



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS**

**UNIDAD DE FORMACIÓN ACADÉMICA Y PROFESIONAL
CARRERA DE CIENCIAS EXACTAS**

TRABAJO DE GRADUACIÓN:

“ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE UN MÓDULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS” PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA CARLOS CISNEROS DURANTE EL PERÍODO SEPTIEMBRE 2015 – JULIO 2016”.

Trabajo de grado previo a la obtención del título de Licenciado en Ciencias de la Educación, Profesor de Ciencias Exactas.

Autor:

Eduardo Patricio Gualán Valente

Tutor:

Ms. Carlos Aimacaña

Riobamba- Ecuador

2016

REVISION DEL TRIBUNAL

Los miembros del Tribunal de Graduación del proyecto de investigación de título: “ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE UN MÓDULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS” PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA CARLOS CISNEROS DURANTE EL PERÍODO SEPTIEMBRE 2015 – JULIO 2016”. Presentado por: Eduardo Patricio Gualán Valente dirigido por: Ms. Carlos Aimacaña Una vez escuchada la defensa oral y revisado el informe final del proyecto de investigación con fines de graduación escrito en la cual se ha constatado el cumplimiento de las observaciones realizadas, remite la presente para uso y custodia en la biblioteca de la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas Y Tecnologías de la UNACH.

Para constancia de lo expuesto firman:

Msc. Narcisa Sánchez

Presidente del Tribunal

Firma

Msc. Carlos Aimacaña

Miembro del Tribunal

Firma

Msc. Héctor Morocho

Miembro del Tribunal

Firma

CERTIFICACIÓN

Máster

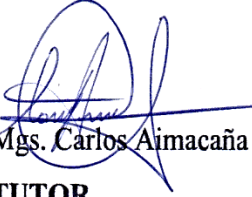
Carlos Aimacaña

TUTOR DE TESIS Y DOCENTE DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO.

CERTIFICA:

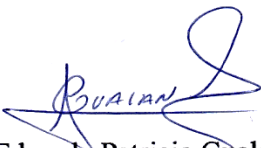
Que el presente “ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE UN MÓDULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS” PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA CARLOS CISNEROS DURANTE EL PERÍODO SEPTIEMBRE 2015 – JULIO 2016” de autoría del señor Eduardo Patricio Gualán Valente, ha sido dirigido y revisado durante todo el proceso de investigación, cumple con todos los requisitos metodológicos y los requerimientos esenciales exigidos por las normas generales, para la graduación; en tal virtud autorizo la presentación del mismo por su calificación correspondiente.

Riobamba, Marzo de 2016


Mgs. Carlos Aimacaña
TUTOR

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

"La responsabilidad del contenido de este Proyecto de Graduación, corresponde exclusivamente a: Eduardo Patricio Gualán Valente y del Tutor del Proyecto; y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Nacional de Chimborazo.



Eduardo Patricio Gualán Valente
C.C. 060384184-2

AGRADECIMIENTO

Primeramente a Dios por darme la vida la sabiduría en inteligencia y llegar a esta meta tan anhelada ser un Profesional. A mis estimados docentes quienes con sus sabios conocimientos y enseñanzas nos inculcaron todos los valores morales, éticos y profesionales. Al Ms. Carlos Aimacaña., Director de Tesis, quien ha sido parte fundamental de este proyecto a la Universidad Nacional de Chimborazo.

Gualán Eduardo

DEDICATORIA

A mi familia quienes con esfuerzo y sacrificio han sabido compartir mis momentos más difíciles dándome el apoyo incondicional en todos los aspectos, quienes han sido la fuente de inspiración y mi motivo de seguir siempre Dios les Bendiga.

Gualán Eduardo

ÍNDICE GENERAL

PORTADA	i
REVISION DEL TRIBUNAL	ii
CERTIFICACIÓN DEL TUTOR	iii
AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN	iv
AGRADECIMIENTO	v
DEDICATORIA	vi
ÍNDICE GENERAL	vii
ÍNDICE DE CUADROS	xi
ÍNDICE DE GRÁFICOS	xii
RESUMEN	xiii
SUMMARY	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	3
1. MARCO REFERENCIAL	3
1.1. Planteamiento del problema	3
1.2. Formulación del problema	4
1.3. Objetivos de la investigación	4
1.4. Justificación e importancia del problema	5
CAPÍTULO II	7
2. MARCO TEÓRICO	7
2.1. Antecedentes de investigaciones anteriores	7
2.2. Fundamentación teórica	7
2.2.1. El Aprendizaje	7
2.2.1.1 Teorías Del Aprendizaje	7
2.2.2. Didáctica	10
2.2.3. Módulo	11
2.2.4. Módulo Didáctico	11

2.2.4.1.	Módulo Diversificado	12
2.2.4.2.	Módulo Básico	13
2.2.4.3.	Módulo Alternativo	13
2.2.4.4	Características De Los Módulos Didácticos	13
2.2.4.5.	Clasificación De Los Recursos Didácticos	14
2.2.4.6.	Elementos Del Módulo Didáctico	15
2.2.5.	Bachillerato General Unificado	15
2.2.6.	Trigonometría	16
2.2.7.	Ángulos	16
2.2.7.1.	Tipos De Ángulos	19
2.2.7.2.	Fundamentos Básicos De Trigonometría	26
2.2.7.3.	Medición De Ángulos	26
2.2.7.4.	Razones Trigonométricas	26
2.2.7.5.	Funciones Trigonométricas o Igualdades Trigonométricas	28
2.2.7.6.	Identidades De Confucianos	29
2.2.7.7.	Trigonometría Plana	30
2.2.7.8.	Resolución De Triángulos Rectángulos	30
2.2.7.9.	Funciones Trigonométricas	31
2.2.8.	Triángulo	33
2.2.8.1.	Definición	33
2.2.8.2.	Clasificación De Triángulos	33
2.2.9.	Productos Notables De Triángulos	37
2.2.10.	Rendimiento Académico	41
2.2.10.1.	Definición	41
2.2.10.2.	Características Del Rendimiento Académico	43
2.2.10.3.	El Rendimiento Académico en las Unidades Educativas	43
2.2.10.4.	Indicadores Del Rendimiento Académico	44
2.2.10.5.	Factores Que Inciden En El Rendimiento Académico	45
2.2.10.6.	Resultado Del Rendimiento Académico	45
2.2.10.7.	Tipos De Rendimiento Educativo	47
2.2.10.8.	Para Lograr Un Alto Rendimiento Académico	48

2.2.11.	Actualización De La Reforma Curricular Área De Matemática	48
2.2.11.1.	Importancia	48
2.2.11.2.	Eje Integrador	49
2.2.11.3.	Bloques Curriculares	50
2.2.11.4.	Perfil De Salida	52
2.3.	Definición De Términos Básicos	53
2.4.	Hipótesis de la investigación	54
2.5.	Variables de la investigación	55
2.6.	Operacionalización de las variables	56
CAPÍTULO III		58
3.	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	58
3.1.	Método Científico	58
3.2.	Tipo De Investigación	58
3.3.	Diseño De La Investigación	59
3.4.	Población Y Muestra	59
3.5.	Técnicas E Instrumentos De Recolección De Datos	59
3.6.	Técnicas De Procedimiento Para El Análisis De Datos	60
CAPÍTULO IV		61
4.	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	61
4.1.	Resultados de la aplicación de la encuestas pre test	61
4.2.	Resultados de la aplicación de la encuestas pos test	66
4.5.	Comprobación de hipótesis	73
CAPÍTULO V		74
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	74
5.1.	Conclusiones	74
5.2.	Recomendaciones	75
5.3.	Referencias bibliográficas	76
ANEXOS		79

CAPÍTULO VI	83
6. LA PROPUESTA ALTERNATIVA	83
6.1. Datos informativos	83
6.2. Título de la guía	83
6.3. Objetivo	83
6.4. Introducción	84
6.5. Presentación	84
6.6. Fundamentación teórica	85
6.7. Cronograma de implementación	96
6.8. Impacto y difusión	96
6.9. Desarrollo	96

ÍNDICE DE CUADROS

CUADRO N° 4. 1.	
Conocimiento del módulo didáctico	61
CUADRO N° 4. 2.	
Utilización del modulo	62
CUADRO N° 4. 3.	
Utilidad del módulo	63
CUADRO N° 4. 4	
Módulo didáctico de trigonometría	64
CUADRO N° 4. 5.	
Aprendizaje y conocimiento	65
CUADRO N° 4. 6	
Contribución del módulo al aprendizaje	66
CUADRO N° 4. 7.	
Motivación y rendimiento académico	67
CUADRO N° 4. 8.	
CUADRO N°8 Desarrollo de destrezas	68
CUADRO N° 4. 9.	
Partición en el aprendizaje	69
CUADRO N° 4. 10.	
Utilización del módulo didáctico	70

ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO N° 4. 1.	
Conocimiento del módulo didáctico	61
GRÁFICO N° 4. 2.	
Utilización del modulo	62
GRÁFICO N° 4. 3.	
Utilidad del módulo	63
GRÁFICO N° 4. 4.	
Módulo didáctico de trigonometría	64
GRÁFICO N° 4. 5.	
Aprendizaje y conocimiento	65
GRÁFICO N° 4. 6.	
Contribución del módulo al aprendizaje	66
GRÁFICO N° 4. 7.	
Motivación y rendimiento académico	67
GRÁFICO N° 4. 8.	
Cuadro N°8 Desarrollo de destrezas	68
GRÁFICO N° 4. 9.	
Partición en el aprendizaje	69
GRÁFICO N° 4. 10.	
Utilización del módulo didáctico	70



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS

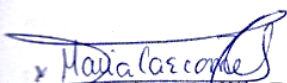
“ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE UN MÓDULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS” PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA CARLOS CISNEROS DURANTE EL PERÍODO SEPTIEMBRE 2015 – JULIO 2016”.

RESUMEN

La presente investigación se realizó en los estudiantes de décimo año “A” de la Unidad Educativa Carlos Cisneros, siendo de gran interés la elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana, como instrumento necesario para estimular mediante pautas metodológicas que rescatan la curiosidad. De acuerdo a los objetivos planteados se identificó diferentes actividades que ayudarán a mejorar el rendimiento académico, en la comprobación de la hipótesis se determinó que el módulo didáctico influye en el rendimiento académico, el método de la investigación que se empleó fue el hipotético deductivo, para la recolección de datos, como técnica se empleó la encuesta, el tipo de investigación que se empleó es la descriptiva, exploratoria y Correlacional. Luego del diagnóstico se identificó algunos hallazgos, se evidenció que el mayor porcentaje de los estudiantes no realiza con facilidad y pertinencia la resolución de los diferentes problemas de triángulos. Se elaboró un módulo didáctico de trigonometría plana como herramienta al servicio de los estudiantes y apoyo a los Docentes. Como conclusión de este trabajo se determinó que el uso de un módulo didáctico de trigonometría estimula a los estudiantes a desarrollar habilidades y el módulo académicas, además se logró la resolución de ejercicios trigonométricos y el módulo de una manera práctica y sencilla, se incentivó el interés por la materia, siendo un mediador para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje. Es necesario seguir trabajando con el módulo didáctico de trigonometría plana ya que son apoyos educativos producidos por distintos medios con el propósito de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.

SUMMARY

This research was conducted among students in tenth grade "A" of the Educational Unit Carlos Cisneros, being of great interest the development and implementation of a training module of Plane Trigonometry, as a necessary instrument to stimulate by methodological guidelines that rescue curiosity. According to the objectives it was set different activities that will help improve academic performance in hypothesis testing it was determined that the training module influences academic achievement, identified the research method it was employed the deductive hypothetical, for data collection, and the survey technique was used, the type of research that was used is descriptive, exploratory and correlational. After some findings diagnosis was identified, it was shown that the highest percentage of students do not solve with ease and relevance various problems of triangles. A training module was developed as a plane trigonometry tool for students and support teachers. In conclusion of this study it was determined that the use of a training module of trigonometry encourages students to develop skills and academic module also solving trigonometric exercises and the module in a practical and easy way it was achieved, the interest for the subject, being a mediator for the development and enrichment of the teaching-learning process. Further work is needed with the teaching module Plane Trigonometry and educational supports that are produced by different means in order to strengthen students learning.



Dra. Myriam Trujillo B. Mgs.

COORDINADORA DEL CENTRO DE IDIOMAS

CENTRO DE IDIOMAS



INTRODUCCIÓN

Los módulos didácticos están directamente relacionados con su capacidad de contribuir al desarrollo de los niños y niñas, en este contexto un interés creciente por parte de los tomadores de decisiones nacionales y por los beneficiarios de ellas. Este interés se enmarca en un espacio caracterizado por la elaboración de módulos didácticos de calidad para un mejor rendimiento académico.

Para su análisis se halla ordenado por capítulos con un sentido lógico.

El Capítulo I, corresponde, al problema que contempla los siguientes aspectos: el tema del proyecto con su respectiva justificación que es donde se sintetiza el motivo por el cual realizamos la siguiente investigación, encontramos la problematización del tema, y sus respectivos objetivos.

El Capítulo II se describe, el marco teórico conceptual: la atención y conductas de base. Además, contempla la hipótesis, las variables, la Operacionalización de las variables.

El Capítulo III, vislumbra la metodología, a aplicarse en el proyecto, en este capítulo se determina el diseño de la investigación, procedimientos, población, muestra, técnicas e instrumentos para la recolección de datos, instrumentos para la investigación, técnicas para el procesamiento.

El Capítulo IV, contempla el análisis de los resultados con sus respectivos cuadros estadísticos, criterios para la elaboración de la propuesta.

El Capítulo V, se detalla las Conclusiones y Recomendaciones de acuerdo a los datos finales obtenidos, a más de ello existe la bibliografía y Webgrafía mostrando todas las fuentes consultadas.

El Capítulo VI, Se hace referencia a la propuesta alternativa, con actividades que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes.

CAPÍTULO I

1. MARCO REFERENCIAL

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La Educación Superior está presta a contribuir con el desarrollo de los individuos y de la sociedad, en este contexto el reconocimiento de los trabajos de grado, han sido de gran interés para la toma de decisiones dentro de las instituciones donde se realizan las investigaciones.

La educación superior en el Ecuador, en relación con algunos países de Latinoamérica, según diversas pruebas realizadas por la UNESCO, están entre los más bajos y no responden a las necesidades de aprendizaje que tienen los estudiantes. Pero hemos visto que a través de este gobierno se está haciendo todos los esfuerzos necesarios por parte del Consejo de Educación Superior (CES) el cual se plantea ordenar la oferta actual de carreras conforme los requerimientos nacionales, su objetivo central es el incremento progresivo de la calidad principalmente en el área educativa, la educación es un hecho intencionado y, en términos de calidad de la educación, todo proceso educativo busca permanentemente mejorar el rendimiento del estudiante, además la trigonometría es una de las materias complejas para los estudiantes afectando directamente el problema del rendimiento académico se entenderá de forma científica cuando se encuentre la relación existente entre el trabajo realizado por los profesores y los estudiantes, de un lado, y la educación es decir, la perfección intelectual y moral lograda por éstos de otro, al estudiar científicamente el rendimiento, es básica la consideración de los factores que intervienen en él.

Por lo menos en lo que a la instrucción se refiere, existe una teoría que considera que el buen rendimiento académico se debe predominantemente a la inteligencia de tipo racional; sin embargo, lo cierto es que ni siquiera en el aspecto intelectual del rendimiento, la inteligencia es el único factor.

En la Provincia de Chimborazo al analizarse el rendimiento académico, deben valorarse los factores ambientales como la familia, la sociedad, las actividades extracurriculares y el ambiente estudiantil, los cuales están ligados directamente con nuestro estudio del rendimiento académico. Además el rendimiento académico es entendido como una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación.

En la Unidad Educativa Cisneros es una institución que en los dos últimos años ha sufrido los cambios de políticas en cuanto a jubilación, contratos inoportunos ocasionales de profesores, lo que ha causado largos periodos en los cuales no se han brindado clases de matemáticas a los estudiantes cuyo norte son las figuras profesionales técnicas y no las humanísticas, los estudiantes no están en la capacidad de responder satisfactoriamente frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos pre-establecidos.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿De qué manera influye la elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana ``Resolución de Triángulos`` para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año “A” de la Unidad Educativa Carlos Cisneros durante el periodo Septiembre 2015 – Julio 2016?

1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1. Objetivo General

Mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año “A” de la Unidad Educativa Carlos Cisneros a través de elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana para la resolución de triángulos.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Realizar un diagnóstico en la Unidad Educativa Carlos Cisneros sobre la utilización de un Módulo didáctico de trigonometría plana para la resolución de triángulos.
- Determinar cómo incide la utilización de un módulo didáctico de trigonometría plana para resolución de triángulos en el rendimiento académico de los estudiantes.
- Elaborar un módulo didáctico que proporcione actividades de trigonometría plana para los estudiantes de décimo año ``A`` de la Unidad Educativa Carlos Cisneros.

1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA

La importancia de este trabajo radica en la utilidad que tendrá la misma al ser aplicada por los profesores de trigonometría o ciencias exactas con el propósito de ayudar al estudiante a diseñar e implementar estrategias o experimentos que le permitan alcanzar sus objetivos, se intenta mostrar que el aprendizaje de la trigonometría debe ser siempre desarrollada por actividades suficientemente ricas, a fin que el estudiante resuelva los problemas de construcción cada vez más a medida que se avanza, por aplicación de propiedades y teoremas. Esto a fin de que la trigonometría plana sea un terreno fértil para imaginar propiedades geométricas posibles, debiendo estas ser controladas por un razonamiento deductivo y de esta manera el aprovechamiento está referido, más bien, al resultado del proceso enseñanza-aprendizaje, de cuyos niveles de eficiencia son responsables tanto el que enseña como el que aprende.

Es importante realizar esta investigación y es trascendental ya que la trigonometría mejora la actividad educativa sólo puede asentarse sobre una información rigurosa, contrastada y equilibrada además estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de triángulos, de las propiedades y aplicaciones de las funciones

trigonométricas de ángulos las dos ramas fundamentales de la trigonometría son la trigonometría plana, que se ocupa de figuras contenidas en un plano, y la trigonometría esférica, que se ocupa de triángulos que forman parte de la superficie de una esfera, en lo que respecta a la eficiencia terminal, esta se ha definido desde diversas perspectivas como: la relación cuantitativa entre los alumnos que ingresan y los que egresan de una cohorte, como la medición del número de egresados en relación con el número de primer ingreso, en una cohorte que cubra el tiempo de duración de una carrera y también como indicador que expresa la capacidad para lograr que quienes inician un nivel educativo determinado se gradúen satisfactoriamente en el mismo.

Los beneficiarios directos de esta investigación serán los estudiantes del Décimo año “A” de la unidad educativa Carlos Cisneros, que mediante un manual didáctico es actualmente uno de los mecanismos más generalizados para lograr un mejor ámbito educativo, a través de esa práctica se ha ido produciendo un desplazamiento de la evaluación de los aprendizajes desde el espacio interior de la institución escolar hacia otro ámbito de carácter más público, logrando así hacer más transparente la actividad educativa y permitiendo valorar mejor el rendimiento académico, a más de ello los beneficiarios indirectos serán los padres de familia, docentes y la sociedad en general.

Este tema es factible porque se conoció a profundidad de este problema, igualmente existe el apoyo de las autoridades y docentes de la institución donde se realizará la investigación, sumado a ello existe el tiempo previsto para ejecutar este estudio y los recursos económicos que serán un aporte por parte del autor.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIONES ANTERIORES CON RESPECTO AL PROBLEMA QUE SE INVESTIGA

Luego de haber revisado en la Biblioteca de la Universidad Nacional de Chimborazo se determinó que no existen otros estudios relacionados a las variables de estudio.

2.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.2.1. El Aprendizaje

Se denomina aprendizaje al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia, dicho proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender. La psicología conductista, por ejemplo, describe el aprendizaje de acuerdo a los cambios que pueden observarse en la conducta de un sujeto. El aprendizaje es todo aquel conocimiento que se adquiere a partir de las cosas que nos suceden en la vida diaria, de este modo se adquieren conocimientos, habilidades, etc. Esto se consigue a través de tres métodos diferentes entre sí, la experiencia, la instrucción y la observación.(Dienes, 2005).

2.2.1.1 Teorías Del Aprendizaje

Una de las cosas que influye considerablemente en el aprendizaje es la interacción con el medio, con los demás individuos, estos elementos modifican nuestra experiencia, y por ende nuestra forma de analizar y apropiarnos de la información.

Existen muchas teorías en torno a por qué y cómo los seres humanos acceden al conocimiento, como la de Pávlov, quien afirma que el conocimiento se adquiere a partir de la reacción frente a estímulos simultáneos; o la teoría de Albert Bandura en la cual se dice que cada individuo arma su propia forma de aprender de acuerdo a las condiciones primitivas que haya tenido para imitar modelos. Por su parte, Piaget la aborda analizando exclusivamente el desarrollo cognitivo.

En las teorías del aprendizaje se intenta explicar la forma en la que se estructuran los significados y se aprenden conceptos nuevos. Llegado este punto, podemos afirmar que existen dos vías para formar los conceptos la empirista, donde el sujeto es pasivo y recibe la información a través de los sentidos) y la europea (se consigue por la reconstrucción, el sujeto es activo y se encarga de construir el aprendizaje con las herramientas de las que dispone).(Vidal, 2008).

