



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

TÍTULO:

**GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES
LINEALES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO**

**Trabajo de Titulación para optar al título de Licenciado en Pedagogía de
las Matemáticas y la Física**

Autor:

Erik Armando Ruiz Totoy

Tutor:

Msc. Jhonny Patricio Ilbay Cando

Riobamba, Ecuador. 2025

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, Erik Armando Ruiz Totoy, con cédula de ciudadanía **0605208214**, autor del trabajo de investigación titulado: "**GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO**", certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mi exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor (a) de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

Para constancia de lo anterior se firma en la ciudad de Riobamba, a los 6 días del mes de noviembre del 2025.



Erik Armando Ruiz Totoy
C.I 0605208214

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

Quien suscribe, Msc. Jhonny Patricio Ilbay Cando catedrático adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías por medio del presente documento certifico haber asesorado y revisado el desarrollo del trabajo de investigación **“GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO”**, bajo la autoría de Erik Armando Ruiz Totoy; por lo que se autoriza ejecutar los trámites legales para su sustentación.

Es todo cuanto informar en honor a la verdad; en Riobamba, a los 6 días del mes de noviembre del 2025.



Msc. Jhonny Patricio Ilbay Cando
C.I:0604650762

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO por Erik Armando Ruiz Totoy, con cédula de identidad número 0605208214, bajo la tutoría del MsC. Jhonny Patricio Ilbay Cando; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba a los 6 días del mes de Noviembre de 2025

Mgs. Sandra Elizabeth Tenelanda Cudco
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE GRADO

A blue ink signature enclosed in an oval. The signature reads "Sandra Elizabeth Tenelanda Cudco".

Mgs. Norma Isabel Allauca Sandoval.
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO

A blue ink signature. The signature reads "Norma Isabel Allauca Sandoval".

Mgs. Laura Esther Muñoz Escobar
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO

A blue ink signature. The signature reads "Laura Esther Muñoz Escobar".

CERTIFICADO ANTIPLAGIO



Dirección
Académica
VICERRECTORADO ACADÉMICO



UNACH-RGF-01-04-08.15
VERSIÓN 01: 06-09-2021

CERTIFICACIÓN

Que, **RUIZ TOTOY ERIK ARMANDO** con CC: **0605208214**, estudiante de la Carrera de **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**, Facultad de **CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS**; ha trabajado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado "**GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO**", cumple con el 5 %, de acuerdo al reporte del sistema Anti plagio **COMPILATIO**, porcentaje aceptado de acuerdo a la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 16 de octubre de 2025



Msc. Jhonny Patricio Ilbay Cando
TUTOR

DEDICATORIA

Mi tesis la dedicó a mis padres, Armando Ruiz y Elsa Totoy los cuales han sido un apoyo económico y moral, mis hermanos por ser una motivación para poder superarse cada día, a mis profesores que son quienes impulsan el amor a la carrera con trabajo y responsabilidad.

Erik Armando Ruiz Totoy

AGRADECIMIENTO

Expreso mi sincera gratitud a las siguientes personas que me ayudaron brindando valiosas críticas, su apoyo moral y material. Con profunda estima y agradecimiento, extiendo mi más sincero agradecimiento a mi tutora de tesis, la Msc. Jhonny Patricio Ilbay Cando por haberme guiado en este proyecto, en base a su experiencia y sabiduría. Además, con gratitud a la Universidad Nacional de Chimborazo pilar fundamental para la construcción de sueños y fortalecimiento de conocimientos.

A mis profesores que con paciencia han sabido guiar mi camino universitario, a mis padres que con mucho amor y esfuerzo me permitieron terminar mi carrera con su apoyo económico y emocional y a todos ustedes, mi más profundo agradecimiento por su invaluable contribución en este viaje académico.

Erik Armando Ruiz Totoy

ÍNDICE DE CONTENIDOS

DECLARATORIA DE AUTORÍA	
DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR	
CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL	
CERTIFICADO ANTIPLAGIO	
DEDICATORIA	
AGRADECIMIENTO	
ÍNDICE DE CONTENIDOS	
ÍNDICE DE FIGURAS	
ÍNDICE DE TABLAS	
RESUMEN	
ABSTRACT	
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	15
1.1. Antecedentes.....	18
1.2. Planteamiento del problema	20
1.3. Problema de investigación.....	22
1.4. Preguntas de investigación	23
1.5. Justificación	23
1.6. Objetivos.....	25
1.6.1. Objetivo General	25
1.6.2. Objetivos específicos.....	25
CAPÍTULO II. MARCO TEORICO	26
2.1. Estado del arte	26
2.2. Fundamentación teórica.....	28
2.2.1 Tecnologías de las información y comunicación en la educación	28
2.2.1.1 Herramientas tecnológicas para enseñar matemáticas.....	29
2.2.1.2. GeoGebra como recurso tecnológico	31
2.2.1.3 Conectivismo	33
2.2.2. Aprendizaje de las matemáticas	36
2.2.2.1 Factores Cognitivos	36
2.2.2.2. Factores Emocionales	37
2.2.2.3. Factores Pedagógicos	37
2.2.3. Guía metodológica para el proceso pedagógico	38
2.2.3. Definición de ecuación	40
2.2.4. Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones	40

Método gráfico	40
Método de sustitución.....	42
Método de igualación	43
Método de eliminación	45
Método de Cramer	46
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	48
3.1. Enfoque de la investigación.....	48
3.2. Diseño de la investigación.....	48
3.3. Tipos de investigación	48
3.3.1. Por el nivel.....	48
3.3.2. Por el tiempo.....	48
3.3.3. Por el lugar	48
3.4. Técnicas e instrumentos de investigación	49
3.4.1. Técnica	49
3.4.2. Instrumento	49
3.5. Validación del instrumento.....	49
3.6. Población y muestra.....	50
3.6.1. Población	50
3.6.2. Muestra	50
3.7. Técnicas de análisis e interpretación de datos	50
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	52
4.1 Resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes de décimo año	52
4.1.1. Dificultades en el aprendizaje conceptual	52
4.1.2. Dificultades en el aprendizaje procedural.....	55
4.1.3 Recursos tecnológicos	61
4.2. Discusión	64
CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	66
5.1. Conclusiones.....	66
5.2. Recomendaciones	67
CAPITULO VI. PROPUESTA.....	69
6.1 Título de la propuesta	69
6.2 Justificación de la propuesta.....	69
6.3 Fines de la guía	69
7. BIBLIOGRÁFIA	107
8. ANEXOS	110

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Características de GeoGebra	32
Figura 2.	Funciones de GeoGebra para apoyar el aprendizaje	32
Figura 3.	Ventajas de GeoGebra para el aprendizaje.....	33
Figura 4.	Articulación del aprendizaje efectivo	34
Figura 5.	Conectivismo como figura de aprendizaje	35
Figura 6.	Conectivismo desde los actores educativos.....	35
Figura 7.	Mirada de las matemáticas de diversos actores	38
Figura 8.	Estructura de una guía según Pino y Urías (2020)	40
Figura 9.	Intersección de la ecuación $y = -2x + 8$ y $y = 3x - 7$	42
Figura 10.	Comprendo que es una ecuación lineal.	52
Figura 11.	Identificación de un sistema de ecuaciones lineales 2x2.....	53
Figura 12.	Compresión de solución de un sistema de ecuaciones lineales.	54
Figura 13.	Dificultades en la utilización del método de sustitución.	55
Figura 14.	Dificultades en la utilización del método de igualación.....	56
Figura 15.	Utilización del método de reducción o eliminación 2×2	57
Figura 16.	Problemas en para interpretar sistema de ecuaciones lineales.	58
Figura 17.	Solución de grafica observando la intersección de las rectas.....	59
Figura 18.	La vida cotidiana en relación a un sistema de ecuaciones lineales	60
Figura 19.	Conocimiento de GeoGebra para graficar ecuaciones lineales.	61
Figura 20.	Importancia de GeoGebra en aprender ecuaciones lineales 2x2	62
Figura 21.	Interés de una guía de GeoGebra para aprender ecuaciones lineales 2x2 ...	63
Figura 22.	Fotografías de la toma de la encuesta.....	119
Figura 23.	Evidencia de la realización de la encuesta.....	119

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Herramientas Tecnológicas para enseñar Matemáticas.....	30
Tabla 2.	Expertos de validación de instrumento.....	50

RESUMEN

A menudo, los contenidos en matemáticas, especialmente aquellos en donde predomina un alto nivel de razonamiento operacional, visual y de cálculo, hacen necesario la incorporación de herramientas tecnológicas para mejorar la comprensión de los contenidos matemáticos. En efecto, se determinó que uno de los núcleos con mayor dificultad en Matemáticas son las ecuaciones lineales con dos incógnitas. Por ello, este estudio tuvo por objetivo proponer una guía metodológica basada en el software GeoGebra para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . La investigación se orientó dentro del enfoque cuantitativo, no experimental, de nivel diagnóstico, descriptivo y propositivo; transversal y de campo, en donde se aplicó una encuesta a 25 estudiantes de EGB, con finalidad conocer las dificultades existentes en el aprendizaje de ecuaciones lineales 2×2 , y la incidencia de las herramientas tecnológicas (GeoGebra). Los resultados de la encuesta, mostraron que más del 50% del estudiante presentaban dificultades en cuanto a los métodos que utilizan para resolverlos: igualación, sustitución y eliminación, siendo el método gráfico el que mejor comprenden. Además, desconocen de herramientas tecnológicas, en especial GeoGebra. En efecto, el 76% respondió afirmativo a que es útil gestionar una guía metodológica para la integración de GeoGebra en el estudio de ecuaciones 2×2 ; llegándose a la conclusión de que GeoGebra podría ser un software educativo utilidad para la enseñanza, porque permite representar gráficamente un sistema de ecuaciones de forma dinámica. Una vez introducido en el aula podría mejorar significativamente la comprensión de los estudiantes en matemáticas. Para finalizar, el estudio propone una guía para el uso de GeoGebra en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones.

Palabras claves: aprendizaje, ecuaciones, GeoGebra, matemáticas, recurso, tecnológico.

ABSTRACT

Often, mathematics content, especially those with a high level of operational, visual, and calculus reasoning, requires the incorporation of technological tools to improve the understanding of mathematical content. Indeed, it was determined that one of the most difficult core subjects in mathematics is linear equations with two unknowns. Therefore, this study aimed to propose a methodological guide based on GeoGebra software for learning 2x2 systems of linear equations. The research was oriented within a quantitative, non-experimental, diagnostic, descriptive, and propositional approach; cross-sectional and field-based. A survey was administered to 25 elementary school students to determine the difficulties encountered in learning 2x2 linear equations and the impact of technological tools (GeoGebra). The survey results showed that more than 50% of students experienced difficulties with the methods they use to solve them: matching, substitution, and elimination, with the graphical method being the one they best understood. Furthermore, they are unfamiliar with technological tools, especially GeoGebra. Indeed, 76% responded affirmatively to the usefulness of a methodological guide for integrating GeoGebra into the study of 2x2 equations. They concluded that GeoGebra could be a useful educational software for teaching because it allows a system of equations to be represented dynamically graphically. Once introduced into the classroom, it could significantly improve students' understanding of mathematics. Finally, the study proposes a guide for using GeoGebra in learning systems of equations.

Key words: learning, equations, GeoGebra, mathematics, resource, technological

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se han ido integrando significativamente en los últimos años, facilitando el acceso a una vasta red de información, cuyo foco es expander nuevos horizontes de enseñanza y aprendizaje para mejorar la interacción docente-estudiante, ya que las formas en la que el ser humano aprende están evolucionando y la innovación de la tecnología es parte importante del proceso. En el aula las TIC han permitido el desarrollo entornos de aprendizajes más dinámicos e interactivos, favoreciendo la inclusión de recursos adaptados a diversidad de estudiantes. No obstante, en todos los niveles de educación media, bachillerato o superior, Aguiar et al. (2019) menciona que las TIC son un elemento imprescindible al momento de dar clases, por que buscar que la introducción de los contenidos sean lo más accesible.

La integración de recursos digitales en el aula no solo responde a las demandas de la sociedad actual, sino que también ofrecer nuevas oportunidades para mejorar los espacios de aprendizaje. Según, Largo et al. (2022) el apoyo de las TIC en el aula, lo convierte en un escenario transformador para aprender temas de las ciencias exactas. Para Rincón (2007) la simbología propia de las matemáticas hace su estudio muy difícil y enredada para los que estudian, y lo que el docente enseña no es lo que el alumno entiende. Por lo tanto, se asume que hay que recurrir a nuevos mecanismos pedagógicos para mejorar la compresión de los temas.

Autores como Barrios y Delgado (2021) aducen que las matemáticas no está ajena a la integración de herramientas tecnológicas pues “muchos programas en internet permiten obtener información de manera sencilla y eficaz que facilitan generar procesos arduos en tan solo un segundo, al igual que obtener gráficas en tiempo real” (p.6). En palabras de Jiménez y Jiménez (2017) cuando los estudiantes presentan reacciones aptitudinales y actitudinales como de odio, de rechazo, estrés o de ansiedad, pues esto es responsabilidad del docente, ya

que esto es a causa de las estrategias de enseñanza las que hacen ver poco atractivas y entretenidas y tediosas.

Entre los diversos temas útiles para entender las matemáticas y con un alto nivel de dificultades se encuentran las ecuaciones lineales con dos incógnitas o ecuaciones 2×2 , ya que aprender esto requiere de cierto dominio operacional y conceptual. Según Baccin et al. (2020) entender un sistema 2×2 suele representar un desafío tanto para los docentes en su forma de comunicarlo como para los estudiantes en su forma de atenderlo, debido a su alto nivel de compresión, traducción del lenguaje natural al matemática, despeje de variables, cambios de símbolos, concentración y análisis.

Articulados a ellos los métodos tradicionales, basados principalmente en la explicación teórica y en la repetición de ejercicios, procesos que requiere de cálculos pueden generar en los estudiantes desinterés, dificultades de comprensión y una percepción negativa hacia la asignatura (Donoso et al., 2020). Es en este contexto es apropiado aprovechar el potencial de herramientas tecnológicas como GeoGebra, un software educativo que combina álgebra, geometría y cálculo, “permitiendo modelar cálculos algebraicos y geométricos, permitiendo que los alumnos piensen matemáticamente y aumenten su nivel de comprensión y sean capaces de resolver problemas de la vida cotidiana” (Jiménez y Jiménez, 2017, p. 11).

En palabras de Avecilla et al. (2015) GeoGebra es una herramienta didáctica que facilita la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales mediante la representación gráfica y dinámica en sus respuestas, donde el alumno interactúa directamente con gráficos, modifica parámetros, y observa cómo cambiar los parámetros afecta a la respuesta del sistema. Esta interacción entre el alumno y la representación gráfica del sistema de ecuaciones lineales facilita un aprendizaje significativo puesto que el alumno no sólo memoriza procedimientos, sino que el alumno obtiene una idea del comportamiento y la

relación existente entre las ecuaciones lineales que componen el sistema.

GeoGebra, mediante la representación gráfica de las ecuaciones y sus soluciones, permite la utilización de distintos tipos de resolución gráfico, de sustitución, de igualación, etc., de una manera más didáctica, visual y accesible, que fomenta la exploración, la experimentación y el descubrimiento del conocimiento a través de experiencias tecnológicas, lo cual hace que el estudiante se involucre su propio aprendizaje. Además, debemos tener presente que la utilización de tecnologías educativas como GeoGebra no sólo favorece criterios académicos o motivacionales, sino que también favorece el desarrollo de competencias para afrontar los retos del siglo XXI.

Ante este panorama, esta investigación propone el uso de la del recurso tecnológico GeoGebra en los estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema, para aprender sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , mediante la gestión de una guía metodología. Para ello, se utilizó una encuesta que recoge datos relacionados, en primer lugar, a las dificultades conceptuales y operacional de este tema y en segundo lugar el aporte de los recursos tecnológicos al servicio del conocimiento y el entendimiento de las matemáticas.

El desarrollo del presente trabajo se encuentra elaborado por los siguientes capítulos que se describen a continuación:

CAPÍTULO I Se presenta el marco contextual de la investigación, se delimita el problema central, se incluyen preguntas secundarias, y se justifica la relevancia del tema. También se establecen objetivos generales y específicos.

CAPÍTULO II Este capítulo contiene el estado del arte y la fundamentación teórica sobre el software GeoGebra y el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

CAPÍTULO III En este capítulo se describe el procedimiento para alcanzar los objetivos de la investigación, así como la metodología, el diseño del estudio, la población y la muestra, los métodos de recolección de información y su procesamiento.

CAPÍTULO IV En este capítulo se muestran, estructuran y analizan los resultados de los instrumentos metodológicos. Se presentan los datos de forma tabulada y en figuras para su adecuada interpretación y cuanto a la relación con el problema de investigación.

CAPÍTULO V En esta sección se presentan las conclusiones y recomendaciones de la investigación, resaltando los hallazgos importantes y sugerencias para futuros estudios e intervenciones de enseñanza.

CAPÍTULO VI En este capítulo se presenta la propuesta didáctica para la mejora del aprendizaje de las ecuaciones lineales 2×2 utilizando GeoGebra y ejercicios, problemas y actividades lúdicas.

1.1. Antecedentes

En base a la revisión de la literatura se evidenció la existencia de estudios parecidos o similares que fueron considerados para dar sustento a esta investigación, mismas que se describen a continuación:

Morales et al. (2023) en Perú realizaron una revisión bibliográfica de estudios de varios países denominado “El impacto del Software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas, una revisión sistemática” el mismo que buscó analizar la producción científica sobre el uso de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en estudiantes, durante el periodo 2011 - 2022. Para ello se realizó una revisión sistemática de la literatura, apoyada del método hermenéutico y el análisis de contenido, se analizaron dieciséis artículos científicos concluyendo que la integración de GeoGebra tiene gran potencial en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, sobre todo en Geometría, ya que permite observar bien los conceptos y procedimientos matemáticos a través de imágenes, ecuaciones y gráficos, lo que ayuda considerablemente a los estudiantes a dominar y comprender conceptos y procedimientos relacionados con funciones; ofreciendo, además, a los maestros la posibilidad de elaborar recursos didácticos digitales.

De la misma manera, Perez y Poma (2023) en Perú realizaron un estudio denominado “Software GeoGebra en el aprendizaje de aplicaciones de integrales” la misma que buscó determinar la influencia del Software en el aprendizaje de las aplicaciones de integrales” fue una investigación de tipo aplicada, hipotético – deductivo, pre- experimental, donde participaron 25 estudiantes del sexto semestre de la carrera de Ciencias Matemáticas e Informática a los mismos que se aplicó pruebas validadas por juicio de expertos y a Cronbach de 0.939 confiable antes y después de la actividad. En esta investigación llega a la conclusión que el software GeoGebra influencia significativamente en el aprendizaje de aplicaciones de integrales de los alumnos de sexto semestre de la carrera profesional de ciencias Matemáticas e Informática de la Universidad Nacional del Centro del Perú en el año 2019.

En lo que respecta a las instituciones educativas de Ecuador, en la tesis de Allauca (2023) titulada “Uso de GeoGebra en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en décimo año del colegio Amelia Gallegos”. Esta investigación se abordó dentro del parámetro cuantitativo, aplicada de tipo preexperimental, se trabajó con 30 estudiantes de la Unidad Educativa Amelia Gallegos. Los resultados de la prueba estadística mostraron que el software GeoGebra incide de manera positiva en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales mediante la aplicación de clases teóricas y prácticas. Se concluye, el uso de GeoGebra mejora significativamente en el conocimiento de sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes debido a su dinamismo.

Así mismo en la tesis de Ponce (2024) “Software GeoGebra para el Aprendizaje de Ecuaciones Polares en Estudiantes de Pedagogía de la Matemáticas y la Física” para ello se diseñó una guía práctica con GeoGebra para el aprendizaje de ecuaciones y gráficas polares. El estudio se desarrolló dentro del enfoque cuantitativo, no experimental, descriptivo-propositivo, se aplicó una encuesta a 47 estudiantes conformado de los semestres de sexto,

séptimo y octavo sobre las dificultades en la temática y de percepción. Los resultados revelaron que el 40% de los estudiantes no domina la parte conceptual, mientras que el 50% presenta dificultades con lo procedimental. Además, el 81% destacó las ventajas de GeoGebra, como su facilidad de uso, y el aprendizaje autónomo. Se identificó una deficiencia en la preparación y comprensión de los estudiantes en este tema específico de la matemática, especialmente en lo relacionado con las habilidades procedimentales. Por ello, se desarrolló una guía con el objetivo de preparar a los futuros educadores de manera efectiva y proporcionarles un recurso que motive a las nuevas generaciones.

Además, investigaciones en países como México, España y Estados Unidos coinciden en señalar que una enseñanza tradicionalista de las matemáticas, basada en ejercicios repetitivos y desconectada del contexto del estudiante, limita el desarrollo del pensamiento lógico y crítico. Esta realidad no se aleja del ámbito local, pues en los estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema muchos de ellos muestran desinterés y apatía hacia la asignatura a causa de distintos factores como el uso de recursos tradicionales y poco innovadores; generando así desmotivación, problemas de atención, así como la falta de curiosidad.

1.2. Planteamiento del problema

A nivel internacional las dificultades en las matemáticas suelen estar asociadas a diversos factores que impactan directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, tales como la falta de comprensión de conceptos abstractos, la poca aplicabilidad práctica del contenido, el valor numérico de cálculos simples y complejos, y la ausencia de recursos pedagógicos innovadores que motiven a los estudiantes a involucrarse activamente en el proceso de resolución de problemas matemáticos (Tovalino et al., 2024).

Desde la mirada de Alcántara-Gómez (2015):

(...) vivimos en un mundo en el que las nuevas tecnologías están a la orden del día, es difícil encontrar a personas que no estén en contacto con distintos dispositivos tecnológicos, y es que estos no tienen edad en su uso, por esta razón se han convertido en un medio atractivo para la creación de diversidad de aplicaciones para todas las edades, gusto que al fin y al cabo pretenden hacernos la vida un poco más fácil. (p.2)

Pues se ha comprobado, que cuando un estudiante aprende matemáticas presenta ciertas dificultades al interpretar gráficamente la relación entre variables, al aplicar los métodos algebraicos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales (sustitución, igualación y eliminación) (Benavides et al., 2016). A menudo, el aprendizaje se limita a la memorización de procedimientos sin una comprensión significativa de su utilidad, lo que desmotiva a los estudiantes y limita su capacidad para resolver problemas reales.

En Ecuador, las pruebas nacionales han evidenciado que las matemáticas son una de las asignaturas con mayores índices de bajo rendimiento académico en todos los niveles que los imparten. Según el informe presentado por Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEVAL] en el (2023) los estudiantes del régimen Sierra-Amazonía obtuvieron un promedio de 697/1000 puntos, que es mayor en dos puntos en comparación con el periodo 2021-2022 y menor en tres puntos en relación con el obtenido en el periodo 2020-2021. A pesar de aquello no llega ni al mínimo de promedio obtenido de 700 puntos esto abre ciertas incertidumbres relacionadas a los métodos y estrategias que los docentes están implementando en la enseñanza.

Para Rodríguez et al. (2024) Uno de los retos más significativos a los que se enfrenta la educación media superior –es decir, octavo, noveno y décimo–, radica en la falta

de recursos interactivos y la existencia de metodologías convencionales enfocadas en la enseñanza teórica que deterioran el escenario y la visión del alumno, provocando desinterés y ansiedad hacia la materia debido a la dependencia de procesos mecánicos de resolución. Desde el punto de vista del autor, las instituciones educativas públicas siguen dependiendo de métodos convencionales que terminan agotando al alumno en la búsqueda de una respuesta al ejercicio planteado.

Además, investigaciones en países como México, España y Estados Unidos coinciden en señalar que una enseñanza tradicionalista de las matemáticas, basada en ejercicios repetitivos y desconectada del contexto del estudiante.

A nivel local en Riobamba, se ha observado que los y las estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema, muchos de ellos muestran desinterés y apatía hacia la asignatura a causa de distintos factores como el uso de recursos tradicionales y poco innovadores, generando desmotivación en los estudiantes, ya que no logran captar su atención ni despertar su curiosidad lo que hace que la asignatura se perciba como compleja y poco atractiva para muchos estudiantes (Bombón, 2022). Estos errores persistentes ilustran un problema común que afecta el entendimiento de los alumnos y esto, a su vez, dificulta la comprensión de temas matemáticos más básicos.

De ahí que el propósito de esta investigación sea el de elaborar una guía metodológica a través de GeoGebra para el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa “Fernando Daquilema

1.3. Problema de investigación

¿Cómo contribuirá la propuesta de una guía metodológica a través de GeoGebra en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa “Fernando Daquilema”?

1.4. Preguntas de investigación

- ¿Cuáles son las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo año de Unidad Fernando Daquilema?
- ¿Cómo crear actividades en GeoGebra pueden facilitar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas?
- ¿De qué manera el diseñar una guía metodológica orienta la utilización del software GeoGebra para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales?

1.5. Justificación

De acuerdo con el Currículo del Ecuador al afán de integrar las matemáticas por el Ministerio de Educación es que los estudiantes de educación media superior es que “desarrollen la capacidad para pensar, razonar, desarrollar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales” (p.1520). Dentro de los contenidos curriculares, la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales para el nivel de décimo año de Educación General Básica constituye un eje importante, ya que permite desarrollar habilidades de razonamiento lógico, resolución de problemas y aplicación de conceptos algebraicos. Sin embargo, los desafíos más recurrentes es lograr que los estudiantes comprendan la representación gráfica y la relación entre las ecuaciones en el plano cartesiano.

El auge las herramientas tecnologías ha sido en foco en la intervención para muchas disciplinas que requiere de habilidades matemáticas este estudio se centra en conocer el potencial de GeoGebra que ha ganado relevancia en la última década como alternativa didáctica para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje. La incorporación del software en las clases de matemáticas no solo ofrece un recurso innovador, sino que también permite al docente desarrollar estrategias pedagógicas centradas en el aprendizaje activo, el

pensamiento crítico y la resolución de problemas contextualizados.

