas-2x2.pdf>

<http://es.scribd.com/doc/249091514/Examen-Resuelto-Del-Senescyt>

<http://web.educastur.princast.es/ies/snava/mat1/TIPOS%20DE%20SISTEMAS.htm>

<http://equationsolver.intemodino.com/es/resolver-sistemas-de-ecuaciones-lineales.html>

<http://fooplot.com/?lang=es#W3sidHIwZSI6MCwiZXEiOiJ4KzIiLCJjb2xvciI6IiMwMDAwMDAifSx7InR5cGUiOiAsImVxIjoieCs0IiwiY29sb3IiOiIjMDAwMDAwIn0sewJ0eXBII>

### **Función**

<http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JBDXB4MC-1QT92TN-K0/1-Funci%C3%B3n%20lineal.cmap>

<http://matematicasmodernas.com/funciones-lineales-ejercicios/#sthash.z74Fo9ZA.dpuf>

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/EDAD\\_3eso\\_funciones\\_lineales/3eso\\_quincena10.pdf](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3eso_funciones_lineales/3eso_quincena10.pdf)

<http://matefacil01.blogspot.com/2011/05/funcion-lineal-aplicaciones.html>

## OBJETIVOS EDUCATIVOS

- Reconocer una función por medio del análisis de sus tablas de valores, gráficos o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros dos para comprender y predecir variaciones constantes.
- Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana
- Contrastar la función lineal con la función exponencial para comprender las diferencia entre variaciones constantes y variables
- Representar y resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de gráficos y algebraicamente para aplicarlos en la solución de situación concretas.
- Aplicar el teorema de Pitágoras para reducir y entender las funciones trigonométricas y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas con el propósito de alcanzar un mejor entendimiento de su entorno.
- Realizar conversaciones con unidades de medida del SI y con otros sistemas a través de la comprobación y del cálculo, para comprender las equivalencias con unidades comúnmente en nuestro medio.
- Recolectar, representar y analizar datos estadísticos y situaciones probabilísticas relacionadas con lugares históricos, turísticos y bienes naturales, para fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes culturales y patrimoniales del Ecuador.

PLAN CURRICULAR ANUAL				
1. DATOS INFORMATIVOS				
ÁREA/ASIGNATURA	MATEMÁTICAS	NOMBRE DEL DOCENTE		AÑO/CURSO
AÑO,	2015-2016	CARGA HORARIA ANUAL		PARALELO
DÉCIMO				
2. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE				
NIVEL	DOMINIO A	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Determina la ecuación de una función lineal con base en información dada. Resuelve ejercicios y problemas utilizando las propiedades y operaciones definidas en el conjunto de los números reales.</li> <li>✓ Reconoce, interpreta, evalúa y analiza funciones lineales a partir de tablas de valores y gráficos. Representa números reales en la recta numérica. Establece relaciones de orden. Expresa números racionales en notación fraccionaria o decimal y números reales en notación científica. Diferencia las unidades del Sistema Internacional con las de otros sistemas y conoce sus equivalencias.</li> <li>✓ Resuelve y formula problemas mediante el empleo de funciones lineales, operaciones combinadas con números reales y conversiones de unidades.</li> </ul>		
	DOMINIO B	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Opera, factoriza o simplifica expresiones algebraicas sencillas. Resuelve inecuaciones de primer grado y utiliza métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Calcula elementos, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos con el uso de las razones trigonométricas y los teoremas de Tales o Pitágoras. Realiza conversiones de ángulos entre radianes y grados.</li> <li>✓ Identifica los elementos y la notación básica de expresiones algebraicas. Reconoce y describe los elementos de polígonos. Comprende las propiedades de la semejanza de triángulos. Caracteriza cuerpos geométricos. Determina las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Reconoce, diferencia y relaciona medidas en grados y radianes de ángulos notables en los cuatro cuadrantes. Conoce los teoremas de Tales y Pitágoras.</li> <li>✓ Realiza cálculos, emplea estrategias y argumenta resultados en la resolución de situaciones o problemas geométricos y aritméticos que involucren la aplicación de razones trigonométricas, teoremas de Tales o Pitágoras, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales.</li> </ul>		