Para concluir diremos que el aprendizaje consiste en una de las funciones básicas de la mente humana, animal y de los sistemas artificiales y es la adquisición de conocimientos a partir de una determinada información externa, Cabe señalar que en el momento en el que nacemos todos los seres humanos, salvo aquellos que nacen con alguna discapacidad, poseemos el mismo intelecto y que de acuerdo a cómo se desarrolle el proceso de aprendizaje, se utilizará en mayor o menor medida dicha capacidad intelectual. Aprender es adquirir, analizar y comprender la información del exterior y aplicarla a la propia existencia. Al aprender los individuos debemos olvidar los preconceptos y adquirir una nueva conducta. El aprendizaje nos obliga a cambiar el comportamiento y reflejar los nuevos conocimientos en las experiencias presentes y futuras. Para aprender se necesitan tres actos imprescindibles: observar, estudiar y practicar. (Castells, 2009)

a) Teoría conductista

El campo conductista es una corriente psicológica nacida bajo el impulso de figuras destacadas en el estudio e investigación de la psicología (Pavlov, Betcherev,

Sechenov), que se alejó de la relación con otras ciencias para intentar convertirse en una teoría centrada en el estudio de los fenómenos psicológicos. Todos los estudios importantes en la línea psicológica conductista van desde Pavlov hasta John Watson, el primer famoso y polémico conductista que patrocinó un conductismo más o menos sinónimo del condicionamiento y la formación de hábitos. (Méndez, 2011).

b) Teoría del aprendizaje de Jean Piaget

Definida también como "Teoría del Desarrollo: por la relación que existe "entre el desarrollo psicológico y el proceso de aprendizaje; éste desarrollo empieza desde que el niño nace y evoluciona hacia la madurez; pero los pasos y el ambiente difieren en cada niño, aunque sus etapas son bastante similares. Alude al tiempo como un limitante en el aprendizaje en razón de que ciertos hechos se dan en ciertas etapas del individuo, paso a paso el niño evoluciona hacia una inteligencia más madura. Esta posición tiene importantes implicaciones en la práctica docente y en el desarrollo del currículo. Por un lado da la posibilidad de considerar al niño como un ser individual único e irreplicable con sus propias e intransferibles características personales; por otro sugiere la existencia de caracteres generales comunes a cada tramo de edad, capaces de explicar casi como un estereotipo la mayoría de las unificaciones relevantes de este tramo.

El enfoque básico de Piaget es llamado por él Epistemología Genética que significa el estudio de los problemas acerca de cómo se llega a conocer; el mundo exterior a través de los sentidos. (Flores, 2001).

c) Teoría cognoscitivista

La teoría cognoscitivista tiene sus raíces en las corrientes filosóficas denominadas relativismo positivo y fenomenológico, esta corriente psicológica del aprendizaje se aboca al estudio de los procesos cognoscitivistas y parte del supuesto de que

existen diferentes tipos de aprendizaje, esto indica que no es posible explicar con una sola teoría todos los aprendizajes. Ejemplo: aprendizaje de tipo afectivo. Hizo su irrupción en los primeros años del presente siglo respaldada por psicólogos alemanes como Wertheimer, Kohler, Koffka y Lewin. El desarrollo de esta línea cognoscitivista fue una reacción contra el conductismo de Watson Holt y Tolman rechazaron fuertemente conceptos de condicionamiento y enfatizan desde su punto de vista que los individuos no responden tanto a estímulos, sino que actúan sobre la base de creencias, convicciones actitudes y deseos de alcanzar ciertas metas, esta posición es conocida como conductismo-cognoscitivista. Esto fue esencial para los partidarios de la Gestalt, cuyo principal aporte está constituido por la idea de que los individuos conocen el mundo mediante totalidades y no a través de fragmentos separados, los aportes de la Psicología experimental moderna y de Piaget conforman otro de sus elementos básicos. Se piensa que los aportes nuevos del cognoscitivismo son de tal magnitud que solo con ellos bastaría para intentar el conocimiento de la conducta del ser humano.

d) Teorías del aprendizaje de Robert Gagne

Esta teoría es notable por su característica ecléctica, se encuentra organizada y ha sido considerada como única teoría verdaderamente sistemática. En ella se encuentra una verdadera unión importante de conceptos y variables conductistas y cognoscitivistas, se advierte conceptos de la posición evolutiva de Piaget y un reconocimiento de la importancia del aprendizaje social al estilo de Bandura. (Monereo, 2008)

2.2.2. Didáctica

La didáctica es la rama de la Pedagogía que se encarga de buscar métodos y técnicas para mejorar la enseñanza, definiendo las pautas para conseguir que los conocimientos lleguen de una forma más eficaz a los educados. Dicen los expertos que por didáctica se entiende a aquella disciplina de carácter científico-pedagógica

que se focaliza en cada una de las etapas del aprendizaje. En otras palabras, es la rama de la pedagogía que permite abordar, analizar y diseñar los esquemas y planes destinados a plasmar las bases de cada teoría pedagógica.(Fonseca, 2006).

La didáctica es aquella dentro de la pedagogía que se especializa en las técnicas y método de enseñanza destinados a plasmar las pautas de las teorías pedagógica, por ser una disciplina científico pedagógico cuyo foco de interés resultan ser todos los elementos y procesos que intervienen en el proceso de aprendizaje de una persona, además, es una Disciplina que se encuentra estrechamente asociada a otras disciplinas pedagógicas tales como la organización escolar y la orientación educativa y que se encuentra en la búsqueda de fundamentación y regulación, tanto de los procesos de aprendizaje como de enseñanza.(Fonseca, 2006)

2.2.3. Módulo

Se conoce como módulo a una estructura o bloque conformado de acuerdo a los parámetros establecidos y al tema que se ha planteado, todo módulo, por lo tanto, forma parte de un tema y debe estar conectado de alguna manera con el resto de los componentes.(Cárdenas, 2003).

2.2.4. Módulo Didáctico

Cada Módulo didáctico está formado por 8 clases y se desarrolla atendiendo la evolución del trabajo de clases, tanto en forma diacrónica en cada uno de los niveles escolares, como sincrónica a través de estos, y está constituido por las siguientes herramientas didácticas:

- Matriz por módulo didáctico
- Objetivos de aprendizaje del MD.
- Cuadro que muestra por clase la tarea matemática, sus condiciones de realización y la técnica o procedimientos que se infeccionarán en cada uno de los cursos.
- Documento Orientaciones Didácticas por MD.

- Planes de clases
- Fichas de trabajo
- Instrumento de evaluación

Los módulos didácticos son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas.(Guerra, 2009).

2.2.4.1. Módulo Diversificado

Estos módulos responden a diversas necesidades e intereses en total se manejan 30 en nuestro Instituto, de los distintos sectores de la población con los que trabajamos, tales como jóvenes, obreros y amas de casa.

- Los módulos se estructuran y organizan a partir de ejes definidos por: sectores prioritarios de la población, temas de interés y áreas del conocimiento.

Cuenta actualmente con nueve ejes temáticos y cada uno de ellos representa una línea de conocimiento, el reconocerlos se va convirtiendo en una experiencia importante que facilitará la interacción con nuevos conocimientos y la relación de éstos con nuestra vida como asesores, así como de las personas jóvenes y adultas que atendemos.

La propuesta educativa se organiza en módulos. Un módulo es un conjunto de contenidos y actividades.

Trabajados dentro de temas de interés relacionados significativamente con la vida de las personas y se orienta al desarrollo de competencias.

Los módulos fueron definidos a partir de ejes para cubrir:

- a) las necesidades de los sectores prioritarios de la población, tales como los jóvenes, mujeres y población indígena;
- b) los intereses de aprendizaje de esas poblaciones (trabajo, familia, hijos, salud, derechos, riesgos)
- c) las áreas del conocimiento (Matemáticas, Lengua y Comunicación y Ciencias).

Los contenidos de aprendizaje se concretan en paquetes modulares, conformados con materiales para la persona joven o adulta, el grupo y para la persona que asesora. Además, se están desarrollando apoyos educativos producidos por distintos medios con el propósito de fortalecer el aprendizaje de los módulos.

2.2.4.2. Módulo Básico

Atienden a las necesidades básicas de aprendizaje y conocimiento, incluyendo sus aspectos. Instrumentales. Se agrupan en torno a tres ejes: Lengua y Comunicación, Matemáticas y Ciencias.

2.2.4.3. Módulo Alternativo

Desarrollan las mismas competencias que algunos Módulos Básicos y consideran los contenidos fundamentales del área disciplinaria en ciertos aspectos de la vida, por ejemplo, las matemáticas o la alfabetización aplicadas al campo o al hogar (véase Tabla 5). Los alternativos pueden sustituir a determinados módulos Básicos.

2.2.4.4 Características De Los Módulos Didácticos

El hecho de asumir y diferenciar qué son los recursos didácticos con la especificidad del contexto de la atención a la diversidad, asociado al proceso de enseñanza - aprendizaje en los escolares con necesidades educativas especiales,

significa el diseño y/o rediseño de los aspectos técnicos pedagógicos para la orientación, organización, programación, evaluación y selección de las situaciones del proceso de enseñanza - aprendizaje, a partir de la calidad y movimiento ascendente de las relaciones, objetivos, contenidos, métodos, medios, formas organizativas y la propia evaluación, del mejoramiento de la acción didáctica en su esencialidad comunicativa.

De la lectura y comprensión de lo que se ha delimitado como recursos didácticos, emerge la necesidad de determinar los elementos que los caracterizan, que en este caso lo diferencian de los medios de enseñanza, con los cuales se identifican usualmente en la literatura y el discurso. La precisión de sus características arroja luces sobre su distinción como mediadores del proceso de enseñanza aprendizaje y su relación con el proceso. (Gutiérrez A. , 2010).

2.2.4.5. Clasificación De Los Recursos Didácticos

Luego de la identificación, a partir de delimitar conceptualmente la esencia de los recursos didácticos y de profundizar en las características que le son inherentes, se clasifican en cuatro grandes áreas de sustento teórico, metodológico y operativo, el soporte interactivo, la intención comunicativa, su fuente de obtención y su uso en el proceso de enseñanza - aprendizaje, que a su vez incluyen diversos subgrupos; estas áreas de sustento no se excluyen mutuamente. (Cárdenas, 2003).

Según el soporte interactivo, desde el basamento de las relaciones de mediación.

- Recursos didácticos personales, incluye a todo el sistema de influencias educativas del entorno donde se desarrolla el proceso de enseñanza - aprendizaje.
- Recursos didácticos materiales, son los soportes manuales o industriales que en dependencia de su plataforma de interacción pueden ser impresos.

2.2.4.6. Elementos Del Módulo Didáctico

Se trata de una actuación cuya naturaleza es esencialmente comunicativa. El citado autor circunscribe el fin de las actividades de enseñanza de los procesos de aprendizaje como el logro de determinados objetivos y especifica como condiciones necesarias:

- La actividad interna del alumno. Que los estudiantes puedan y quieran realizar las operaciones cognitivas convenientes para ello, interactuando con los recursos educativos a su alcance.
- La multiplicidad de funciones del docente. Que el profesor realice múltiples tareas: coordinación con el equipo docente, búsqueda de recursos, realizar las actividades con los alumnos, evaluar los aprendizajes de los alumnos y su actuación, tareas de tutoría y administrativas.

Son las intervenciones educativas realizadas por el profesor: propuesta de las actividades de enseñanza a los alumnos, su seguimiento y desarrollo... para facilitar el aprendizaje las que constituyen el acto didáctico en sí. (Marqués, 2001)

2.2.5. Bachillerato General Unificado

Los estudiantes que opten por el Bachillerato en Ciencias, además del tronco común, deben cumplir con 5 períodos académicos semanales de asignaturas definidas por la institución de acuerdo a su proyecto e identidad institucional.

En el caso de los estudiantes que opten por el Bachillerato Técnico, además del tronco común, deben cumplir con 25 períodos académicos semanales para desarrollar los módulos de formación técnica correspondientes a cualquiera de las figuras reconocidas por el Ministerio de Educación que sean ofertadas en la institución educativa.

Se aplica así el plan de estudios para las dos modalidades de Bachillerato: Bachillerato en Ciencias con 40 períodos académicos semanales en cada año; Bachillerato Técnico con 45 períodos académicos semanales en cada año.

2.2.6. Trigonometría

La trigonometría es la parte de la geometría que estudia la relación entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos. Actualmente, esta idea básica ha sido superada y las funciones trigonométricas tienen, matemáticamente hablando, sentido propio. La trigonometría es una disciplina fundamental, tanto para el estudio geométrico, como para el conocimiento del cálculo y el análisis matemático. La trigonometría es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es "la medición de los triángulos". Se deriva del vocablo griego $\tauριγωνο$ trigōno triángulo $μετρον$ metron medida".

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos. Para esto se vale de las razones trigonométricas, las cuales son utilizadas frecuentemente en cálculos técnicos. En términos generales, la trigonometría es el estudio de las funciones seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio, posee numerosas aplicaciones: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites.

2.2.7. Ángulos

Son aquellas figuras constituidas por la conjunción de dos líneas en un punto común o vértice. Para que un ángulo se forme, las líneas que forman parte del

proceso no pueden ser paralelas entre sí ya que eso implica que no hay contacto entre ambas y por tanto no se forma ninguna superficie común entre ellas. Como es bien conocido, hay diferentes tipos de ángulos y el grado de inclinación o el tamaño del mismo dependerán de la distancia que separe a las dos o más líneas intervinientes en la figura.

Cuando analizamos la palabra ángulo desde un punto de vista etimológico, comprenderemos que su significado en latín (“esquina”) es claramente fundamental para definirla. Uno puede contar con numerosos elementos para medir y analizar a un ángulo, aunque todas tienen que trabajar en el plano de la dimensión plana para lograr resultados. El grado de un ángulo es en este sentido uno de los principales elementos que nos sirven para describir y caracterizar a cada ángulo. El radián será además la unidad de cada ángulo que equivale a la longitud del radio angular.

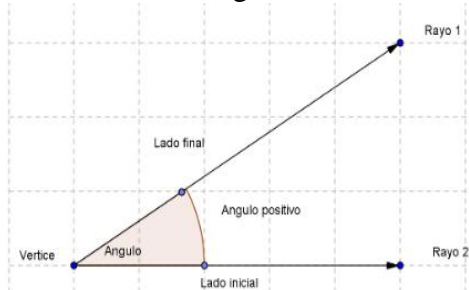
En cuanto a la clasificación de los diferentes tipos de ángulos, podemos decir que entre los principales encontraremos a los ángulos rectos (aquellos que miden 90°), los ángulos agudos (menores a 90°) y los ángulos obtusos (superiores a 90°). Por otro lado, también contamos con ángulos llanos (todos aquellos ángulos que cuentan con 180° – es decir, dos ángulos rectos superpuestos en una superficie-). Finalmente, también debemos incluir en esta clasificación a los ángulos nulos (cuando no hay existencia de ángulos debido a la disposición de las rectas), ángulos completos (que se caracterizan por contar con 360°).

También pueden clasificarse los ángulos de acuerdo a si son convexos o cóncavos, siendo los primeros inferiores a 180° y los segundos, superiores.

Un ángulo se define como el resultado de la intersección de dos rayos. Los rayos que componen el ángulo se denominan lados, mientras que el punto de intersección se denomina vértice. En la trigonometría suele distinguirse entre los lados del ángulo, llamándolos lado inicial y lado final. Es muy común en pensar en los ángulos como el resultado de la rotación de uno de los rayos desde el lado inicial

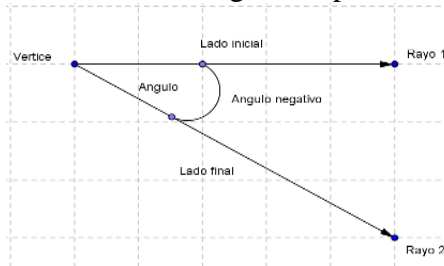
hasta el lado final con el vértice fijo. Si la rotación ocurre en contra de las manecillas del reloj, se dice que el ángulo es positivo; si por el contrario el rayo rota en dirección de las manecillas del reloj, decimos que el ángulo es negativo.

Grafico N° 1: Angulo de elevación



Fuente: Dienes, P. (2005).

Grafico N° 2: Angulo de posición

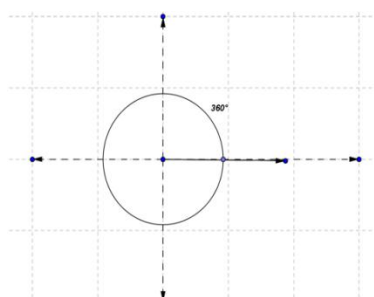


Fuente: Dienes, P. (2005).

Existen varias unidades para medir los ángulos, las más comunes son los grados y los radianes. En esta lección utilizaremos los grados como la unidad para expresar la medida de los ángulos. Se define un grado como $1/360$ de la rotación completa del rayo. La medida del ángulo puede ser positiva o negativa. Depende de la dirección en que rotara el rayo que forma el ángulo. Por ejemplo, el ángulo formado por una rotación completa en contra de las manecillas del reloj, tiene una medida de 360° .(Swokowski, 1999).

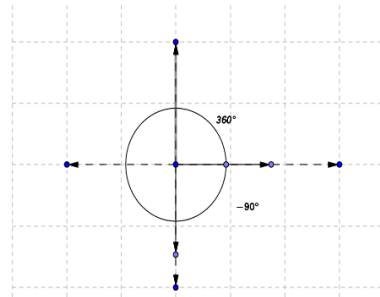
Un cuarto de rotación a favor de las manecillas del reloj, forma un ángulo cuya medida es de -90° .

Grafico N° 3: Angulo de 90°



Fuente: <http://www.geometria.html>

Grafico N° 4: Angulo

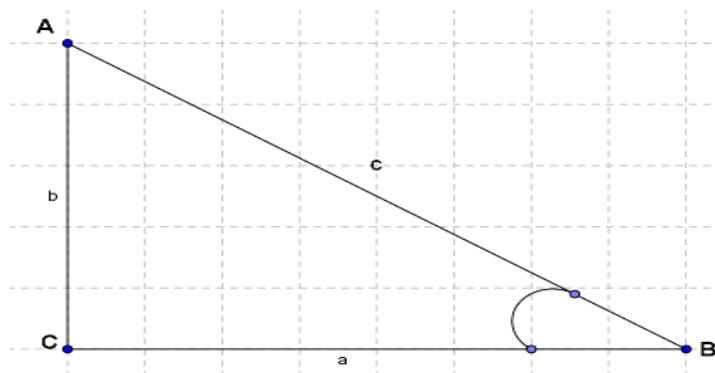


Fuente: <http://www.geometria.html>

Un ángulo de 0° resulta cuando no ocurre la rotación y ángulos mayores de 360° son posibles si pensamos en una rotación más allá de una revolución completa. Por

ejemplo, dos rotaciones completas a favor de las manecillas del reloj producen un ángulo de -720° , mientras que tres rotaciones producirían un ángulo de 1080° . Ahora que ya sabes medir ángulos podemos hablar de los triángulos rectángulos.

Grafico N° 5: Angulo de 0°

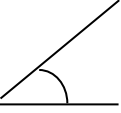


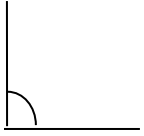


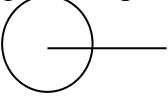
Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.7.1. Tipos De Ángulos

Los ángulos, de acuerdo con su amplitud, reciben estas denominaciones:

TABLA N° 1 Clases de ángulos

TIPO	DESCRIPCIÓN
Ángulo nulo	Es el ángulo formado por dos semirrectas coincidentes, por lo tanto, su abertura es nula, o sea de 0° .
 Ángulo agudo	Es el ángulo formado por dos semirrectas con amplitud mayor de 0rad y menor de $\frac{\pi}{2}\text{rad}$. Es decir, mayor de 0° y menor de 90° (grados sexagesimales) o menor de 100° (grados centesimales).

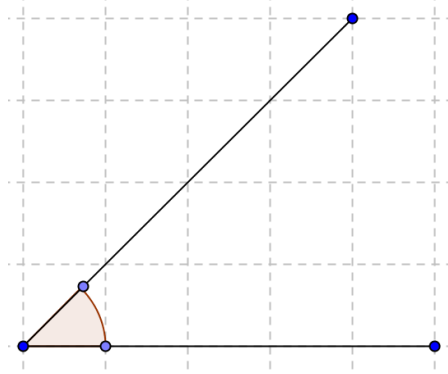
<p>Ángulo recto</p> 	<p>Un ángulo recto es de amplitud de igual a $\frac{\pi}{2}$ rad.</p> <p>Es equivalente a 90° sexagesimales o (100° centesimales).</p> <p>Los dos lados de un ángulo recto son perpendiculares entre sí.</p> <p>La proyección ortogonal de uno sobre otro es un punto, que coincide en el vértice.</p>
<p>Ángulo obtuso</p> 	<p>Un ángulo obtuso es aquel cuya amplitud es mayor a $\frac{\pi}{2}$ rad y menor a π rad.</p> <p>Mayor a 90° y menor a 180° sexagesimales o (más de 100° y menos de 200° centesimales).</p>
<p>Ángulo llano</p> 	<p>El ángulo llano tiene una amplitud de π rad.</p> <p>Equivalente a 180° sexagesimal o (200° centesimales).</p> <p>También es conocido como ángulo extendido.</p>
<p>Ángulo completo</p> 	<p>Un ángulo completo, tiene una amplitud 2π rad.</p> <p>Equivalente a 360° de sexagesimales o (400° centesimales).</p>

Fuente: <http://www.geometria.html>

a) Ángulo agudo:

Un ángulo de menos de 90° $\frac{\pi}{2}$

Grafico N° 6: Angulo agudo

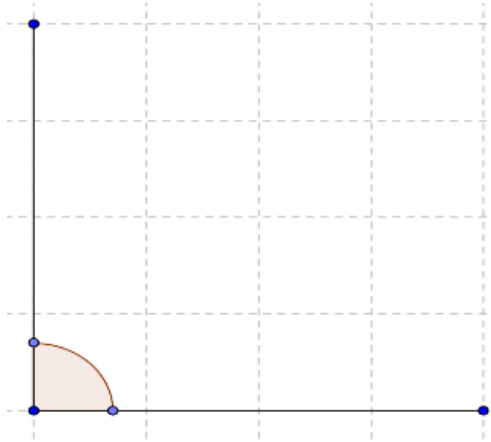


Fuente: <http://www.geometria.html>

b) Ángulo recto:

Es de amplitud $\frac{\pi}{2}$

Grafico N° 7: Angulo recto



Fuente: <http://www.geometria.html>

c) Ángulo obtuso:

Un ángulo de más de 90° pero menos de 180°

d) Ángulo llano:

Un ángulo de 180°

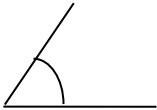
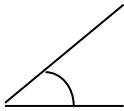
e) Ángulo perigonal:

Equivalente a un ángulo de 360°

f) Ángulo convexo y cóncavo:

En un plano, dos semirrectas (no coincidentes ni alineadas) con un origen común determinan siempre dos ángulos, uno convexo (el de menor amplitud) y otro cóncavo (el de mayor amplitud):

TABLA N° 2 Ángulos

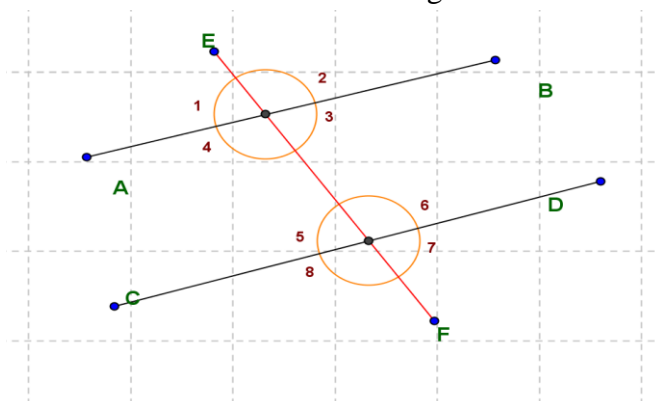
TIPO	DESCRIPCIÓN
<p>Ángulo convexo</p> 	<p>Es el que mide menos de 2π rad.</p> <p>Equivale a más de 0° y menos de 180° sexagesimales o (más de 0° y menos de 200° centesimales).</p>
<p>Ángulo cóncavo, reflejo o entrante</p> 	<p>Es el que mide más de π rad y menos 2π rad.</p> <p>Esto es, más de 180° y menos de 360° sexagesimal o (más de 200° y menos de 400° centesimales).</p>

Fuente: <http://www.angulos.html>

g) Ángulos formados por dos rectas y paralelas y una secante

Cuando una línea recta transversal o secante intersecta dos rectas paralelas, se forma un conjunto de ocho ángulos cuya posición relativa ha sido profusamente estudiada.