Ante estos acontecimientos el presente trabajo de investigación propone incorporar recursos tecnológicos en el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de décimo año de Unidad Educativa Fernando Daquilema esto se justifica con la necesidad de ampliar el conocimiento sobre el potencial de los recursos tecnológicos para alcanzar un aprendizaje significativo y con ello el desarrollo de habilidades útiles con los que debe contar un estudiante para su desenvolvimiento personal y profesional. Pues GeoGebra, ha demostrado ser una herramienta efectiva para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales al facilitar la visualización gráfica y algebraica de los conceptos matemáticos. Su capacidad para combinar geometría, álgebra y cálculo en una misma plataforma permite a los estudiantes interactuar con representaciones dinámicas, lo que fortalece su comprensión y les ayuda a resolver problemas de forma intuitiva.

Desde la perspectiva teoría se fundamenta en el aprendizaje significativo de Ausubel (1963) y el constructivismo de Piaget (2012) y Vygotsky (Carrera y Mazzarella, 2001) respaldan el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra en el aula. Articulando a las teorías Ausubel sostiene que el aprendizaje es más efectivo cuando los estudiantes logran relacionar conocimientos previos con nuevos conceptos. Por otro lado, el enfoque constructivista promueve que los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de la interacción con materiales y entornos dinámicos. De esta manera el uso de GeoGebra permitirá la manipulación de gráficas y datos, contribuyendo a que los estudiantes descubran las soluciones a los sistemas lineales de manera intuitiva y autónoma.

En cuanto a la relevancia práctica, el uso de GeoGebra en la enseñanza de sistemas de ecuaciones $2x2$ reporta múltiples ventajas, ya que este programa es capaz de graficar ecuaciones y de manipular los distintos parámetros de forma dinámica y en tiempo real, convirtiendo el aprendizaje de conceptos, por ejemplo, la intersección de rectas o la solución

de un sistema de ecuaciones, en un proceso visual de suma simplicidad, logrando iterar y transformar aprendizajes que serían puramente abstractos e inmutables, una lección de matemáticas en un modelo de aprendizaje adaptable a diferentes contextos y formas de enseñanza, como el aula misma o el hogar, fácil de usar, gratuito y fácil de adquirir, satisface las diversas necesidades que pueden haber en el aula. GeoGebra fomenta un aprendizaje dinámico y experimental. El estudiante busca activamente el aprendizaje de la materia y tiene la oportunidad de explorar, descubrir y reflexionar sobre los métodos algebraicos y gráficos que se están implementando. A la vez, también contribuye al desarrollo de las competencias en matemáticas y en entornos digitales.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo General

Proponer una guía metodológica basada en el software GeoGebra para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales para los estudiantes del décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa “Fernando Daquilema”.

1.6.2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo de Unidad Educativa Fernando Daquilema.
- Elaborar actividades interactivas en GeoGebra para facilitar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Diseñar una guía metodológica para orientar la utilización del software GeoGebra para la resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1. Estado del arte

La educación en el uso de las TIC se ha vuelto una necesidad en la actualidad, tanto para estudiantes como para docentes, y su uso efectivo puede tener un gran impacto en la mejora del aprendizaje y la enseñanza en las matemáticas

Según García-Lázaro y Martín-Nieto (2023) realizaron una investigación denominada “Competencia matemática y digital del futuro docente mediante el uso de GeoGebra” quienes destacan el uso de GeoGebra para conseguir que el futuro docente profesional domine técnicas referente a las transformaciones geométricas para mejorar y desarrollar en los estudiantes competencia digitales, matemáticas y la didáctica como el TPACK. Los resultados fueron satisfactorios porque las actividades con el software GeoGebra permitieron desarrollar estrategias de intervención que combinan capacidades de forma simultánea; concluyendo que las herramientas tecnológicas como GeoGebra facilita y mejora la adquisición de competencia matemática y digital y simplifica algunas dificultades que surgen en el aprendizaje.

El software GeoGebra rompe con el esquema rígido y abstracto de la enseñanza matemática convencional, su esquematización en representaciones gráficas interactivas, convierte el aprendizaje en un proceso visual, exploratorio y manipulativo donde se pueden ir modificando ciertas variables para conocer que va sucediendo. Esto permite reconfigurar de alguna forma la relación estudiante-contenido, generando mayor interés hacia la asignatura.

De acuerdo con Aldazabal-Melgar et al. (2021) en su estudio titulado “Software GeoGebra en la mejora de capacidades resolutivas de problemas de figuras geométricas bidimensionales en universitarios” tuvo como objetivo evaluar el efecto del software GeoGebra en la mejora de habilidades de resolución de problemas del tema de figuras

geométricas 2D. Los resultados evidenciaron en el postest que el grupo experimental fue el que mejor rendimiento presentó demostrándose que el uso de GeoGebra mejoró las habilidades resolutivas fomentándose el trabajo colaborativo, socio estudiantil y mejorar el clima de clase.

Por su parte Pusdá-López et al. (2022) realizaron un estudio denominado “Evaluación del software GeoGebra como recurso de enseñanza en sistemas de ecuaciones” donde desarrollaron una evaluación del Software GeoGebra como recurso de enseñanza para el tema sistemas de ecuaciones para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Los resultados del análisis bibliográfico comprobaron que el uso de GeoGebra para la enseñanza de sistemas de ecuaciones mejora significativamente la comprensión, análisis crítico, y aprendizaje de los estudiantes, así como su entusiasmo, desempeño académico y sus calificaciones.

El entorno digital de GeoGebra exige a los estudiantes ir más allá de la memorización, pues construir, modelar, analizar varios procedimientos, se fomenta el pensamiento lógico. Estas capacidades fundamentales para enfrentar con éxito situaciones reales, donde se requiere interpretar datos y justificar soluciones.

Por último, Aceves-Aldrete y Vargas-Alejo (2024) realizaron un estudio titulado “Uso de GeoGebra y registros de representación en problemas contextualizados para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2x2” tuvo por objetivo facilitar la construcción y resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Llegaron a la conclusión que el uso de GeoGebra facilitó la transición entre las diferentes representaciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2, incluyendo las representaciones verbal, algebraica y gráfica. Esta herramienta permitió la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 consistentes e inconsistentes, los cuales estaban vinculados a problemas planteados de manera verbal

En un contexto donde las brechas tecnológicas aún persisten, GeoGebra representa una alternativa potente por su gratuidad y facilidad de uso. Esta accesibilidad no solo garantiza una mayor cobertura educativa, sino que permite que estudiantes de distintas condiciones socioeconómicas tengan acceso a recursos de calidad, generando oportunidades de aprendizaje más equitativas y reduciendo las barreras tradicionales de acceso al conocimiento científico.

2.2. Fundamentación teórica

2.2.1 Tecnologías de la información y comunicación en la educación

En los últimos años las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han sido un tema muy estudiado en todo el mundo pues las tecnologías se han expandido y cubierto diversos escenarios donde han transformado el panorama educativo y ha mejorado la calidad de enseñanza y aprendizaje al ofrecer herramientas tecnológicas que potencian el ámbito en el conocimiento se comparte en el aula (Terán, 2009). Estas tecnologías permiten la creación de entornos interactivos, el acceso a información actualizada, y la personalización del aprendizaje según las necesidades de cada estudiante.

La (...) integración de dispositivos digitales, Internet el uso de plataformas de comunicación ha transformado aspectos clave de nuestra cotidianidad, las TIC han mejorado significativamente la conectividad lo cual ha permitido una interacción instantánea a escala mundial, brindando acceso inmediato a una amplia gama de información y recursos. (Murillo et al., 2024, p. 174)

En este contexto, plataformas digitales, aplicaciones educativas y recursos multimedia facilitan la construcción de conocimientos en espacios virtuales y presenciales. Además, promueven el desarrollo de habilidades digitales importantes para desafiar los retos del siglo XXI, al tiempo que incita a la comunidad en global a la colaboración.

De esta manera la adopción de las TIC en la educación ha repercutido en una

significativa revitalización de la motivación estudiantil, ofreciendo una alternativa atractiva frente a los enfoques pedagógicos tradicionales, ofreciendo herramientas poderosas para transformar la educación, es esencial que estos cambios sean guiados por una visión pedagógica clara. La tecnología por sí sola no mejora la educación; si no transforma lo que puede llevar a mejoras significativas en los resultados educativos.

2.2.1.1 Herramientas tecnológicas para enseñar matemáticas

Los recursos didácticos son elementos que dinamizan la transmisión de los saberes y se adaptan a las formas de aprendizaje en los estudiantes. De las muchas formas que se presentan los recursos didácticos, los tecnológicos (Tabla 1) son aquellos que se encuentran enlazados a las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) – simuladores, aplicaciones de realidad 2D y 3D, software educativo, laboratorios virtuales, aplicaciones móviles, pizarras digitales, proyectores, dispositivos electrónicos y recursos interactivos en línea– para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, proporcionando experiencias innovadoras y motivadoras.

En la actualidad la educación se encuentra enriquecida por una amplia variedad de medios didácticos (...) que facilitan el logro de los objetivos de aprendizaje, que dinamizan la transmisión de los conocimientos y promueven la asimilación de conocimientos y el desarrollo de habilidades cognitivas. (Chonillo-Sislema et al., 2025, p. 257)

Si nos dirigimos a la tabla 1 podemos observar algunas de las herramientas tecnológicas que se pueden utilizar para la enseñanza de las matemáticas.

Programas como GeoGebra y Desmos permiten la visualización de funciones y gráficos, lo que ayuda a los estudiantes a relacionar los conceptos con representaciones gráficas claras. Además, estas herramientas potencian el aprendizaje autodirigido, al ofrecer simulaciones, ejercicios personalizados y retroalimentación inmediata, adaptándose al nivel y ritmo de cada estudiante. Esto resulta especialmente útil para abordar las necesidades

individuales y fomentar una experiencia de aprendizaje más significativa y motivadora.

Tabla 1.
Herramientas Tecnológicas para enseñar Matemáticas

Herramienta	Descripción	Usos	Ejemplos
Software Matemático	Programas diseñados para resolver cálculos complejos, graficar funciones y realizar simulaciones (Aulaplaneta, 2015).	Resolver ecuaciones, analizar datos, y visualizar conceptos.	GeoGebra MATLAB Alpha, entre otros
Aplicaciones Móviles	Apps interactivas para aprender matemáticas de manera dinámica y personalizada(Aulaplaneta, 2015).	Gamificación, resolución de ejercicios, tutorías, y aprendizaje autónomo.	Photomath K. Academy Mathway, otros.
Pizarras Digitales	Herramientas que combinan escritura manual y digital en una pantalla interactiva (Aulaplaneta, 2015).	Explicaciones, visualización de gráficos, y actividades grupales.	Smart Board, Jamboard.
Plataformas de e-Learning	Entornos en línea que facilitan la enseñanza y el aprendizaje remoto (Aulaplaneta, 2015).	Asignar tareas, clases virtuales, y evaluación.	Classroom Moodle Edmodo, etc.
Calculadoras Virtuales	Calculadoras avanzadas disponibles en línea o como aplicaciones (Aulaplaneta, 2015).	Resolver de problemas matemáticos avanzados, en álgebra, cálculo, estadística, entre otros.	Desmos Symbolab Excel, etc.
Simuladores y Juegos	Programas interactivos que usan gamificación para enseñar conceptos matemáticos (Aulaplaneta, 2015)..	Introducir formas lúdicas para aprender, reforzar contenidos, y fomentar la participación.	Math Math Games Mangahigh, etc.
Videos Educativos	Contenidos audiovisuales creados para explicar temas matemáticos de forma visual y clara (Aulaplaneta, 2015).	Explicaciones mediante videos tutoriales, y aprendizaje autónomo.	YouTube Dailymotion Vimeo, etc.
Realidad Aumentada (RA)	Tecnología que superpone elementos digitales en el entorno físico (Aulaplaneta, 2015).	Visualización 3D y figuras geométricas.	GeoGebra Geometry

Nota. Elaborado por Erick Ruiz (2024).

No obstante, su impacto no está exenta de desafíos. La desigual de la tecnología puede multiplicar las desventajas educativas, cercenando la posibilidad de que muchos estudiantes aprovechen de estas herramientas. Al mismo tiempo, una dependencia excesiva de las herramientas tecnológicas por parte del alumnado puede limitar el desarrollo de habilidades matemáticas básicas, como son, por ejemplo, los cálculos manuales o la resolución de problemas prescindiendo de la utilización de herramientas digitales. Por lo tanto, es imprescindible que se utilicen de forma equilibrada, integrándola con otras metodologías tradicionales que promuevan el desarrollo del razonamiento lógico y la autonomía de los alumnos.

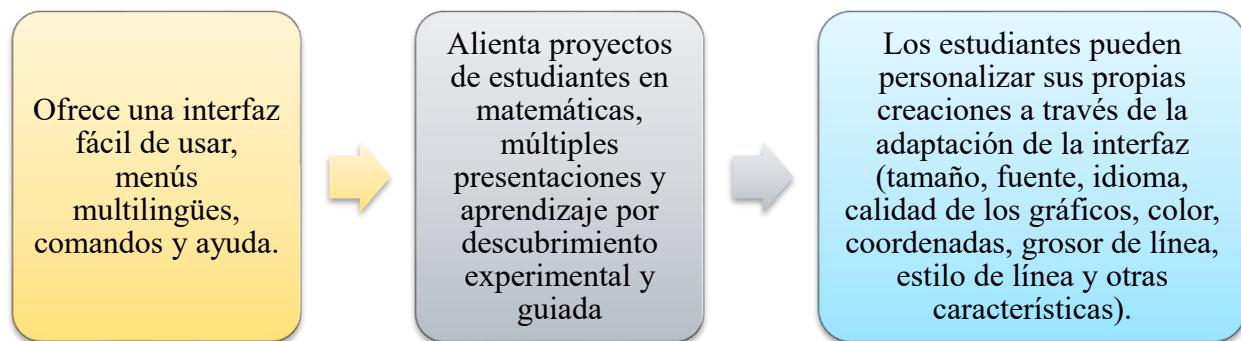
2.2.1.2. GeoGebra como recurso tecnológico

GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>) es un software dinámico que reúne componentes para la ejecución de la geometría, el álgebra, uso de hojas de cálculo, presentación de gráficas, pruebas estadísticas y entre otros. Además, de ser una plataforma en línea con más de un millón de herramientas gratuitas que hacen la resolución de problemas óptimos y dinámicos visualizando desde diferentes que requiere que sea mirado las matemáticas.

En palabras de Diaz-Nunja et al. (2018) es una multiplataforma, que combina el uso de otros aplicativos afines a las matemáticas, como la geometría, álgebra y cálculo, que se puede utilizar para aprender geometría desde el nivel de educación media hasta el nivel de educación superior. En la figura 1, se presenta algunas de las características de GeoGebra.

Asimismo Castro et al. (2019) respalda que es un software libre, cuyas funciones tienden a simplificar las construcciones geométricas puede ser utilizado en la elaboración de estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas. Pues “GeoGebra tiene la capacidad de modificar variables vinculadas a vectores, números y puntos; permite calcular derivadas e integrales de funciones y ofrece un amplio repertorio de comandos propios del cálculo, para identificar puntos singulares, raíces o extremos de una función” (p.60).

Figura 1.



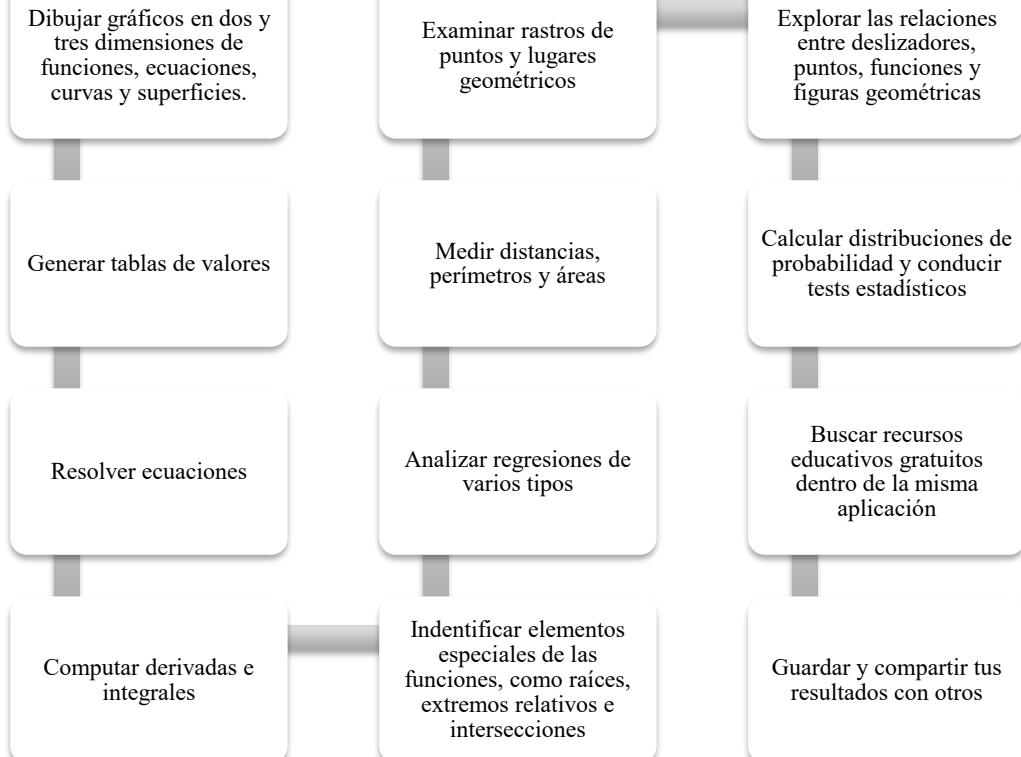
Características de GeoGebra

Nota. Elaborado a partir de Avecilla et al. (2015, p. 123)

GeoGebra es un programa dinámico que permite a los usuarios explorar y visualizar conceptos acordes a las temáticas de matemáticas. La figura 2 recoge una variedad de funciones de este programa matemático que trasforma la estructura cognitiva para entender algún tema específico apoyado de los servicios interactivos de GeoGebra

Figura 2.

Funciones de GeoGebra para apoyar el aprendizaje



Nota. Elaborado a partir de Avecilla et al. (2015).

Existe múltiples ventajas de utilizar el software de GeoGebra en la cual podemos ver algunas en la figura 3.

Figura 3.

Ventajas de GeoGebra para el aprendizaje

Ventajas

- Se propician varios tipos de aprendizaje que pueden ser individuales o grupales
- Fomenta la creatividad: al retar el aprendizaje, a aplicar los conocimientos y habilidades que ya posibilita la búsqueda y/o descubrimiento de nuevos conocimientos.
- Facilita la construcción de conocimiento por parte del alumno.
- Favorece el aprendizaje autónomo y se ajusta al tiempo de que el aprendizaje puede disponer para esa actividad.
- Permite el acceso al conocimiento y a la participación de actividades.
- Incluyen elementos para captar la atención del alumno.
- Favorece el carácter interactivo del aprendizaje.
- Permite la utilización de principios heurísticos, que con otros medios resultan casi imposible de aplicar, como es el caso de la movilidad, la inducción, la generalización, entre otros.

Desventajas

- Es un programa algo complejo para los que comienzan.
- Resulta algo exclusivo porque no todos los estudiantes tienen la posibilidad de conectarse a internet, ni disponen de los dispositivos necesarios por lo elevado de su costo.
- *Distracción en los estudiantes*: al usar los dispositivos electrónicos, los educandos tienen acceso a otras aplicaciones durante la clase y esto conlleva a no estar enfocados en el tema de la misma.
- *Dependencia tecnológica*: Para los estudiantes se ha convertido en una necesidad estar siempre pendientes de estar conectados, a tal punto que para algunos se convierte en una adicción y por otra parte su uso ha llevado a cierta atrofia de las habilidades y destrezas esenciales como realizar cálculos elementales y memorizar información.

Nota. Cuadro construido a partir de la información de Arteaga et al. (2019) y (Ramírez et al., 2021)

2.2.1.3 Conectivismo

El aprendizaje (Figura 4) es un proceso continuo mediante el cual los individuos adquieren, desarrollan, modifican y/o fortalecen conocimientos, habilidades, valores, actitudes o comportamientos a través de la experiencia, la práctica, el estudio y la interacción con el entorno (Alcántara-Gómez, 2015). Es fundamental para el desarrollo personal, social y profesional, ya que permite adaptarse a nuevas circunstancias, resolver problemas y enfrentar desafíos en diversos contextos (Alcívar y Barcia, 2021). Este proceso involucra

aspectos cognitivos, emocionales y sociales, y se ve influido por factores internos, como la motivación y la memoria, y externos, como el ambiente y los recursos disponibles.

Herrera et al. (2024) define “aprendizaje” como la toma decisión que el estudiante asume dentro de su propio conocimiento autodirigiendo, autorregulando y autoevaluando sus necesidades propias donde la metacognición juega un papel importante donde al individuo valore, organice, evalúe y juzgue las destrezas mentales y planificar sus acciones.

Figura 4.

Articulación del aprendizaje efectivo



Nota. Diagrama tomado de Gutiérrez et al. (2011, p. 59).

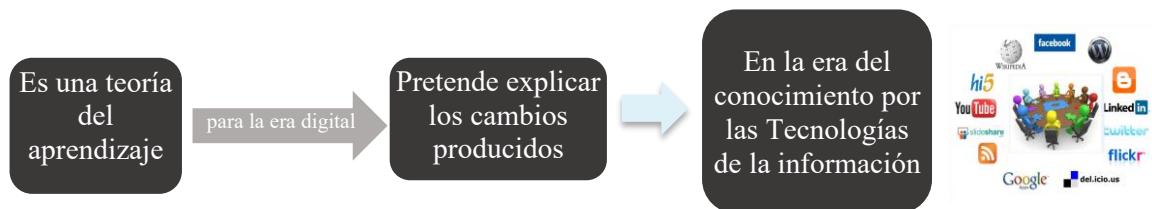
Para de Gutiérrez et al. (2011, p. 59) en su capítulo “El aprendizaje escolar en la perspectiva constructivista sociocultural” ilustra en la Figura 4, hace mención que el principio de la mente constructivista en los estudiantes es como un elemento mediador para la enseñanza y su efecto en el aprendizaje. En esta perspectiva, el aprendizaje es un proceso de la representación de la realidad que se atribuye en el sentido de aprender por partes los contenidos escolares. Pues para el autor el “aprender” se relacionan con la articulación de la elaboración y reelaboración de significados sobre aspectos de la realidad.

Una de las corrientes pedagógicas que ha permitido que el aprendizaje se articule con el aprendizaje, es decir, el aprendizaje tecnológico- es el conectivismo (Figura 5), un

paradigma planteado por George Siemens y Stephen Downes, que propone una nueva forma de entender el aprendizaje en la era digital. Según la corriente, el conocimiento no reside únicamente en la mente del individuo, sino que se distribuye en redes de información a las que se accede mediante conexiones tecnológicas (López, 2021). Este enfoque enfatiza la importancia de identificar fuentes fiables, establecer conexiones significativas y mantenerse actualizado en un mundo en constante cambio. El conectivismo reconoce el papel central de las TIC, ya que facilitan la interacción entre personas, máquinas y bases de datos, promoviendo un aprendizaje continuo y adaptativo.

Figura 5.

Conectivismo como figura de aprendizaje

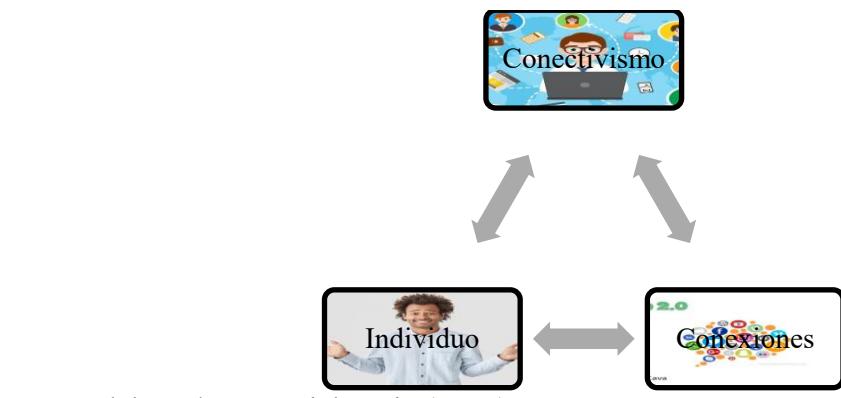


Nota. Elaborado por Erick Ruiz (2025)

Desde la perspectiva de Mulumeoderhwa (2024) el conocimiento en la era tecnológica implica articular procesos digitales y sociales. En relación a la actividad pedagógica antes de este paradigma la adquisición de los saberes tomaba demasiado tiempo a partir de aquello el conocimiento es mucho más accesible la internet ofrece múltiples algoritmos de información al hacer un clic en la barra de navegación. En la figura 2 se puede observar como el cognitivismo está relacionado, el cual permite al alumno adquirir habilidades, competencias y desarrollar destrezas intelectuales mediante el manejo de recursos tecnológicos.

Figura 6.

Conectivismo desde los actores educativos



Nota. Elaborado por Erick Ruiz (2024)

2.2.2. Aprendizaje de las matemáticas

La experiencia de resolver problemas en matemática para cualquier sujeto está ligada y evoca en la mayoría de los casos afectos y emociones negativas, ya que, sin duda alguna, es precisamente esta área es una de las que más dificultades presentan los estudiantes, junto con la geometría y el álgebra.

Resolver problemas matemáticos puede resultar difícil por varias razones, que combinan factores cognitivos, emocionales y pedagógicos. Estas dificultades suelen variar según el nivel de preparación del individuo, su experiencia previa y la naturaleza del problema en cuestión. A continuación, se explican las principales causas:

2.2.2.1 Factores Cognitivos

El primero está asociado a los procesos abstractos porque las matemáticas requieren trabajar con conceptos abstractos, como ecuaciones, funciones o estructuras lógicas, que pueden ser difíciles de visualizar o conectar con situaciones reales. En el segundo caso está el pensamiento lógico y secuencial pues resolver un problema matemático implica seguir una secuencia lógica de pasos. Si un estudiante no comprende una etapa intermedia, es probable que se confunda o no logre completar la resolución. Por último, está la carga cognitiva pues algunos problemas matemáticos exigen mantener varios datos, recopilar procesos y procedimientos en la memoria a corto plazo mientras se trabaja en la solución, lo que puede sobrecargar la capacidad mental del estudiante.