Fuente: <http://educacion.gob.ec/documentos-pedagogicos>

	DOMINIO C	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Calcula el rango y las medidas de tendencia central en problemas reales. Calcula probabilidades simples.</li> <li>✓ Elabora e interpreta información estadística en tablas de frecuencias y diagramas con datos discretos y continuos. Identifica las características de las medidas de tendencia central y el rango. Reconoce la probabilidad de que un suceso ocurra.</li> <li>✓ Aplica la información estadística y de probabilidades en la resolución de problemas. Justifica la validez de procedimientos y conclusiones después de un análisis e interpretación de datos y gráficos estadísticos.</li> </ul>
--	-----------	---

3. OBJETIVOS	
OBJETIVOS DE AÑO	OBJETIVOS DE ÁREA
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Reconocer una función lineal por medio del análisis de su tabla de valores, gráfico o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros dos para comprender y predecir variaciones constantes.</li> <li>✓ Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana.</li> <li>✓ Contrastar la función lineal con la función exponencial para comprender las diferencias entre variaciones constantes y variables.</li> <li>✓ Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las funciones trigonométricas y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas con el propósito de alcanzar un mejor entendimiento de su entorno.</li> <li>✓ Realizar conversiones con unidades de medida del SI y con otros sistemas a través de la comparación y del cálculo, para comprender las equivalencias con unidades usadas comúnmente en nuestro medio.</li> <li>✓ Recolectar, representar y analizar datos estadísticos y situaciones probabilísticas relacionadas con lugares históricos, turísticos y bienes naturales, para fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes culturales y patrimoniales del Ecuador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Demostrar eficacia, eficiencia, contextualización, respeto y capacidad de transferencia al aplicar el conocimiento científico en la solución y argumentación de problemas por medio del uso flexible de las reglas y modelos matemáticos para comprender los aspectos, conceptos y dimensiones matemáticas del mundo social, cultural y natural.</li> <li>✓ Crear modelos matemáticos, con el uso de todos los datos disponibles, para la resolución de problemas de la vida cotidiana.</li> <li>✓ Valorar actitudes de orden, perseverancia, capacidades de investigación para desarrollar el gusto por la Matemática y contribuir al desarrollo del entorno social y natural</li> </ul>

Fuente: <http://educacion.gob.ec/documentos-pedagogicos>

4. RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES					
4.1. EJES A SER DESARROLLADOS					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR DEL ÁREA	EJE DE APRENDIZAJE	EJE TRANSVERSAL			
1. "Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida"	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El razonamiento,</li> <li>✓ La demostración,</li> <li>✓ La comparación,</li> <li>✓ Las conexiones y/o la representación</li> </ul>	La interculturalidad, la formación de una ciudadanía democrática, la protección del medioambiente, el cuidado de la salud y los hábitos de recreación de los estudiantes, la educación sexual en los jóvenes.			
4.2. TEMPORALIZACIÓN					
BLOQUES CURRICULAR/MÓDULO Según oficio circular 067-VGE-2012 se debe planificar 6 bloques curriculares, de los cuales, tres se desarrollan en el primer semestre y los restantes en el segundo semestre.	NÚMERO DE SEMANAS LABORABLES				
	NÚMERO DE SEMANAS DESTINADAS AL BLOQUE/MÓDULO	NÚMERO DE PERIODOS DESTINADOS PARA EL DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN			
		NÚMERO DE PERIODOS SEMANALES	NÚMERO TOTAL DE PERIODOS	NÚMERO DE PERIODOS PARA EVALUACIONES E IMPREVISTOS	NÚMERO DE PERIODOS DESTINADOS PARA EL DESARROLLO DE BLOQUE/MÓDULO
1. NÚMEROS REALES. SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS	7	6	42	2	36
2. NOTACIÓN CIENTÍFICA. FUNCIÓN LINEAL. FUNCIÓN EXPONENCIAL	6	6	36	2	36
3. EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y NÚMERICAS. POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS	6	6	36	2	36
4. ÁNGULOS NOTABLES. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS	7	6	42	2	36

Fuente: <http://educacion.gob.ec/documentos-pedagogicos>