Grafico N° 8: Ángulos

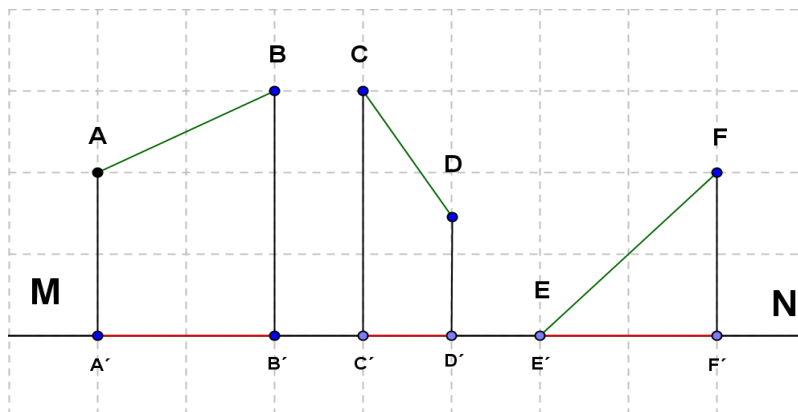


Fuente: <http://www.geometria.html>

- **Teorema de la altura:**

Antes de estudiarlo, veamos que entendemos por proyección de un segmento sobre una recta. Se trata de trazar dos rectas perpendiculares a partir de los extremos del segmento sobre la línea. La distancia entre las dos perpendiculares equivale a la proyección del segmento:(Granville, 1954).

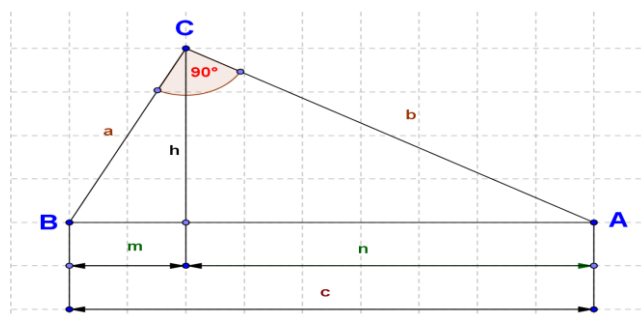
Grafico N° 9: Teorema de la altura



Fuente: <http://www.geometria.html>

Tenemos unos segmentos de color verde. Desde los extremos de cada segmento trazamos perpendiculares sobre la recta MN, lugar donde queremos obtener el resultado de cada proyección (en color rojo) y de este modo vemos que la proyección de AB sobre la recta MN es A'B', la proyección de CD sobre MN es C'D' y la proyección de EF sobre MN es E'F'. Ahora dibujamos un triángulo rectángulo:

Grafico N° 10: Triángulo rectángulo



Fuente: <http://www.geometria.html>

Los catetos son **a** y **b**, la hipotenusa vale **c**.

El segmento **m** equivale a la proyección del cateto **a** sobre la hipotenusa **c**.

El segmento **n** equivale a la proyección del cateto **b** sobre la hipotenusa **c**.

Al trazar la altura **h** en el triángulo grande ACB obtenemos dos triángulos rectángulos en su interior en color azul y color naranja.

Los triángulos BDC (azul) y CDA (naranja) son semejantes por ser triángulos rectángulos. Esto quiere decir que sus lados son proporcionales.

Del triángulo BDC (azul) tomamos el cateto mayor que es **h**, su homólogo (el que ocupa su lugar) en el triángulo CDA (naranja) es el segmento **n**.

El cateto menor del triángulo BDC (azul) es el segmento **m** y su homólogo en el triángulo CDA (naranja) es **h**.

Podemos escribir la siguiente proporción:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

En toda proporción, el producto de extremos (**h** y **h**) es igual al producto de los medios (**n** y **m**):

$$hxh = mxn$$

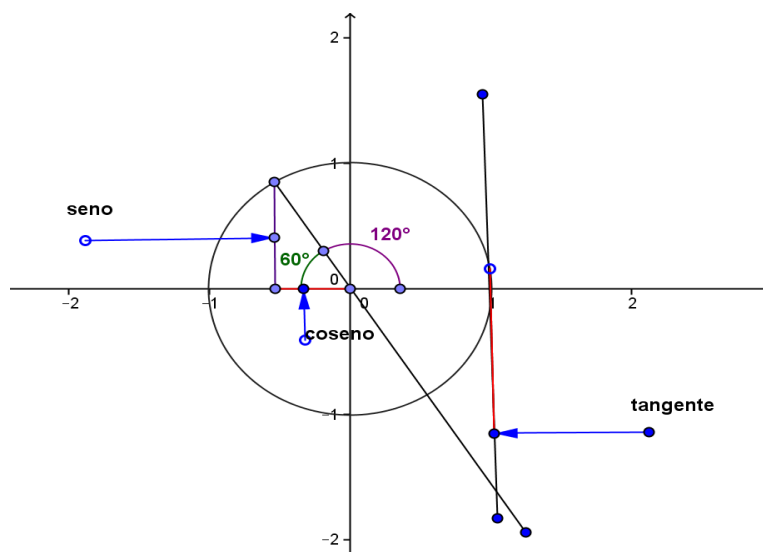
$$h^2 = mxn; \text{ extrayendo la raíz cuadrada: } h = \sqrt{nxn}$$

En todo triángulo rectángulo, la altura es la media proporcional entre los dos segmentos en los que le divide a la hipotenusa.

- **Valores del seno, coseno y tangente cuyos ángulos están comprendidos entre 90 y 180°**

La medida de la tangente la limitamos prolongando el valor del radio cuando éste se traslada a 120° del origen.

Grafico N° 11: Plano cartesiano



Fuente: <http://www.geometria.html>

$$\textit{seno } 120^\circ = 0,87$$

$$\textit{coseno } 120^\circ = -0,5$$

$$\textit{tangente } 120^\circ = \frac{0,87}{-0,5} = -1,7$$

¿Por qué a la tangente no la fijamos en el segundo cuadrante? Porque la tangente se halla fuera de la circunferencia y los cuadrantes se forman dentro de la circunferencia trigonométrica. La colocamos en el punto de origen del arco y ahí permanece no afectando para nada el valor de la misma para cualquier valor del ángulo.

Si observas en la figura anterior, los valores del seno, coseno y tangente de 120° equivalen a los de 60° pero teniendo en cuenta los signos debido al cuadrante donde se hallan situados. ¿Por qué? .

Porque $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ y los valores del seno del ángulo de 60° y el de 120° son iguales y positivos por hallarse sobre cero, en cambio, el valor del coseno de 120° es, en valor absoluto (sin tener en cuenta el signo) igual al de 60° pero como se halla a la izquierda del cero, será negativo. (Swokowski, 1999).

2.2.7.2. Fundamentos Básicos De Trigonometría

Los orígenes de la trigonometría se remontan a las primeras civilizaciones y culturas históricas. Los matemáticos babilonios y egipcios antiguos manejaban con soltura los conceptos sobre triángulos y sus relaciones, y los filósofos griegos compendieron una amplia doctrina científica sobre trigonometría plana y esférica.(Dienes, 2005)

2.2.7.3. Medición De Ángulos

a) Radián: unidad angular que ve desde el centro de una circunferencia una cuerda de longitud igual al radio.

La unidad se escribe 1 rad. Una vuelta entera a la circunferencia es 2π rad. Los radianes son la única unidad de medición de ángulos del Sistema Internacional de Unidades, aunque en los estudios preuniversitarios y en la vida cotidiana se usan mayoritariamente los grados sexagesimales.

b) Grado sexagesimal: unidad angular que divide una circunferencia en 360 sectores radiales. La unidad se escribe 1° . Cada grado se divide en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos, o lo que es lo mismo, $1^\circ = 60'$ y $1' = 60''$.

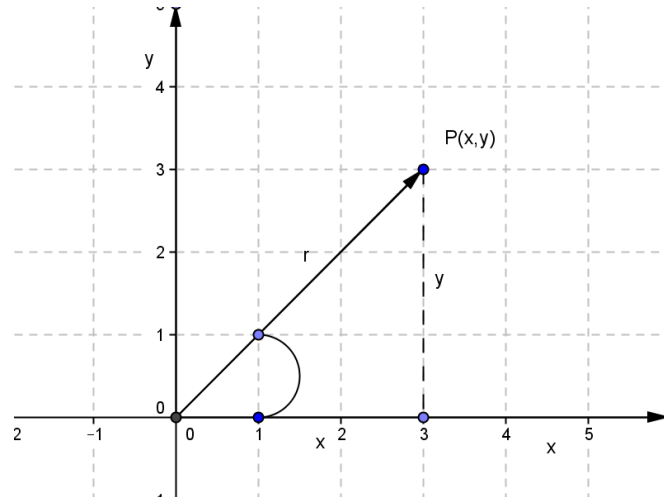
c) Grado centesimal: unidad angular que divide una circunferencia en 400 sectores radiales. La unidad se escribe. Cada grado centesimal se divide en 100 minutos centesimales, y éste, a su vez, en 100 segundos centesimales.

2.2.7.4. Razones Trigonométricas

Para definir las razones trigonométricas se parte de un ángulo no recto dentro de un triángulo rectángulo. La abscisa x y la ordenada y del triángulo pueden tomar

valores positivos o negativos, según se dibuje el triángulo por encima o por debajo del eje X o a la derecha o a la izquierda del eje Y. (Flores, 2001).

Grafico N° 12: Plano cartesiana



Fuente: <http://www.geometria.html>

Elementos de un triángulo rectángulo.

Las seis razones trigonométricas que pueden definirse para el ángulo α son:

- **Seno** del ángulo (símbolo, sen), o cociente entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa. Puede tomar valores entre -1 y $+1$; su inversa es la cosecante (cosec).
- **Coseno** (cos), o cociente entre el cateto adyacente y la hipotenusa. El coseno de un ángulo está comprendido entre -1 y $+1$, y su inversa es la secante (sec).
- **Tangente** (tng), o cociente entre el cateto opuesto y el contiguo.
- Relación entre las razones trigonométricas

En virtud de las definiciones de las razones trigonométricas, es posible establecer las siguientes relaciones entre ellas:

- La tangente de un ángulo se calcula como el cociente entre el seno y el coseno.
- La suma de los cuadrados del seno y el coseno de un ángulo es siempre igual a 1.

$$\text{sen}^2 + \text{cos}^2 = 1$$

- Entre las razones trigonométricas inversas pueden definirse las relaciones:

$$1 + \text{cotg}^2 = \text{cosec}^2, \text{tg}^2 + 1 = \text{sec}^2$$

Las relaciones establecidas nos permiten, conocidas una de las razones trigonométricas de un ángulo y su posición en un cuadrante determinado, conocer las demás. (Granville, 1954).

2.2.7.5. Funciones Trigonómicas o Igualdades Trigonómicas

Senó, coseno y tangente son las tres principales, de ellas tres se derivan todas las demás siendo cosecante, secante y cotangente estas mismas tres solo que en el denominador y en el numerador un número "1", no obstante, es muy importante aprenderlas y aprender también la relación entre ellas.

(Senó) $\text{sen}(t) = y$

(Coseno) $\text{cos}(t) = x$

(Tangente) $\text{tang}(t) = \frac{\text{sen}(t)}{\text{cos}(t)} = \frac{y}{x}$ (Donde "cos (t)" y "x" no pueden ser igual a "0")

(Cosecante) $\text{csc}(t) = \frac{1}{\text{sen}(t)} = \frac{1}{y}$ (Donde "sen (t)" y "y" no puede ser igual a "0")

(Secante) $\text{sec}(t) = \frac{1}{\text{cos}(t)} = \frac{1}{x}$ (Donde "cos (t)" y "x" no puede ser igual a "0")

(Cotangente) $\text{cot}(t) = \frac{\text{cos}(t)}{\text{sen}(t)} = \frac{x}{y}$ (Donde "sen (t)" y "y" no puede ser igual a "0")

Observe que cosecante, secante y cotangente son las mismas primeras tres funciones solo que al revés (< < No es correcto decir que están al revés porque no es así, pero es más fácil entenderlo de esa forma).

También observe que en cada función el denominador no puede ser "0". La variable "t" se usará para ángulos desconocidos en dimensionales de grados y la variable "R" será usada para ángulos desconocidos en dimensionales de radianes.(Granville, 1954).

2.2.7.6. Identidades De Confucianos

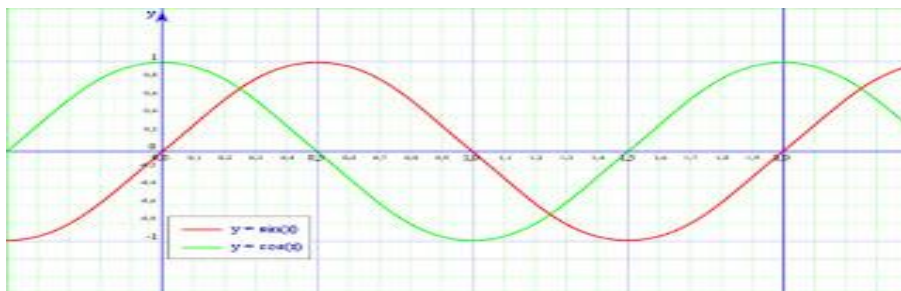
En vista de la necesidad usare la " π " para representar Pi (el Pi que todos conocemos 3.141592654)

$$\text{sen} = \frac{\pi}{2-R} = \cos(R) \quad \text{cos} = \frac{\pi}{2-R} = \text{sen}(R) \quad \text{tan} = \frac{\pi}{2-R} = \cot(R)$$

$$\text{csc} = \frac{\pi}{2-R} = \sec(R) \quad \text{sec} = \frac{\pi}{2-R} = \text{csc}(R) \quad \text{cot} = \frac{\pi}{2-R} = \tan(R)$$

Estas identidades solo pueden trabajar con radianes, y dan a comprender que Pi medios, menos un Angulo cualquiera "R" da como resultado su función contraria (en realidad tampoco son funciones contrarias, es solo una analogía), seno queda igual a coseno y viceversa; lo que sucede es que estas funciones trigonométricas son periódicas y son muy parecidas, como se logra ver en la gráfica.

Grafico N° 13: Angulo "R"



Fuente: <http://www.geometria.html>

Entonces si movemos cualquiera de las dos en un ángulo de $\frac{\pi}{2}$, esta llega a quedar justo sobre la otra, confirmando el hecho de que si al ángulo de seno se le resta o suma $\frac{\pi}{2}$ da como resultado coseno con el mismo ángulo, pero con signo distinto.

- Identidades pitagóricas

$$\text{sen}^2.t + \text{cos}^2.t = 1 \quad 1 + \text{tg}^2.t = \text{sec}^2.t \quad 1 + \text{cot}^2.t = \text{csc}^2.t$$

En estas identidades se usó el ángulo en grados "t", pero también aplican para poder ser usadas en ángulos de radianes.

2.2.7.7. Trigonometría Plana

Es la figura más básica en el estudio de la matemática, la palabra trigonometría significa medida de triángulos. Ejemplos de cosas que podemos medir en un triángulo son las longitudes de los lados, los ángulos, el área, etc. El estudio del sol, la tierra y de los demás planetas se ha promovido por el conocimiento de las razones entre los lados de triángulos semejantes. Eratóstenes (276-194 a.C.) usó triángulos rectángulos semejantes para estimar en 252.000 estadios (39.614,4 km) la circunferencia polar de la tierra. Si lo comparamos con la mejor estimación moderna, 40.008 km, es decir un error de menos del 1%, vemos que, aunque su método tiene alguna imprecisión, su resultado final es notable. Aunque en la historia de las matemáticas, las aplicaciones de la trigonometría se basan en el triángulo rectángulo, el alcance de la trigonometría es mucho más que eso. Hoy la trigonometría es crítica en campos que van desde ciencias de la computación hasta las comunicaciones por satélite.(Granville, 1954).

Trigonometría, rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de triángulos, de las propiedades y aplicaciones de las funciones trigonométricas de ángulos. Las dos ramas fundamentales de la trigonometría son la trigonometría plana, que se ocupa de figuras contenidas en un plano, y la trigonometría esférica, que se ocupa de triángulos que forman parte de la superficie de una esfera.

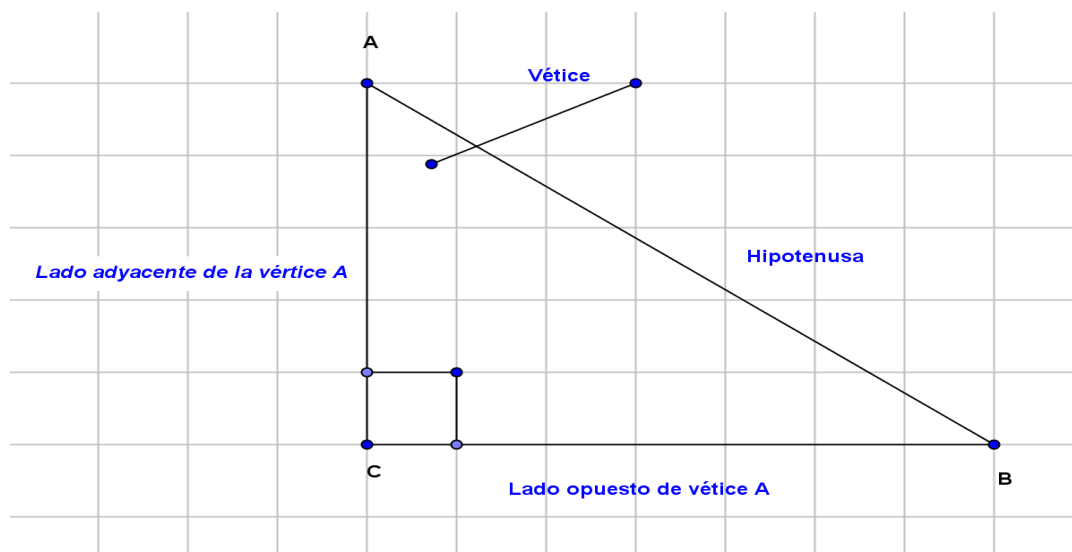
2.2.7.8. Resolución De Triángulos Rectángulos

Los triángulos son figuras geométricas con tres lados y tres ángulos. Existen varios tipos de triángulos, entre ellos el triángulo rectángulo. Este tipo de triángulo se caracteriza por tener uno de sus ángulos con medida igual a 90° . A este ángulo

también se le conoce como ángulo recto. La suma de todos los ángulos en un triángulo es de 180° . En el caso de los triángulos rectángulos, como el ángulo recto mide 90° , entonces los otros dos ángulos sumados son igual a 90° .

El lado que queda opuesto o de frente al ángulo recto, siempre es el lado más largo. A este lado lo denominamos hipotenusa. Los otros dos lados del triángulo lo denominamos catetos. Así que los lados de un triángulo rectángulo están compuestos por la hipotenusa y los catetos. Al igual que con los ángulos de los triángulos, existe una relación entre los catetos y la hipotenusa. Según postulara el matemático Pitágoras en su teoría, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.(Flores, 2001).

Grafico N° 14: Triangulo rectángulo



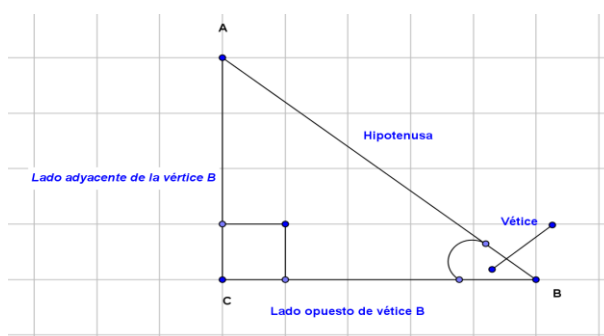
Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.7.9. Funciones Trigonómicas

La trigonometría es el estudio de la relación entre los lados y los ángulos del triángulo rectángulo. Muchas aplicaciones de la trigonometría dependen de esta relación. A estas relaciones las denominamos funciones trigonométricas. Sea el triángulo ABC un triángulo rectángulo con el ángulo recto en el vértice C. Sus

lados a y b son sus catetos y el lado c la hipotenusa. Cada ángulo, en el triángulo tiene un lado opuesto, lado de frente al ángulo, y un lado adyacente, lado que forma parte del ángulo en cuestión.

Grafico N° 15: Funciones trigonométricas



Fuente: <http://www.geometria.html>

De la forma en que ha sido configurado el triángulo en este ejemplo, el vértice A tiene al cateto a como lado opuesto y al cateto b como lado adyacente. De igual forma el vértice B tiene al cateto b como lado opuesto y al cateto a como lado adyacente. Los lados opuestos y adyacentes se intercambian entre sí para los dos ángulos que no son el ángulo recto en el triángulo rectángulo.

$$\text{seno} = \frac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\textit{adyacente}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\text{tan } \theta = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{adyacente}}$$

En el caso del ángulo recto, hay que notar que tiene como lado opuesto a la hipotenusa y no tiene lado adyacente. El identificar los lados opuestos y adyacentes respecto a un ángulo es sumamente importante a la hora de definir las funciones trigonométricas. En esta unidad solamente definiremos las tres funciones trigonométricas básicas: seno, coseno y tangente. (Granville, 1954).