2.2.2.2. Factores Emocionales

En este factor está asociado a la ansiedad matemática pues muchas personas experimentan estrés o miedo al enfrentarse a problemas matemáticos, lo que bloquea su capacidad de razonamiento y disminuye su confianza en sí mismas. Asimismo, la falta de motivación porque si los estudiantes no ven una aplicación práctica o real en el problema que están resolviendo, pueden perder el interés, lo que afecta negativamente su rendimiento.

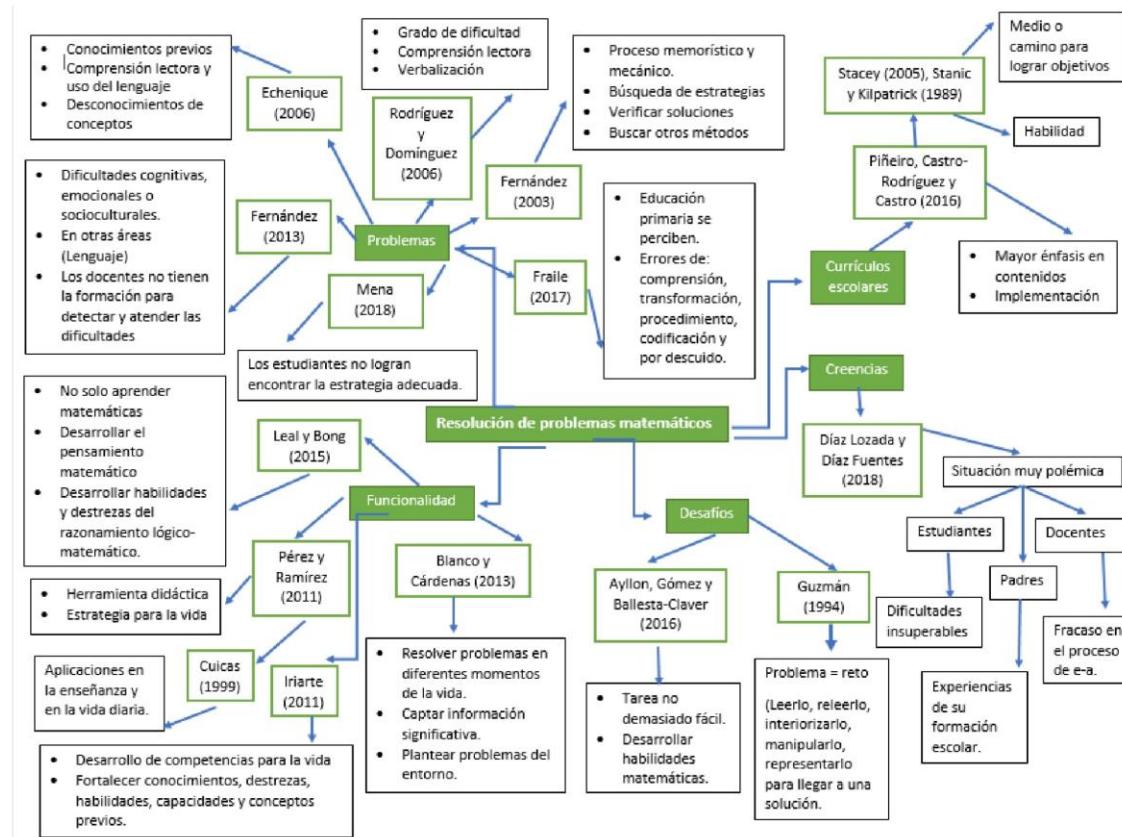
2.2.2.3. Factores Pedagógicos

Las bases insuficientes pueden atraer dificultades para resolver problemas muchas veces radica en lagunas en conceptos fundamentales, operaciones básicas, cambios de signos o despejes de variables se vuelve muy desafiante. Otra situación esta enraizada a la metodología de enseñanza porque los métodos de enseñanza no fomentan la comprensión conceptual y se centran únicamente en la memorización de fórmulas, los estudiantes carecen de las herramientas necesarias para analizar y resolver problemas.

Para superar estos obstáculos hay que incidir en el aprendizaje significativo y en el desarrollo de habilidades como el pensamiento lógico y crítico, como también hacer uso de recursos tecnológicos que faciliten el acceso a las matemáticas de una forma más motivadora, ya que también es fundamental fortalecer la mentalidad cognitiva, que le ayude al alumno a entender las matemáticas.

A continuación, se muestra la figura 7 donde se puede visualizar las matemáticas de diversos actores.

Figura 7.
Mirada de las matemáticas de diversos actores



Nota. El organizador gráfico representa el análisis bibliográfico realizado Meléndez (2023, p. 7), el cual fue tomado como un aporte al campo de las matemáticas que nos permite verla desde diversas aristas.

2.2.3. Guía metodológica para el proceso pedagógico

Una guía metodológica es un recurso educativo que brinda orientaciones para la concreción en la práctica cotidiana de lo que está determinado en los proyectos curriculares. Contiene procedimientos y herramientas, a partir de un sustento teórico, que facilitan la planificación y orientan la formulación de acciones que transformen la gestión educativa generando condiciones que contribuyan a la mejora continua (Esquivel et al., 2021) .“La guía metodológica es una obra integral y comprensiva, pedagógicamente facilitada” (Soto-Ramírez, 2021, p. 179). “Es un documento que tiene un carácter indicativo, o sea, se dirige

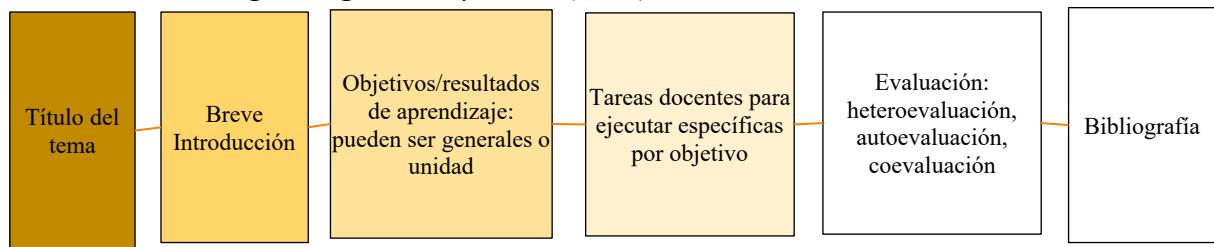
a orientar, mediante una serie de pasos o acciones lógicas y sustentadas en los resultados científicos, a los implicados en la solución de un problema social” (Llanes et al., 2014, p. 224). Entre los objetivos de una guía metodológica destacan

- Guiar la recolección de evidencias, de información y puntos de vista que permitan reflexionar y formular un juicio de valor que oriente futuras actuaciones
- Fomentar la utilización de metodologías sensibles a la riqueza y complejidad de los procesos de aprendizaje.
- Favorecer la reflexión y el debate de los participantes y su aprendizaje a partir de su propia experiencia.
- Promover una metodología que cuestione los resultados, que indague las causas y proponga estrategias de solución.
- Propiciar una guía metodológica incluyente, que permita hacer recomendaciones y formular propuestas para elevar la calidad de los servicios educativos.

Una guía metodológica se estructura según una secuencia lógica de organización de los contenidos (Criado, 2014). Las guías metodológicas pueden variar en cuanto a su estructura, ya que esta dependerá de las necesidades informativas del o los autores, entonces el diseño estructural es libre y subjetivo. El enfoque del método contrafactual en la enseñanza de la historia requiere de una guía metodológica que facilite su aplicación efectiva en el aula. Siguiendo la perspectiva de Criado (2014). En la figura 7 se visualiza esta guía se estructura siguiendo una secuencia lógica de contenidos, pero su diseño es flexible y subjetivo, adaptándose a las necesidades específicas de los autores y al contexto educativo.

Figura 8.

Estructura de una guía según Pino y Urías (2020)



2.2.3. Definición de ecuación

“Una ecuación es una igualdad matemática que aparece valores constantes llamados incógnitas que contienen elementos conocidos, desconocidos y operaciones” (Radiofónica, 2019, pág. 333).

Por su parte, se denominan ecuaciones lineales con dos incógnitas o $2x2$ a la expresión compuesta por dos variables, que por lo general son x e y donde la expresión algebraica de una ecuación lineal con 2 incógnitas representa a la forma $ax + by = c$, donde las variables son x e y ; los respectivos coeficientes son a y b con respecto a c es un número independiente. Un ejemplo de una ecuación con dos incógnitas es $4x + 8y = 25$ estas ecuaciones solo pueden ser resueltas si es que conocemos el valor de una variable. Caso contrario, la ecuación tiene un número infinito de soluciones.

2.2.4. Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

Método gráfico

El método de representación gráfica implica representar ambas ecuaciones en el mismo plano cartesiano. La intersección de las dos líneas es la respuesta del sistema. Este enfoque resulta beneficioso para visualizaciones y proporciona un entendimiento intuitivo de la relación entre las variables. Para Soto-Pedraza (2018, párr. 82) este procedimiento consiste en hallar la intersección de los conjuntos solución de ambas ecuaciones, que no es otra cosa que la representación de un punto de intersección en una gráfica, para ello debemos

representar claramente en un gráfico los conjuntos solución de ambas ecuaciones, lo cual se puede hacer cuando se pone una incógnita en función de la otra, es decir, por ejemplo, despejar a la incógnita y nuevamente en ambas ecuaciones, ya que de esta manera se establece que el valor de y está en función de los valores. En donde la variable independiente puede tomar arbitrariamente cualquier valor de los números reales, arrojando así para y un valor determinado.

Ejemplo: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

1º paso: se despeja y de ambas ecuaciones

Ecuación I

$$\begin{aligned} 3x - y &= 7 \\ -y &= 7 - 3x \\ y &= \frac{7 - 3x}{-1} \\ y &= -7 + 3x \\ y &= 3x - 7 \end{aligned}$$

Ecuación II

$$\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ y &= 8 - 2x \\ y &= -2x + 8 \end{aligned}$$

2º paso: Luego, se elabora una tabla de tabulación de cada ecuación

$$\begin{array}{c} y = 3x - 7 \\ \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline -1 & -10 \\ 0 & -7 \\ 2 & -1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y = -2x + 8 \\ \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline -1 & 10 \\ 0 & 8 \\ 2 & 4 \end{array} \end{array}$$

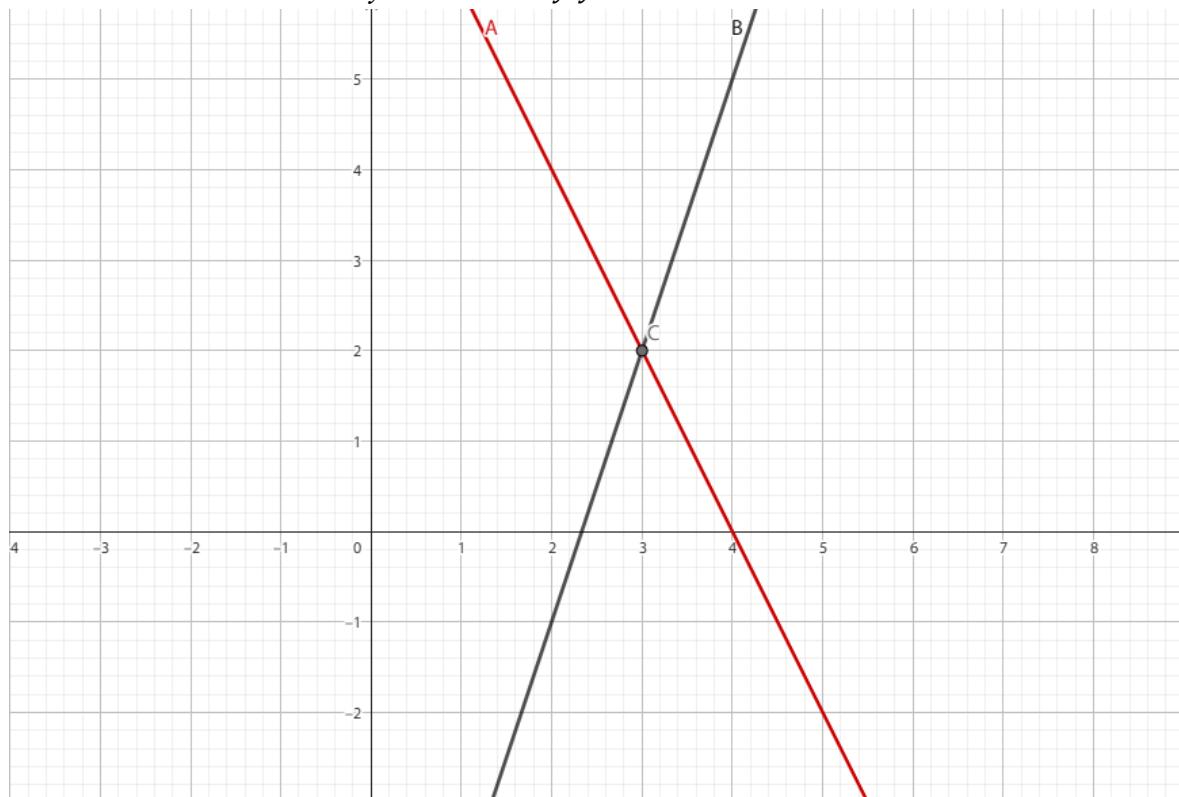
3º paso: Se gráfica las dos rectas en el mismo plano cartesiano.

Se observa que las dos rectas se conectan en el punto (3,2). Pues bien, esta es la solución del sistema: $x = 3$ y $y = 2$.

Solución: $x = 3$ y $y = 2$

Figura 9.

Intersección de la ecuación $y = -2x + 8$ y $y = 3x - 7$



Método de sustitución

Para Soto-Pedraza (2018, párr. 53) este procedimiento consiste en despajar una de las dos variables y luego sustituir el valor de dicha variable de la primera ecuación, en la segunda ecuación. De esta manera la expresión resultante tendrá solo una variable, ya que, según una de las dos ecuaciones, el valor de una incógnita estará en función de la otra incógnita, de este modo al realizar la sustitución, se obtendrá una sola ecuación con una sola variable. En pocas palabras, se despeja una de las variables en una ecuación y se reemplaza en la otra.

Ejemplo: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} -2x + y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

1º paso: Despejar una incógnita, ya sea “x” o “y”, en cualquiera de las dos ecuaciones. Por ejemplo, despejemos la “y” de la segunda ecuación.

$$-2x + y = 0; y = 2x$$

2º paso: Sustituir el equivalente de la incógnita despejada en la otra ecuación y despejar la única incógnita. En el anterior paso se determinó que “y” es equivalente a $2x$, por lo que se reemplaza la “y” de la primera ecuación por tal expresión.

$$3x - 2y = 1$$

$$3x - 2.(2x) = 1$$

$$3x - 4x = 1$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

3º paso: Sustituir el valor de la incógnita descubierta en la ecuación despejada del paso 1. Como ya se sabe el valor de “x”, podemos obtener el valor de “y”.

$$y = 2x$$

$$y = 2(-1)$$

$$y = -2$$

Solución: $x = -1$ y $y = -2$.

Método de igualación

El procedimiento de igualación consiste en despejar la misma variable en las dos ecuaciones y posteriormente equilibrarlas. Este procedimiento resulta particularmente beneficioso cuando las ecuaciones se presentan en forma estándar, lo que simplifica la comparación directa. Para Soto-Pedraza (2018, párr. 64) este procedimiento consiste en: anular una de las dos incógnitas consiste en despejar en ambas ecuaciones la misma variable, apoyándose del enunciado lógico que dicta que el valor que tenga la y en la primera ecuación es el mismo que tiene en la segunda ecuación; y posteriormente a ello establecer una igualdad entre los dos despejes hechos.

Ejemplo: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

1º paso: Despejar la misma incógnita, ya sea “x” o “y”, en ambas ecuaciones. Por ejemplo, despejemos la “y”.

Ecuación 1:

$$3x - 2y = 1$$

$$-2y = 1 - 3x$$

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

Ecuación 2:

$$-2x + y = 0$$

$$y = 2x$$

2º paso: Igualar las dos expresiones relacionadas con la incógnita despejada y luego despejar la única incógnita.

$$y(1^{\circ} \text{ ecuación}) = y(2^{\circ} \text{ ecuación})$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}x = 2x$$

$$-\frac{1}{2} = 2x - \frac{3}{2}x$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x$$

$$x = -1$$

3º paso: Sustituir el valor de la incógnita descubierta en cualquiera de las dos ecuaciones despejadas. Por ejemplo, sustituir en la primera ecuación despejada.

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot (-1)$$

$$y = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$y = -2$$

Solución: $x = -1$ y $y = -2$

Método de eliminación

El procedimiento de eliminación, también denominado método de reducción, implica la manipulación de las ecuaciones con el fin de suprimir una de las variables. Para Soto-Pedraza (2018 párr. 71) este procedimiento consiste en simultáneamente cancelar o anular una de las dos incógnitas y quedándose conociendo el valor de la otra incógnita; su procedimiento consiste en la reducción de las dos ecuaciones en una sola ecuación, a través de la suma algebraica de las mismas. Para esto obviamente, al hacer la suma algebraica de las dos ecuaciones y esperando que se elimine el valor de una de las incógnitas, el término donde se encuentre la variable que se desea eliminar, debe tener en las dos ecuaciones un coeficiente igual, pero en cada ecuación, debe tener signo distinto.

Ejemplo: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

1º paso: Elegir una incógnita, ya sea “x” o “y”, en ambas ecuaciones y obtener los coeficientes. Por ejemplo, si elegimos la “y” en ambas ecuaciones, el coeficiente en la primera es -2 y en la segunda es 1.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \rightarrow \text{coeficiente de } y_1 = -2 \\ -2x + y = 0 \rightarrow \text{coeficiente de } y_2 = 1 \end{cases}$$

2º paso: Multiplicar cruzado a la ecuación 1 por el coeficiente 2 de la incógnita y a la ecuación 2 por el coeficiente 1 de la incógnita.

$$1^{\circ} Ec \rightarrow 3x - 2y = 1 \rightarrow \text{Multiplicar con coef. } y_2 \rightarrow 1.(3x - 2y) = 1.1$$

$$3x - 2y = 1$$

$$2^{\circ} Ec \rightarrow -2x + y = 0 \rightarrow \text{Multiplicar con coef. } y_1 \rightarrow -2.(-2x + y) = -2.0$$

$$4x - 2y = 0$$

3º paso: Restar ambas ecuaciones y despejar el valor de la única incógnita. La resta de ecuaciones de lleva a cabo como una resta de polinomios (manzanas con manzanas y peras con peras).

$$\begin{array}{r} - 3x - 2y = 1 \\ - 4x - 2y = 0 \\ \hline -x + 0 = -1 \end{array}$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

4º paso: Despejar la incógnita desconocida de una ecuación y sustituir el valor de la incógnita descubierta. Por ejemplo, despejar “y” de la segunda ecuación y sustituir.

$$-2x + y = 0$$

$$y = 2x$$

$$y = 2 \cdot (-1)$$

$$y = -2$$

Método de Cramer

Para calcular este tipo de sistemas Piedra (2018, p. 26) indica que la primera columna estará formada por las entradas de los coeficientes de la primera variable de las ecuaciones. Por otro lado, la segunda columna estará formada por los coeficientes de la segunda variable. De esta forma llegaremos a la última de las columnas que estará constituida por las entradas de los términos independientes de las ecuaciones.

Ejemplo: Dado el modelo de ecuaciones:

$$2x - 3y = -4$$

$$5x + 7y = 1$$

1º paso: coloca las variables x y y tomando los coeficientes de las variables así:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -4 \\ 5x + 7y = 1 \end{array} \right\}$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & y-4 \\ 5 & x+7 & y-1 \end{bmatrix} \quad \text{Hallar el determinante } |D|$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -3 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot (-4) \cdot 1 + 5 \cdot (-3) \cdot (-4) - 7 \cdot (-4) \cdot 1 = 29$$

2º paso: coloca los números que se encuentran después del igual (en azul) y los coeficientes de las variables de y para encontrar $|D_x|$

$$\begin{array}{c} 2 \ x-3 \ y-4 \\ 5 \ x+7 \ y-1 \end{array} \quad \text{Hallar el determinante } |D_x|$$

$$|D_x| = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|D_x| = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = (-4)(-1) - (1)(-3) = 7$$

4º paso: coloca los coeficientes de las variables de x luego los números que se encuentran después del igual (en azul) $|D_y|$

$$\begin{array}{c} 2 \ x-3 \ y = -4 \\ 5 \ x+7 \ y = 1 \end{array} \quad \text{Hallar el determinante } |D_y|$$

$$|D_y| = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|D_y| = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = (2)(1) - (5)(-4) = 2 + 20 = 22$$

Por último, se divide en el orden indicado así

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-25}{29} \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{22}{29}$$

Las soluciones para esta ecuación son:

$$x = -\frac{25}{29} \quad y = \frac{22}{29}$$

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

3.1. Enfoque de la investigación

El trabajo de investigación se enmarcó dentro del enfoque cuantitativo, debido a que se recolectaron datos numéricos mediante una encuesta realizada a los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Fernando Daquilema, relacionada a las dificultades en el aprendizaje de ecuaciones lineales y la importancia de utilizar herramientas tecnológicas.

3.2. Diseño de la investigación

Con respecto al diseño de investigación fue no experimental (Hernández et al., 2014). El estudio se realizó sin manipulación deliberada de variables. En otras palabras, es un estudio en el que la variable independiente (GeoGebra) no se modifica intencionalmente sobre la variable dependiente (Aprendizaje de ecuaciones lineales) más bien se observan los fenómenos tal como ocurren en su entorno natural y para luego analizarlos.

3.3. Tipos de investigación

3.3.1. Por el nivel

El estudio se ubicó dentro del tipo de investigación descriptivo, debido a que busca conocer, analizar y describir el fenómeno (aprendizaje de sistema de ecuaciones 2×2) para identificar las dificultades en la población de estudio.

De igual manera, fue de tipo propositivo porque se elaboró una guía didáctica integrando la herramienta tecnológica GeoGebra para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales por medio de una serie de actividades establecidas.

3.3.2. Por el tiempo

El estudio tuvo un diseño transversal, dado que los instrumentos de recolección de datos se aplicaron únicamente una vez y durante el periodo lectivo 2024-2025

3.3.3. Por el lugar

Esta investigación, se enmarcó en la modalidad de campo y bibliográfica. La primera permitió obtener datos de la realidad donde ocurrió el fenómeno, estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Fernando Daquilema. La segunda consistió en la búsqueda, recopilación y análisis de fuentes bibliográficas primarias como es libros, artículos científicos, tesis de maestría y doctorales, así como la búsqueda en páginas web con el propósito de respaldar con argumentos las variables y el estado actual del tema.

3.4. Técnicas e instrumentos de investigación

3.4.1. Técnica

La técnica utilizada para la presente investigación fue la encuesta, la cual se aplicó a los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Fernando Daquilema, con el propósito de conocer criterios acerca del aprendizaje de ecuaciones lineales y las herramientas tecnológicas (GeoGebra)

3.4.2. Instrumento

Se desarrolló un cuestionario de 12 preguntas, estructurado en dos bloques. El primero se encuentra relacionado con preguntas que un estudiante debería haber aprendido en resolución de problemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, siendo desde las preguntas 1 a la 9 y el segundo bloque relacionado al uso de herramientas tecnológicas desde la pregunta 10 a 12.

3.5. Validación del instrumento

La validación del instrumento fue realizada por el método de validación por expertos; por lo cual se solicitó la colaboración de tres docentes de la Universidad Nacional de Chimborazo del área de matemática. A continuación, se presenta el resumen de validación del instrumento por los expertos.

Tabla 2.*Expertos de validación de instrumento*

Validador	Cargo	Parametro de evaluación	Opinión de aplicabilidad
Mgs. Luis Fernando Pérez	Docente	Necesita mejorar	Aplicable
Mgs. Norma Isabel Allauca	Docente	Satisficho	Aplicable
Mgs. Cristian David Carranco	Docente	Excelente	Aplicable

Nota. Tabla elaborada en base al reporte de validación de cada uno de los expertos.

Como se observa en la tabla anterior un docente validó el instrumento en escala de necesita mejorar. En tal sentido, las observaciones menciones por dicho experto fueron subsanadas y posteriormente se procedió a la aplicación de los estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema para su posterior análisis e interpretación de resultados.

3.6. Población y muestra

3.6.1. Población

La población de estudio estuvo conformada por 25 estudiantes de décimo año del paralelo “A” de la Unidad Educativa Fernando Daquilema.

3.6.2. Muestra

Para la selección de la muestra se aplicó un muestreo no probabilístico de tipo censal. Para López (1998, p.75), “la muestra censal es aquella donde todas las unidades de investigación –es decir, la población– son consideradas como muestra” (como citó de Chonillo-Sislema, 2024), debido a que la población es reducida, y por la razones de acceso y disposición, no se seleccionó una muestra, sino que se tomó toda la población del estudio, trabajando con toda el aula; 25 estudiantes de décimo año del paralelo “A” de la Unidad Educativa Fernando Daquilema.

3.7. Técnicas de análisis e interpretación de datos

Se utilizaron técnicas estadísticas descriptivas para el procesamiento de los datos que fueron procesados en Microsoft Excel y organizados en gráficos para la presentación de los hallazgos de manera eficaz, simplificando es esta manera la comprensión de los resultados

Los resultados en los apartados siguientes presentan un análisis por pregunta de la encuesta con su respectivo análisis e interpretación; por último, se discutieron los resultados y definieron las conclusiones y recomendaciones a partir de los objetivos establecidos y los resultados encontrados.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1 Resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes de décimo año

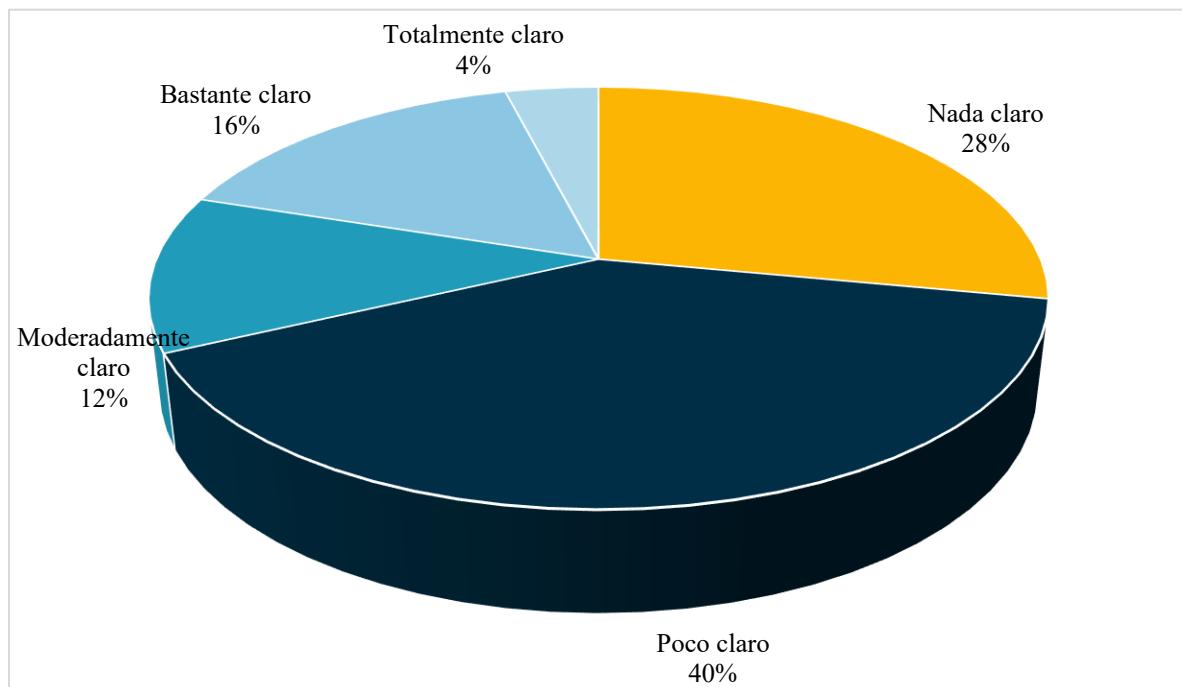
En la continuidad de la investigación se obtuvo el criterio de 25 estudiantes de décimo año sobre de las herramientas tecnológicas (GeoGebra) para el aprendizaje de sistema de ecuaciones 2×2 y las dificultades que anteceden a esta temática. Para la presentación de los resultados las preguntas se seccionaron en tres bloques: dificultades conceptuales, procedimentales e importancia de los recursos tecnológicos.

4.1.1. Dificultades en el aprendizaje conceptual

PREGUNTA 1. - Comprendo el significado de una ecuación lineal en Matemáticas

Figura 10.

Comprendo que es una ecuación lineal.



Análisis e interpretación

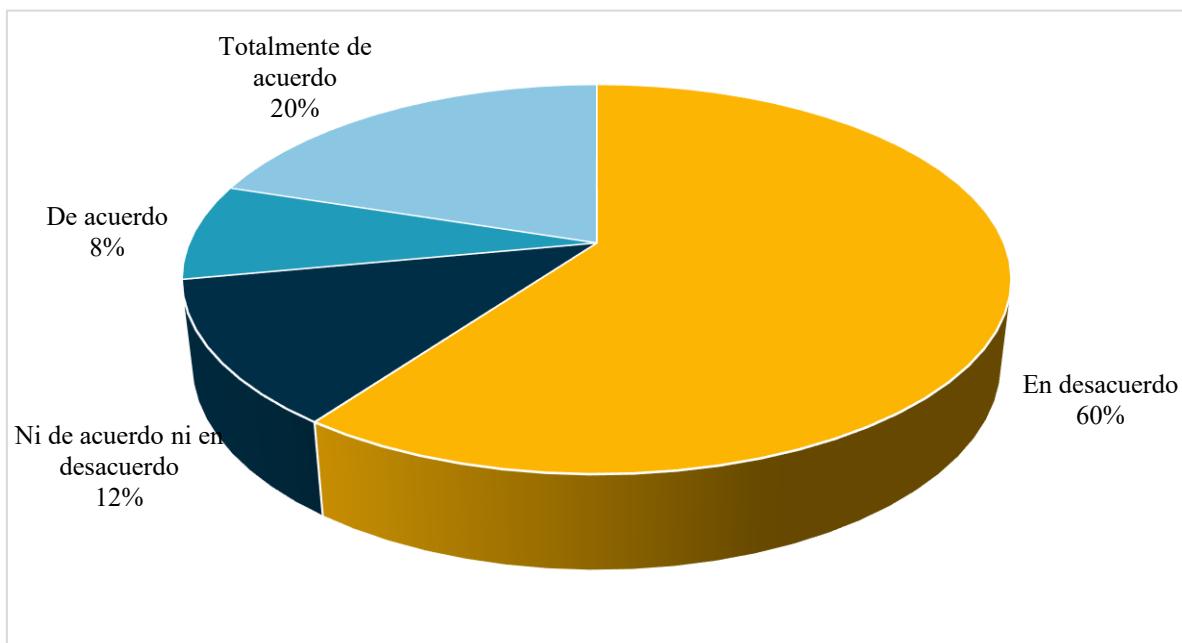
Se observa en la figura 10 que para el 68 % de los estudiantes el concepto de ecuación lineal es poco o nada claro, mientras que para el 32%, la definición de ecuación lineal esta entre moderadamente claro y totalmente claro. Esto sugiere que una parte significativa de los estudiantes necesita más apoyo o refuerzo para comprender este tema.

pues muchos de los contenidos en matemáticas y cálculos básico agudizan la resolución de problemas.

PREGUNTA 2. - Puedo identificar cuándo dos ecuaciones forman un sistema de ecuaciones lineales 2x2.

Figura 11.

Identificación de un sistema de ecuaciones lineales 2x2.



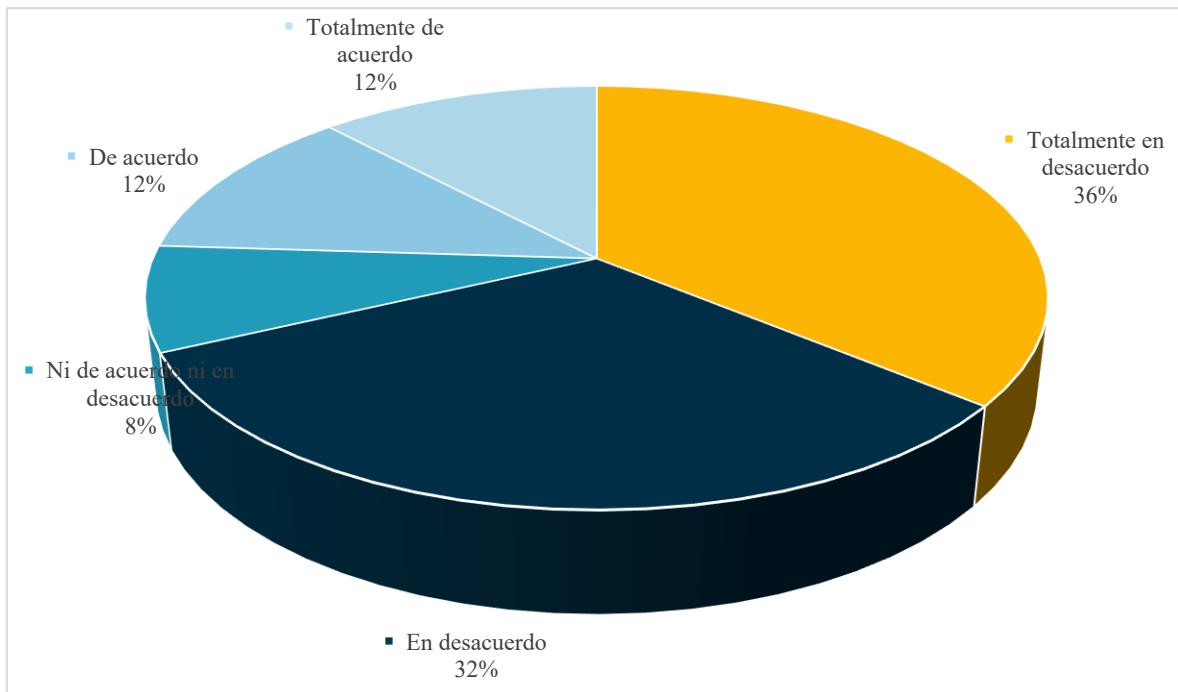
Análisis e interpretación:

Del 100% de encuestados, el 60.0% están en desacuerdo con tal habilidad; el 12.0% se incluyó en la categoría de ni de acuerdo ni en desacuerdo; a su vez, un 8.0% declaró estar de acuerdo, y un 20.0% totalmente de acuerdo. Así, la mayoría de los encuestados consideran que no era capaz de reconocer correctamente cuándo se está frente a una ecuación lineal del tipo 2x2, y ya que la correcta identificación de los elementos de un sistema de ecuaciones en este sistema resulta clave para incluir procedimientos que ayuden a resolverlo.

PREGUNTA 3. - Entiendo el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales como la intersección de dos rectas en el plano.

Figura 12.

Compresión de solución de un sistema de ecuaciones lineales.



Ánálisis e interpretación:

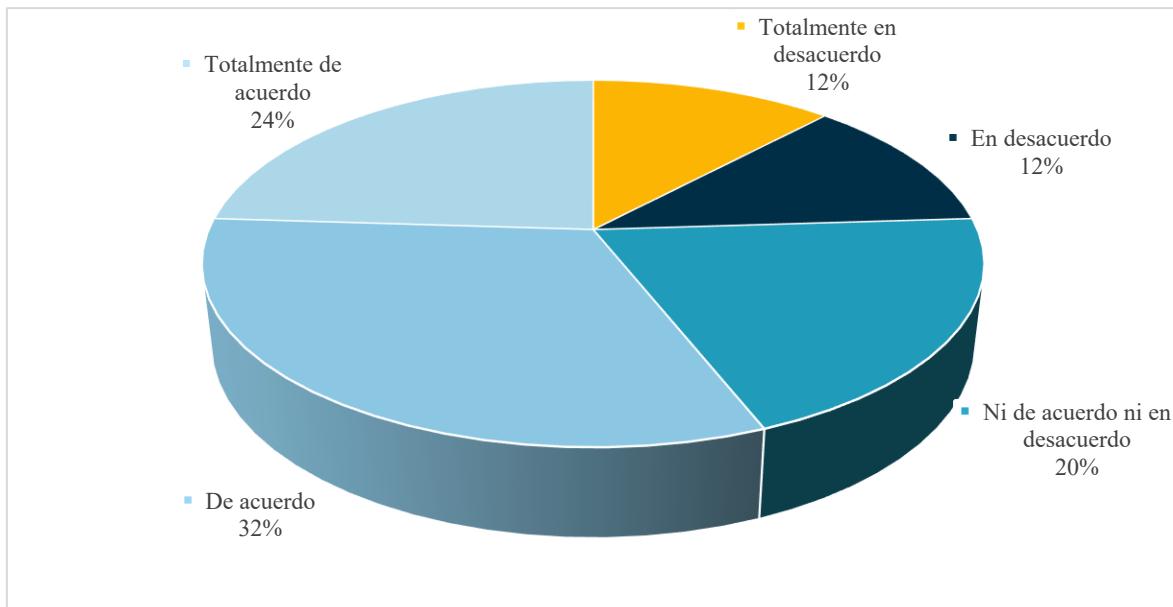
El 36.0% de los alumnos está totalmente en desacuerdo con esta definición, mientras que el 32.0% se encuentra en desacuerdo. No obstante, solo el 8.0% se posiciona ni de acuerdo ni en desacuerdo, y el 14.0% está de acuerdo y totalmente de acuerdo con la afirmación. Según los datos, un poco menos del 70.0% de los estudiantes no comprende adecuadamente que la solución de un sistema de ecuaciones lineales corresponde al punto de intersección de dos rectas. Impidiendo que no puedan determinar en un ejercicio la intersección de las rectas que cortan el punto de la solución de un sistema de ecuaciones lineales.

4.1.2. Dificultades en el aprendizaje procedural

PREGUNTA 4. - Tengo dificultades para aplicar el método de sustitución para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Figura 13.

Dificultades en la utilización del método de sustitución.



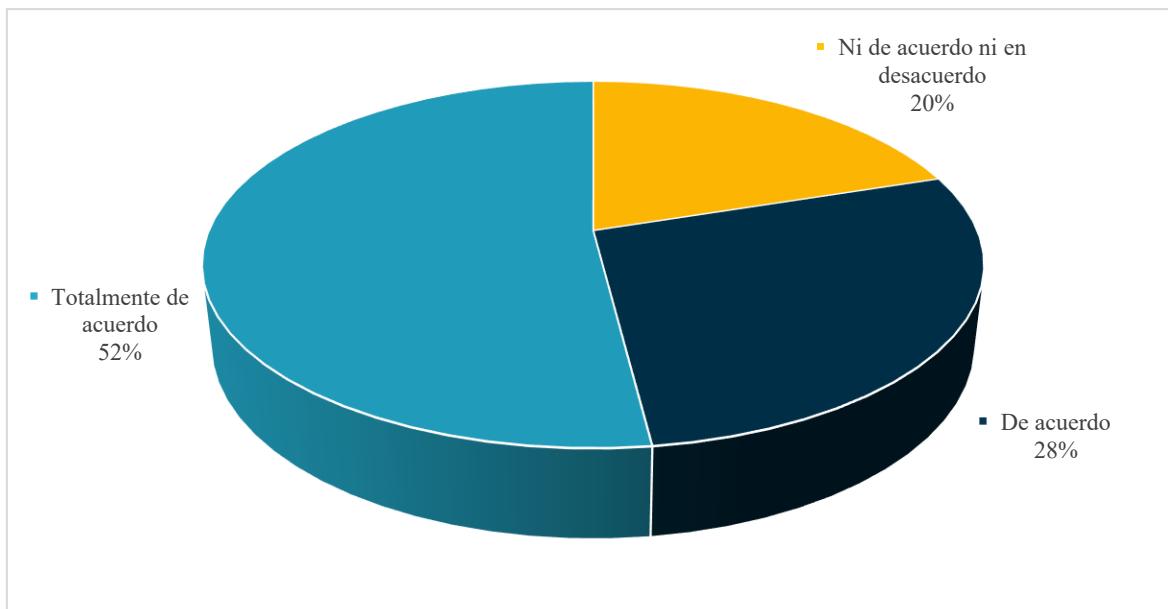
Análisis e interpretación:

El 56.0% de los estudiantes indicaron estar "totalmente de acuerdo" y "de acuerdo" con tener dificultades para poder resolver ecuaciones con 2 incógnitas. En el extremo opuesto sólo un 24.0% afirma estar "totalmente en desacuerdo" y "en desacuerdo", en no tener errores en la forma de aplicar este método de resolución. Esto muestra como una buena parte de los estudiantes tienden a tener complicaciones a la hora de implementar este método de solución, disminuyendo sus posibilidades en el momento que se, realiza un ejercicio.

PREGUNTA 5. - Me resulta confuso usar el método de igualación para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Figura 14.

Dificultades en la utilización del método de igualación



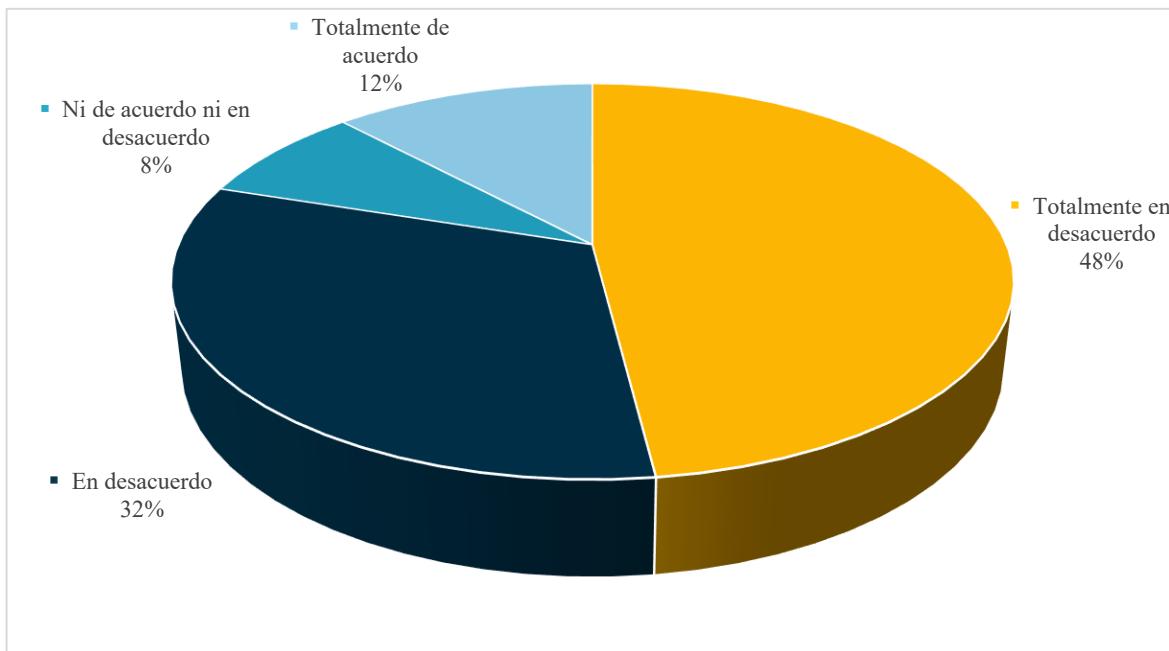
Análisis e interpretación:

El 80.0% de los estudiantes están “totalmente de acuerdo” y “de acuerdo” en que este método les resulta confuso de aplicar, mientras que el 20.0% está ni de acuerdo ni en desacuerdo. Cabe destacar que ningún alumno señaló estar en los niveles de “en desacuerdo”. Este resultado confirma que la mayoría de los estudiantes consideran tener dificultades en comprender y aplicar este procedimiento algebraico, esto podría deberse a una débil conexión entre los pasos operativos y su significado conceptual. Siendo uno de los principales obstáculos en el aprendizaje de ecuaciones lineales es precisamente la falta de comprensión en los métodos de resolución, especialmente cuando se requiere igualar expresiones algebraicas.

PREGUNTA 6. - Comprendo y aplicó correctamente el método de reducción o eliminación en sistemas de ecuaciones lineales.

Figura 15.

Utilización del método de reducción o eliminación 2 × 2



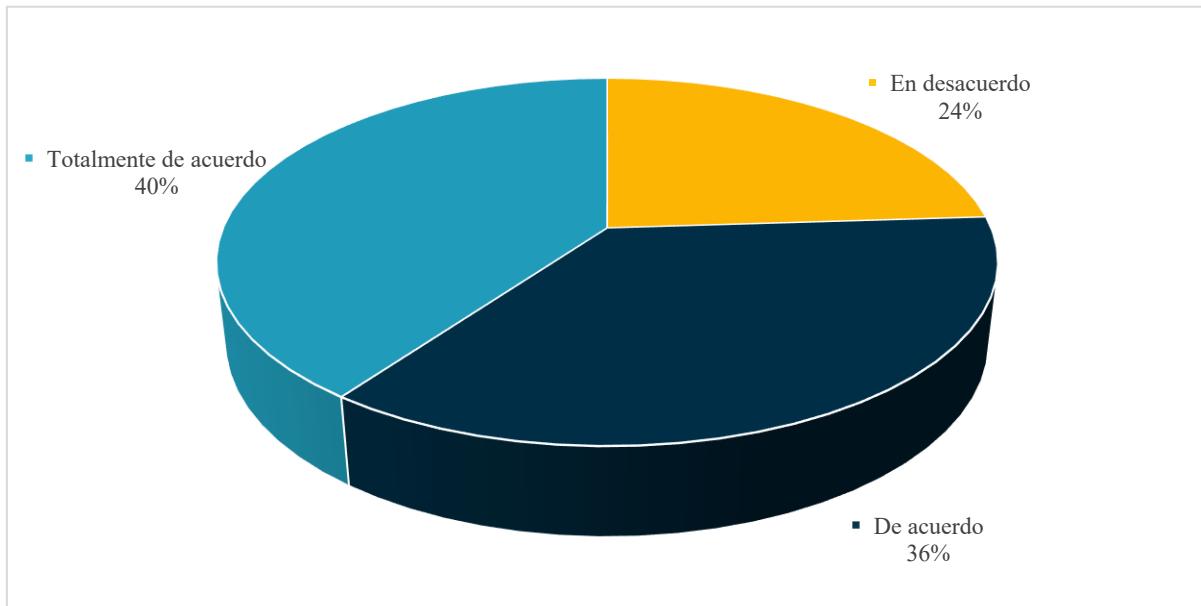
Análisis e interpretación

El 80.0 % de los estudiantes no dominan en total este método de solución. Aun cuando solo un 12.0 % manifestó estar totalmente de acuerdo. Los resultados indican que los estudiantes consideran dificultosos el mecanismo procedimental de cómo aplicar este método de solución. Los alumnos no dominan completamente el concepto de ecuación lineal de dos variables, tener problemas al realizar operaciones aritméticas algebraicas requeridas en el proceso de eliminación y confusión al elegir y aplicar correctamente los pasos para eliminar variables

PREGUNTA 7. - Tengo problemas para interpretar los resultados obtenidos de un sistema de ecuaciones lineales (sin solución, solución única, infinitas soluciones).

Figura 16.

Problemas en para interpretar sistema de ecuaciones lineales.



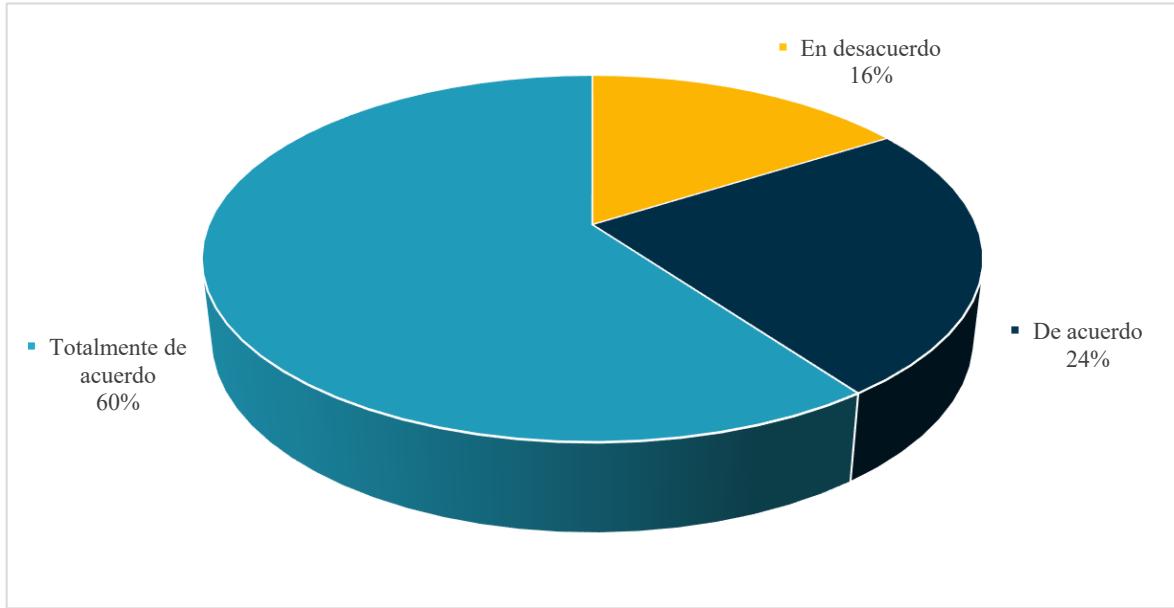
Análisis e interpretación:

El 40,0 % de los estudiantes está totalmente de acuerdo y el 36,0 % de acuerdo en tener dificultades para interpretar los resultados posibles de un sistema de ecuaciones. Un 24,0 % está en desacuerdo y no se registraron estudiantes en “totalmente en desacuerdo” ni en la opción neutral. Este comportamiento muestra una dificultad clara en la interpretación de los distintos tipos de solución de un sistema de ecuaciones lineales, aspecto que requiere atención debido a su relevancia en la comprensión de los resultados de los ejercicios.

PREGUNTA 8. - Puedo representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales y determinar la solución observando la intersección de las rectas.

Figura 17.

Solución de grafica observando la intersección de las rectas



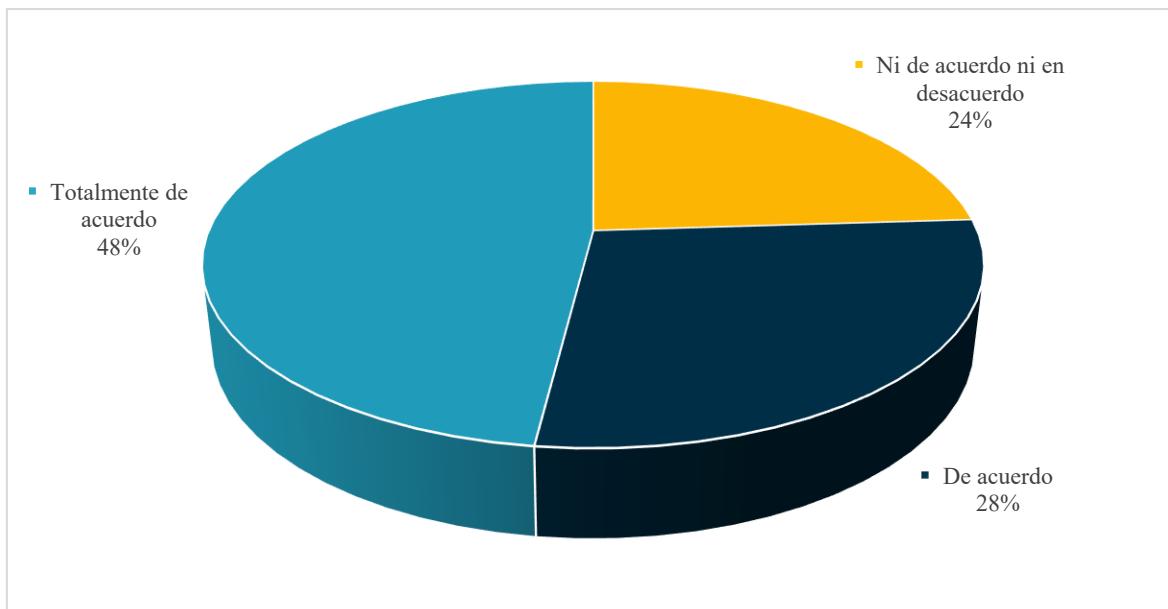
Análisis e interpretación

El 84.0% de los estudiantes están “totalmente de acuerdo” y “de acuerdo” en poder realizar esta actividad, Y un mínimo porcentaje, 16.0% expresó estar en desacuerdo, sin registros en el nivel de “totalmente en desacuerdo”, lo que evidencia que la mayor parte de los estudiantes conoce de este método debido a que su aplicabilidad es fácil de operacionalizar. Este resultado refleja que la mayoría de los estudiantes ha logrado apropiarse de este procedimiento gráfico, lo que facilita la comprensión visual de las soluciones de los sistemas de ecuaciones, aunque aún existe un pequeño grupo que presenta dificultades y requiere seguimiento.