2.2.8. Triángulo

2.2.8.1. Definición

Con origen en el latín triángulos, la palabra triangulo se utiliza para identificar un polígono compuesto por tres lados. Esta figura geométrica se logra a partir de la unión de tres rectas que se interceptan en tres puntos desalineados. Cada uno de estos puntos donde las rectas se unen recibe el nombre de vértice, mientras que los segmentos que se pueden apreciar en la figura reciben el nombre de lados.

Un triángulo, según se desprende de la teoría, siempre tiene tres lados e igual cantidad de vértices y ángulos internos. Es habitual que se conozca por el nombre de sus vértices, designados con letras latinas mayúsculas: triangulo ABC. Existen distintas formas de clasificar un triángulo. Según la amplitud que posean sus ángulos, por ejemplo, un triángulo puede ser rectángulo (cuenta con un ángulo interno recto, delimitado por un par de lados que se conocen como catetos, mientras que el restante recibe el nombre de hipotenusa), acutángulo (sus tres ángulos interiores son agudos) u obtusángulo (uno de sus ángulos es obtuso).

2.2.8.2. Clasificación De Triángulos

a) Triangulo isósceles

El triángulo isósceles El triángulo isósceles aquél que tiene dos lados iguales y uno desigual.

b) Triangulo escaleno:

El triángulo escaleno es aquél que tiene los tres lados desiguales y por lo tanto sus ángulos.

c) Triángulo equilátero:

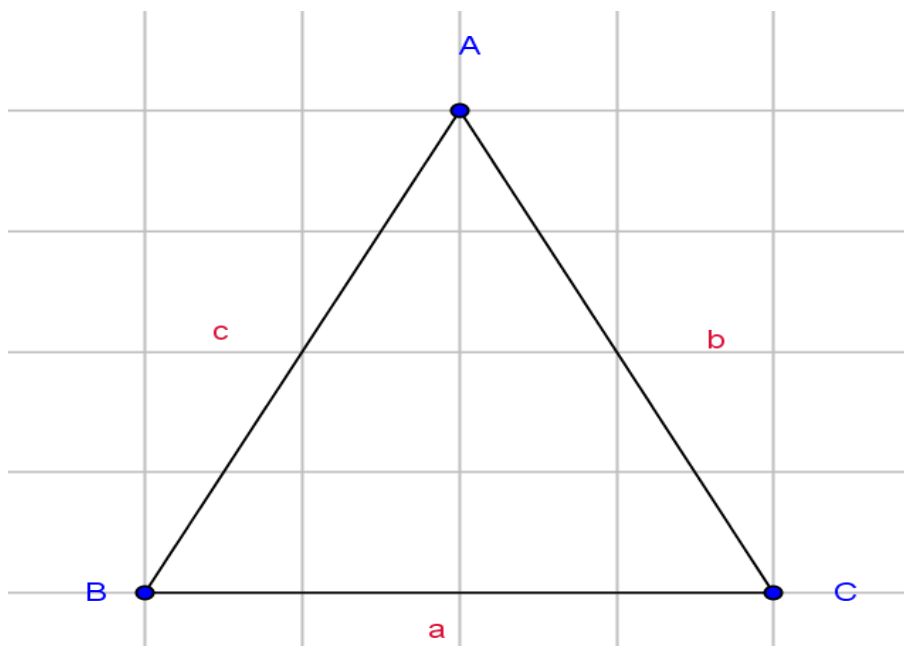
El triángulo equilátero es aquél que tiene los tres lados iguales y por lo tanto sus ángulos, siendo cada uno de 60 grados.

Un triángulo es el polígono que resulta de unir 3 puntos con líneas rectas.

Todo triángulo tiene 3 lados (a, b y c), 3 vértices (A, B y C) y 3 ángulos interiores (A, B y C).

Habitualmente se llama lado a al lado que no forma parte del ángulo A. Lo mismo sucede con los lados b y c y los ángulos B y C.

Gráfico N° 16: Triángulo equilátero



Fuente: <http://www.geometria.html>

Los triángulos podemos clasificarlos según 2 criterios:

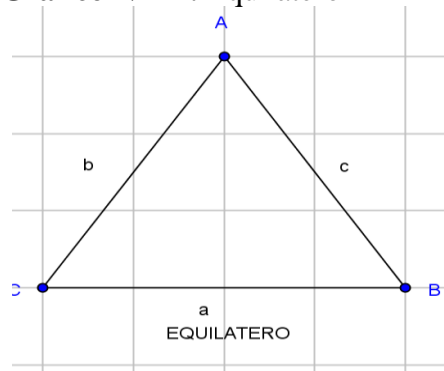
2.2.8.2.1. Según la medida de sus lados

- Equilátero

Los 3 lados (a, b y c) son iguales

Los 3 ángulos interiores son iguales

Grafico N° 17: Equilátero



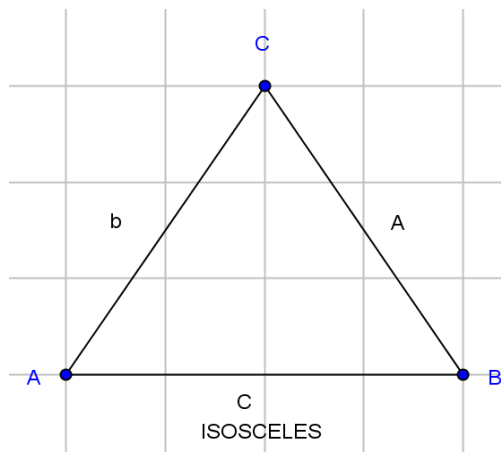
Fuente: <http://www.geometria.html>

- Isósceles

Tienen 2 lados iguales (a y b) y un lado distinto (c)

Los ángulos A y B son iguales, y el otro agudo es distinto

Grafico N° 18: Isósceles



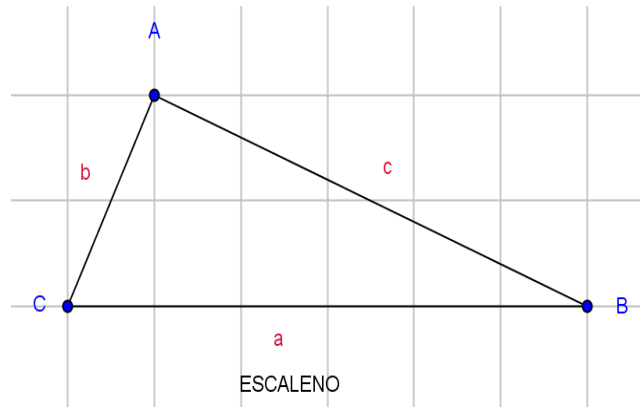
Fuente: <http://www.geometria.html>

- Escaleno

Los 3 lados son distintos

Los 3 ángulos son también distintos

Grafico N° 19: Escaleno



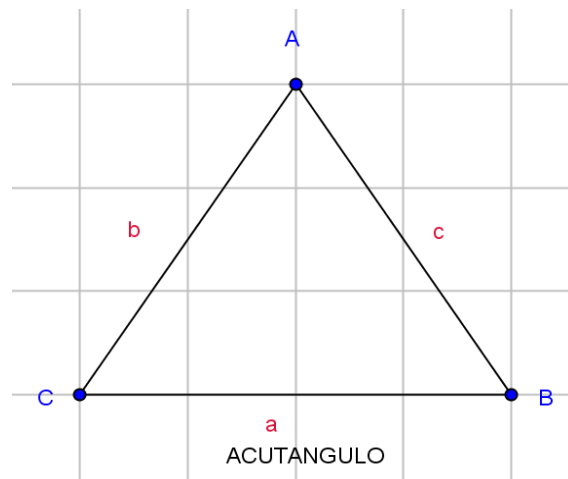
Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.8.2.2. Según la medida de sus ángulos

- Acutángulo

Tienen los 3 ángulos agudos (menos de 90 grados)

Grafico N° 20: Acutángulo



Fuente: <http://www.geometria.html>

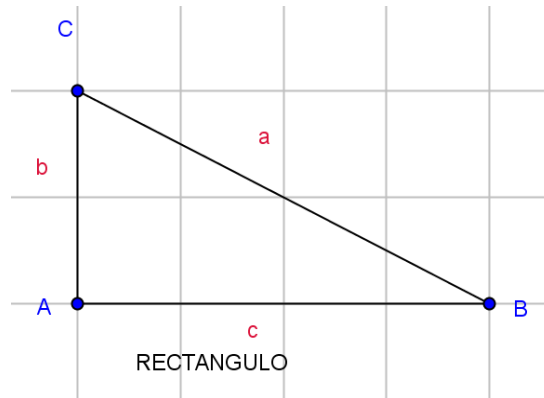
- Rectángulo

El ángulo interior A es recto (90 grados) y los otros 2 ángulos son agudos

Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos (c y b), el otro lado hipotenusa.

Hipotenusa.

Grafico N° 21: Rectángulo



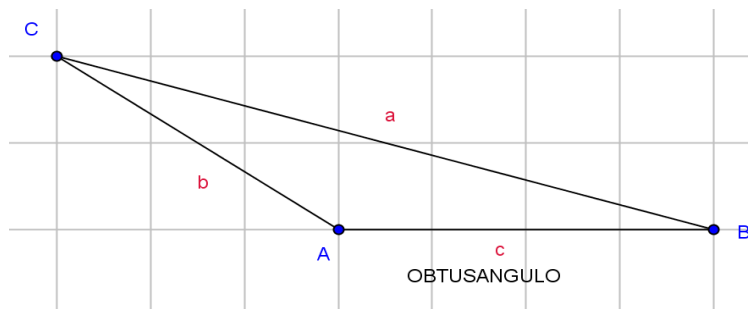
Fuente: <http://www.geometria.html>

- Obtusángulo

El ángulo interior A es obtuso (más de 90 grados)

Los otros 2 ángulos son agudos

Grafico N° 22: Obtusángulo



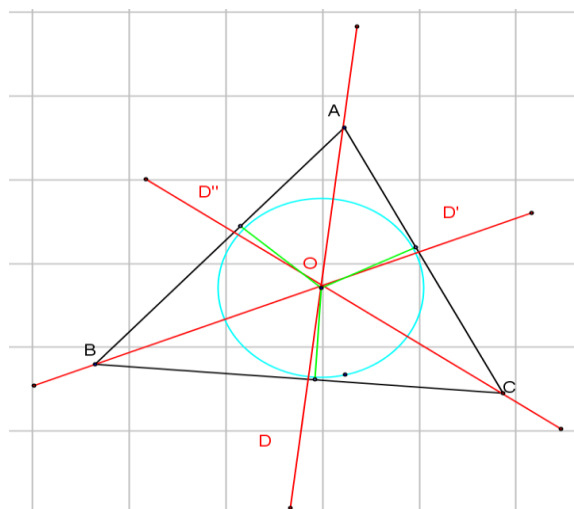
Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.9. Productos Notables De Triángulos

Mediatrices: son las rectas perpendiculares a los lados que dividen a éstos en partes iguales.

Bisectrices: son las rectas que dividen a los ángulos en partes iguales.

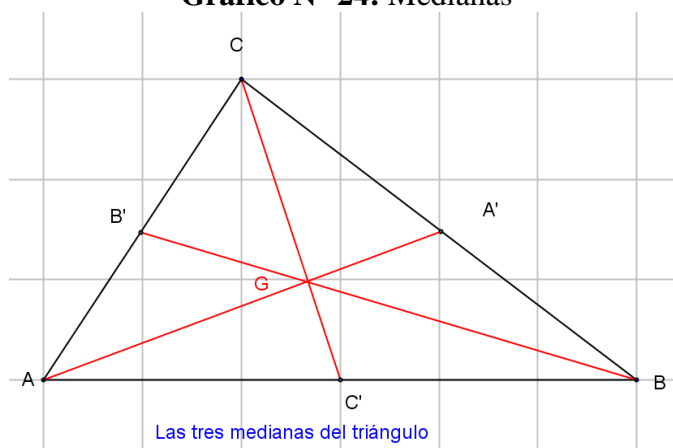
Grafico N° 23: Bisectrices



Fuente: <http://www.geometria.html>

Medianas: son los segmentos que unen los vértices con los puntos medios de los lados opuestos.

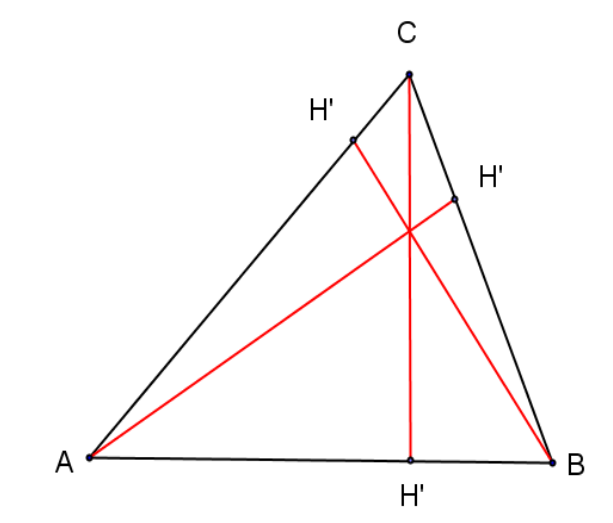
Grafico N° 24: Medianas



Fuente: <http://www.geometria.html>

Alturas: son los segmentos perpendiculares a los lados (o a la prolongación de éstos) que tienen su otro extremo en el vértice opuesto.

Grafico N° 25: Medianas

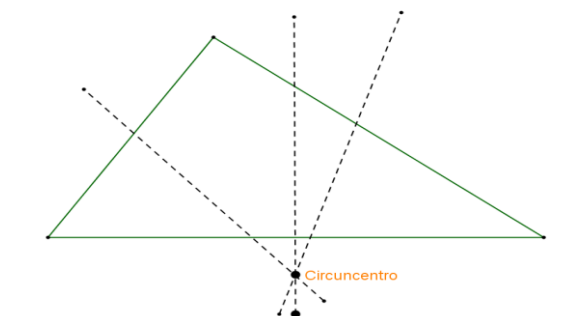


Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.9.1. Puntos notables de un triángulo

Circuncentro: es el punto en el que se encuentran las mediatrices. Este punto no siempre es interior al triángulo. (En los triángulos con un ángulo obtuso, es exterior; en el caso de los triángulos rectángulos, pertenece a la hipotenusa.)

Grafico N° 26: Circuncentro

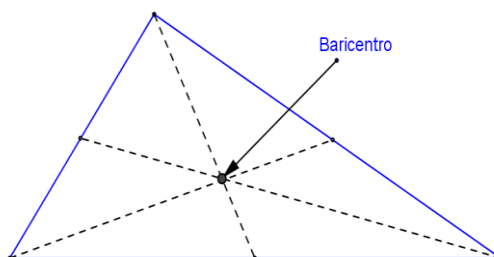


Fuente: <http://www.geometria.html>

Centro: es el punto en el que se encuentran las bisectrices. El centro es siempre interior al triángulo, de ahí su nombre.

Baricentro: es el punto en el que se encuentran las medianas. En un cuerpo real de forma triangular, el baricentro es el centro de masa (de ahí su nombre, gr. baros = "gravedad"), es decir, el punto desde el cual se puede tomar el cuerpo sin que manifieste tendencia a girar. El baricentro es siempre interior al triángulo.

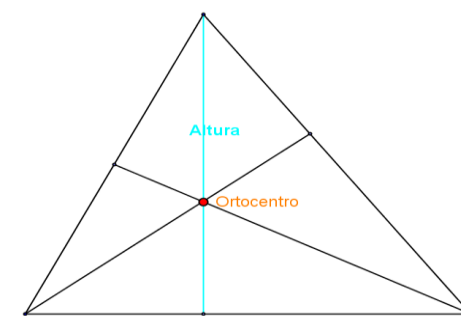
Grafico N° 27: Incentro



Fuente: <http://www.geometria.html>

Orto centro: es el punto de encuentro de las alturas. Este punto no siempre es interior al triángulo. (En los triángulos con un ángulo obtuso, es exterior. En el caso de los triángulos rectángulos, coincide con el vértice del ángulo recto.)

Grafico N° 28: Orto centro

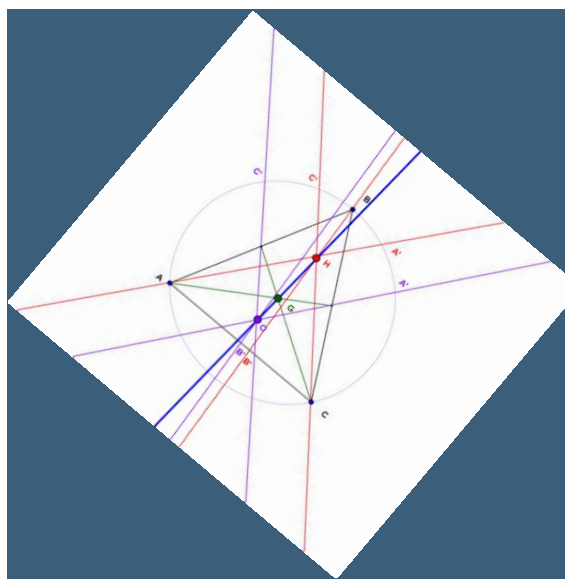


Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.9.2. La recta de Euler.

La recta de Euler de un triángulo es aquella que contiene al Orto centro, al Circuncentro y al baricentro del mismo. Se llama así en honor al matemático suizo Leonhard Euler, quien descubrió este hecho a mediados del siglo XVIII.

Grafico N° 29: Recta de Euler



Fuente: <http://www.geometria.html>

2.2.10. Rendimiento Académico

2.2.10.1. Definición

Es una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación.

De la misma forma, ahora desde una perspectiva propia del estudiante, se define el rendimiento como la capacidad de responder satisfactoriamente frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos

pre-establecidos. Este tipo de rendimiento académico puede ser entendido en relación con un grupo social que fija los niveles mínimos de aprobación ante un determinado grupo de conocimientos o aptitudes.

El rendimiento académico se define en forma operativa y tácita afirmando que se puede comprender el rendimiento previo como el número de veces que el estudiante ha repetido uno o más cursos. El rendimiento académico es el resultado obtenido por el individuo en determinada actividad académica, el concepto de rendimiento está ligado al de aptitud, y sería el resultado de ésta, de factores volitivos, afectivos y emocionales, además de la ejercitación.

El rendimiento académico como la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período, año o semestre, que se sintetiza en un calificativo final (cuantitativo en la mayoría de los casos) evaluador del nivel alcanzado.

Resumiendo, el rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador. En tal sentido, el rendimiento académico se convierte en una "tabla imaginaria de medida" para el aprendizaje logrado en el aula, que constituye el objetivo central de la educación. Sin embargo, en el rendimiento académico, intervienen muchas otras variables externas al sujeto, como la calidad del maestro, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo, etc., y variables psicológicas o internas, como la actitud hacia la asignatura, la inteligencia, la personalidad, las actividades que realice el estudiante, la motivación, etc. El rendimiento académico o escolar parte del presupuesto de que el alumno es responsable de su rendimiento. En tanto que el aprovechamiento está referido, más bien, al resultado del proceso enseñanza-aprendizaje, de cuyos niveles de eficiencia son responsables tanto el que enseña como el que aprende. (Ruiz, 2005).

2.2.10.2. Características Del Rendimiento Académico

Después de realizar un análisis comparativo de diversas definiciones del rendimiento académico, se puede concluir que hay un doble punto de vista, estático y dinámico, que encierran al sujeto de la educación como ser social. En general, el rendimiento académico es caracterizado del siguiente modo:

- a) el rendimiento en su aspecto dinámico responde al proceso de aprendizaje, como tal está ligado a la capacidad y esfuerzo del alumno;
- b) en su aspecto estático comprende al producto del aprendizaje generado por el estudiante y expresa una conducta de aprovechamiento;
- c) el rendimiento está ligado a medidas de calidad y a juicios de valoración;
- d) el rendimiento es un medio y no un fin en sí mismo;
- e) el rendimiento está relacionado a propósitos de carácter ético que incluye expectativas económicas, lo cual hace necesario un tipo de rendimiento en función al modelo social vigente.

2.2.10.3. El Rendimiento Académico en las Unidades Educativas

En consonancia con esa caracterización y en directa relación con los propósitos de la investigación, es necesario conceptuar el rendimiento académico. Para ello se requiere previamente considerar dos aspectos básicos del rendimiento: el proceso de aprendizaje y la evaluación de dicho aprendizaje. El proceso de aprendizaje no será abordado en este estudio. Sobre la evaluación académica hay una variedad de postulados que pueden agruparse en dos categorías: aquellos dirigidos a la consecución de un valor numérico (u otro) y aquellos encaminados a propiciar la comprensión en términos de utilizar también la evaluación como parte del aprendizaje. En el presente trabajo interesa la primera categoría, que se expresa en los calificativos universitarios. Las calificaciones son las notas o expresiones cuantitativas o cualitativas con las que se valora o mide el nivel del rendimiento académico en los estudiantes. Las calificaciones son el resultado de los exámenes o de la evaluación continua a que se ven sometidos los estudiantes. Medir o evaluar los rendimientos es una tarea compleja que exige del docente obrar con la máxima

objetividad y precisión. En el sistema educativo ecuatoriano, en especial en las universidades, la mayor parte de las calificaciones se basan en el sistema decimal, es decir de 0 a 10. Sistema en el cual el puntaje obtenido se traduce a la categorización del logro del aprendizaje. (Edel, 2003).