PREGUNTA 9. - Considero que los problemas de la vida cotidiana relacionados con sistemas de ecuaciones lineales son difíciles de interpretar y resolver.

Figura 18.

La vida cotidiana en relación a un sistema de ecuaciones lineales



Análisis e interpretación

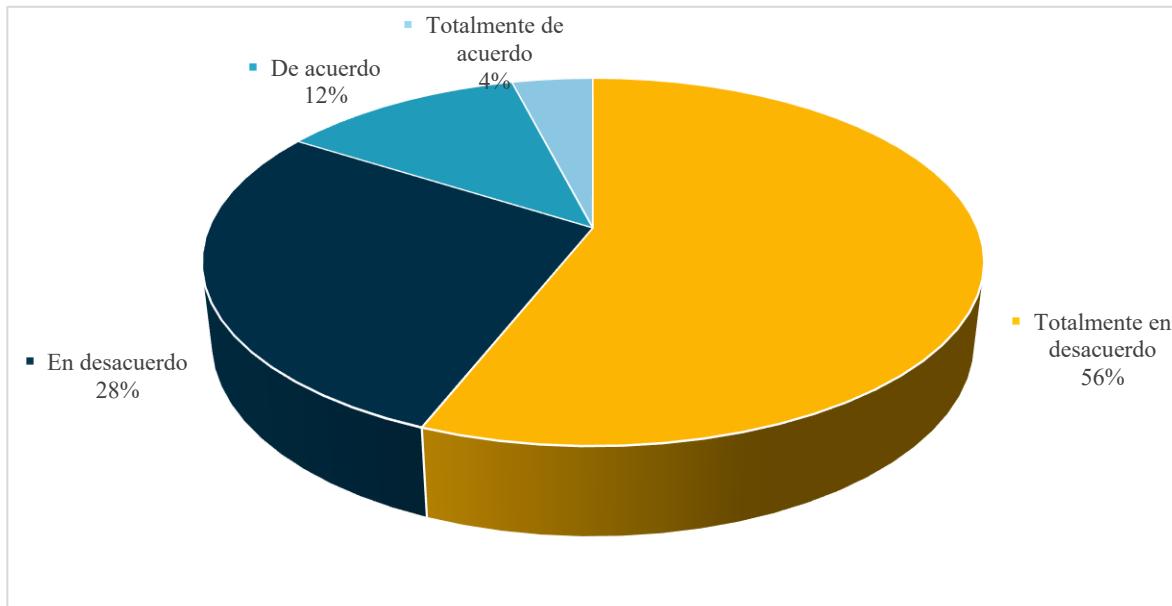
El 76,0 % de los estudiantes está “totalmente de acuerdo” y “de acuerdo” en que los problemas de la vida cotidiana asociados a sistemas de ecuaciones lineales son complicados de interpretar y resolver. No se reportaron respuestas en desacuerdo o totalmente en desacuerdo. Este resultado señala que una amplia mayoría de estudiantes experimenta dificultades al articular los conocimientos algebraicos con situaciones cotidianas, lo que resalta la importancia de fortalecer estrategias didácticas contextualizadas para mejorar su interpretación y aplicación en problemas reales.

4.1.3 Recursos tecnológicos

PREGUNTA 10. - Conoce usted de programas informáticos como GeoGebra para graficar ecuaciones lineales

Figura 19.

Conocimiento de GeoGebra para graficar ecuaciones lineales.



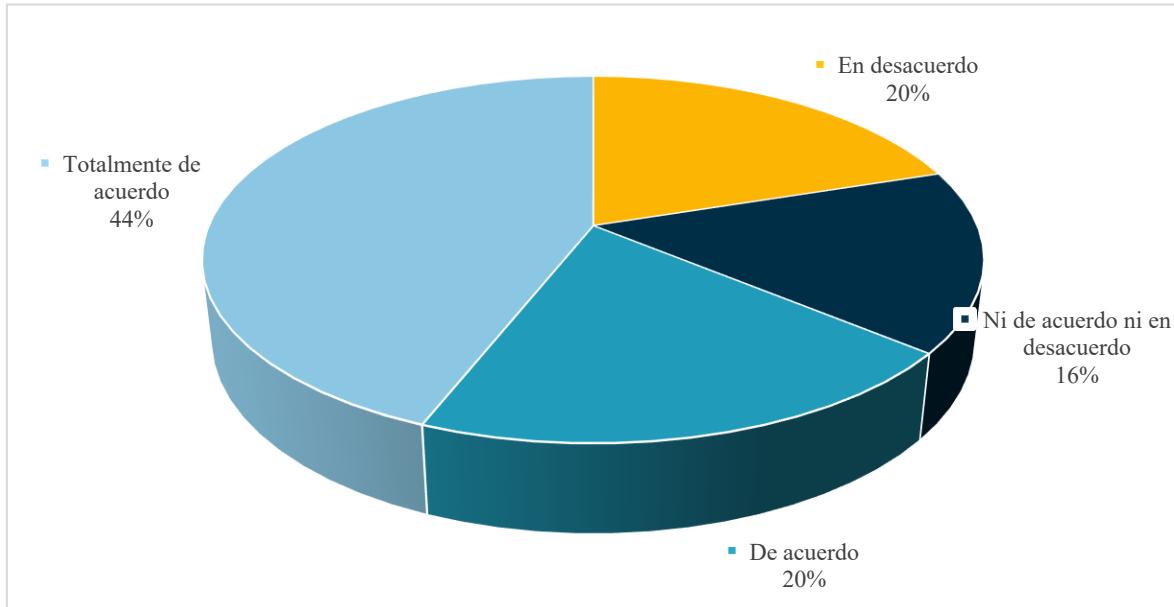
Análisis e interpretación

El 56.0% de los estudiantes está “totalmente en desacuerdo” y el 28.0% también “en desacuerdo” con conocer esta herramienta. Por el contrario, solo un 4.0% está totalmente de acuerdo en tener conocimiento de su uso tal vez lo han visto oido o utilizado en el aula o en la casa. Esto indica que una mayoría significativa de estudiantes desconoce el uso de recursos tecnológicos aplicados al aprendizaje matemático, lo que evidencia la necesidad de incorporar y promover herramientas tecnológicas en el aprendizaje matemático.

PREGUNTA 11. - Considera usted que herramientas digitales como GeoGebra podría facilitar su comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales.

Figura 20.

Importancia de GeoGebra en aprender ecuaciones lineales 2x2



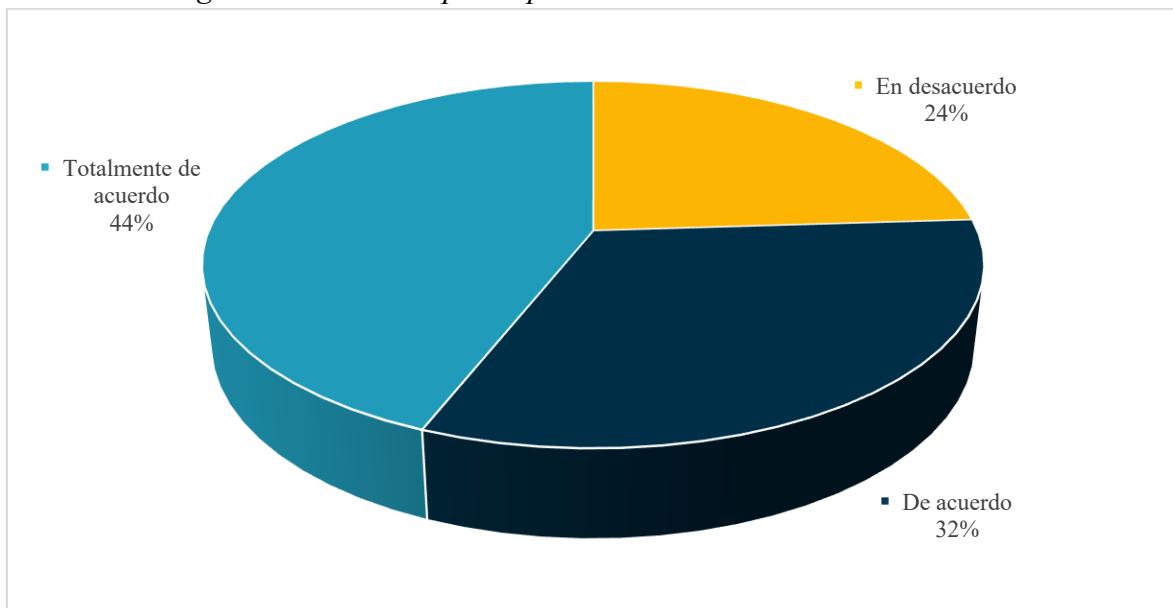
Análisis e interpretación

El 62.0% en total de los estudiantes están “totalmente de acuerdo” y “de acuerdo” en que podrían facilitar su aprendizaje esto permite aseverar que más del 50 % de los alumnos se encuentran interesados por esta herramienta. Aunque el 20.0% expresa desacuerdo, la ausencia de respuestas en el nivel de totalmente en desacuerdo. Lo que sugiere una apertura general hacia el empleo y uso de recursos tecnológicos en el aprendizaje de los contenidos de matemáticas, lo que representa una oportunidad para implementar recursos tecnológicos que apoyen la comprensión de este contenido.

PREGUNTA 12. - Me gustaría contar con una guía paso a paso en GeoGebra para aprender a resolver y graficar sistemas de ecuaciones lineales 2x2

Figura 21.

Interés de una guía de GeoGebra para aprender ecuaciones lineales 2x2



Análisis e interpretación

El 44.0% de los estudiantes está totalmente de acuerdo, y el 32.0% también está de acuerdo. Solo el 24.0% expresó desacuerdo. Este resultado que evidencia la falta de recursos didácticos limitados estructurados para el aprendizaje tecnológico en matemáticas que facilite el uso de herramientas digitales en la resolución de problemas algebraicos, lo cual puede mejorar su desempeño académico en este contenido.

4.2. Discusión

En este estudio al identificar las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo de Unidad Educativa Fernando Daquilema, los resultados mostraron que, el 56 % tienen dificultades en el desarrollo del método de sustitución, y un 80 % no operan correctamente el método de igualación y reducción. Esto quiere decir que para muchos estudiantes resolver un problema matemático implica el encuentre de una solución única a un caso planteado, siguiendo pasos que con frecuencia son estresantes y tediosos. Este criterio concuerda con los hallazgos de Trípoli et al. (2023), cuando un estudiante opera un ejercicio o problema matemático lo perciben como un procedimiento mecánico que en muchas de las veces lo llegan a resolver, sin comprender realmente el significado de la solución encontrada.

En este sentido, Rojas y Ariza (2013) en su estudio asumen que aprendizaje de ecuaciones se ve afectado porque el estudiante no identifica el método más fácil o pertinente para encontrar la solución. Esto corrobora nuestros hallazgos donde se muestra que los estudiantes no comprenden la información lo que le dificulta designar incógnitas en los métodos de sustitución y reducción atrayendo errores en los cálculos. Esto afirma que existen conjeturas en el proceso cognitivo del estudiante que recae en la incorrecta interpretación de resultados, razonamiento y errores aritméticos en el momento de encontrar una solución.

En relación a las herramientas tecnológicas un alto porcentaje de estudiantes de la Unidad Educativa Fernando Daquilema desconoce de programas online que ayuden a entender temas matemáticos. Tenesaca (2024) en su tesis señala que el bajo desconocimiento en herramienta informáticas es a causa de que las instituciones fiscales no cuentan con la infraestructura tecnológica para programar actividades simuladas e interactivas.; considerando que, para Reyes et al. (2020) GeoGebra es una herramienta polifuncional porque facilita el aprendizaje, dándole un valor práctico a la enseñanza de matemática. Esto

coincide con nuestros hallazgos, ya que los estudiantes están interesados en conocer el potencial de GeoGebra.

Estos estudios señalan que incorporar recursos tecnológicos en el proceso pedagógico, tiene múltiples beneficios, favorece el desarrollo cognitivo, metacognitivo y el desarrollo de competencias tecnológicas de los estudiantes, lo cual se traduce en un mejor desempeño académico, un mayor interés, favoreciendo así el desarrollo aptitudinal del alumnado.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En relación a las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo de la Unidad Educativa Fernando Daquilema se identificó que más del 50 % de los estudiantes presentan dificultades en el orden procedural. En concreto, el 56 % de los encuestados indicó problemas con el método de sustitución, el 80 % el método de igualación y reducción; y en orden interpretativo donde asumieron tener dificultades para determinar si el resultado es sin solución, solución única o presenta infinitas soluciones. Sin embargo, el 84 % manifestó que el proceso operativo del método gráfico es más sencillo. Estos criterios manifestaron la necesidad de integrar recursos didácticos que permitan a los estudiantes visualizar procedimientos algebraicos de manera dinámica.

Se realizaron actividades matemáticas articuladas a GeoGebra para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas que permitan al estudiante visualizar, analizar y comprender su solución mediante la representación gráfica de rectas; mencionando que las actividades y ejercicios propuestos están enfocados a problemas de la cotidianidad para generar un mayor interés en las clases de Matemáticas, al hacer el aprendizaje menos abstracto y más tangible.

Se diseñó una guía metodológica que orienta la utilización del software GeoGebra en la resolución de problemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, referente a que el 74 % de los estudiantes lo consideraron útil, en la guía se colocaron capturas para que el lector de la guía pueda observar paso a paso como encontrar la solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, finalizando con ejercicios para aplicar los aprendido conectado a casos de la cotidianidad.

Finalmente, el análisis realizado pone de manifiesto que las dificultades de los estudiantes en la resolución de sistemas de ecuaciones 2×2 no se reducen a simples errores

operativos, sino que reflejan vacíos conceptuales y limitaciones en la interpretación de los resultados, lo que restringe su capacidad de construir un pensamiento matemático mucho más sólido.

En última instancia, el análisis de los resultados manifiesta que las dificultades de los estudiantes en la resolución de ecuaciones 2×2 no consisten únicamente en errores operativos, sino que reflejan la existencia de vacíos conceptuales, limitaciones en la interpretación de los resultados, lo que perjudica la capacidad de elaboración de un pensamiento matemático, además mucho más sólido.

5.2. Recomendaciones

- Se aconseja implantar sistemáticamente GeoGebra en el tema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, ya que su uso permitirá a los alumnos visualizar contenidos matemáticos en gráficos para aproximarse con mayor entendimiento al proceso algebraico.
- Se aconseja capacitar a los docentes de matemáticas que todavía no poseen competencias tecnológicas en el uso de los recursos digitales y metodologías activas, de tal forma que los profesores puedan planificar actividades más interesantes, en las que el alumnado participe activamente, resuelva problemas en forma conjunta y desarrolle habilidades de razonamiento lógico.
- Se recomienda en futuras líneas de investigación examinar el impacto que tiene el uso de GeoGebra en el desarrollo del pensamiento algebraico y gráfico del alumnado y en la resolución de problemas matemáticos en otros tipos de funciones. También sería de interés examinar la introducción de otras herramientas tecnológicas y metodologías activas para enseñar sistemas de

ecuaciones de lineales y estudiar su impacto en la motivación y en el rendimiento académico.

CAPITULO VI. PROPUESTA

6.1 Título de la propuesta

Guía metodológica: Utilizando GeoGebra 2×2

6.2 Justificación de la propuesta

Las Ciencias Exactas como las Matemáticas presenta muchos tópicos que requieren la atención por parte del gremio docente, para entender las dificultades que se manifiestan en la compresión de los estudiantes. Uno de los tópicos por conocer son las “ecuaciones lineales 2×2 ” donde el uso de variables, despejes, razonamiento, construcción matemática y errores en operaciones básicas resultan a menudo problemáticos para quienes lo aprenden. Por eso es importancia contribuir a que el alumnado en las instituciones de educación media, recursos didácticos como tecnológicos que faciliten la comprensión de las distintas temáticas que se deben abordar en Matemáticos. En lo expuesto en la investigación realizada se encontró que la mayoría de los estudiantes señalaron que es importante la gestión de un guía paso a paso de GeoGebra articulado al aprendizaje de ecuaciones lineales 2×2 , y proponen que problemas de casos realizados a situaciones de la vida real y potenciado con una estructura de recursos, medios visuales, recursos de apoyo, actividades de distracción, actividades individuales o grupales que le permita entender y comprender el tema y desarrolle los ejercicios con mayor facilidad.

6.3 Fines de la guía

La presente guía está diseñada para apoyar a los docentes y estudiante en la integración de GeoGebra como herramienta tecnológica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 a estudiantes de décimo año. GeoGebra, con su enfoque visual e interactivo, permite a los estudiantes explorar la relación entre las ecuaciones y sus representaciones gráficas, facilitando la comprensión de conceptos fortaleciendo así sus habilidades de resolución de problemas <https://heyzine.com/flip-book/c3a3672060.html> . A

través de esta guía, se propone un enfoque estructurado que combina demostraciones prácticas, actividades colaborativas y evaluaciones de refuerzo, planes metodológicos siguiendo la metodología ERCA, videos, actividades de secuencia, documentos de refuerzo, con el objetivo de fomentar un aprendizaje significativo, dinámico y motivador en el aula.

Guía metodológica

para la utilización de

GeoGebra

en el aprendizaje de

Sistema de ecuaciones lineales 2×2

CONTENIDO

Presentación.....	4
Objetivos	5
Competencias a Desarrollar	6
Acerca del programa.....	7
¿Qué es GeoGebra?	7
Funcionalidad	7
Interfaz	8
Herramientas de la barra de comando de GeoGebra.....	8
Herramientas complementarias	13
CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO	14
Método de sustitución	14
Método de reducción.....	15
Método de igualación	16
Método de las determinantes (Cramer).....	18
Método gráfico	19
ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE.....	21
GEOGEBRA EN LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES.....	24
Ejemplo 1	24
Ejemplo 2	28
Actividades individuales	31
Actividades evaluativas	32
Actividades grupales.....	33
Estrategias de apoyo para docentes.....	34
PLAN 1. ERCA: Detectives Matemáticos en Acción.....	34
PLAN 2. ERCA: Construyendo una Ciudad Matemática	37

Referencias de consulta.....	40
------------------------------	----



Presentación



La presente guía está diseñada para apoyar a los docentes y estudiantes en la integración de GeoGebra como herramienta tecnológica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales $2x2$ en el décimo año. GeoGebra, con su enfoque visual e interactivo, permite a los estudiantes explorar la relación entre las ecuaciones y sus representaciones gráficas, facilitando la comprensión de conceptos fortaleciendo así sus habilidades de resolución de problemas. A través de esta guía, se propone un enfoque estructurado que combina demostraciones prácticas, actividades colaborativas y evaluaciones de refuerzo, planes metodológicos siguiendo la metodología ERCA, videos, documentos de refuerzo, con el objetivo de fomentar un aprendizaje significativo, dinámico y motivador en el aula.



Objetivos

General

- Diseñar una guía metodológica basada software GeoGebra para los estudiantes del décimo año de educación general básica para el aprendizaje sistema de ecuaciones lineales 2x2.

Específico

- Facilitar contenidos didácticos (videos, contenido textual, juegos, etc) en la guía para para adquisición de conocimientos acerca sistema de ecuaciones lineales 2x2.
- Describir paso a paso los diversos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 (sustitución, igualación, reducción y Cramer).
- Incorporar el uso del Software GeoGebra para la representación gráfica, análisis e interpretación de sistemas de ecuaciones.



Competencias a Desarrollar

Alcance

Esta guía metodológica permite dar valor al proceso de enseñanza-aprendizaje mediante uso de plataformas digitales, como gestores del trabajo pedagógico y procesos educativos que mejoran la calidad educativa.

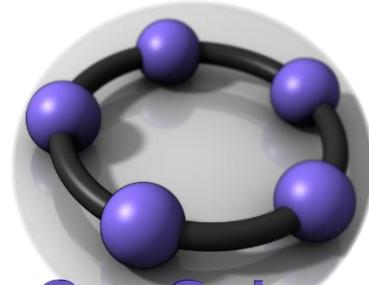
Las competencias que se desarrollan mediante el uso de GeoGebra en las ecuaciones lineales 2x2 o de dos incógnitas son:

- Habilidad del uso de tecnología educativa.
- Manejo de herramientas digitales
- Mejoría de aprehensión de los conocimientos matemáticos.
- Conocimiento del lenguaje algebraico.
- Resolución de problemas relacionándolas con la vida cotidiana.
- Resolución de sistemas de ecuación lineales con dos incógnitas mediante una ecuación algebraica y demostrar gráficamente en GeoGebra.
- Facilidad de comprensión de álgebra y cálculo.



Acerca del programa

GeoGebra es un programa dinámico para el aprendizaje y enseñanza no solo de las Matemáticas, también de la Física, que combina elementos de Aritmética, Geometría, Álgebra, Análisis, Cálculo, Probabilidad y Estadística. Es muy fácil de aprender a usar y se puede descargar gratuitamente de su página oficial. Está hecho en Java, lo que garantiza su portabilidad en Windows, MacOS X, Linux o Solaris.



GeoGebra



¿Qué es GeoGebra?

- Un conjunto unificado y fácil de usar que conforma un potente programa de Matemática Dinámica.
- Un utilitario para enseñar y aprender en todos los niveles educativos.
- Un encuadre versátil en que se conjugan geometría interactiva, álgebra, el cálculo propio del análisis y de las estadísticas y sus registros gráficos, de organización en tablas y de formulación simbólica.
- Una fuente abierta del programa libre accesible en <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>



Funcionalidad

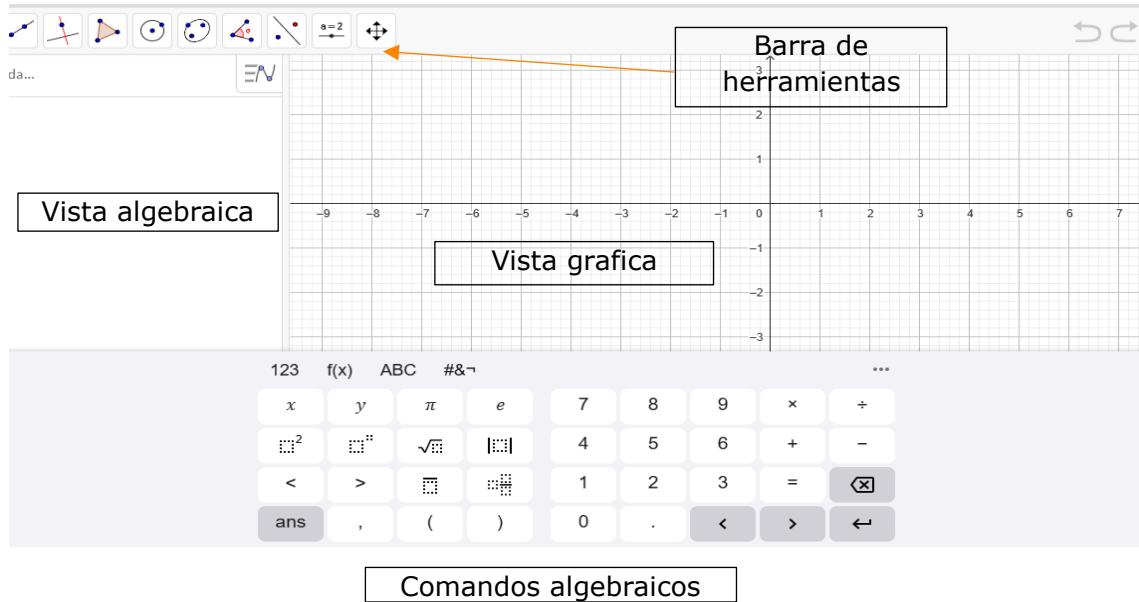
- GeoGebra facilita a los estudiantes la creación de construcciones matemáticas y modelos para las exploraciones interactivas y los sucesivos cambios de parámetros.
- GeoGebra es también una herramienta de autoría que les permite a los docentes crear páginas-web interactivas, seleccionarlas de entre las que colegas de todo el mundo ofrecen para compartir las producciones en <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

GeoGebra

Sistema de ecuaciones lineales 2x2

Interfaz

Al abrir *GeoGebra*, aparece la siguiente ventana:



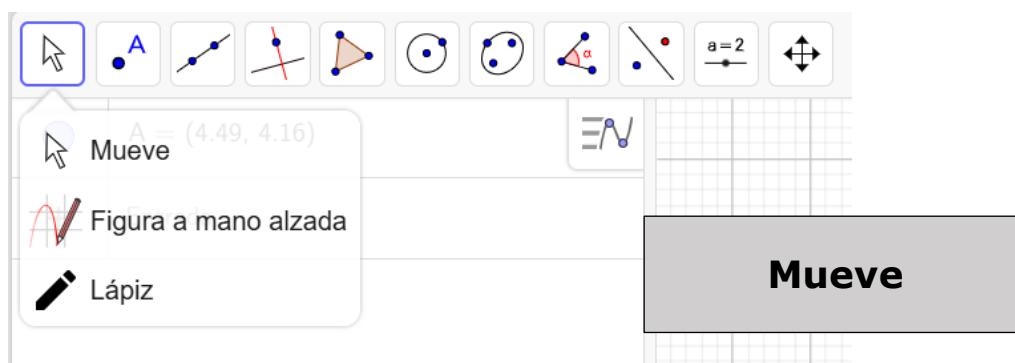
Guiando con el ratón (o mouse) ciertos elementos de la **Barra de Herramientas** pueden trazar construcciones en la **Vista Gráfica** a partir de elementos cuyas coordenadas o ecuaciones aparecen en simultáneo, en la **Vista Algebraica**: lo geométrico y lo algebraico en *GeoGebra*, se complementan y se registran uno junto al otro.