2.2.10.4. Indicadores Del Rendimiento Académico

Los indicadores cuantitativos resultan referentes necesarios para las diferentes dimensiones, variables y criterios que se asuman dentro de la metodología de evaluación y acreditación de la calidad educativa, y constituyen instrumentos de mucho valor e importancia teórica, metodológica y práctica en la dirección científica de los procesos sustantivos de la formación de los profesionales en las universidades, al analizar la situación y proyección de las investigaciones pedagógicas, refiere que un primer nivel debería estar cubierto por la urgente necesidad de la actualización de datos estadísticos y por la elaboración de bases de información sobre experiencias exitosas. Sin una poderosa información cuantitativa sistematizada y ordenada con alto valor descriptivo y diagnóstico, seguirá siendo débil cualquier intento de contextualización empírica y desarrollo teórico sobre la calidad de la educación. Urge por tanto, la necesidad de actualizar las bases de datos de este nivel educativo en la mayoría de los países y que los investigadores de las Instituciones de Educación Superior participen con investigaciones cuantitativas para actualizar y analizar las principales variables que den cuenta del estado de sus propias instituciones, pues la mayoría de los países, carece todavía de un sistema confiable de indicadores básicos para monitorear el desarrollo de su sistema educativo y esta ausencia de información sistematizada acerca de la calidad de la educación, incluyendo el rendimiento de los estudiantes, es particularmente problemática. Entre los indicadores cuantitativos del rendimiento como referentes de calidad y eficiencia de un programa de formación profesional o de un curso de una materia específica, podrían citarse: tasas de retención y deserción académica, promoción sobre la matrícula inicial y final, calificación o nota por materia, calificaciones entre diferentes materias y para el ciclo de formación, número de

graduados y eficiencia académica interna. Estas variables que expresan el aprovechamiento docente de los estudiantes, al mismo tiempo reflejan los resultados del trabajo académico y expresan la eficiencia y calidad con la que directivos, profesores y estudiantes interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje.(Bottani, 2008).

2.2.10.5. Factores Que Inciden En El Rendimiento Académico

Desde la dificultad propia de algunas asignaturas, hasta la gran cantidad de exámenes que pueden coincidir en una fecha, pasando por la amplia extensión de ciertos programas educativos, son muchos los motivos que pueden llevar a un alumno a mostrar un pobre rendimiento académico. Otras cuestiones están directamente relacionadas al factor psicológico, como la poca motivación, el desinterés o las distracciones en clase, que dificultan la comprensión de los conocimientos impartidos por el docente y termina afectando al rendimiento académico a la hora de las evaluaciones.

Por otra parte, el rendimiento académico puede estar asociado a la subjetividad del docente cuando corrige. Ciertas materias, en especial aquellas que pertenecen a las ciencias sociales, pueden generar distintas interpretaciones o explicaciones, que el profesor debe saber analizar en la corrección para determinar si el estudiante ha comprendido o no los conceptos. En todos los casos, los especialistas recomiendan la adopción de hábitos de estudio saludables (por ejemplo, no estudiar muchas horas seguidas en la noche previa al examen, sino repartir el tiempo dedicado al estudio) para mejorar el rendimiento escolar. (Ruiz, 2005).

2.2.10.6. Resultado Del Rendimiento Académico

El rendimiento académico refleja el resultado de las diferentes y complejas etapas del proceso educativo y al mismo tiempo, una de las metas hacia las que convergen todos los esfuerzos y todas las iniciativas de las autoridades educacionales, maestros, padres de familia y estudiantes.

No se trata de cuanta materia han memorizado los educandos sino de cuanto de ello han incorporado realmente a su conducta, manifestándolo en su manera de sentir, de resolver los problemas y hacer o utilizar cosas aprendidas. La comprobación y la evaluación de sus conocimientos y capacidades. Las notas dadas y la evaluación tienen que ser una medida objetiva sobre el estado de los rendimientos de los alumnos. El rendimiento educativo lo consideramos como el conjunto de transformaciones operadas en el educando, a través del proceso de enseñanza aprendizaje, que se manifiesta mediante el crecimiento y enriquecimiento de la personalidad en formación.

El rendimiento educativo sintetiza la acción del proceso educativo, no solo en el aspecto cognoscitivo logrado por el educando, sino también en el conjunto de habilidades, destrezas, aptitudes, ideales, intereses, etc. Con esta síntesis están los esfuerzos de la sociedad, del profesor y del rendimiento enseñanza - aprendizaje, el profesor es el responsable en gran parte del rendimiento escolar. Consideramos que en el rendimiento educativo intervienen una serie de factores entre ellos la metodología del profesor, el aspecto individual del alumno, el apoyo familiar entre otros.

Hay que aclarar que la acción de los componentes del proceso educativo, solo tienen afecto positivo cuando el profesor logra canalizarlos para el cumplimiento de los objetivos previstos, aquí la voluntad del educando traducida en esfuerzo es vital, caso contrario no se debe hablar de rendimiento. En todos los tiempos, dentro de la educación sistematizada, los educadores se han preocupado por lo que la pedagogía conocemos con el nombre de aprovechamiento o rendimiento escolar, fenómeno que se halla estrechamente relacionado con el proceso enseñanza - aprendizaje. La idea que se sostiene de rendimiento escolar, desde siempre y aún en la actualidad, corresponde únicamente a la suma de calificativos producto del “examen” de conocimientos, a que es sometido el alumno.

Desde este punto de vista el rendimiento escolar ha sido considerado muy unilateralmente, es decir, sólo en relación al aspecto intelectual. Esta situación se convirtió en norma, principio y fin, exigiendo al educando que “rindiese” repitiendo de memoria lo que se le enseña “más a la letra”, es decir, cuando más fiel es la repetición se considera que el rendimiento era mejor. Al rendimiento escolar lo debemos considerar, dejando de lado lo anotado en el párrafo anterior, pues lo más importante son los alumnos.

Estos cambios conductuales se objetivaban a través de las transformaciones, formas de pensar y obrar, así como en la toma de conciencia de las situaciones problemáticas. En resumen, el rendimiento debe referirse a la serie de cambios conductuales expresados como resultado de la acción educativa. Por lo dicho, el rendimiento no queda limitado en los dominios territoriales de la memoria, sino que trasciende y se ubica en el campo de la comprensión y sobre todo en los que se hallan implícitos los hábitos, destrezas, habilidades, etc. (Dienes, 2005).

2.2.10.7. Tipos De Rendimiento Educativo

a) Rendimiento Individual

Es el que se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. Lo que permitirá al profesor tomar decisiones pedagógicas posteriores. Los aspectos de rendimiento individual se apoyan en la exploración de los conocimientos y de los hábitos culturales, campo cognoscitivo o intelectual. También en el rendimiento intervienen aspectos de la personalidad que son los afectivos. Comprende:

b) Rendimiento General

Es el que se manifiesta mientras el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las Líneas de Acción Educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno.

c) Rendimiento específico

Es el que se da en la resolución de los problemas personales, desarrollo en la vida profesional, familiar y social que se les presentan en el futuro. En este rendimiento la realización de la evaluación de más fácil, por cuanto si se evalúa la vida afectiva del alumno, se debe considerar su conducta parcelada mente: sus relaciones con el maestro, con las cosas, consigo mismo, con su modo de vida y con los demás.

2.2.10.8. Para Lograr Un Alto Rendimiento Académico

Criterios que definen un ambiente familiar propicio para un alto rendimiento académico y un posterior éxito personal y social de los hijos e hijas.

- Unidad de criterios entre los padres.
- Firmeza y autoridad en lo fundamental, practicada y ejercida por igual entre padre y madre.
- Respeto a un horario familiar más o menos flexible.
- Constancia y fortaleza para solicitar al niño (a) el cumplimiento de las obligaciones y deberes, de acuerdo a su edad y desarrollo.
- Expresiones cálidas de estima y aprecio a los hijos (as).
- Ayuda y estímulo a los hijos (as) para que consigan las cosas por sus propios medios. • Cooperación con los docentes de los hijos.
- Diálogo en las relaciones padres e hijos.

2.2.11. Actualización De La Reforma Curricular Área De Matemática

2.2.11.1. Importancia

La sociedad del tercer milenio en la cual vivimos es de cambios acelerados en el campo de la ciencia y la tecnología: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente. Por esta razón, tanto el aprendizaje como la enseñanza de la Matemática deben estar

enfocados en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño, necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico. El saber Matemática, además de ser satisfactorio, es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo “matematizado”. La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en esta ciencia, a través de establecer concatenaciones lógicas de razonamiento como, por ejemplo, escoger la mejor alternativa de compra de un producto, entender los gráficos estadísticos e informativos de los periódicos, decidir sobre las mejores opciones de inversión; asimismo, que interpretar el entorno, los objetos cotidianos, las obras de arte, entre otras. La necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación en las más variadas profesiones. El tener afianzadas las destrezas con criterios de desempeño matemático, facilita el acceso a una gran variedad de carreras profesionales y diferentes ocupaciones que pueden resultar especializadas. El aprender cabalmente Matemática y el saber transferir estos conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida del estudiantado, y más tarde al ámbito profesional, además de aportar resultados positivos en el plano personal, genera cambios importantes en la sociedad. Siendo la educación el motor del desarrollo de un país, dentro de ésta, el aprendizaje de la Matemática es Área de Matemática uno de los pilares más importantes, ya que, además de enfocarse en lo cognitivo, desarrolla destrezas esenciales que se aplican día a día en todos los entornos, tales como: el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas

2.2.11.2 Eje Integrador

Es por esto que el eje curricular integrador del área es: “desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida”, es decir, cada año de la Educación General Básica debe promover en los estudiantes la habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias, metodologías activas y recursos, no únicamente como una herramienta de aplicación, sino también como

una base del enfoque general para el trabajo en todas las etapas del proceso de enseñanza -aprendizaje en esta área. El eje curricular integrador del área de Matemática se apoya en los siguientes ejes del aprendizaje: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación. Se puede usar uno de estos ejes o la combinación de varios de ellos en la resolución de problemas. El razonamiento matemático es un hábito mental y como tal debe ser desarrollado mediante un uso coherente de la capacidad de razonar y pensar analíticamente, es decir, debe buscar conjeturas, patrones, regularidades, en diversos contextos ya sean reales o hipotéticos. Otra forma es la discusión, a medida que los estudiantes presentan diferentes tipos de argumentos van incrementando su razonamiento. La demostración matemática es la manera “formal” de expresar tipos particulares de razonamiento, argumentos y justificaciones propios para cada año de Educación General Básica. El seleccionar el método adecuado de demostración de un argumento matemático ayuda a comprender de una mejor forma los hechos matemáticos. Este proceso debe ser empleado tanto por estudiantes como docentes. La comunicación se debe trabajar en todos los años es la capacidad de realizar conjeturas, aplicar información, descubrir y comunicar ideas. Es esencial que los estudiantes desarrollen la capacidad de argumentar y explicar los procesos utilizados en la resolución de un problema, de demostrar su pensamiento lógico matemático, y de interpretar fenómenos y situaciones cotidianas, es decir, un verdadero aprender a aprender.

2.2.11.3. Bloques Curriculares

El área de Matemática se estructura en cinco bloques curriculares que son:

- **Bloque de relaciones y funciones:** Este bloque se inicia en los primeros años de Educación General Básica con la reproducción, descripción, construcción de patrones de objetos y figuras. Posteriormente se trabaja con la identificación de regularidades, el reconocimiento de un mismo patrón bajo diferentes formas y el uso de patrones para predecir valores; cada año con diferente nivel de

complejidad hasta que los estudiantes sean capaces de construir patrones de crecimiento exponencial. Este trabajo con patrones, desde los primeros años, permite fundamentar los conceptos posteriores de funciones, ecuaciones y sucesiones, contribuyendo a un desarrollo del razonamiento lógico y comunicabilidad matemática.

- **Bloque numérico:** En este bloque se analizan los números, las formas de representarlos, las relaciones entre los números y los sistemas numéricos, comprender el significado de las operaciones y cómo se relacionan entre sí, además de calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.
- **Bloque geométrico:** Se analizan las características y propiedades de formas y figuras de dos y tres dimensiones, además de desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas, especificar localizaciones, describir relaciones espaciales, aplicar transformaciones y utilizar simetrías para analizar situaciones matemáticas, potenciando así un desarrollo de la visualización, el razonamiento espacial y el modelado geométrico en la resolución de problemas.
- **Bloque de medida:** El bloque de medida busca comprender los atributos medibles de los objetos tales como longitud, capacidad y peso desde los primeros años de Educación General Básica, para posteriormente comprender las unidades, sistemas y procesos de medición y la aplicación de técnicas, herramientas y fórmulas para determinar medidas y resolver problemas de su entorno.
- **Bloque de estadística y probabilidad:** En este bloque se busca que los estudiantes sean capaces de formular preguntas que pueden abordarse con datos, recopilar, organizar en diferentes diagramas y mostrar los datos pertinentes para responder a las interrogantes planteadas, además de desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; entender y aplicar conceptos básicos de probabilidades, convirtiéndose en una herramienta clave para la mejor comprensión de otras disciplinas y de su vida cotidiana.

2.2.11.4. Perfil De Salida

Durante los diez años de Educación General Básica, el área de Matemática busca formar ciudadanos que sean capaces de argumentar y explicar los procesos utilizados en la resolución de problemas de los más variados ámbitos y, sobre todo, con relación a la vida cotidiana. Teniendo como base el pensamiento lógico y crítico, se espera que el estudiantado desarrolle la capacidad de comprender una sociedad en constante cambio, es decir, queremos que los estudiantes sean comunicadores matemáticos, y que puedan usar y aplicar de forma flexible las reglas y modelos matemáticos. Al finalizar los diez años de Educación General Básica, los educandos poseerán el siguiente perfil de salida en el área de Matemática y que ha sido resumido en los siguientes puntos:

Resolver, argumentar y aplicar la solución de problemas a partir de la sistematización de los campos numéricos, las operaciones aritméticas, los modelos algebraicos, geométricos y de medidas sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico en vínculo con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático.

Aplicar las tecnologías de la información y la comunicación en la solución de problemas matemáticos en relación con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático. Objetivos educativos del área Los objetivos generales del área de Matemática son:

- Demostrar eficacia, eficiencia, contextualización, respeto y capacidad de transferencia al aplicar el conocimiento científico en la solución y argumentación de problemas por medio del uso flexible de las reglas y modelos matemáticos para comprender los aspectos, conceptos y dimensiones matemáticas del mundo social, cultural y natural.

- Crear modelos matemáticos, con el uso de todos los datos disponibles, para la resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Valorar actitudes de orden, perseverancia, capacidades de investigación para desarrollar el gusto por la Matemática y contribuir al desarrollo del entorno social y natural. (Ecuador, 2010)

2.3. Definición De Términos Básicos

- **Aprendizaje:** Es un cambio permanente de la conducta de la persona como resultado de la experiencia. Se refiere al cambio en la conducta o al potencial de la conducta de un sujeto en una situación dada, como producto de sus repetidas experiencias en dicha situación.
- **Aula:** Área destinada a impartir clases en un centro de enseñanza.
- **Docente:** Persona en el proceso de enseñanza aprendizaje, desempeñando funciones pedagógicas impartiendo conocimientos y orientando a los estudiantes.
- **Estudiante:** Es la persona matriculada en cualquier grado de los diversos niveles, servicios, modalidades y programas del Sistema Educativo.
- **Escuela:** Conjunto organizado de recursos humanos y físicos que funcionan bajo una autoridad de un director o responsable, dedicado a impartir educación a estudiantes de un mismo nivel educativo y con un turno y horario determinado.
- **Habilidad:** Capacidad y disposición para algo. Gracia y destreza en ejecutar algo que sirve de adorno a la persona, como bailar, montar a caballo, etc.

- **Integral:** Dicho de cada una de las partes de un todo: Que entra en su composición sin serle esencial, de manera que el todo puede subsistir, aunque incompleto sin ella.
- **Indicadores Educativos:** Instrumentos que nos permiten medir y conocer la tendencia y las desviaciones de las acciones educativas, con respecto a una meta o unidad de medida esperada o establecida; así como plantear previsiones sobre la evolución futura de los fenómenos educativos.
- **Nivel Educativo:** Cada una de las etapas que forman la educación de un individuo tomando como base un promedio de edad determinada. El cual al finalizar se le otorga un certificado de acreditación del nivel en cuestión.
- **Pedagógica.** - Con arreglo a la pedagogía, de una manera pedagógica.
- **Planeación.** - Trazar o formar el plan de una obra.
- **Proceso.** - Conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación.

2.4. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

Elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana ``resolución de triángulos`` mejora el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año ``A`` de la Unidad Educativa Carlos Cisneros durante el periodo septiembre 2015 – Julio 2016.

2.5. VARIABLES DE LA INVESTIGACIÓN

2.5.1 VARIABLE INDEPENDIENTE

Módulo didáctico Trigonometría plana

2.5.2 VARIABLE DEPENDIENTE

Rendimiento académico

2.6 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES:

TABLA N° 3 Variable Independiente: Modulo didáctico Trigonometría plana

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>Se conoce como módulo a una estructura o bloque conformado de acuerdo a los parámetros establecidos y al tema que se ha planteado.</p> <p>Es la figura más básica en el estudio de la matemática, la palabra trigonometría significa medida de triángulos.</p> <p>La didáctica es la rama de la Pedagogía que se encarga de buscar métodos y técnicas para mejorar la enseñanza, definiendo las pautas para conseguir que los conocimientos lleguen de una forma más eficaz a los educados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Modulo • Trigonometría • Didáctica 	<p>Didáctico</p> <p>Diversificados</p> <p>Básicos</p> <p>Plana</p> <p>Esférica</p> <p>Analítica</p> <p>Especial</p> <p>General</p>	<p>TÉCNICA</p> <p>La encuesta</p> <p>INSTRUMENTOS</p> <p>El cuestionario</p>

Revisado por: Eduardo Patricio Gualán Valente

TABLA N° 4 Variable Dependiente: Rendimiento académico

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>Es una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidades • Proceso • Formación 	<p>Prácticos Ejercicios comparativo</p> <p>Didáctica aprendizaje esfuerzo</p> <p>Propósitos Formación</p>	<p>TÉCNICA La encuesta</p> <p>INSTRUMENTOS El cuestionario</p>

Revisado por: Eduardo Patricio Gualán Valente

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Método Científico

Para la realización del método científico se siguió los siguientes pasos:

- Observación
- Experimentación
- Inducción de leyes

3.1.1. Método hipotético deductivo: este método sirvió como un camino para hacer de la actividad una práctica científica, en él se planteó una hipótesis que se podrá analizar deductiva o inductivamente.

3.2. Tipo De Investigación

3.2.1. Descriptiva. -Se enfocó en resolver problemas en la Unidad Educativa Carlos Cisneros, en beneficio de esta población escolar específica y se explicó la influencia del módulo didáctico en el rendimiento académico.

3.2.2. Exploratoria. - Ayudó a dar una visión general, de tipo aproximativo, respecto a la realidad planteada, además me permitió hacer una exploración del tema formular la hipótesis planteada.

3.2.3. Correlacional. -Permitió definir la relación existente entre las dos variables de estudio, además determinar el grado de relación o asociación no causal existente entre las variables, primero se midió las variables y luego, mediante pruebas de hipótesis y aplicación de técnicas estadísticas, se estimó la correlación.

3.3 Diseño De La Investigación

3.3.1. De campo. - se analizó sistemáticamente los problemas de la realidad, con el propósito de describirlos o interpretarlos entendiendo su naturaleza y los factores constituyentes de la aplicación de una guía didáctica, en el lugar donde se presentó el problema.

3.4 Población Y Muestra

3.4.1 Población

TABLA N°4 Población

CONTENIDO	NÚMERO	PORCENTAJES
Docentes	18	36
Estudiantes	32	64
TOTAL	50	100%

Fuente: Secretaria de la Unidad Educativa Carlos Cisneros
Revisado por: Eduardo Patricio Gualán Valente

3.4.2 Muestra

En vista de que la población involucrada en la presente investigación no es extensa se procedió a trabajar con el 100% de la población.

3.5 Técnicas E Instrumentos De Recolección De Datos

3.5.1. Técnicas

Para la recolección de datos se trabajó con la técnica de:

3.5.1.1. Encuesta

Esta técnica de recolección de información, permitió posteriormente poder tabular con más claridad los datos obtenidos.

3.5.2. Instrumentos

3.5.2.1. El Cuestionario

Se caracteriza por consultar a una población de manera relativamente rápida y económica para la obtención de datos, las mismas que serán de tipo cerradas, es decir, que la persona debe marcar lo que le parece correcto.

3.6 Técnicas De Procedimiento Para El Análisis De Datos

Los resultados obtenidos serán tabulados en forma estadística, se los presentó en gráficos y cuadros estadísticos con su respectivo análisis e interpretación, que permitió verificar la hipótesis planteada, además fue un estudio cualitativo en la cual se verificó la incidencia de la variable 1 sobre la variable 2.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE LA ENCUESTAS PRE TEST DEL MÓDULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS”

Pregunta N°1.- ¿Conoce usted un módulo didáctico para trabajar en el área de trigonometría plana?

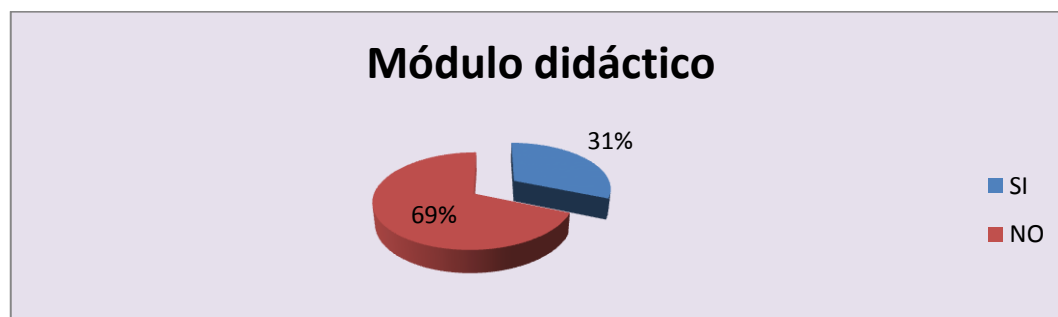
Cuadro N°1 Conocimiento del módulo didáctico

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	10	31
NO	22	69
TOTAL	32	100,0

Fuente: Encuestas

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 1 Conocimiento del módulo didáctico



Fuente: Cuadro N°1

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 69% de los estudiantes manifiestan que no conocen un módulo el 31% sí.

b) INTERPRETACIÓN: Se evidencia claramente que los estudiantes no están trabajando con herramientas adecuada para un mejor aprendizaje por desconocimiento.

Pregunta N°2.- ¿Ha utilizado un módulo didáctico en el salón de clases para la resolución de triángulos?

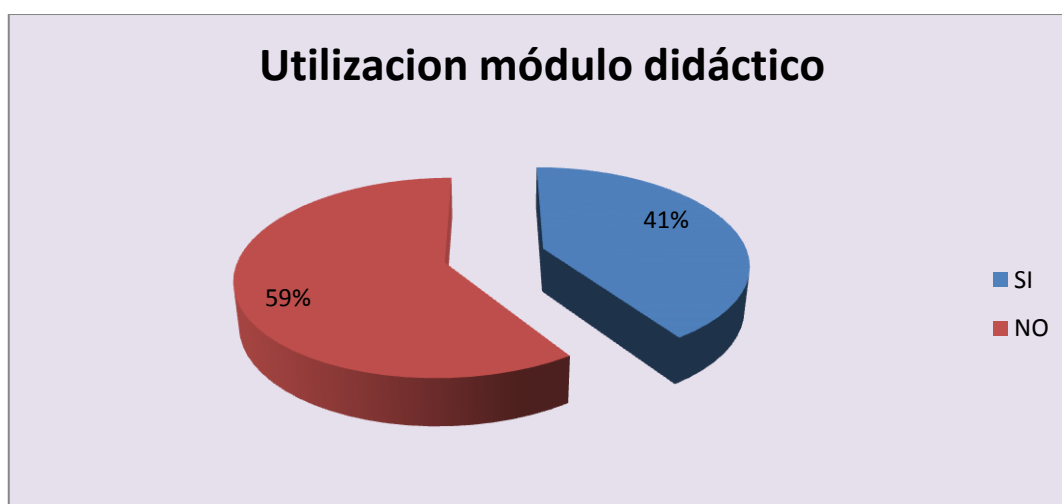
Cuadro N°2 Utilización del modulo

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	13	41
NO	19	59
TOTAL	32	100

Fuente: Encuestas

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 2 Utilización del modulo



Fuente: Cuadro N°2

Elaborado por: Eduardo Gualán

ANÁLISIS:

El 59% de los estudiantes manifiestan que no ha utilizado un módulo didáctico de trigonometría en el salón de clases para la resolución de triángulos el 41% sí.

INTERPRETACIÓN:

Se evidencia falacias en el proceso de aprendizaje ya que no están contando con herramientas de apoyo que le permitan una mejor captación de trigonometría lo que afecta directamente en su rendimiento académico.

Pregunta N°3.- ¿Cree usted que podría elevar el rendimiento académico, utilizando una estrategia diferente a la clase?

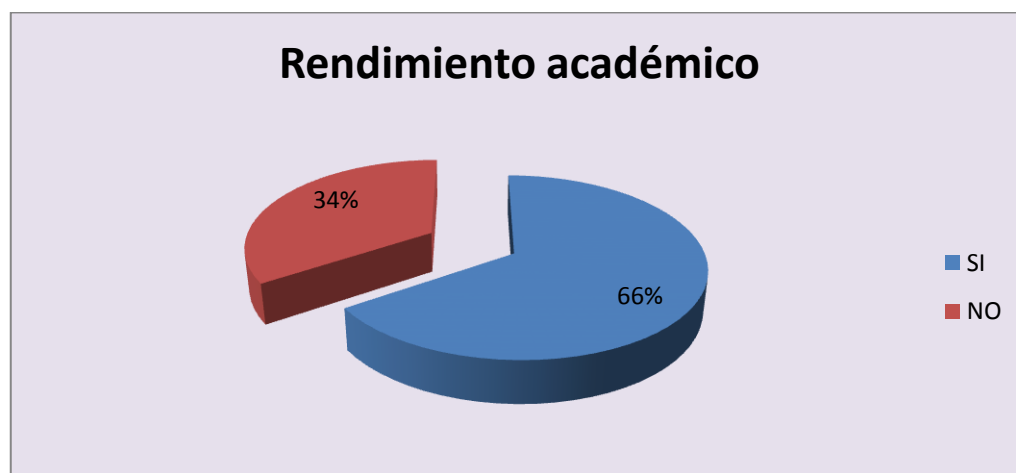
Cuadro N°3 Utilidad del módulo

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	21	66
NO	11	34
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 3 Utilidad del módulo



Fuente: Cuadro N°3

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 66% de los estudiantes manifiestan que si cree que podría elevar el rendimiento académico, utilizando una estrategia diferente a la clase de resolución de triángulos y el 34% no.

b) INTERPRETACIÓN:

La utilización de diferentes estrategias puede favorecer en el rendimiento académico transformando la clase más divertida y no monótona.

Pregunta N°4.- ¿Sería adecuado contar con un módulo didáctico de trigonometría plana, que le permita resolver los ejercicios de una manera didáctica para el desarrollo del aprendizaje?.

Cuadro N°4 Módulo didáctico de trigonometría

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	32	100
NO	0	0
TOTAL	32	100

Fuente: Encuestas

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 4 Módulo didáctico de trigonometría



Fuente: Cuadro N°4

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 100% de los estudiantes manifiestan que si sería adecuado contar con un módulo didáctico de trigonometría plana, que le permita resolver los ejercicios de una manera didáctica para el desarrollo del aprendizaje.

b) INTERPRETACIÓN:

Mediante los módulos didácticos se desarrollan las competencias ya que son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica.

Pregunta N°5.- ¿Un módulo didáctico ayudaría a mejorar el aprendizaje, desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y conocimientos?

Cuadro N°5 Aprendizaje y conocimiento

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	27	84
NO	5	16
TOTAL	32	100

Fuente: Encuestas

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 5 Aprendizaje y conocimiento



Fuente: Cuadro N°5

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 84% de los estudiantes manifiestan que un módulo didáctico si ayudaría a mejorar el aprendizaje, desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y el 16% sí.

b) INTERPRETACIÓN:

Estas herramientas orientan hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas.

4.2. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE LA ENCUESTAS POS TEST DEL MODULO DIDÁCTICO DE TRIGONOMETRÍA PLANA “RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS”

Pregunta N°1 ¿El modulo didáctico ha contribuido a adquirir nuevos conocimientos, y mejorar el rendimiento académico en usted?

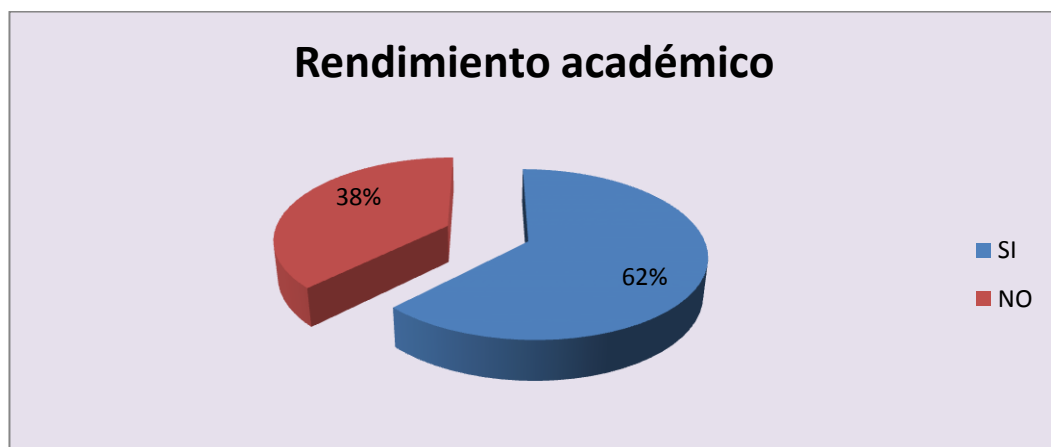
Cuadro N°6 Contribución del módulo al aprendizaje

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	20	63
NO	12	38
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta s

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 6 Contribución del módulo al aprendizaje



Fuente: Cuadro N°6

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 62% de los estudiantes manifiestan que el modulo didáctico si ha contribuido a adquirir nuevos conocimientos, y mejorar el rendimiento académico y el 38% no.

b) INTERPRETACIÓN:

Se evidencia que los estudiantes han mejorado en su rendimiento académico mediante la utilización del módulo didáctico siendo una herramienta dinámica y de fácil manejo.

Pregunta N°2 ¿Considera usted que el modulo didáctico genera interés y motivación en el rendimiento académico?

Cuadro N°7 Motivación y rendimiento académico

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	22	69
NO	10	31
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta s

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 7 Motivación y rendimiento académico



Fuente: Cuadro N°7

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 69% de los estudiantes manifiestan que el modulo didáctico si genera interés y motivación en el rendimiento académico y el 31% no.

b) INTERPRETACIÓN:

Los contenidos de aprendizaje se concretan en paquetes modulares, conformados con materiales, además, se están desarrollando apoyos educativos producidos por distintos medios con el propósito de fortalecer el aprendizaje.

Pregunta N°3 ¿El modulo didáctico te ha ayudado a desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y conocimientos para mejorar el rendimiento académico?

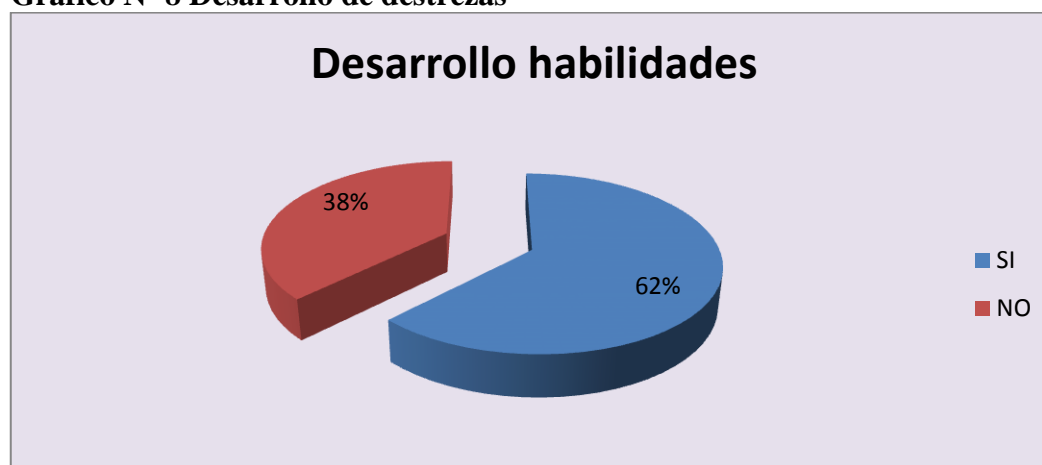
Cuadro N°8 Desarrollo de destrezas

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	20	63
NO	12	38
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta s

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 8 Desarrollo de destrezas



Fuente: Cuadro N°8

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 62% de los estudiantes manifiestan que el modulo didáctico si ayudada a desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y conocimientos para mejorar el rendimiento académico y el 38% no.

b) INTERPRETACIÓN:

La precisión de sus características arroja luces sobre su distinción como mediadores del proceso de enseñanza - aprendizaje y su relación con el proceso y desarrollo de habilidades.

Pregunta N°4 ¿El uso del módulo didáctico produce la participación en el proceso de aprendizaje, para mejorar el rendimiento académico?

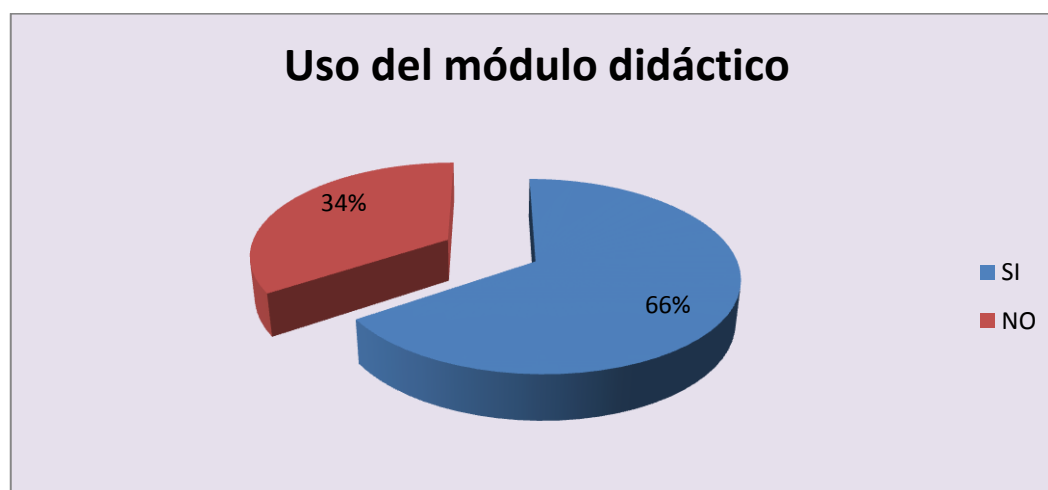
Cuadro N°9 Partición en el aprendizaje

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	21	66
NO	11	34
TOTAL	32	100

Fuente: Encuestas

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 9 Partición en el aprendizaje



Fuente: Cuadro N°

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 66% de los estudiantes manifiestan que el uso del módulo didáctico si produce la participación en el proceso de aprendizaje, para mejorar el rendimiento académico y el 34% no.

b) INTERPRETACIÓN:

Los estudiantes puedan y quieran realizar las operaciones cognitivas convenientes para ello, interactuando con los recursos educativos a su alcance para un mejor rendimiento académico.

Pregunta N°5 ¿Recomendarías a los docentes y estudiantes de la Unidad Educativa “Carlos Cisneros” a utilizar el modulo didáctico?

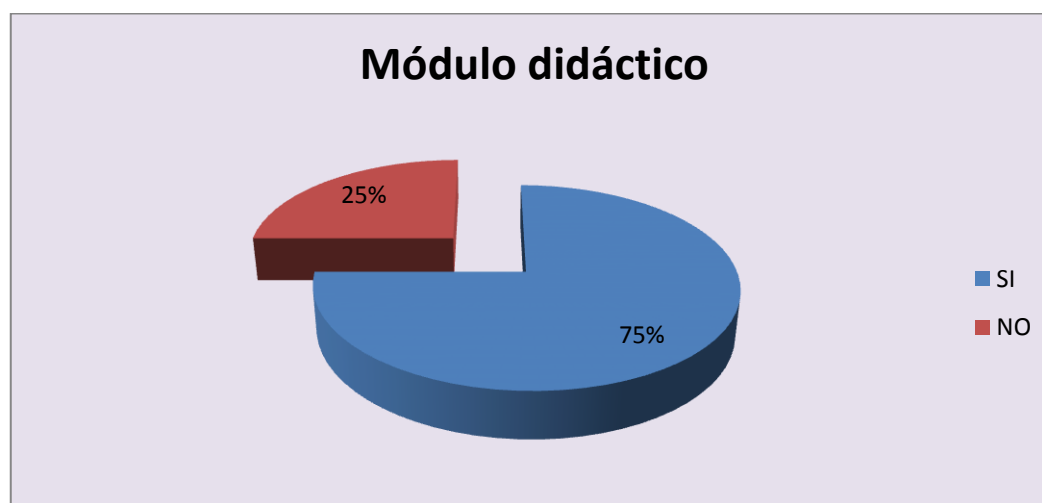
Cuadro N°10 Utilización del módulo didáctico

OPCIONES	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	24	75
NO	8	25
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta s

Elaborado por: Eduardo Gualán

Gráfico N° 10 Utilización del módulo didáctico



Fuente: Cuadro N°10

Elaborado por: Eduardo Gualán

a) ANÁLISIS:

El 75% de los estudiantes manifiestan que si recomendarían a los docentes y estudiantes de la Unidad Educativa “Carlos Cisneros” a utilizar el modulo didáctico y el 25% no.

b) INTERPRETACIÓN:

Mediante el módulo didáctico favorece la coordinación con el equipo docente, búsqueda de recursos, realizar las actividades con los alumnos, evaluar los aprendizajes de los alumnos y su actuación, tareas de tutoría y administrativas.

4.3 CUADRO DE RESUMEN DEL ANTES Y DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LA ENCUESTA.

ASPECTOS	ANTES	
	SI	NO
¿Conoce usted un módulo didáctico para trabajar en el área de trigonometría plana que le ayude a mejorar el rendimiento académico?	31%	69%
¿Ha utilizado un módulo didáctico de trigonometría en el salón de clases para la resolución de triángulos?	41%	59%
¿Cree usted que podría elevar el rendimiento académico, utilizando una estrategia diferente a la clase de resolución de triángulos?	66%	34%
¿Sería adecuado contar con un módulo didáctico de trigonometría plana, que le permita resolver los ejercicios de una manera didáctica para el desarrollo del aprendizaje?	100%	0%
¿Un módulo didáctico ayudaría a mejorar el aprendizaje, desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y conocimientos?	84%	16%

Análisis

Se evidencia es necesario un módulo didáctico para trabajar en el área de trigonometría plana que le ayude a mejorar el rendimiento académico, además podría elevar el rendimiento académico, utilizando una estrategia diferente a la clase de resolución de triángulos, concretando un mejor aprendizaje en los estudiantes.

ASPECTOS	DESPUÉS	
	SI	NO
¿El modulo didáctico ha contribuido a adquirir nuevos conocimientos, y mejorar el rendimiento académico en usted?	63%	38%
¿Considera usted que el modulo didáctico genera interés y motivación en el rendimiento académico?	69%	31%
¿El modulo didáctico te ha ayudado a desarrollar las destrezas, habilidades, actitudes y conocimientos para mejorar el rendimiento académico?	63%	38%
¿El uso del módulo didáctico produce la participación en el proceso de aprendizaje, para mejorar el rendimiento académico?	66%	34%
¿Recomendarías a los docentes y estudiantes de la Unidad Educativa “Carlos Cisneros” a utilizar el modulo didáctico?	75%	25%

Los módulos didácticos son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas

4.5. COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS

Elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana ``resolución de triángulos`` mejora el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año ``A`` de la Unidad Educativa Carlos Cisneros durante el periodo septiembre 2015 – Julio 2016.

Al aplicar los diversos métodos y técnicas para la recolección de la información y realizar su respectivo análisis e interpretación acorde a los resultados y enmarcados dentro de los objetivos planteados. Se acepta la Hipótesis planteada la Elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana ``resolución de triángulos`` mejora el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año ``A`` de la Unidad Educativa Carlos Cisneros durante el periodo septiembre 2015 – Julio 2016.

Por tanto, podemos afirmar que mediante los módulos didácticos se desarrollan las competencias ya que son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica. Estas herramientas orientan hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

- Se realizó un diagnóstico en la Unidad Educativa Carlos Cisneros y se identificó que en un nivel alto no están utilizando módulos didácticos de trigonometría afectando directamente el rendimiento escolar de los estudiantes que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativas
- Se determinó que el uso de un módulo didáctico de trigonometría estimula a los estudiantes a estudiar, además los estudiantes resolvieron los ejercicios trigonométricos de una manera práctica y sencilla, se captó el interés de la materia, siendo un mediador para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje.
- Se elaboró un módulo didáctico que proporcionó actividades de trigonometría plana misma que permitió un mejor aprendizaje desarrollando su interés y mejorando el rendimiento académico en los estudiantes de décimo año "A" de la Unidad Educativa Carlos Cisneros.

5.2. RECOMENDACIONES

- Se recomienda trabajar con módulos didácticos de trigonometría plana, para responder a diversas necesidades e intereses de los estudiantes, despejando de esta manera dudas y facilitando un mejor aprendizaje lo que se reflejara en su rendimiento escolar.
- Los docentes deben seguir trabajando con el módulo didáctico de trigonometría plana ya que son apoyos educativos producidos por distintos medios con el propósito de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.
- Se sugiere implementar el módulo didáctico de trigonometría como herramienta de trabajo con los estudiantes de décimo año ``A'' de la Unidad Educativa Carlos Cisneros desarrollando una mejor calidad en la enseñanza aprendizaje

5.3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bottani, N (2008). Indicadores prioritarios, Paris: OECD
- Cárdenas, R. (2003). Recuperado el 09 de 02 de 2015, de Los recursos didácticos en un sistema de aprendizaje autónomo de formación: www.cardenagustavo.pdf.
 - Castells, N. (2009). La investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la lectura inicial: revisión y. España: Quinta Edición.
 - Dienes, P. (2005). Las seis etapas del aprendizaje de trigonometría. Barcelona: Sexta Edición Teide.
 - Edel, R. (2003). Factores asociados al rendimiento académico. Revista Iberoamericana de Educación. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la educación. Estados Unidos .
 - Flores, P. (2001). Aprendizaje y evaluación en trigonometría y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria. Madrid- España: Quinta Ediciones Síntesis.
 - Fonseca, M. (2006). Materiales y recursos didácticos, qué haríamos sin ellos. Cali Colombia: Quinta Edición Trillas .
 - Granville, W. (1954). Trigonometría Plana y Esférica . Estados Unidos .
 - Guerra, I. (2009). Hacia una concepción didáctica potenciadora del desarrollo de los escolares con necesidades educativas especiales. . Ciudad de La Habana Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
 - Gutiérrez, A. (2010). Área de conocimiento Didáctica de la trigonometría. . Madrid: Síntesis (pp. 59-104).
 - Méndez, S. (2011). Indicadores de Evaluación . México: Primera Edición .

- Monereo, C. (2008). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula. Barcelona. España: Cuarta edición , Grao.
- Ruiz, G. (2005). Algunos factores del rendimiento académico: las expectativas y el género. Sexta Edición .
- Swokowski. (1999). Álgebra y Trigonometría .
- Vidal, L. (2008). Tecnología educativa, medios y recursos de enseñanza-aprendizaje . España.

WEBGRAFÍA

- http://miescueladivertida.blogspot.com/2011/09/competencias-e-indicadores-para-el-area_03.html
- <http://es.scribd.com/doc/52447341/Competencias-e-Indicadores-de-evaluacion-Matematica#scribd>
- <http://ww2.educarchile.cl/portal.herramientas/planificaccion/1610/article-92125.html>
- http://www.profevirtual.com/index.php?option=com_content&task=view&id=20&Itemid=1#.VL6DKUeUeSo

DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA

APLICACIÓN DE LAS ENCUESTAS A ESTUDIANTES



Fuente: Unidad Educativa Carlos Cisneros



Fuente: Unidad Educativa Carlos Cisneros

ELABORACIÓN DE LAS ENCUESTAS



Fuente: Unidad Educativa Carlos Cisneros

FACHADA DE LA UNIDAD EDUCATIVA CISNEROS



Fuente: Unidad Educativa Carlos Cisneros

CAPÍTULO VI

6. LA PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1 DATOS INFORMATIVOS

INSTITUCIÓN: La Unidad Educativa Carlos Cisneros

PROVINCIA: Chimborazo

POBLACIÓN: 32 Estudiantes

6.2 TÍTULO DE LA GUÍA

“Módulo didáctico de trigonometría Plana”

6.3 OBJETIVO

6.3.1 Objetivo General

- Elaborar un módulo didáctico que proporcione actividades de trigonometría plana para los estudiantes de décimo año ``A`` de la Unidad Educativa Carlos Cisneros.