En la **Barra de Entrada** pueden anotarse directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones que pasarán a representarse en la **Vista Gráfica** al ingresarse pulsando Enter (Intro en algunos teclados).

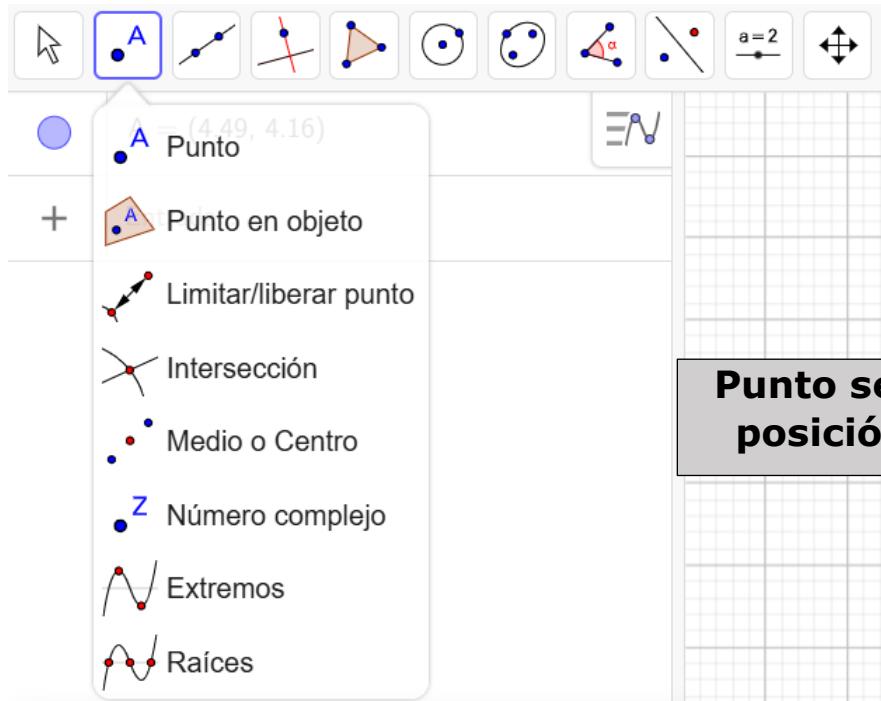


Herramientas de la barra de comando de GeoGebra

Herramienta de movilización

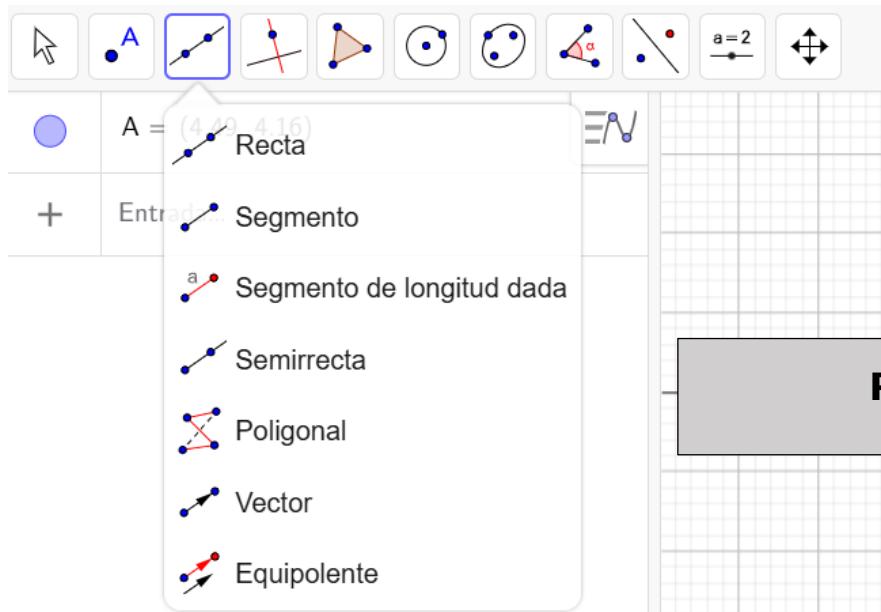


- **Herramienta punto**



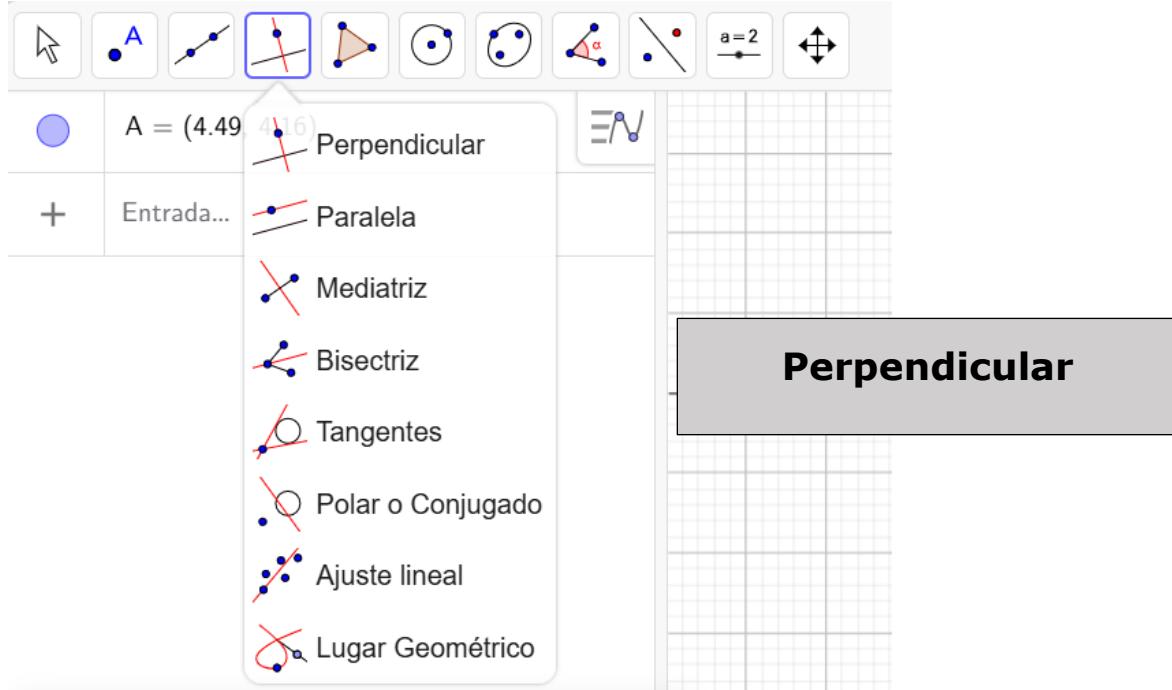
Punto selecciona la posición del punto

- **Herramienta recta**

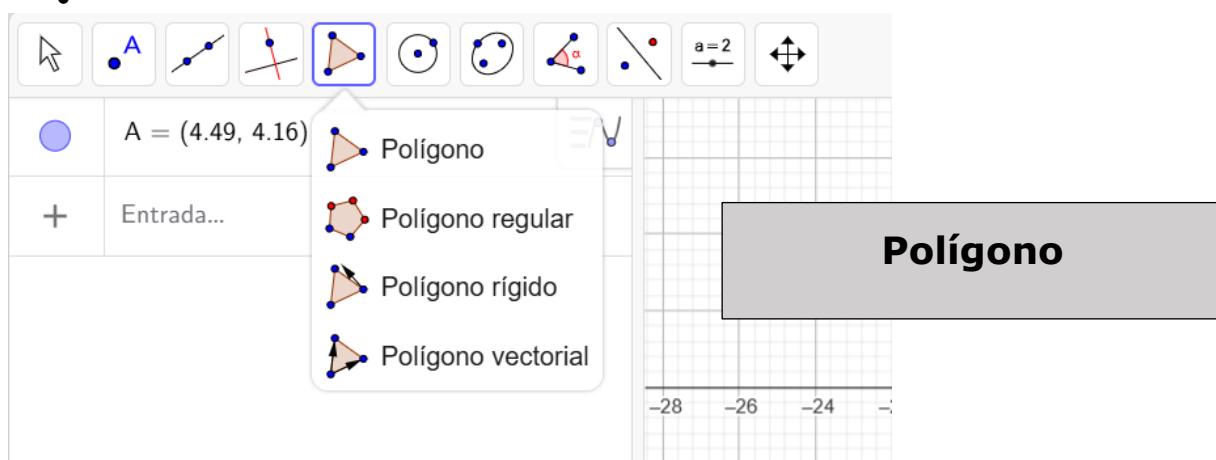


Recta

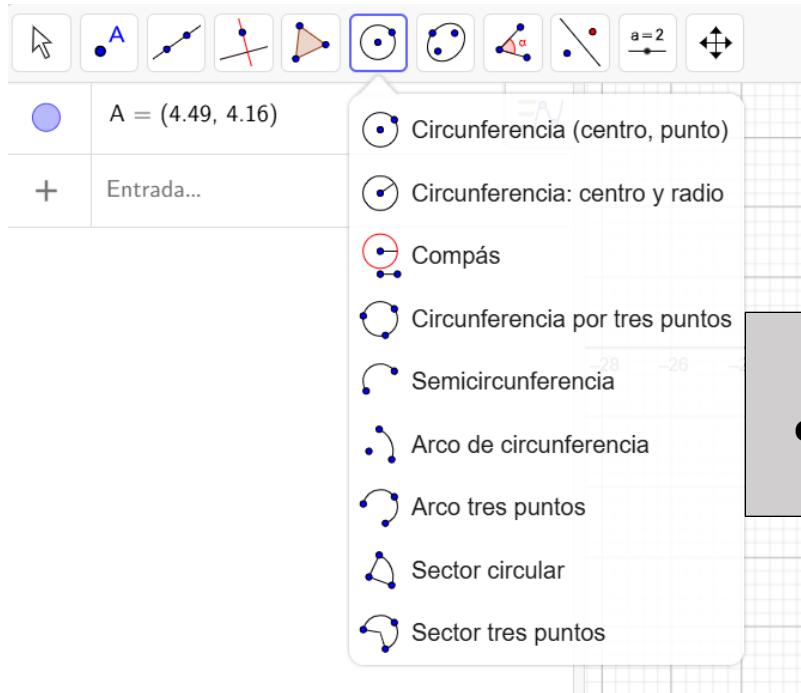
- **Herramienta perpendicular**



- **Herramienta de polígono**

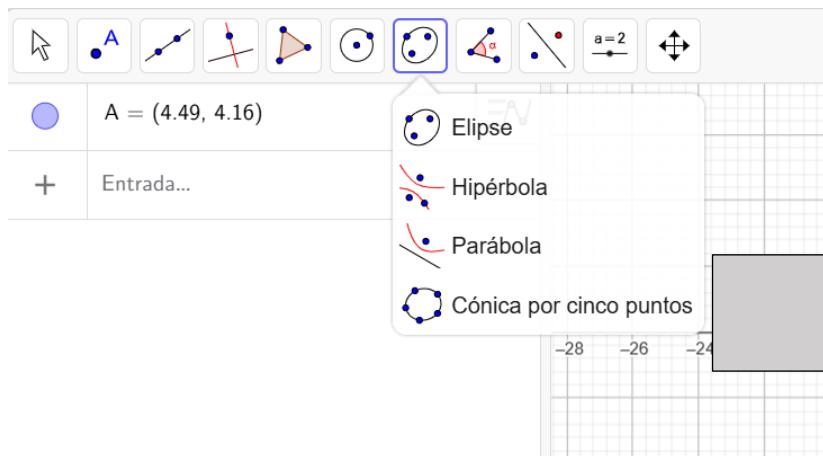


- **Herramienta circunferencia**



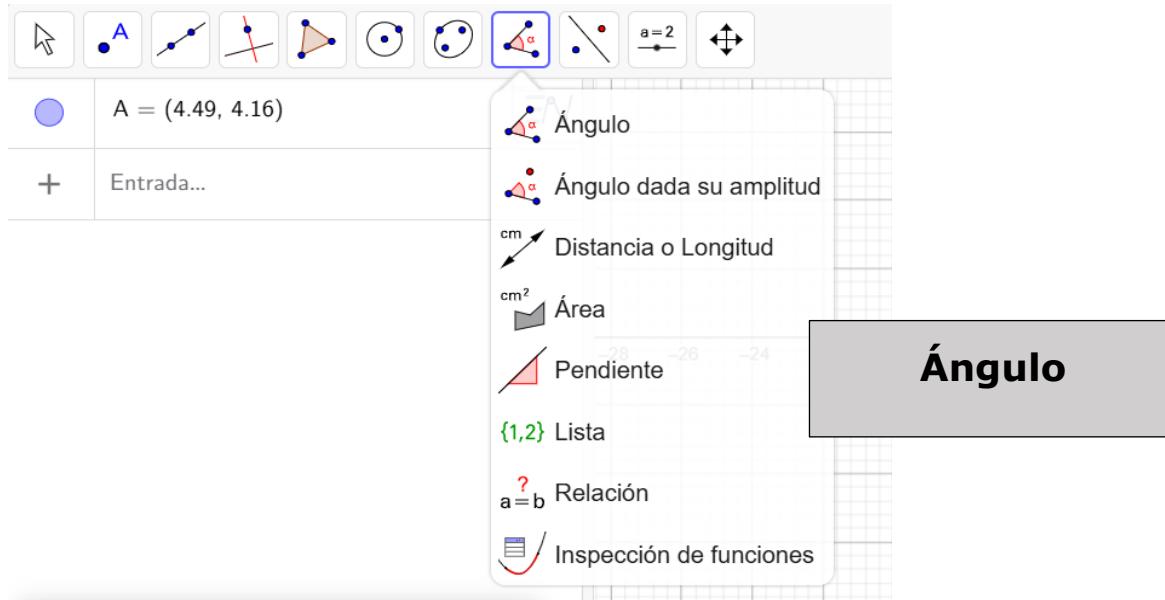
**Circunferencias
centros y puntos**

- **Herramienta de elipse**

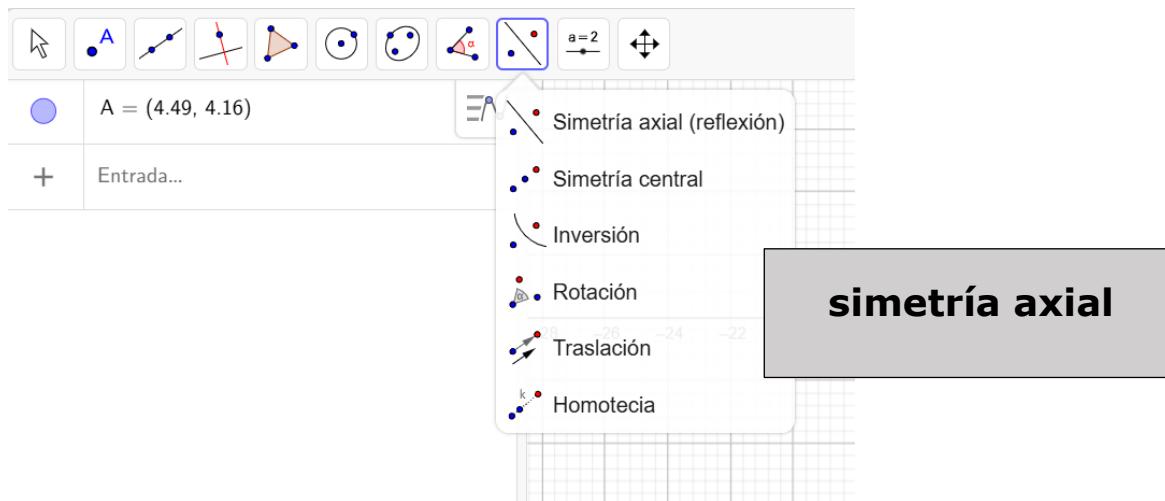


Elipse

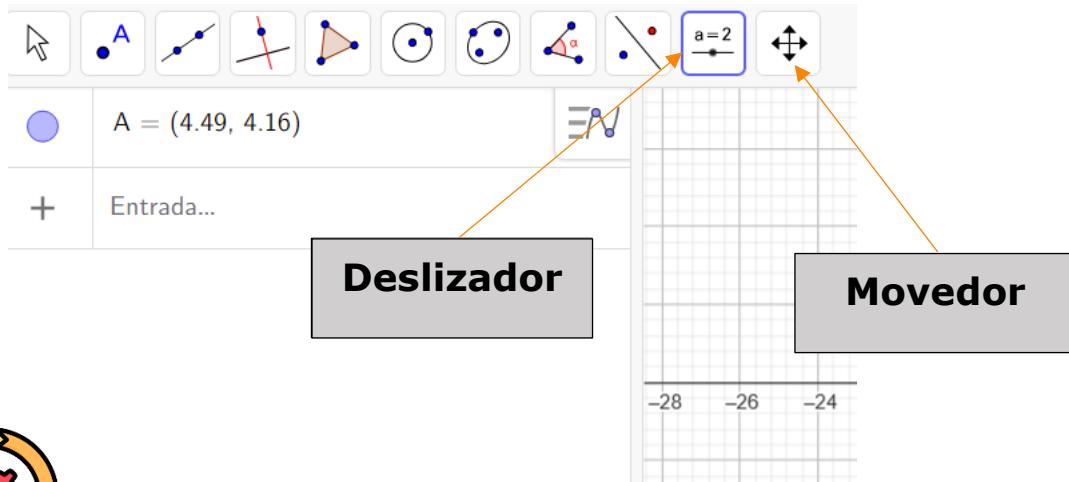
- **Herramienta de ángulo**



- **Herramienta de polígono**



- **Complementos**



Herramientas complementarias



Los botones de “**Deshace**” / y “**Rehace**” en la esquina derecha de la barra de herramientas son muy útiles para el desenvolvimiento de cualquier construcción y conviene emplearlos al menos tentativamente.



Para cambiar la **apariencia de los objetos**, (color, tipo de trazo,...) se puede emplear la barra de estilo: un clic en el margen superior de la Vista Gráfica, lo expone u oculta. Para más opciones, basta con un clic (en Mac OS: Ctrl- clic) sobre el ícono de Propiedades de GeoGebra y seleccionar Objetos del menú.

Los **Ejes** y la **Cuadrícula** pueden mostrarse u ocultarse empleando la Barra de Estilo.

Se pueden seleccionar diferentes vistas - como la **Vista Algebraica, Gráfica, Hoja de Cálculo** y/o **CAS de Algebra Simbólica**, según se tilden o no en el menú “Vista”, o en la barra lateral de **Apariencias** (a la derecha de la Vista Gráfica).



Para **desplazar la construcción** en la **Vista Gráfica**, basta con seleccionar la herramienta que “**Desplaza la Vista Gráfica**” y arrastrarla con ayuda del mouse o ratón.

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

A continuación, para describir el procedimiento a seguir para el aprendizaje de cada uno de los métodos matemáticos para resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2, se propone el siguiente problema.



Problema propuesto



Un granjero tiene un campo donde cultiva tomates y zanahorias. Cada planta de tomates produce 2 kg de frutos, mientras que cada planta de zanahorias produce 3 kg. En total, cosechó 20 kg de vegetales. Además, mencionó que el número de plantas de tomates es tres más que el doble del número de plantas de zanahorias.

¿Cuántas plantas de cada tipo tiene el granjero?

→ Método de sustitución

Pasos	Resolución
Paso 1: Plantear el sistema de ecuaciones.	$2x + 3y = 20$ Ecuación 1 $x - 2y = 3$ Ecuación 2
Paso 2: Despejar una incógnita.	$x - 2y = 3$ $x = 3 + 2y$
Paso 3: Reemplazar la incógnita en la otra ecuación.	Despejar la incógnita x Ecuación 2 $x - 2y = 3$ $x = 3 + 2y$ Sustituir en la otra ecuación Ecuación 1 $2x + 3y = 20$ $2(3 + 2y) + 3y = 20$

Paso 4: Encontrar la primera incógnita.

Paso 5: Hallar la segunda incógnita.

Paso 6: Establecer las soluciones.

$$2(3 + 2y) + 3y = 20$$

$$6 + 4y + 3y = 20$$

$$6 + 7y = 20$$

$$7y = 20 - 6$$

$$7y = 14$$

$$y = 2 \quad y = \frac{14}{7}$$

Reemplazo el valor de y

$$x = 3 + 2y$$

$$y = 2$$

$$x = 3 + 2(2)$$

$$x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

$$y = 2$$

$$x = 7$$

Nota. Las imágenes descritas fueron tomadas de la página *Mates Fáciles* Manuel (2024a).

Enlace web

Quieres saber más. Ingresa al siguiente ejercicio.
youtu.be/L0QuX9RpEoM

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

$$x + y = 41$$

$$x - y = 5$$

$$x = 23 \quad y = 18$$



Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:

[Problemas de ecuaciones](#)

Imprime las páginas 1 a la 5, practica sistemas de ecuaciones y refuerza todos los métodos

Método de reducción

Pasos

Paso 1:

Plantear el sistema de ecuaciones.

Resolución

$$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$(x - 2y = 3) \quad \text{Ecuación 2}$$

Para convertir x en $-2x$ debo multiplicarlo por -2

Multiplico la Ecuación 2 por -2

$$x - 2y = 3$$

$$(-2) (x - 2y = 3)$$

$$-2x + 4y = -6 \quad \text{Ecuación 2n}$$

Paso 2:

Analizar los coeficientes de la incógnita a eliminar

Paso 3:

Sumar y/o restar ecuaciones. Encontrar la primera incógnita.

$$\begin{array}{r}
 2x + 3y = 20 \\
 -2x + 4y = -6 \\
 \hline
 0 + 7y = 14 \\
 y = \frac{14}{7} \\
 y = 2
 \end{array}$$

Paso 4:

Hallar la segunda incógnita.

$$\begin{array}{l}
 y = 2 \\
 \text{Reemplazo en} \\
 \text{Ecuación 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x - 2y = 3 \\
 x - 2(2) = 3 \\
 x - 4 = 3 \\
 x = 3 + 4
 \end{array}$$

$$x = 7$$

$$\begin{array}{l}
 y = 2 \\
 x = 7
 \end{array}$$

Paso 5:

Establecer las soluciones.

Nota. Las imágenes descritas fueron tomadas de la página Mates Fáciles Manuel (2024b).

Enlace web

Quieres saber más. Ingresa al siguiente ejercicio.
youtu.be/TR27eteqq7q

MÉTODO DE REDUCCIÓN



$$5x + y = 22$$

$$3x + y = 14$$

$$x = 4 \quad y = 2$$

Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:
[Problemas de ecuaciones](#)
 Imprime las páginas 1 a la 5, practica sistemas de ecuaciones y refuerza todos los métodos

Pasos

Paso 1: Plantear el sistema de ecuaciones.

Resolución

$$\begin{array}{l}
 2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1} \\
 x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}
 \end{array}$$

Paso 2: Despejar una incógnita en ambas ecuaciones

Ecuación 1

$$2x + 3y = 20$$

$$2x = 20 - 3y$$

$$x = \frac{20 - 3y}{2}$$

Ecuación 2

$$x - 2y = 3$$

$$x = 3 + 2y$$

Paso 3: Igualar ambas ecuaciones.

$$\frac{20 - 3y}{2} = 3 + 2y$$

Paso 4: Hallar la primera incógnita.

$$\begin{aligned} \frac{20 - 3y}{2} &= 3 + 2y \\ 20 - 3y &= (3 + 2y)(2) \\ 20 - 3y &= 6 + 4y \\ 20 - 6 &= 4y + 3y \\ 14 &= 7y \\ 14 &= y \end{aligned}$$

$$y = 2$$

$$y = 2$$

$$\begin{aligned} x &= 3 + 2y \\ x &= 3 + 2(2) \\ x &= 3 + 4 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Paso 5: Hallar la segunda incógnita.

Paso 6: Establecer las soluciones.

Enlace web

Quieres saber más. Ingresa al siguiente ejercicio.
youtu.be/0rfGZsRVTz4



Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:
[Problemas de ecuaciones](#)

Imprime las páginas 1 a la 5, practica sistemas de ecuaciones y refuerza todos los métodos

Nota. Las imágenes descritas fueron tomadas de la página *Mates Fáciles* Manuel (2024c).

Método de las determinantes (Cramer)

Pasos	Resolución
Paso 1: Plantear el sistema de ecuaciones	$2x + 3y = 20$ Ecuación 1 $x - 2y = 3$ Ecuación 2
Paso 2: Plantear la matriz de coeficientes y calcular su determinante	Matriz de los coeficientes. $M = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad M = (2)(-2) - (3)(1) \\ M = -4 - 3 = -7$
Paso 3: Establecer la matriz de coeficientes M_x y M_y .	$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1} \quad 2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2} \quad x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$ Matriz de los coeficientes. $M = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad M = (2)(-2) - (3)(1) \\ M = -4 - 3 = -7$
Paso 4: Calcular sus determinantes	$M_x = \begin{bmatrix} 20 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $M_x = \begin{bmatrix} 20 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $ M_x = (20)(-2) - (3)(3) \quad M_y = (2)(3) - (20)(1) \\ M_x = -40 - 9 = -49 \quad M_y = 6 - 20 = -14$
Paso 5: Hallar las 2 incógnitas.	$y = \frac{ M_y }{ M } = \frac{-14}{-7} = 2$ $x = \frac{ M_x }{ M } = \frac{-49}{-7} = 7$
Paso 6: Establecer las soluciones	$y = 2$ $x = 7$

Nota. Las imágenes descritas fueron tomadas de la página *Mates Fáciles* Manuel (2024d).