6.3.2 Objetivo Específicos

- Realizar actividades que ayuden a mejorar el rendimiento escolar.
- Proporcionar a los docentes un módulo didáctico como herramienta de trabajo.

6.4 INTRODUCCIÓN

La presente módulo didáctico pretender ser un soporte en el trabajo y realización de las diferentes actividades facilitando el aprendizaje mediante una alternativa dinámica para el trabajo mutuo entre el docente y los estudiantes, durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Es por ello que a través de actividades los estudiantes puedan conocer e identificar de una mejor manera.

La investigación se sustenta en mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año “a” de la Unidad Educativa Carlos Cisneros, esto es muy importante dentro de su educación, es necesario que los docentes relacionen los conocimientos, esto ayudará a la comprensión y desarrollo, es necesario aplicar actividades que permita despejar dudas misma que permitirá un mejor rendimiento académico.

6.5 PRESENTACIÓN

El módulo didáctico de trigonometría constituye un documento pedagógico de carácter orientador cuya función es facilitar la tarea del maestro en la planificación, ejecución y evaluación del trabajo docente y discente en cada una de las materias de enseñanza, fácilmente reconocible e identificable con la realidad, donde se encuentran clasificados y sistematizados los datos observables de las diversas ciencias en cuya metodología se precisa de una previa y minuciosa observación. El modulo tiene como finalidad facilitar y apoyar mediante un conjunto de procedimientos para que los docentes en el proceso de enseñanza tengan un soporte pedagógico, aportando un material de ayuda para los docentes para que los estudiantes tengan un aprendizaje crítico.

6.6 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Módulo Didáctico

Cada Módulo didáctico está formado por 8 clases y se desarrolla atendiendo la evolución del trabajo de clases, tanto en forma diacrónica en cada uno de los niveles escolares, como sincrónica a través de estos, y está constituido por las siguientes herramientas didácticas:

- Matriz por módulo didáctico
- Objetivos de aprendizaje del MD.
- Cuadro que muestra por clase la tarea matemática, sus condiciones de realización y la técnica o procedimientos que se infeccionarán en cada uno de los cursos.
- Documento Orientaciones Didácticas por MD.
- Planes de clases
- Fichas de trabajo
- Instrumento de evaluación

Los módulos didácticos son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas.(Guerra, 2009).

Módulo Diversificado

Estos módulos responden a diversas necesidades e intereses en total se manejan 30 en nuestro Instituto, de los distintos sectores de la población con los que trabajamos, tales como jóvenes, obreros y amas de casa.

- Los módulos se estructuran y organizan a partir de ejes definidos por: sectores prioritarios de la población, temas de interés y áreas del conocimiento.

Cuenta actualmente con nueve ejes temáticos y cada uno de ellos representa una línea de conocimiento, el reconocerlos se va convirtiendo en una experiencia importante que facilitará la interacción con nuevos conocimientos y la relación de éstos con nuestra vida como asesores, así como de las personas jóvenes y adultas que atendemos.

Los módulos fueron definidos a partir de ejes para cubrir:

- a) las necesidades de los sectores prioritarios de la población, tales como los jóvenes, mujeres y población indígena;
- b) los intereses de aprendizaje de esas poblaciones (trabajo, familia, hijos, salud, derechos, riesgos)
- c) las áreas del conocimiento (Matemáticas, Lengua y Comunicación y Ciencias).

Los contenidos de aprendizaje se concretan en paquetes modulares, conformados con materiales para la persona joven o adulta, el grupo y para la persona que asesora. Además, se están desarrollando apoyos educativos producidos por distintos medios con el propósito de fortalecer el aprendizaje de los módulos.

Módulo Básico

Atienden a las necesidades básicas de aprendizaje y conocimiento, incluyendo sus aspectos.

Instrumentales. Se agrupan en torno a tres ejes: Lengua y Comunicación, Matemáticas y Ciencias.

Módulo Alternativo

Desarrollan las mismas competencias que algunos Módulos Básicos y consideran los contenidos fundamentales del área disciplinaria en ciertos aspectos de la vida, por ejemplo, las matemáticas o la alfabetización aplicadas al campo o al hogar (véase Tabla 5). Los alternativos pueden sustituir a determinados módulos Básicos.

Características De Los Módulos Didácticos

El hecho de asumir y diferenciar qué son los recursos didácticos con la especificidad del contexto de la atención a la diversidad, asociado al proceso de enseñanza - aprendizaje en los escolares con necesidades educativas especiales, significa el diseño y/o rediseño de los aspectos técnicos pedagógicos para la orientación, organización, programación, evaluación y selección de las situaciones del proceso de enseñanza - aprendizaje, a partir de la calidad y movimiento ascendente de las relaciones, objetivos, contenidos, métodos, medios, formas organizativas y la propia evaluación, del mejoramiento de la acción didáctica en su esencialidad comunicativa.

De la lectura y comprensión de lo que se ha delimitado como recursos didácticos, emerge la necesidad de determinar los elementos que los caracterizan, que en este caso lo diferencian de los medios de enseñanza, con los cuales se identifican usualmente en la literatura y el discurso. La precisión de sus características arroja luces sobre su distinción como mediadores del proceso de enseñanza - aprendizaje y su relación con el proceso como una unidad, según muestra el siguiente esquema. (Gutiérrez A. , 2010).

Clasificación De Los Recursos Didácticos

Luego de la identificación, a partir de delimitar conceptualmente la esencia de los recursos didácticos y de profundizar en las características que le son inherentes, se clasifican en cuatro grandes áreas de sustento teórico, metodológico y operativo, el soporte interactivo, la intención comunicativa, su fuente de obtención y su uso en el proceso de enseñanza - aprendizaje, que a su vez incluyen diversos subgrupos; estas áreas de sustento no se excluyen mutuamente. (Cárdenas, 2003).

Según el soporte interactivo, desde el basamento de las relaciones de mediación.

- Recursos didácticos personales, incluye a todo el sistema de influencias educativas del entorno donde se desarrolla el proceso de enseñanza - aprendizaje.
- Recursos didácticos materiales, son los soportes manuales o industriales que en dependencia de su plataforma de interacción pueden ser impresos.

Elementos Del Módulo Didáctico

Se trata de una actuación cuya naturaleza es esencialmente comunicativa. El citado autor circunscribe el fin de las actividades de enseñanza de los procesos de aprendizaje como el logro de determinados objetivos y especifica como condiciones necesarias:

- La actividad interna del alumno. Que los estudiantes puedan y quieran realizar las operaciones cognitivas convenientes para ello, interactuando con los recursos educativos a su alcance.
- La multiplicidad de funciones del docente. Que el profesor realice múltiples tareas: coordinación con el equipo docente, búsqueda de recursos, realizar las actividades con los alumnos, evaluar los aprendizajes de los alumnos y su actuación, tareas de tutoría y administrativas.

Son las intervenciones educativas realizadas por el profesor: propuesta de las actividades de enseñanza a los alumnos, su seguimiento y desarrollo... para facilitar el aprendizaje las que constituyen el acto didáctico en sí. (Marqués, 2001)

Rendimiento Académico

Es una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación.

De la misma forma, ahora desde una perspectiva propia del estudiante, se define el rendimiento como la capacidad de responder satisfactoriamente frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos pre-establecidos. Este tipo de rendimiento académico puede ser entendido en relación con un grupo social que fija los niveles mínimos de aprobación ante un determinado grupo de conocimientos o aptitudes.

El rendimiento académico se define en forma operativa y tácita afirmando que se puede comprender el rendimiento previo como el número de veces que el estudiante ha repetido uno o más cursos. El rendimiento académico es el resultado obtenido por el individuo en determinada actividad académica, el concepto de rendimiento está ligado al de aptitud, y sería el resultado de ésta, de factores volitivos, afectivos y emocionales, además de la ejercitación.

El rendimiento académico como la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período, año o semestre, que se sintetiza en un calificativo final (cuantitativo en la mayoría de los casos) evaluador del nivel alcanzado.

Resumiendo, el rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador. En tal sentido, el rendimiento académico se convierte en una "tabla imaginaria de medida" para el aprendizaje logrado en el aula, que constituye el objetivo central de la educación. Sin embargo, en el rendimiento académico, intervienen muchas otras variables externas al sujeto, como la calidad del maestro, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo, etc., y variables psicológicas o internas, como la actitud hacia la asignatura, la inteligencia, la personalidad, las actividades que realice el estudiante, la motivación, etc. El rendimiento académico o escolar parte del presupuesto de que el alumno es responsable de su rendimiento. En tanto que el aprovechamiento está referido, más bien, al resultado del proceso enseñanza-aprendizaje, de cuyos niveles de eficiencia son responsables tanto el que enseña como el que aprende. (Ruiz, 2005).

Características Del Rendimiento Académico

Después de realizar un análisis comparativo de diversas definiciones del rendimiento académico, se puede concluir que hay un doble punto de vista, estático y dinámico, que encierran al sujeto de la educación como ser social. En general, el rendimiento académico es caracterizado del siguiente modo:

- a)** el rendimiento en su aspecto dinámico responde al proceso de aprendizaje, como tal está ligado a la capacidad y esfuerzo del alumno;
- b)** en su aspecto estático comprende al producto del aprendizaje generado por el estudiante y expresa una conducta de aprovechamiento;
- c)** el rendimiento está ligado a medidas de calidad y a juicios de valoración;
- d)** el rendimiento es un medio y no un fin en sí mismo;
- e)** el rendimiento está relacionado a propósitos de carácter ético que incluye expectativas económicas, lo cual hace necesario un tipo de rendimiento en función al modelo social vigente.

El Rendimiento Académico en las Unidades Educativas

En consonancia con esa caracterización y en directa relación con los propósitos de la investigación, es necesario conceptualizar el rendimiento académico. Para ello se requiere previamente considerar dos aspectos básicos del rendimiento: el proceso de aprendizaje y la evaluación de dicho aprendizaje. El proceso de aprendizaje no será abordado en este estudio. Sobre la evaluación académica hay una variedad de postulados que pueden agruparse en dos categorías: aquellos dirigidos a la consecución de un valor numérico (u otro) y aquellos encaminados a propiciar la comprensión en términos de utilizar también la evaluación como parte del aprendizaje. En el presente trabajo interesa la primera categoría, que se expresa en los calificativos universitarios. Las calificaciones son las notas o expresiones cuantitativas o cualitativas con las que se valora o mide el nivel del rendimiento académico en los estudiantes. Las calificaciones son el resultado de los exámenes o de la evaluación continua a que se ven sometidos los estudiantes. Medir o evaluar los rendimientos es una tarea compleja que exige del docente obrar con la máxima objetividad y precisión. En el sistema educativo ecuatoriano, en especial en las universidades, la mayor parte de las calificaciones se basan en el sistema decimal, es decir de 0 a 10. Sistema en el cual el puntaje obtenido se traduce a la categorización del logro del aprendizaje. (Edel, 2003).

Indicadores Del Rendimiento Académico

Los indicadores cuantitativos resultan referentes necesarios para las diferentes dimensiones, variables y criterios que se asuman dentro de la metodología de evaluación y acreditación de la calidad educativa, y constituyen instrumentos de mucho valor e importancia teórica, metodológica y práctica en la dirección científica de los procesos sustantivos de la formación de los profesionales en las universidades, al analizar la situación y proyección de las investigaciones pedagógicas, refiere que un primer nivel debería estar cubierto por la urgente necesidad de la actualización de datos estadísticos y por la elaboración de bases de

información sobre experiencias exitosas. Sin una poderosa información cuantitativa sistematizada y ordenada con alto valor descriptivo y diagnóstico, seguirá siendo débil cualquier intento de contextualización empírica y desarrollo teórico sobre la calidad de la educación. Urge por tanto, la necesidad de actualizar las bases de datos de este nivel educativo en la mayoría de los países y que los investigadores de las Instituciones de Educación Superior participen con investigaciones cuantitativas para actualizar y analizar las principales variables que den cuenta del estado de sus propias instituciones, pues la mayoría de los países, carece todavía de un sistema confiable de indicadores básicos para monitorear el desarrollo de su sistema educativo y esta ausencia de información sistematizada acerca de la calidad de la educación, incluyendo el rendimiento de los estudiantes, es particularmente problemática. Entre los indicadores cuantitativos del rendimiento como referentes de calidad y eficiencia de un programa de formación profesional o de un curso de una materia específica, podrían citarse: tasas de retención y deserción académica, promoción sobre la matrícula inicial y final, calificación o nota por materia, calificaciones entre diferentes materias y para el ciclo de formación, número de graduados y eficiencia académica interna. Estas variables que expresan el aprovechamiento docente de los estudiantes, al mismo tiempo reflejan los resultados del trabajo académico y expresan la eficiencia y calidad con la que directivos, profesores y estudiantes interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje.(Bottani, 2008).

Factores Que Inciden En El Rendimiento Académico

Desde la dificultad propia de algunas asignaturas, hasta la gran cantidad de exámenes que pueden coincidir en una fecha, pasando por la amplia extensión de ciertos programas educativos, son muchos los motivos que pueden llevar a un alumno a mostrar un pobre rendimiento académico. Otras cuestiones están directamente relacionadas al factor psicológico, como la poca motivación, el desinterés o las distracciones en clase, que dificultan la comprensión de los

conocimientos impartidos por el docente y termina afectando al rendimiento académico a la hora de las evaluaciones.

Por otra parte, el rendimiento académico puede estar asociado a la subjetividad del docente cuando corrige. Ciertas materias, en especial aquellas que pertenecen a las ciencias sociales, pueden generar distintas interpretaciones o explicaciones, que el profesor debe saber analizar en la corrección para determinar si el estudiante ha comprendido o no los conceptos. En todos los casos, los especialistas recomiendan la adopción de hábitos de estudio saludables (por ejemplo, no estudiar muchas horas seguidas en la noche previa al examen, sino repartir el tiempo dedicado al estudio) para mejorar el rendimiento escolar. (Ruiz, 2005).

Resultado Del Rendimiento Académico

El rendimiento académico refleja el resultado de las diferentes y complejas etapas del proceso educativo y al mismo tiempo, una de las metas hacia las que convergen todos los esfuerzos y todas las iniciativas de las autoridades educacionales, maestros, padres de familia y estudiantes.

No se trata de cuanta materia han memorizado los educandos sino de cuanto de ello han incorporado realmente a su conducta, manifestándolo en su manera de sentir, de resolver los problemas y hacer o utilizar cosas aprendidas. La comprobación y la evaluación de sus conocimientos y capacidades.

Las notas dadas y la evaluación tienen que ser una medida objetiva sobre el estado de los rendimientos de los alumnos. El rendimiento educativo lo consideramos como el conjunto de transformaciones operadas en el educando, a través del proceso de enseñanza aprendizaje, que se manifiesta mediante el crecimiento y enriquecimiento de la personalidad en formación.

El rendimiento educativo sintetiza la acción del proceso educativo, no solo en el aspecto cognoscitivo logrado por el educando, sino también en el conjunto de habilidades, destrezas, aptitudes, ideales, intereses, etc. Con esta síntesis están los

esfuerzos de la sociedad, del profesor y del rendimiento enseñanza - aprendizaje, el profesor es el responsable en gran parte del rendimiento escolar. Consideramos que en el rendimiento educativo intervienen una serie de factores entre ellos la metodología del profesor, el aspecto individual del alumno, el apoyo familiar entre otros.

Hay que aclarar que la acción de los componentes del proceso educativo, solo tienen afecto positivo cuando el profesor logra canalizarlos para el cumplimiento de los objetivos previstos, aquí la voluntad del educando traducida en esfuerzo es vital, caso contrario no se debe hablar de rendimiento.

En todos los tiempos, dentro de la educación sistematizada, los educadores se han preocupado por lo que la pedagogía conocemos con el nombre de aprovechamiento o rendimiento escolar, fenómeno que se halla estrechamente relacionado con el proceso enseñanza - aprendizaje. La idea que se sostiene de rendimiento escolar, desde siempre y aún en la actualidad, corresponde únicamente a la suma de calificativos producto del “examen” de conocimientos, a que es sometido el alumno.

Desde este punto de vista el rendimiento escolar ha sido considerado muy unilateralmente, es decir, sólo en relación al aspecto intelectual. Esta situación se convirtió en norma, principio y fin, exigiendo al educando que “rindiese” repitiendo de memoria lo que se le enseña “más a la letra”, es decir, cuando más fiel es la repetición se considera que el rendimiento era mejor. Al rendimiento escolar lo debemos considerar, dejando de lado lo anotado en el párrafo anterior, pues lo más importante son los alumnos.

Estos cambios conductuales se objetivaban a través de las transformaciones, formas de pensar y obrar, así como en la toma de conciencia de las situaciones problemáticas. En resumen, el rendimiento debe referirse a la serie de cambios conductuales expresados como resultado de la acción educativa. Por lo dicho, el

rendimiento no queda limitado en los dominios territoriales de la memoria, sino que trasciende y se ubica en el campo de la comprensión y sobre todo en los que se hallan implícitos los hábitos, destrezas, habilidades, etc. (Dienes, 2005).

Tipos De Rendimiento Educativo

a) Rendimiento Individual

Es el que se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. Lo que permitirá al profesor tomar decisiones pedagógicas posteriores. Los aspectos de rendimiento individual se apoyan en la exploración de los conocimientos y de los hábitos culturales, campo cognoscitivo o intelectual. También en el rendimiento intervienen aspectos de la personalidad que son los afectivos. Comprende:

b) Rendimiento General

Es el que se manifiesta mientras el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las Líneas de Acción Educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno.

c) Rendimiento específico

Es el que se da en la resolución de los problemas personales, desarrollo en la vida profesional, familiar y social que se les presentan en el futuro. En este rendimiento la realización de la evaluación de más fácil, por cuanto si se evalúa la vida afectiva del alumno, se debe considerar su conducta parcelada mente: sus relaciones con el maestro, con las cosas, consigo mismo, con su modo de vida y con los demás.

6.7. CRONOGRAMA DE IMPLEMENTACIÓN

ACTIVIDADES	Meses											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Reuniones con los involucrados												
Elaboración de la propuesta												
Organización con los directivos												
Aplicación de la propuesta												
Analizar resultados												
Seguimiento y Evaluación												

6.8. IMPACTO Y DIFUSIÓN

La difusión de esta propuesta se realizará a través de actividades de promoción del autor.

6.9. DESARROLLO

MÓDULO DIDÁCTICO



TRIGONOMETRÍA PLANA

Autor: Eduardo Patricio Gualán Valente

Tutor: Ms. Carlos Aimacaña

Riobamba: 2016

ÍNDICE

PORTADA	97
ÍNDICE	98
PRESENTACIÓN	99
OBJETIVOS	100
FUNDAMENTO TEÓRICO	101
Punto, recta y plano.	101
Ángulo, ángulos congruentes y bisectriz.	101
Clasificación de los ángulos.	102
Sistemas de medidas	103
Definición de triángulo	103
Clasificación de triángulos.	103
Puntos y rectas notables de un triángulo	104
Razones y proporciones	105
Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.	106
Razones trigonométricas de un ángulo agudo.	106
Ángulos positivos y negativos.	106
Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal.	106
Razones trigonométricas de ángulos reducidos.	107
Signos de las funciones trigonométricas.	108
Razones trigonométricas de cualquier ángulo.	109
Resolución de triángulos	110
Triángulo rectángulo.	110
Triángulo Oblicuángulo.	110
Aplicación de triángulos oblicuángulos.	112
Definición de sector circular.	113
Elementos notables de la circunferencia.	114
Funciones trigonométrica de arcos.	116
Gráficas de funciones trigonométricas.	116
Actividades de aprendizaje	118
Resolución de Triángulos Rectángulos	118
Área de los triángulos oblicuángulos	122
Ejercicios de trigonometría	123
Relaciones entre las razones trigonométricas de algunos ángulos:	125
Resolución de triángulos	127
Glosario	130

PRESENTACIÓN

El presente módulo pretende apoyar los objetivos de aprendizaje y contenidos de esta asignatura presentando conceptos y definiciones, así como ejercicios resueltos y proponiendo al alumno ejercicios por resolver de uso más frecuente en los temas a tratar.

De esta manera será un soporte en el trabajo y realización de las diferentes actividades facilitando el aprendizaje mediante una alternativa dinámica para el trabajo mutuo entre el docente y los estudiantes, durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Es por ello que a través de actividades los estudiantes puedan conocer e identificar de una mejor manera.

La investigación se sustenta en mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año "A" de la Unidad Educativa Carlos Cisneros, esto es muy importante dentro de su educación, es necesario que los docentes relacionen los conocimientos, esto ayudará a la comprensión y desarrollo, es necesario aplicar actividades que permita despejar dudas misma que permitirá un mejor rendimiento académico.

OBJETIVOS

- Resolver triángulos rectángulos cuando se conocen dos lados o un lado y un ángulo.
- Resolver situaciones relacionadas con la geometría en las que se precise calcular ángulos y distancias entre dos puntos.
- Realizar actividades que ayuden a mejorar el rendimiento escolar.
- Proporcionar a los docentes un módulo didáctico como herramienta de trabajo.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Elementos de Geometría.

Punto, recta y plano.

Punto Geométrico.- es imaginado tan pequeño que carece de dimensión, los puntos se suelen designar por letras mayúsculas.

Línea recta.- es un conjunto de puntos de tal manera que conservan una misma pendiente. Sólo puede haber una recta que pase por dos puntos. Además dos rectas no pueden tener más que un sólo punto común.

Semirrecta.- si sobre una recta señalamos un punto A se llama semirrecta al conjunto de puntos formada por A y todos los que le siguen o preceden. El punto A es el origen de la semirrecta.

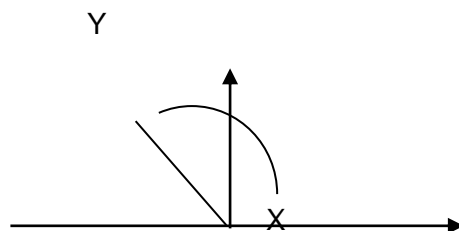
Segmento.- si sobre una recta señalamos dos puntos A y B, se llama segmento al conjunto de puntos comprendidos entre A y B considerándolos además como los extremos del segmento, generalmente al que se nombre en primer lugar se le llama origen y al otro extremo.