Material de apoyo: <https://www.colegiostmf.cl/wp-content/uploads/2020/10/Guia-22-matematica-I%C2%B0-medio.pdf>

 **Enlace web**
Quieres saber más. Ingresa al siguiente ejercicio.
youtu.be/feBxABepi-o



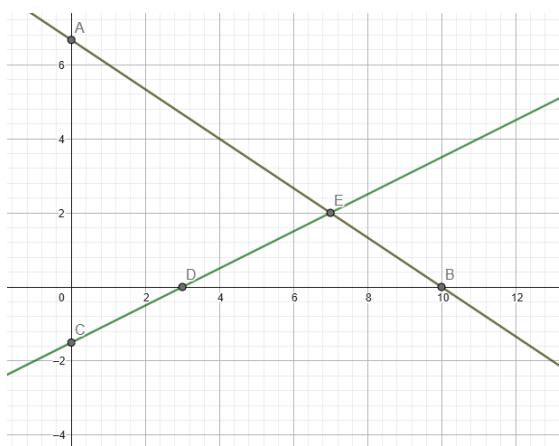
 **Me refuerzo**

Ingresa el siguiente enlace web:
[Problemas de ecuaciones](https://www.colegiostmf.cl/wp-content/uploads/2020/10/Guia-22-matematica-I%C2%B0-medio.pdf)
Resuelve los ítems 13, 14, 15 la sección determinante y refuerza el método

Método gráfico

Pasos	Resolución												
<p>Paso 1: Plantear el sistema de ecuaciones</p> <p>Paso 2: En primer lugar ($x=0$), ($y=0$), tenemos que despejar la incógnita de las dos ecuaciones "x" y "y"</p>	$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \text{ Ecuación 1} \\ x - 2y = 3 \text{ Ecuación 2} \end{cases}$ $2x + 3y = 20$ $2(0) + 3y = 20$ $0 + 3y = 20$ $y = \frac{20}{3}$ $x - 2y = 3$ $0 - 2y = 3$ $-2y = 3$ $y = \frac{3}{-2}$ $2x + 3y = 20$ $2x + 3(0) = 20$ $2x + 0 = 20$ $x = \frac{20}{2} = 10$ $x - 2y = 3$ $x - 2(0) = 3$ $x - 0 = 3$ $x = 3$												
<p>Paso 3: Por cada ecuación, asignar una tabla de valores, graficar los pares ordenados</p> <p>.</p>	<table border="1"> <caption>$2x + 3y = 20$</caption> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>$\frac{20}{3}$</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <caption>$x - 2y = 3$</caption> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>$\frac{3}{-2}$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	0	$\frac{20}{3}$	10	0	x	y	0	$\frac{3}{-2}$	3	0
x	y												
0	$\frac{20}{3}$												
10	0												
x	y												
0	$\frac{3}{-2}$												
3	0												

Paso 4: Encontrar la intersección de las ecuaciones



Paso 5: Establecer las soluciones

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$$2x + 3y = 20$$

$$2(7) + 3(2) = 20$$

$$14 + 6 = 20$$

$$20 = 20$$

$$x - 2y = 3$$

$$7 - 2(2) = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$3 = 3$$

Paso 6:
Comprobamos las soluciones

Enlace web

Quieres saber más. Ingresa al siguiente ejercicio.
youtu.be/xla02Y99Nqw

MÉTODO DE GRAFICACIÓN

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 25 \\ 4x - 4y &= 12 \end{aligned}$$



Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:

[Problemas de ecuaciones](#)

Resuelve los ítems 13, 14, 15 la sección determinante y refuerza el método

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

A continuación, se presentan problemas de la cotidianidad que se deben resolver según el método indicado.

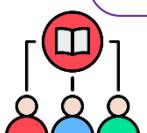


Que tanto entendí: No 1 – sustitución



En una granja hay patos y cerdos. Al contar las cabezas hay 50 y al contar las patas hay 134.

¿Cuántos animales hay de cada especie?



Que tanto entendí: No 2 – sustitución



En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos y sus ruedas suman 360.

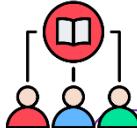
¿Cuántas motos y coches hay?



Que tanto entendí: No 3 – reducción



En una tienda de alimentación han vendido paquetes de queso a 9 € la unidad y sobres de salmón ahumado. Un sobre de salmón cuesta 6 € más que un paquete de queso. Han vendido el doble de paquetes de queso que de sobres de salmón y han obtenido por la venta de todos estos productos 858 euros. **Averigüe cuántas unidades de cada producto han vendido.**

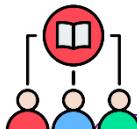


Que tanto entendí: No 4 – reducción



Martha va al supermercado y compra 4 kg de café y 2 kg de azúcar por \$ 10. Días después, nota que no fue suficiente, así que vuelve al supermercado a comprar 1 kg de café y 2 kg de azúcar por \$ 4.

¿Cuánto cuesta 1 kg de cada producto?

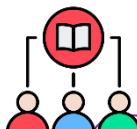


Que tanto entendí: No 5 – Igualación



El costo de las entradas a una función de títeres es de \$30 para los adultos y \$20 para los niños. Si el sábado pasado asistieron 248 personas y se recaudaron \$5 930

¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron a esa función?



Que tanto entendí: No 6 – Sustitución



En una finca se envasan 300 L de leche al día. Para ello, se usan botellas de 2 L y botellas de 5 L y en total se usan 120 botellas.

¿Cuántas botellas de cada capacidad se usan?



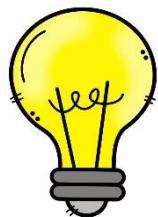
Que tanto entendí: No 7 – reducción



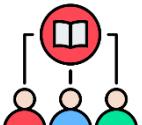
Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por 1,45€ y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por 1,7€. **Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.**



Que tanto entendí: No 8 – Sustitución



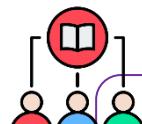
Un fabricante de bombillas gana 0,3euros por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 euros por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 euros. **¿Cuántas bombillas correctas y cuántas defectuosas fabricó ese día?**



Que tanto entendí: No 9 – Igualación



Marco ha comprado un DVD y que le ha costado 105 euros, pagado con 12 billetes de dos tipos, de 5 euros y de 10 euros. **¿Cuántos billetes de cada clase ha entregado?**



En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos **¿Cuántos aciertos y cuántos errores ha cometido?**

GEOGEBRA EN LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

A continuación, se presenta la resolución del siguiente ejercicio en el software GeoGebra.

Ejemplo 1.



Ejemplo práctico No 1



Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14.600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7.000€.

¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

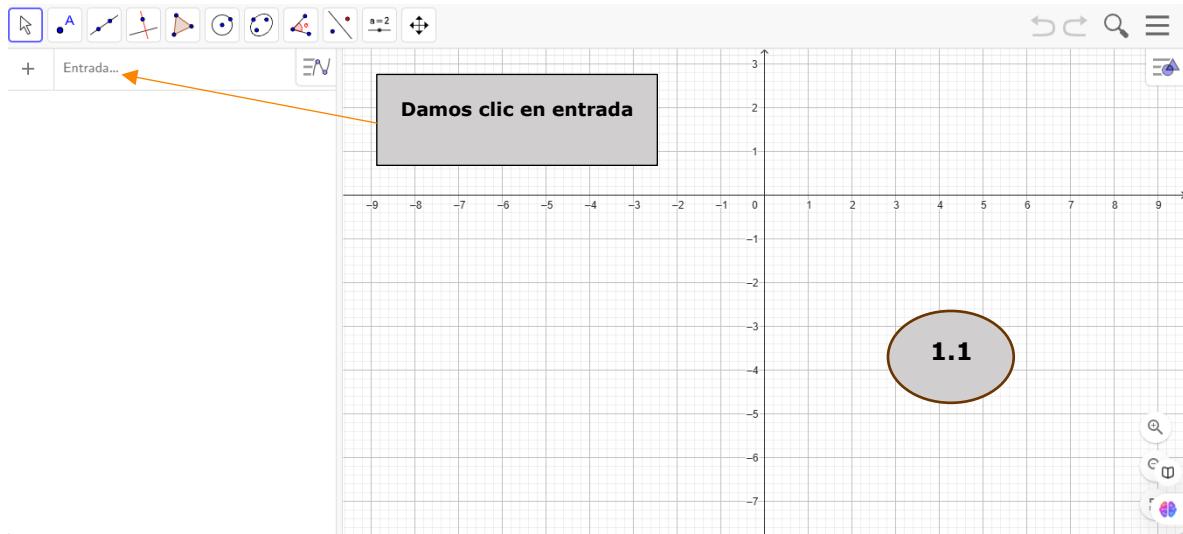
PASO 1: Plantear el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 32x + 50y = 1400 \text{ (ec 1)} \\ 10x + 40y = 700 \text{ (ec 2)} \end{cases}$

PASO 2: El precio de un asiento en clase A es "x" y que el precio de uno en clase B es "y".

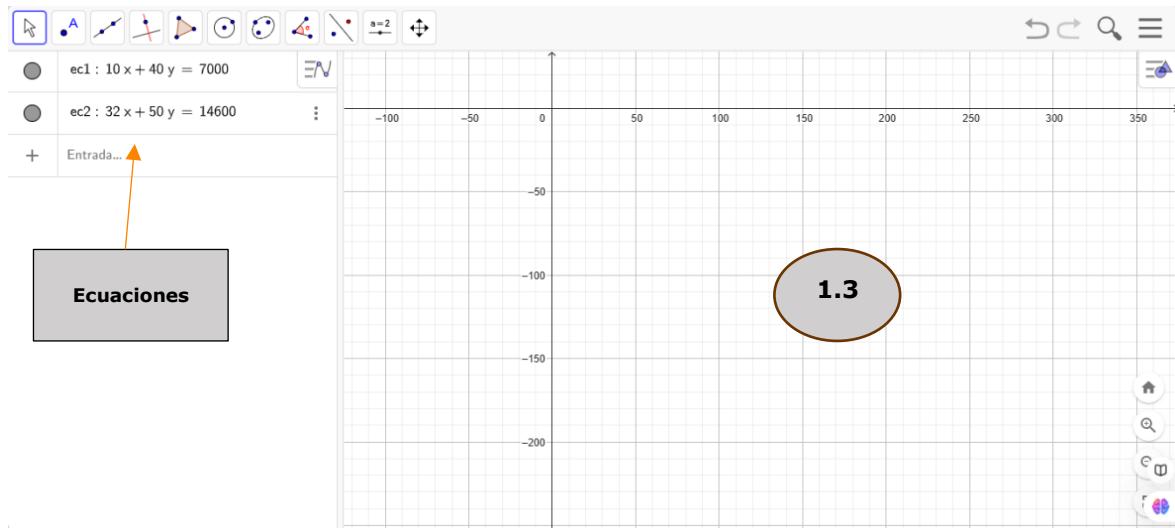
El dinero que corresponde a la venta de todos los asientos en clase A es $32x$ y el que corresponde a los en clase B es $50y$.

Ecuación 1: Si se venden todos los asientos, la suma de los ingresos es 14.600€:

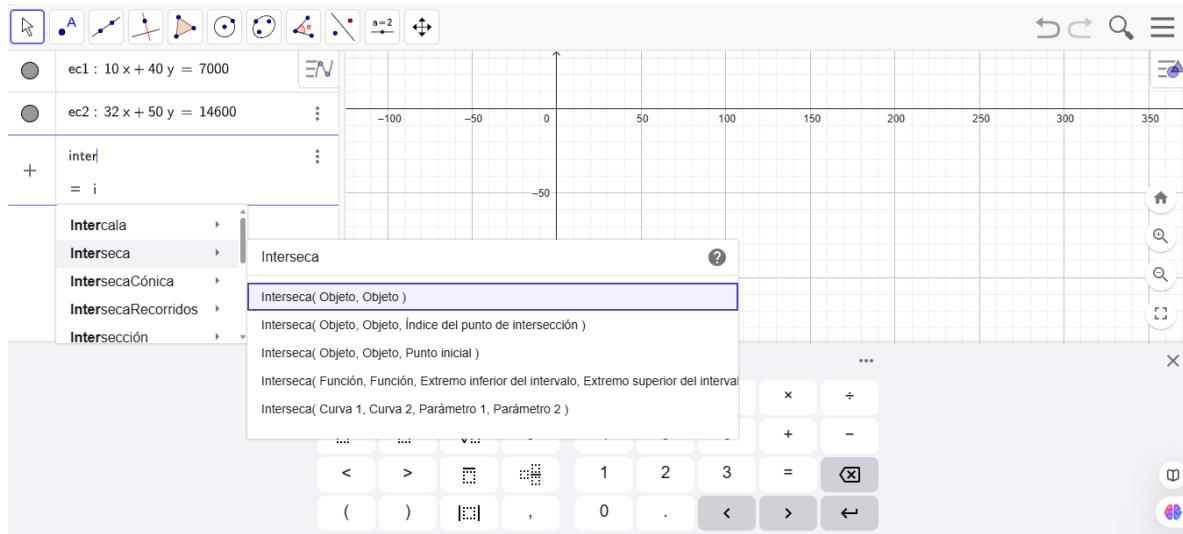
Ecuación 2: Pero sólo se han vendido 10 en clase A y 40 en clase B por un total de 7.000€. Comenzar por abrir una hoja de trabajo en GeoGebra introducir los siguientes comandos.



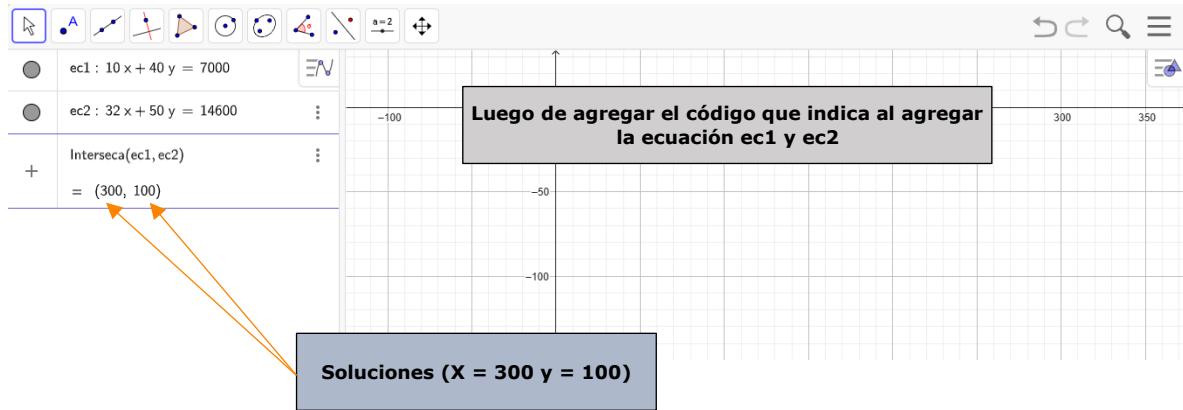
Paso 2: Se inserta las ecuaciones anteriormente formadas.



Paso 3: Par clic en entrada y agregar la etiqueta **interseca** que abre el comando **interseca (objeto, objeto)**.



Paso 4: Soluciones al sistema de ecuaciones.



Paso 5: Comprobación aplicando una resolución por igualación.

El sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 32x + 50y = 14.600 \\ 10x + 40y = 7.000 \end{cases}$$

Resolver el sistema por igualación despejando una de las dos variables en ambas ecuaciones para igualarlas:

De la primera ecuación,

$$32x + 50y = 14.600$$

$$32x = 14.600 - 50y$$

$$x = \frac{14.600 - 50y}{32}$$

De la segunda ecuación,

$$10x + 40y = 7.000$$

$$10x = 7.000 - 40y$$

$$x = \frac{7.000 - 40y}{10}$$

$$x = 700 - 4y$$

Igualar:

$$\frac{14.600 - 50y}{32} = 700 - 4y$$

Resolver la ecuación:

$$\frac{14.600 - 50y}{32} = 700 - 4y$$

$$14.600 - 50y = 32(700 - 4y)$$

$$14.600 - 50y = 22.400 - 128y$$

$$128y - 50y = 22.400 - 14.600$$

$$78y = 7.800$$

$$y = \frac{7.800}{78} = 100$$

Calcular x sustituyendo el valor de y en una de las ecuaciones:

$$x = 700 - 4y$$

$$x = 700 - 4 \cdot 100$$

$$x = 700 - 400$$

$$x = 300$$

Por tanto, el precio de un asiento en clase A es 300€ y el de uno en clase B es 100€.

Ejemplo 2



Ejemplo práctico No 1



Una empresa necesita 10 horas para lavar el maracuyá y 30 horas para el empacado. Para lavar el melón se requieren 5 horas, y para empacarlo, 10 horas. Si la empresa en horas por mes dispone de 330 para lavado y 900 para empacado.

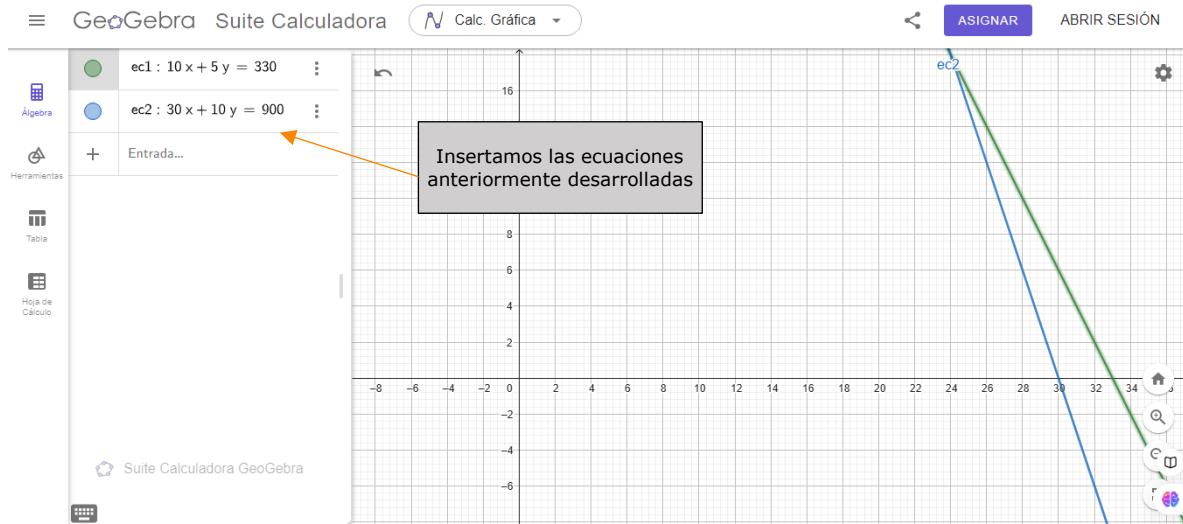
¿Cuántas toneladas de fruta se pueden exportar mensualmente?

Paso 1: Planteamiento de las ecuaciones.

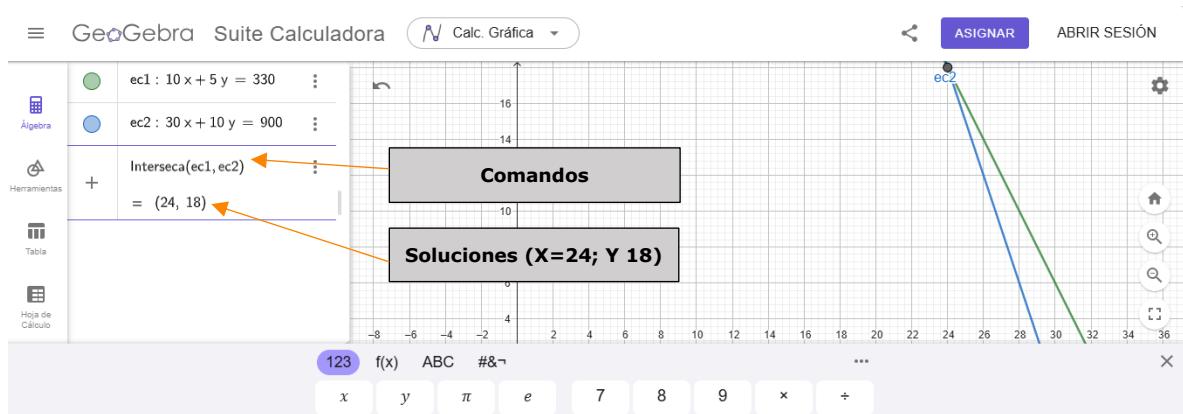
$$\text{Lavado} = 10x + 5y = 330$$

$$\text{Secado} = 30x + 10y = 900$$

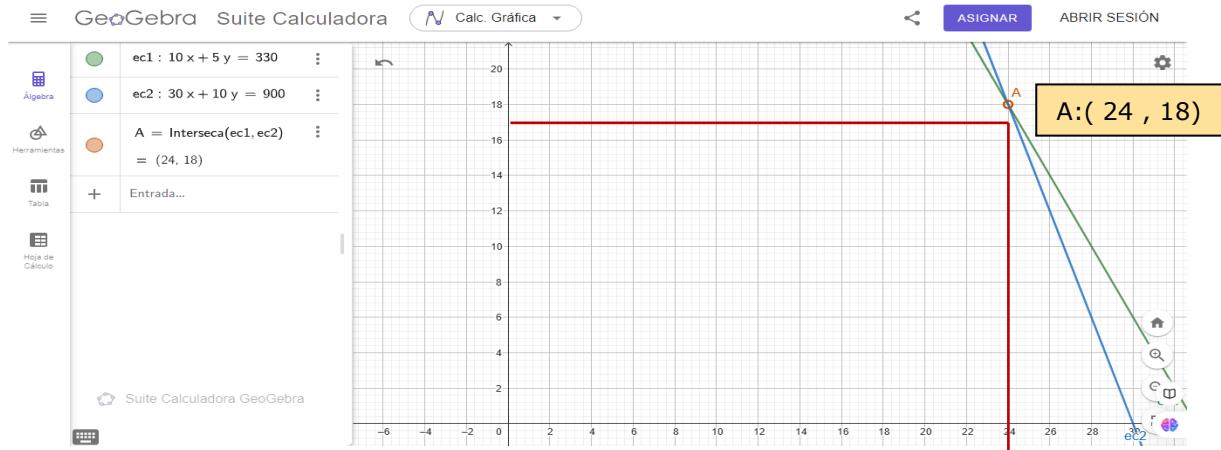
Paso 2: Abrir GeoGebra e insertar las ecuaciones.



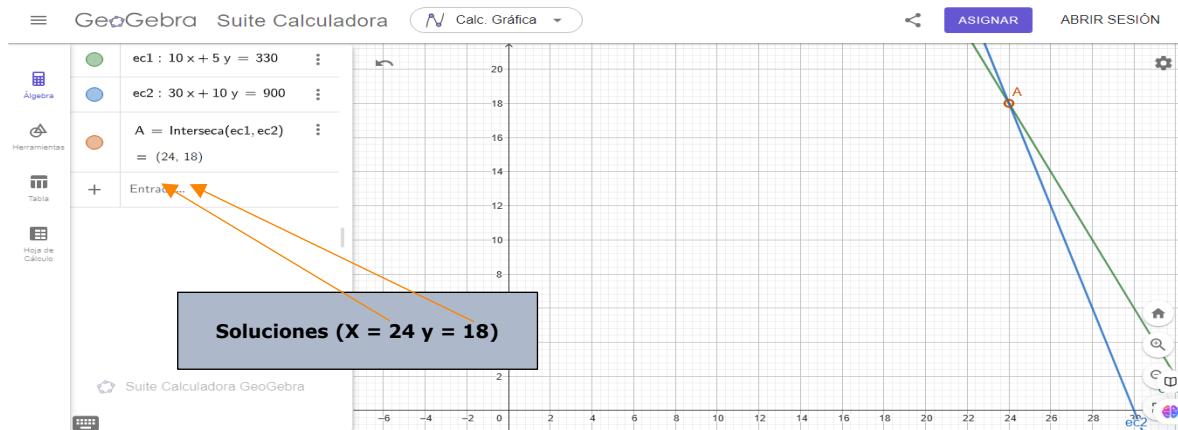
Paso 3: Agregar el comando **interseca (objeto1, objeto 2)**.



Paso 4: Gráficamente se demuestra.



Paso 5: Establecer soluciones.



Paso 6: Demostración.

Despeje de la variable x	IGUALACIÓN $y=y$	SUSTITUCIÓN para encontrar y	
$10x + 5y = 330 \quad y = \frac{330 - 10x}{5}$ $30x + 10y = 900 \quad y = \frac{900 - 30x}{10}$	$\frac{330 - 10x}{5} = \frac{900 - 30x}{10}$ $10(330 - 10x) = 5(900 - 30x)$ $3300 - 100x = 4500 - 150x$ $3300 - 4500 = -150x + 100x$ $-1200 = -50x$ $x = \frac{-1200}{-50} = 24$	$30(24) + 10y = 900$ $720 + 10y = 900$ $y = \frac{900 - 720}{10}$ $y = \frac{180}{10} = 18$	
Comprobación		Comprobación	
$10(24) + 5(18) = 330$ $240 + 90 = 330$ $330 = 330$		$30(24) + 10(18) = 900$ $720 + 180 = 900$ $900 = 900$	

Actividades individuales



Actividad de conocimiento 1



Pedro tiene 3,25€ entre monedas de 5 y 20 céntimos de euro. Sabiendo que posee 50 monedas. Gráficamente utilizando GeoGebra determine las monedas de 5 céntimos que tiene.



Actividad de conocimiento 2



En cierta ocasión el papá de Mateo se pregunta acerca de las edades de su esposa e hijo para ello asume que «Las edades de la madre y su hijo suman 50 años. Hace 5 años la edad de la madre era el triple» Ayuda a conocer la edad que tiene cada uno.



Actividad de conocimiento 3



En la quinta de Emilio hay chanchos y gallinas. En total se contabilizaron 1 610 cabezas y 5 152 patas. ¿Cuántos cerdos y gallinas hay en la quinta de Emilio?



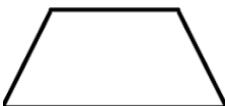
Actividad de conocimiento 4



Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?



Actividad de conocimiento 4



La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm². Calcula la longitud de sus dos bases.

Actividades evaluativas



Evaluación de refuerzo 1



En la carnicería del supermercado tienen carne molida de sirloin y molida popular. Un lote de molida popular contiene 3 kilogramos de grasa y 15 kilogramos de carne roja; mientras que la de sirloin contiene sólo 2 kilogramos de grasa y 18 de carne roja. En este momento la carnicería cuenta con 23 kilogramos de grasa y 171 kilogramos de carne roja.

¿Cuántos lotes de carne molida popular y de sirloin se pueden producir utilizando toda la carne y toda la grasa sin desperdiciar nada? **Diríjase**



al siguiente Código QR.  y completa la información.



Evaluación de refuerzo 2



En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. **¿Cuántos luchadores había de cada clase?** (Recuerda que una mosca tiene 6 patas y una araña 8 patas).



Evaluación de refuerzo 3



Una tienda de helados vende sólo helados con soda y malteadas. Se pone 1 onza de jarabe y 4 onzas de helado en un helado con soda, y 1 onza de jarabe y 3 onzas de helado en una malteada. Si la tienda usa 4 galones de helado y 5 cuartos de jarabe en un día, ¿cuántos helados con soda y cuántas malteadas vende?

Sugerencia: 1 cuarto=32 onzas, 1 galón=4 cuartos.

Actividades grupales



Actividad en Grupo 1



Antonio y Joaquín realizan sus compras navideñas en diferentes almacenes. Compraron igual número de zapatos y ropa en cada almacén. En el almacén Frut, Antonio pagó por cada par de zapatos \$ 30 y por cada prenda de ropa, \$ 15. En total canceló \$ 255. En el almacén Pat, Joaquín compró cada par de zapatos en \$ 45 y cada prenda de ropa en \$ 25. En total canceló \$ 400.

Desafío: Utilizando **GeoGebra** determine ¿Cuántos pares de zapatos y prendas compró cada uno?



Actividad en Grupo 2



Averiguar el número de animales de una granja sabiendo que:

1. la suma de patos y vacas es 132 y la de sus patas es 402.
2. se necesitan 200kg al día para alimentar a las gallinas y a los gallos. Se tiene un gallo por cada 6 gallinas y se sabe que una gallina come una media de 500g, el doble que un gallo.
3. se piensa que la sexta parte de los conejos escapan al comedero de las vacas, lo que supone el triple de animales en dicho comedero.



Desafío: Con **GeoGebra** determine las interrogantes en cada uno de los casos

Estrategias de apoyo para docentes

PLAN 1. ERCA: Detectives Matemáticos en Acción



1. Exploración

Propósito:

Involucrar a los estudiantes en una misión para resolver un misterio utilizando sistemas de ecuaciones.

Actividad:

1. Historia inicial:
 - o "Un robo ocurrió en la joyería de la ciudad. Los detectives descubrieron que dos sospechosos compraron bolsas con diamantes y rubíes. El costo de las bolsas y la cantidad de piedras preciosas en ellas pueden ayudarnos a resolver el caso."
2. Los estudiantes analizan las pistas (preparadas por el docente):
 - o Costo y cantidades de dos tipos de bolsas.
 - o Escribirán las ecuaciones con base en la información.

2. Reflexión

Propósito:

Introducir los métodos de resolución.

Actividad:

1. Explicar los métodos de sustitución, eliminación y gráfico.
2. Resolver juntos un ejemplo con pistas simples para demostrar cómo trabajar el caso.
3. Preguntar:
 - o ¿Cómo podemos estar seguros de que la solución es correcta?
 - o ¿Qué representa gráficamente la solución de este caso?

3. Conceptualización

Propósito:

Resolver el caso con estrategias propias.

Actividad:

1. Dividir a los estudiantes en equipos de detectives.
2. Entregarles un archivo de "pistas" (información numérica y gráfica).
3. Cada equipo debe:
 - o Resolver el sistema para identificar cuántos diamantes y rubíes había en cada bolsa.
 - o Graficar las ecuaciones para visualizar la solución.
 - o Escribir un informe final para presentar el caso resuelto.

3. Aplicación

Propósito:

Presentar la solución y reflexionar.

Actividad:

1. Cada equipo presenta su informe, explicando el proceso y los métodos utilizados.
2. Reflexionan sobre cómo los sistemas de ecuaciones son útiles para resolver problemas reales.

Evaluación

- **Diagnóstica:** Análisis inicial del problema.
- **Formativa:** Trabajo en equipo durante las fases de reflexión y creación.
- **Sumativa:** Solución correcta del caso y calidad del informe.

Sugerencia de Pista

El Robo de las Joyas



Un ladrón entró a una joyería y se llevó dos tipos de bolsas: unas con **diamantes** y otras con **rubíes**. Las autoridades han recuperado algunas facturas y videos de seguridad que contienen información crucial. Los detectives (los estudiantes) deben usar estas pistas para descubrir cuántos diamantes y rubíes contiene cada tipo de bolsa.

Pistas

Pista 1: Factura 1

- El ladrón compró 5 bolsas de diamantes y 3 bolsas de rubíes por un total de \$45.

Pista 2: Factura 2

- En otro momento, compró 4 bolsas de diamantes y 2 bolsas de rubíes por un total de \$36.

Pista 3: Video de Seguridad

- En el video de seguridad, se observa que cada bolsa de rubíes tiene menos piedras que una de diamantes.

Pista 4: Nota del Joyero

- El joyero declaró que el precio de cada bolsa de rubíes es mayor al de cada bolsa de diamantes porque las piedras son más escasas.

Pista 5: Gráfico Parcial

- Un gráfico recuperado muestra la ecuación parcial de una de las facturas. Los detectives deben completar el gráfico para verificar sus cálculos.
- **Información gráfica (para el profesor):** Dibujar la ecuación $5x+3y=45$ (la correspondiente a la Factura 1).

Misterio 1 - Pregunta clave para resolver el caso

¿Cuál es el precio de cada bolsa de diamantes y rubíes?



PLAN 2. ERCA: Construyendo una Ciudad Matemática

1. Exploración

Propósito:

Introducir el tema mediante un proyecto de diseño urbano.

Actividad:**1. Contexto inicial:**

- "Vamos a diseñar una nueva ciudad. Cada manzana debe incluir viviendas y espacios verdes según ciertas reglas. El gobierno también ha fijado restricciones presupuestarias."

2. Presentar las condiciones para la ciudad (por ejemplo):

- Una manzana debe tener 4 viviendas y 2 espacios verdes que cuestan \$600 en total.
- Otra manzana con 6 viviendas y 3 espacios verdes cuesta \$900.

3. Los estudiantes identifican incógnitas y escriben las ecuaciones que modelan el problema.

2. Reflexión

Propósito:

Profundizar en los métodos de resolución.

Actividad:**1. Introducir los métodos de sustitución, eliminación y gráfico con ejemplos aplicados al diseño urbano.****2. Plantear preguntas como:**

- ¿Cuál método es más eficiente en este caso?
 - ¿Cómo verificamos que nuestras ecuaciones son correctas?
-

3. Conceptualización

Propósito:

Diseñar el modelo de una ciudad.

Actividad:

1. Dividir a los estudiantes en equipos.
2. Cada equipo resuelve sistemas de ecuaciones para calcular cuántas viviendas y espacios verdes pueden incluirse en una manzana bajo diferentes presupuestos.
3. Diseñan un plano simple de su ciudad, asegurándose de cumplir con las condiciones dadas.
4. Elaboran una presentación que explique cómo resolvieron los sistemas y su impacto en el diseño.

4. Aplicación

Propósito: Relacionar el aprendizaje con problemas reales.**Actividad:**

1. Cada equipo presenta su diseño y reflexiona sobre la importancia de las matemáticas en la planificación urbana.
2. Resolver problemas adicionales relacionados con diseño urbano, como presupuestos y sostenibilidad.

Evaluación

- **Diagnóstica:** Análisis inicial de las condiciones del problema.
- **Formativa:** Participación en equipo durante la creación.
- **Sumativa:** Precisión en los cálculos, creatividad del diseño y calidad de la presentación.

Sugerencia de Pista

Construyendo una Ciudad Matemática



Un grupo de arquitectos y urbanistas está diseñando una nueva ciudad sostenible. Cada manzana debe incluir **viviendas** y **espacios verdes** para los habitantes, respetando el presupuesto asignado y las condiciones del terreno. Los estudiantes actuarán como diseñadores y resolverán un sistema de ecuaciones para tomar decisiones clave.

Pistas

Pista 1: Presupuesto inicial

El gobierno ha asignado \$600 para construir una manzana que incluya:

- 4 viviendas.
- 2 espacios verdes.

Pista 2: Presupuesto ampliado

Si se construyen más viviendas y espacios verdes, el costo sube. Por ejemplo:

- 6 viviendas y 3 espacios verdes cuestan \$900.

Pista 3: Regulación urbana

Cada espacio verde es más costoso que una vivienda porque requiere mantenimiento y plantación de árboles.

Pista 4: Diseño gráfico del terreno

El plano de una manzana debe tener al menos una proporción 2:1 (dos viviendas por cada espacio verde).

Pista 5: Objetivo final

Diseñar una ciudad que cumpla las siguientes condiciones:

1. Ajustarse a un presupuesto fijo de \$1,200 por dos manzanas.
2. Garantizar un equilibrio entre viviendas y espacios verdes para mantener la sostenibilidad.

Instrucciones para los Urbanistas

1. Identifiquen las incógnitas:

- x: el costo de construir una vivienda.
- y: el costo de construir un espacio verde.

2. Formulen las ecuaciones a partir de las pistas:

- Para el presupuesto inicial: $4x + 2y = 600$.
- Para el presupuesto ampliado: $6x + 3y = 900$.

3. Resuelvan el sistema de ecuaciones

 utilizando uno de los métodos aprendidos (sustitución, eliminación o gráfico).

4. Diseñen su ciudad

 basándose en los resultados obtenidos, asegurándose de cumplir con las restricciones.

Pregunta clave para el diseño

¿Cuánto cuesta construir cada vivienda y cada espacio verde, y cómo deberían distribuirse en las manzanas para cumplir el presupuesto?

Referencias de consulta

- Ministerio de Educación. (2016). Matemática 10. *Libro del ministerio de ecuación del ecuador*. Quito, Ecuador. <https://www.educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/Matematica10v2.pdf>
- Carreón, D. (2017). *MÉTODO DE IGUALACIÓN super fácil* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=0rfGZsRVTz4>
- Carreón, D. (2020a). *RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES MÉTODO DE SUSTITUCIÓN Super fácil - Para principiantes* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=L0QuX9RpEoM>
- Carreón, D. (2020b). *RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES MÉTODO DE GRAFICACIÓN Super fácil - Para principiantes* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=xla02Y99Ngw>
- Carreón, D. (2020c, julio 6). *RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES MÉTODO DE REDUCCIÓN O SUMA Y RESTA Super fácil - Para principiantes* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=TR27eteqq7g>
- Carreón, D. (2020d, julio 7). *SISTEMA DE ECUACIONES POR MÉTODO DE CRAMER O DETERMINANTES Super fácil - Para principiantes* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=feBxABepi-o>
- Juárez, M. G. (2025). *Método gráfico*. Ejercicios de Ecuaciones. <https://www.ejerciciosecuaciones.com/metodo-grafico/>
- Manuel. (2024a). *Sistema de ecuaciones 2x2 - método de sustitución - mates fáciles*. Mates Fáciles. <https://lasmatesfáciles.com/2019/03/19/sistema-de-ecuaciones-2x2-metodo-de-sustitucion/>
- Manuel. (2024b). *Sistema de ecuaciones 2x2 - método de eliminación (Reducción) - mates fáciles*. Mates Fáciles. <https://lasmatesfáciles.com/2019/03/19/sistema-de-ecuaciones-2x2-metodo-de-eliminacion-reducción/>
- Manuel. (2024c). *Sistema de ecuaciones 2x2 - método de igualación - mates fáciles*. Mates Fáciles. <https://lasmatesfáciles.com/2019/03/19/sistema-de-ecuaciones-2x2-metodo-de-igualacion/>
- Manuel. (2024d). *Sistema de ecuaciones 2x2 - Regla de Cramer (Método de las determinantes) - mates fáciles*. Mates Fáciles. <https://lasmatesfáciles.com/2019/03/20/sistema-de-ecuaciones-2x2-regla-de-cramer-metodo-de-las-determinantes/>



7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aceves-Aldrete, C. E., y Vargas-Alejo, V. (2024). Uso de GeoGebra y registros de representación en problemas contextualizados para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 15(29). <https://doi.org/10.23913/ride.v15i29.2042>
- Aguiar, B. O., Velázquez, R. M., y Aguiar, J. L. (2019). Innovación docente y empleo de las TIC en la Educación Superior. *Revista ESPACIOS*, 40(02).
- Allauca, N. (2023). *Uso de GeoGebra en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales en décimo año de la Unidad Educativa Amelia Gallegos* [Tesis de grado, Licenciatura Pedagogía de la física y matemáticas, Universidad Nacional de Chimborazo]. <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/11201>
- Arteaga, E., Medina Mendieta, J. F., y del Sol Martínez, J. L. (2019). El Geogebra: Una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Conrado*, 15(70), 102-108.
- Aulaplaneta. (2015). *25 herramientas para enseñar Matemáticas con las TIC [Infografía]* | Aulaplaneta. <https://www.aulaplaneta.com/2015/09/08/recursos-tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic>
- Ausubel, D. P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. En *The psychology of meaningful verbal learning*. Grune & Stratton.
- Avecilla, F. B., Cárdenas, O. B., Barahona, B. V., y Ponce, B. H. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, 28(5), Article 5. <https://rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>
- Baccin, B. A., Dutra, R. D. R., y Coutinho, R. X. (2020). A ciência enquanto um tema sociocientífico na formação inicial de professores de ciências biológicas. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 15(3), 426-443. <https://doi.org/10.14483/23464712.14821>
- Barrios, L. M., y Delgado, M. (2021). Efectos de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de las matemáticas: Effects of technological resources on mathematics learning. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 22(1). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v22i1.5731>
- Benavides, G., Benavides, N., y Jumbo, C. (2016). Uso de Geogebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula. *Obtenido de https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf*.
- Carrera, B., y Mazzarella, C. (2001). Vygotsky: Enfoque sociocultural. *Educere*, 5(13), 41-44. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309>
- Castro, E. A., Alcívar, K. Z., Zambrano, L. P., García, K. M., y Villegas, Y. Z. (2019). Software educativo geogebra. Propuesta de estrategia metodológica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 23(95), 59-65.

- Chonillo-Sislema, L. O. (2024). La herramienta interactiva LiveWorksheet como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la química. *Chakinan*, 22, 85-99. <https://chakinan.unach.edu.ec/index.php/chakinan/article/view/1027>
- Chonillo-Sislema, L. O., Heredia-Gavin, D. V., Andrade, E. A. U., y Suarez, K. A. L. (2025). Uso de los recursos didácticos en la enseñanza de las ciencias experimentales química y biología: Una revisión de la literatura. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 27(1), Article 1. <https://doi.org/10.36390/telos271.05>
- Criado, A. (2014). *Guía metodológica: Estudio de paisaje*. Consellería de Infraestructuras, Territorio y Medio Ambiente. <http://datos.bne.es>
- Díaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., y Lingán, S. K. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 217. <https://doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>
- Donoso, E., Valdés, R. A., Cisternas, P., y Cáceres, P. (2020). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Un análisis de correspondencias múltiples. *Diálogos sobre educación*, 0(21). <https://doi.org/10.32870/dse.v0i21.629>
- Esquivel, G. N., Benavides Herrera, P. V., y Romero Ortega, A. L. (2021). *Guía Metodológica para el Trabajo Interdisciplinario en Carreras de Educación*. Editorial Universitaria Abya-Yala. <https://abyayala.org.ec/producto/guia-metodologica-para-el-trabajo-interdisciplinario-en-carreras-de-educacion/>
- García-Lázaro, D., y Martín-Nieto, R. (2023). Competencia matemática y digital del futuro docente mediante el uso de GeoGebra. *Alteridad*, 18(1), 85-98. <https://doi.org/10.17163/alt.v18n1.2023.07>
- Herrera, J. G., Arias Villalba, W. O., Estrella Romero, V. A., Obando Santillán, D. I., Herrera Barzallo, J. G., Arias Villalba, W. O., Estrella Romero, V. A., y Obando Santillán, D. I. (2024). Aprendizaje autónomo y metacognición en el bachillerato: Desarrollo de habilidades para el siglo XXI, una revisión desde la literatura. *Revista InveCom*, 4(2). <https://doi.org/10.5281/zenodo.10659690>
- INEVAL. (2023). *Informe nacional Ser Estudiante del nivel de Bachillerato*. <https://tinyurl.com/j23fmmjj>
- Jiménez, J. G., y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), Article 7. <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Largo, W. A., Zuluaga-Giraldo, J. I., López Ramírez, M. X., y Grajales Ospina, Y. F. (2022). Enseñanza de la química mediada por TIC: Un cambio de paradigma en una educación en emergencia. *Revista Interamericana de Investigación Educación y Pedagogía RIIEP*, 15(2). <https://doi.org/10.15332/25005421.6527>
- Llanes, M., Milián Vázquez, P. M., Vázquez Montero, L., Martín Álvarez, C., López Torres, M. de los Á., y Quintero Alonso, A. M. (2014). Guía metodológica para la superación profesional del enfermero de las Unidades Quirúrgicas de Urgencias.

- MediSur*, 12(1), 219-225. Redalyc.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=180032233009>
- Piaget, J. (2012). *La formación del símbolo en el niño: Imitación, juego y sueño. Imagen y representación*. Fondo de Cultura Económica.
- Piedra, D. Y. (2018). *LOS SISTEMAS DE ECUACIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE DETERMINANTE DE CRAMER* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Educación]. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/881>
- Pino, R. E., y Urias, G. D. L. C. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia? *Revista Scientific*, 5(18), 371-392.
<https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392>
- Ponce, N. E. (2024). *Software GeoGebra para el Aprendizaje de Ecuaciones Polares en Estudiantes de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, UNACH*. [bachelorThesis, Riobamba].
<http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/12300>
- Pusdá-López, M. P., Rosero Medina, R. H., y Benavides Ortiz, G. G. (2022). Evaluación del software GeoGebra como recurso de enseñanza en sistemas de ecuaciones. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinaria*, 6(4), 3406-3419.
- Soto-Pedraza, A. (2018). Solución de un Sistema de Ecuaciones Simultáneas de Dos incógnitas por los métodos: Sustitución, Igualación, Reducción y Gráfico. *Vida Científica Boletín Científico De La Escuela Preparatoria No. 4*, 6(12).
<https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/article/view/3223>
- Soto-Ramírez, M. (2021). Organización comunitaria e infraestructura vial: Procesos comunitarios en la vialidad rural. Una guía metodológica de Yolanda Pérez Carrillo. *Universidad en Diálogo: Revista de Extensión*, 11(2), 177-180.
<https://doi.org/10.15359/udre.11-2.9>
- Terán, G. (2009). Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Educación Superior: Retos e Interrogante. *Eidos*, 2, 8. <https://doi.org/10.29019/eidos.v0i2.48>
- Tovalino, O. L., Arteaga Cruz, W. L., y Solís Trujillo, B. P. (2024). Competencias matemáticas en la modalidad de educación virtual: Revisión sistemática. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 8(33), 1140-1152. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v8i33.788>

8. ANEXOS

Anexo 1: Encuesta



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS
EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
Encuesta



Estimado estudiante:

La presente encuesta tiene como objetivo recoger información acerca de las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales y el aporte de los recursos tecnologías en la compresión del aprendizaje. La información obtenida es confidencial anónima y de uso estrictamente académico por lo que se le agradece responder con sinceridad cada pregunta.

Indicaciones:

- Responda los ítems con total responsabilidad y honestidad
- Seleccione opción que considere pertinente
- Use esferográfico de su preferencia

1. Comprendo el significado de una ecuación lineal.

- Nada Claro
- Poco Claro
- Moderadamente Claro
- Bastante Claro
- Totalmente Claro

2. Puedo identificar cuándo dos ecuaciones forman un sistema de ecuaciones lineales 2×2

- Totalmente en desacuerdo
- En desacuerdo
- Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- De acuerdo
- Totalmente de acuerdo

3. Entiendo el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales como la intersección de dos rectas en el plano.

- Totalmente en desacuerdo
- En desacuerdo
- Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- De acuerdo
- Totalmente de acuerdo

4. Tengo dificultades para aplicar el método de sustitución para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

5. Me resulta confuso usar el método de igualación para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

6. Comprendo y aplico correctamente el método de reducción o eliminación en sistemas de ecuaciones lineales.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

7. Tengo problemas para interpretar los resultados obtenidos de un sistema de ecuaciones lineales (sin solución, solución única, infinitas soluciones).

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

8. Puedo representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales y determinar la solución observando la intersección de las rectas.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

9. Considero que los problemas de la vida cotidiana relacionados con sistemas de ecuaciones lineales son difíciles de interpretar y resolver.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

10. Conoce usted de programas informáticos como GeoGebra para graficar ecuaciones lineales

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

11. Considera usted que herramientas digitales como GeoGebra podría facilitar su comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales.

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

12. Me gustaría contar con una guía paso a paso en GeoGebra para aprender a resolver y graficar sistemas de ecuaciones lineales 2x2

- a. Totalmente en desacuerdo
- b. En desacuerdo
- c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- d. De acuerdo
- e. Totalmente de acuerdo

Anexo 2: Reporte de validación



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

P R E G U N T A	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones (considerar si debe eliminararse o modificarse, por favor especificar)	
	ADECUACIÓN					PERTINENCIA											
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						
A	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
1				x				x			x				x		
2				x			x				x				x		
3			x			x				x				x			
4			x			x				x				x			
5			x			x				x				x			
6			x			x				x				x			
7			x			x				x				x			
8			x			x				x				x			
9			x			x				x				x			
10			x			x				x				x			
11			x			x				x				x			
12			x			x				x				x			
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															x		
La secuencia de ítems es adecuada.															x		
El número de ítems es suficiente.															x		
EVALUACIÓN GENERAL																	
	Validez del instrumento					Excelente			Satisfactorio			Necesita mejorar			Inadecuado		



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

			X		
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO					
Validado por: Norma Alcaza			Firma: 		
Cargo: Docente	Fecha: 29-01-2025				
C.I. 0604079533	Cel. 0986821491				

P R E G U N T A	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones (considerar si debe eliminar o modificarse, por favor especificar)					
	ADECUACIÓN																				
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico										
P R E G U N T A	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	Observaciones (considerar si debe eliminar o modificarse, por favor especificar)
1				X					X						X						
2					X					X					X						
3				X						X					X						
4					X					X					X						
5				X						X					X						
6					X					X					X						
7				X						X					X						
8					X					X					X						
9				X						X					X						
10					X					X					X						
11				X						X					X						
12					X					X					X						
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones				
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X						
La secuencia de ítems es adecuada.															X						
El número de ítems es suficiente.															X						
EVALUACIÓN GENERAL																					
	Validez del instrumento					Excelente		Satisfactorio		Necesita mejorar		Inadecuado									



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

CARRERA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

		X			
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO					
Validado por: Mgs. Cristian Carranco			Firma:		
Cargo: Docente UNACH		Fecha: 29/01/2025			
C.I.	1003433388	Cel.	0993143295		

P R E G U N T A	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones (considerar si debe eliminarse o modificarse, por favor especificar)	
	ADECUACIÓN										PERTINENCIA						
	Claridad en la redacción y lenguaje adecuado al nivel del informante					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
1		X						X			X			X		Hay 2 preguntas en esta	
2				X			X				X				X		
3				X			X				X				X		
4		X					X				X				X	falta especificar "lineales"	
5		X					X				X				X	Falta especificar "lineales"	
6			X	X			X				X				X		
7		X					X				X				X	Falta especificar "lineales"	
8		X					X				X				X	... lineales	
9		X					X				X				X	... lineales	
10		X					X				X				X	... lineales	
11			X				X				X				X	Y qui pasara si descubro GeGebra?	
12			X				X				X				X	¿Qui pasara si descubro GeGebra?	
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X		No en todos los casos
La secuencia de ítems es adecuada.															X		
El número de ítems es suficiente.															X		
EVALUACIÓN GENERAL																	
	Validez del instrumento					Excelente			Satisfactorio			Necesita mejorar			Inadecuado		



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
CARRERA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

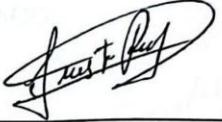
					X	
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO						
Validado por: Luis Pérez Chávez			Firma: 			
Cargo: Docente	Fecha: 29/01/2025					
C.I. 0602160137	Cel. 0998621873					

Figura 22.

Fotografías de la toma de la encuesta



Figura 23.

Evidencia de la realización de la encuesta

<p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA</p> <p>Encuesta</p> <p>Estimado estudiante:</p> <p>La presente encuesta tiene como objetivo recoger información acerca de las dificultades en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales y el aporte de los recursos tecnológicos en la comprensión del aprendizaje. La información obtenida es confidencial anónima y de uso estrictamente académico por lo que se le agradece responder con sinceridad cada pregunta.</p> <p>Indicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Responda los ítems con total responsabilidad y honestidad • Seleccione opción que considere pertinente • Use estenógrafo de su preferencia <p>1. Comprendo el significado de una ecuación lineal.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>2. Puedo identificar cuándo dos ecuaciones forman un sistema de ecuaciones lineales 2×2</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>3. Entiendo el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales como la intersección de dos rectas en el plano.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>4. Tengo dificultades para aplicar el método de sustitución para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>5. Me tengo dificultades para usar el método de igualación para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>6. Comprendo y aplico correctamente el método de reducción o eliminación en sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>7. Tengo problemas para interpretar los resultados obtenidos de un sistema de ecuaciones lineales (sin solución, solución única, infinitas soluciones).</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>8. Puedo representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales y determinar la solución observando la intersección de las rectas.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>9. Considero que los problemas de la vida cotidiana relacionados con sistemas de ecuaciones lineales son difíciles de interpretar y resolver.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo</p>	<p>10. Tengo dificultades para usar calculadoras o software educativo para resolver sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>11. Creo que el uso de herramientas digitales como GeoGebra podría facilitar mi comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p> <p>12. Me gustaría contar con una guía paso a paso en GeoGebra para aprender a resolver y graficar sistemas de ecuaciones lineales 2×2.</p> <p>a. Totalmente en desacuerdo b. En desacuerdo c. Ni de acuerdo ni en desacuerdo d. De acuerdo e. Totalmente de acuerdo</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------