Se considera que la distancia más corta entre dos puntos es el segmento de recta que los une.

Plano.- es un conjunto infinito de puntos, para determinar a un plano se requieren al menos tres puntos.

Ángulo, ángulos congruentes y bisectriz.

Ángulo.- es la abertura formada por dos semirrectas con un mismo origen llamado vértice, las semirrectas se llaman lados y el ángulo se designa por una letra mayúscula o griega dentro del ángulo. Se mide al contrario del sentido del reloj.



Ángulos congruentes.- se dice que dos ángulos son congruentes cuando tienen la misma forma y tamaño.

Bisectriz es la semirrecta que tiene como origen el vértice y divide al ángulo en dos ángulos iguales.

Clasificación de los ángulos.

De acuerdo a su magnitud se clasifican en:

Agudo.- si su magnitud es menor de 90° .

Recto.- si su magnitud es de 90° .

Obtuso.- si su magnitud es mayor de 90° y menor de 180° .

Entrante.- si su magnitud es mayor de 180° y menor de 360° .

También se pueden clasificar de acuerdo a la posición que tienen con respecto a otro ángulo:

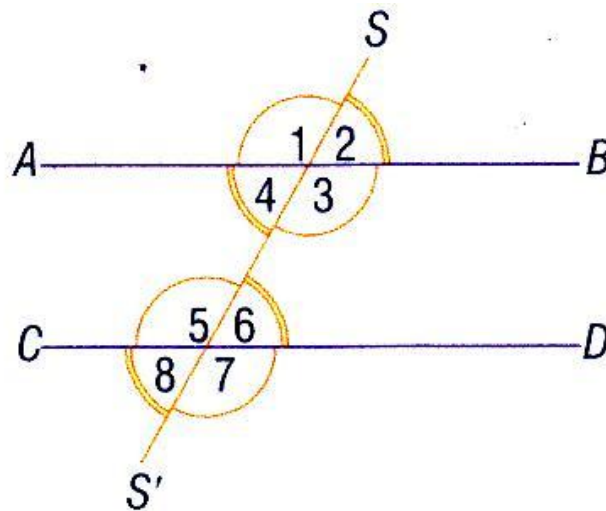
Consecutivos: son aquellos que comparten el vértice y un lado.

Complementarios: son los ángulos cuya suma es de 90° .

Suplementarios: son aquellos cuya suma es de 180° .

Coterminal: son aquellos con los mismos lados inicial y terminal.

Según la posición de los ángulos al interceptarse dos líneas paralelas con una oblicua:



Ángulos opuestos por el vértice (son iguales) $A=C$, $B=D$, $E=G$ y $F=H$.

Ángulos correspondientes (son iguales) $A=E$, $B=F$, $C=G$ y $D=H$.

Ángulos alternos externos (son iguales) $B=H$ y $G=A$.

Ángulos alternos internos (son iguales) $C=E$ y $D=F$.

Sistemas de medidas

Los ángulos pueden medirse en el sistema sexagesimal en:

Grados: es la trescientos sesenta parte de la circunferencia ($\frac{1}{360}$), a su vez el grado se divide en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos.

Existe el sistema centesimal que considera a la circunferencia dividida en 400 partes iguales llamadas grados centesimales, cada grado tiene 100 minutos centesimales y cada minuto 100 segundos centesimales.

Existe otra forma de medir los ángulos y es el sistema circular en donde la unidad es el radián, el cual es el ángulo cuyos lados comprenden un arco cuya longitud es igual al radio de la circunferencia.

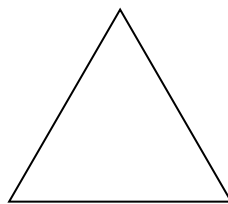
$$1 \text{ radián} = \frac{180^a}{\pi} = 57.29 = 57^\circ 17' 44''$$

$$\pi \text{ Radián} = 180^\circ$$

$$\frac{\pi \text{ radian}}{180^\circ} = 1^\circ = 0.01745 \text{ radianes.}$$

Definición de triángulo

Triángulo.- figura geométrica formada por tres segmentos de recta de las que cada uno comparte los extremos con los otros dos, también se considera un polígono de tres lados cerrado y tres ángulos.



Clasificación de triángulos.

De acuerdo con la medida de sus lados.

- A) **Equiláteros:** todos sus lados son de la misma magnitud y todos sus ángulos son de la misma medida.

- B) **Isósceles:** sólo dos de sus lados son de la misma magnitud y también sólo dos ángulos son iguales.
- C) **Escaleno:** sus tres lados son diferentes y por lo tanto sus ángulos también son diferentes.

De acuerdo con la medida de sus ángulos.

- A) **Acutángulos:** si todos sus ángulos son agudos (menores de 90°).
- B) **Rectángulo:** si uno de sus ángulos es recto (igual a 90°)
- C) **Obtusángulo:** si uno de sus ángulos es obtuso (mayor a 90°).
- D) **Oblicuángulo:** son los que no tienen ningún ángulo recto.

Puntos y rectas notables de un triángulo.

Altura.- es cada uno de los segmentos perpendiculares a los lados y que parte de los vértices de un triángulo.

Ortocentro.- es el punto donde se interceptan las tres alturas en un triángulo.

Mediatrices.- son las rectas perpendiculares a los lados de un triángulo por su punto medio.

Circuncentro.- es el punto de intersección de las mediatrices de un triángulo, así como el centro de una circunferencia que circunscribe al triángulo.

Medianas.- los segmentos que desde un vértice alcanzan la mitad del lado opuesto.

Baricentro.- es el punto que resulta de la intersección de las medianas.

Bisectriz.- es la recta que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.

Incentro.- es el punto de intersección de las bisectrices y el centro de una circunferencia inscrita al triángulo.

RAZONES Y PROPORCIONES

Una razón es un cociente o comparación de magnitudes. En la razón se busca comparar dos números en el que el primero contenga al segundo y viceversa. Ejemplos:

$$\frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{15}{5} = 3$$

$$\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Una proporción está determinada como la igualdad de dos razones, ejemplo:

$$R_1 = \frac{A}{B} \quad R_2 = \frac{C}{D} \quad \text{la proporción se escribe como: } A:B :: C:D \quad \text{que se lee:}$$

A es a B como C es a D.

Se considera que A y D son extremos y B y C son medios.

Proporcionalidad geométrica.

Si en una figura geométrica se conserva la razón que existe al comparar dos de sus magnitudes y una de ellas la hacemos crecer o variar su tamaño, las demás magnitudes deben variar con la misma constante de proporcionalidad.

Ángulo en posición normal.

Se dice que un ángulo se encuentra en posición normal cuando su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas en un sistema rectangular de ejes coordenados (plano cartesiano) y cuyo vértice está en el origen de coordenadas (el punto donde se interceptan los ejes).

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.

Razones trigonométricas de un ángulo agudo.

Las funciones o razones trigonométricas son relaciones entre medidas o cantidades relacionadas con el ángulo.

Consideremos el ángulo agudo de un triángulo rectángulo, las llamadas funciones o razones trigonométricas de los ángulos agudos son las siguientes:

Seno. Es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa.

Coseno. Es la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

Tangente. Es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Cotangente. Es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto.

Secante. Es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente.

Cosecante. Es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto.

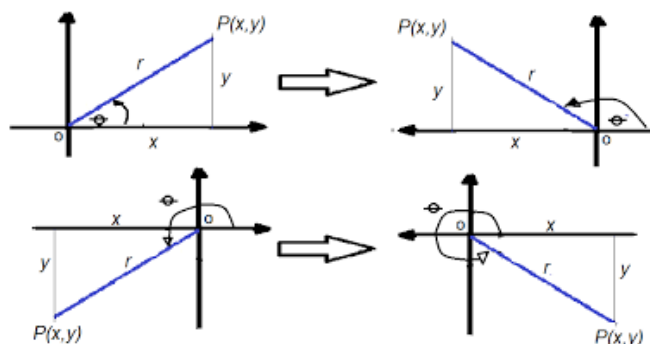
Las funciones o razones trigonométricas son relaciones entre medidas o cantidades relacionadas con el ángulo.

Ángulos positivos y negativos.

Un ángulo se considera positivo cuando se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj, y se considera negativo cuando se mide en el sentido de las manecillas del reloj.

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal.

Considérese un ángulo en posición normal que pasa por el punto $P(x,y)$ como se muestra en la siguiente figura:

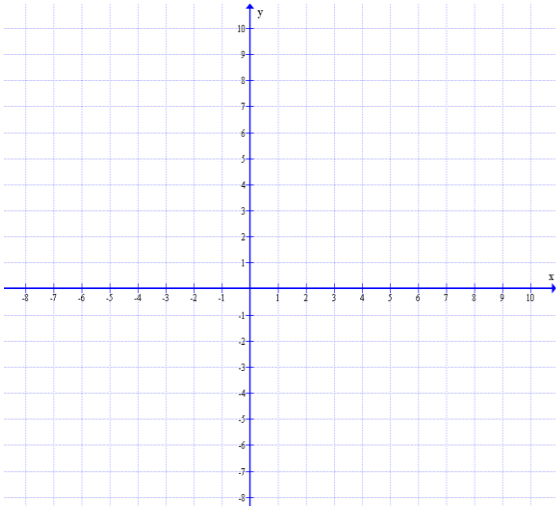


Dibujar el ángulo en posición normal cuyo lado terminal pase por el punto que se indica.

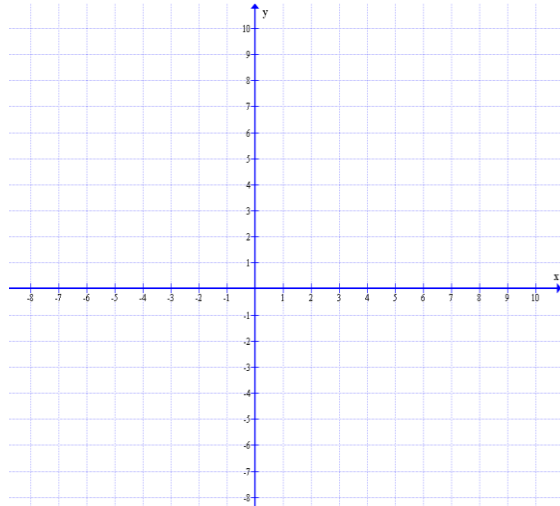
a) A (3,4)

b) B (-1/2, 5)

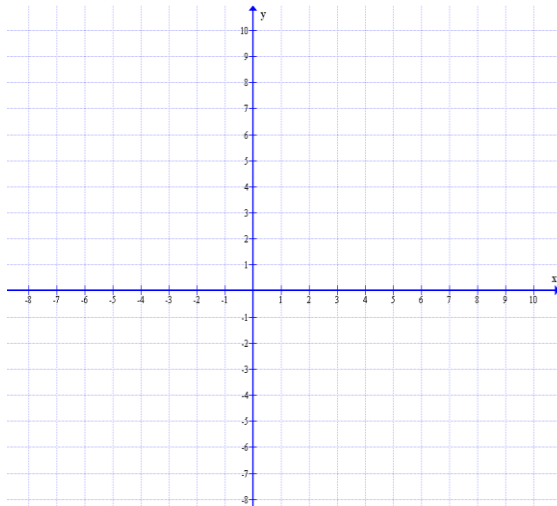
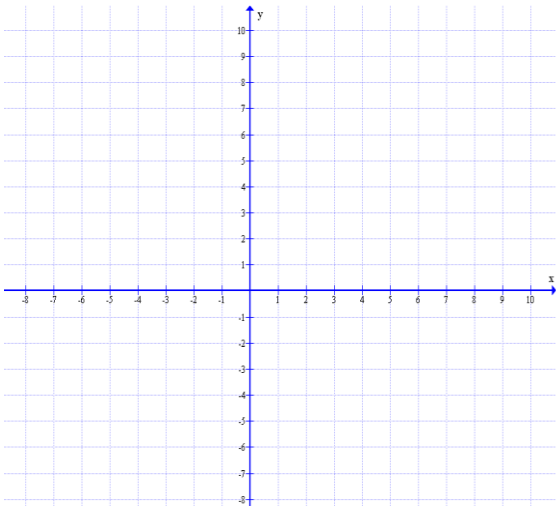
TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``



c) C (-3/5, -6/5)



d) D (3.2, -6.8)



Razones trigonométricas de ángulos reducidos.

Se llama ángulo reducido de un ángulo dado, al ángulo agudo tomado con valor positivo que forma el lado terminal del ángulo dado con el eje "x", el signo algebraico de las funciones trigonométricas del ángulo dado está determinado por el cuadrante en que queda su lado terminal.

Ejemplos: obtener el ángulo reducido para los siguientes ángulos.

a) A=120°

$$\text{ang. reducido} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

b) B= 135° 30'

$$\text{ang. reducido} = 180^\circ - 135^\circ 30' = 44^\circ 30'$$

c) C= -210° 38'

d) D= 237° 52'

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``

$$\text{ang. reducido} = 210^{\circ}38' - 180^{\circ} = 30^{\circ}38'$$

$$\text{ang. reducido} = 237^{\circ}52' - 180^{\circ} = 57^{\circ}52'$$

Signos de las funciones trigonométricas.

Considerando que la distancia de un punto cualquiera al origen de coordenadas siempre es positivo, vemos que los signos de las funciones en los distintos cuadrantes son:

En cada uno de los siguientes incisos, determine las demás razones trigonométricas del ángulo dado, si se sabe que:

a) $\text{sen } A = \frac{3}{4}$, A en C.I. Considerando $y=3$, $r=4$ y aplicando el teorema de Pitágoras para obtener el valor de x : $x = \sqrt{r^2 - y^2}$ substituyendo $x = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$ se obtienen las demás funciones:

$$\text{sen } A = \frac{3}{4} \quad \text{cot } A = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{cos } A = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{sec } A = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\text{tan } A = \frac{3}{\sqrt{7}} \quad \text{csc } A = \frac{4}{3}$$

b) $\text{cos } A = \frac{-12}{13}$, A en C. II. Considerando $x=-12$, $r= 13$ y aplicando el teorema de

Pitágoras para obtener el valor de "y": $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ substituyendo $y = \sqrt{(13)^2 - (-12)^2}$

$$y=5$$

Se obtienen las demás funciones:

$$\text{sen } \theta = \frac{5}{13}, \quad \text{tan } \theta = \frac{5}{-12}, \quad \text{sec } \theta = \frac{13}{-12}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{-12}{13}, \quad \text{cot } \theta = \frac{-12}{5}, \quad \text{csc } \theta = \frac{13}{5}$$

c) $\text{cot } \theta = \frac{-3}{7}$ su solución se encuentra en el segundo cuadrante, ya que se observa que

los valores de $x= -3$, $y=7$ corresponden a este cuadrante, obteniendo el valor del radio vector:

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``

$r = \sqrt{(-3)^2 + (7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$ por lo que las demás funciones trigonométricas son:

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{7}{\sqrt{58}} \quad \cot \theta = \frac{-3}{7}$$

$$\cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{58}} \quad \sec \theta = \frac{\sqrt{58}}{-3}$$

$$\tan \theta = \frac{7}{-3} \quad \operatorname{csc} \theta = \frac{\sqrt{58}}{7}$$

Razones trigonométricas de cualquier ángulo.

Para obtener las funciones trigonométricas cotangente, secante y cosecante de cualquier ángulo se utilizan las siguientes identidades y se despeja:

$$\operatorname{sen} \theta \operatorname{csc} \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{csc} \theta = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}$$

$$\cos \theta \sec \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta \cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

Ejemplos:

a) Obtener la cosecante de 30° :

$$\operatorname{csc} 30^\circ = \frac{1}{\operatorname{sen} 30^\circ}$$

$$\operatorname{csc} 30^\circ = \frac{1}{0.5} = 2$$

b) Obtener la secante de 50° :

$$\sec 50^\circ = \frac{1}{\cos 50^\circ}$$

$$\sec 50^\circ = \frac{1}{0.642} = 1.55$$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Triángulo rectángulo.

Un triángulo rectángulo es en el cual se presenta un ángulo interior de 90° . Resolver un triángulo rectángulo consiste en obtener los ángulos y lados faltantes a partir de los ángulos y lados conocidos.

Ejemplos: a) Resolver el triángulo rectángulo con $A = 40^\circ$, $a = 2.4$:

Solución:

Para obtener el ángulo B: $A+B+C = 180^\circ \rightarrow B = 180^\circ - A - C$

$$B = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ \rightarrow B = 50^\circ$$

Para hallar b: $\tan A = \frac{a}{b} \rightarrow b = \frac{a}{\tan A}$

$$b = \frac{2.4}{\tan 40^\circ} = \frac{2.4}{0.839} = 2.86$$

Para hallar c: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2.4)^2 + (2.86)^2} = 3.73$

Triángulo Oblicuángulo.

Es un triángulo que carece de ángulo recto, cuando se conocen tres elementos de un triángulo, uno de ellos necesariamente un lado es posible por medio el uso de ciertas fórmulas determinar los otros tres elementos. Dos de las fórmulas más usuales son las llamadas ley de los senos y ley de los cosenos.

En la solución de estos triángulos se pueden distinguir cuatro casos:

- 1.- Cuando se conocen dos ángulos y un lado
- 2.- Cuando se conocen dos lados y el ángulo.

3.- Cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido.

4.- Cuando se conocen los tres lados.

Ley de los senos: en todo triángulo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Por ejemplo:

a) De un triángulo oblicuángulo se conocen $A=60^\circ$, $B=45^\circ$, $a=4$, hallar b :

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} \rightarrow \frac{4}{\text{sen } 60^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 45^\circ} \rightarrow b = \frac{4 \text{ sen } 45^\circ}{\text{sen } 60^\circ}$$

$$b = \frac{4(0.7071)}{0.866} \qquad b = 3.26$$

Ley de los cosenos: en todo triángulo oblicuángulo el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto de los mismos lados por el coseno del ángulo que forman. Y se denota:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

de igual forma para encontrar los ángulos A , B y C :

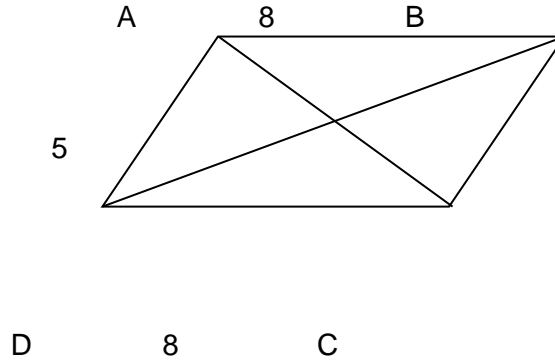
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \qquad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Aplicación de triángulos oblicuángulos.

Son problemas prácticos que se resuelven utilizando las leyes de senos y cosenos para obtener los elementos faltantes.

Ejemplos:

- a) Calcular las longitudes del siguiente paralelogramo si el ángulo $BAD = 125^\circ$.



Para hallar B y D: $A + B + C + D = 360^\circ \rightarrow B + D = 360^\circ - 250^\circ$

$B + D = 110^\circ$ además; $B = D$

$\rightarrow B = 55^\circ$ Y $D = 55^\circ$

Para hallar d: $d^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos D$ $d = \sqrt{(8)^2 + (5)^2 - 2(8)(5)\cos 55^\circ}$

$d = \sqrt{64 + 25 - 80(0.5735)}$ $d = \sqrt{89 - 4.88}$ $d = 6.56$

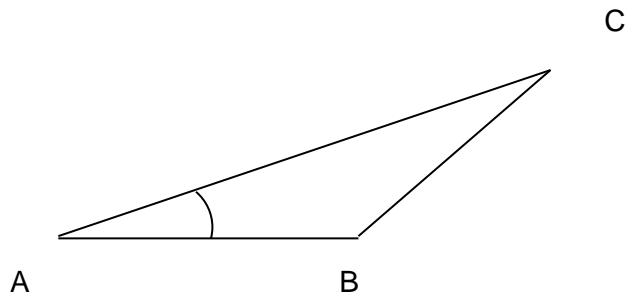
Para hallar c: $c^2 = b^2 + d^2 - 2bd \cos C$ $c = \sqrt{(8)^2 + (5)^2 - 2(8)(5)\cos 125^\circ}$

$c = \sqrt{64 + 25 - 80(-0.5735)} = \sqrt{89 + 45.88} = \sqrt{134.88} = 11.61$

$c = 11.61$

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``

b) Los ángulos de elevación de un helicóptero con respecto a dos puntos A y B sobre el nivel del suelo son $25^{\circ} 15'$ y $56^{\circ} 43'$ determinar la altura a la cual se encuentra el helicóptero si la distancia AB es de 6.0 Km.



Para hallar B: $B = 180^{\circ} - 56^{\circ} 43' = 123^{\circ} 17'$

Para hallar C: $C = 180^{\circ} - A - B \rightarrow C = 180^{\circ} - 25^{\circ} 15' - 123^{\circ} 17'$

SECTOR CIRCULAR.

Definición de sector circular.

Circunferencia es el conjunto de puntos de un plano que equidistan de un punto fijo en el mismo plano, el punto fijo se denomina centro y la distancia de este a los puntos se denomina radio. La circunferencia es una línea cerrada cuya longitud es llamada perímetro. La región interior de la circunferencia es el círculo que es un área o superficie plana.

La longitud de una circunferencia se obtiene de la siguiente expresión:

$$P = 2\pi r = \pi D$$

El círculo se mide en unidades de área: $A = \pi r^2$

Relación entre grados y radianes: $1 \text{ radian} = 57.3^{\circ}$

$$1^{\circ} = 0.0175 \text{ Rad.}$$

$$1' = 0.0002916 \text{ Rad.}$$

Sector circular. En un círculo de radio r , un ángulo central medido en radianes, intercepta un arco cuya longitud está dada por la siguiente expresión.

Longitud de sector circular: $S = r \theta$ (θ en radianes)

Área de sector circular: $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

Elementos notables de la circunferencia.

Centro: es un punto fijo del plano del cual equidistan los puntos que pertenecen a la circunferencia.

Radio: es la magnitud constante que existe entre el centro y cualquier punto de la circunferencia.

Recta secante: línea recta que interfecta a la circunferencia en dos de sus puntos.

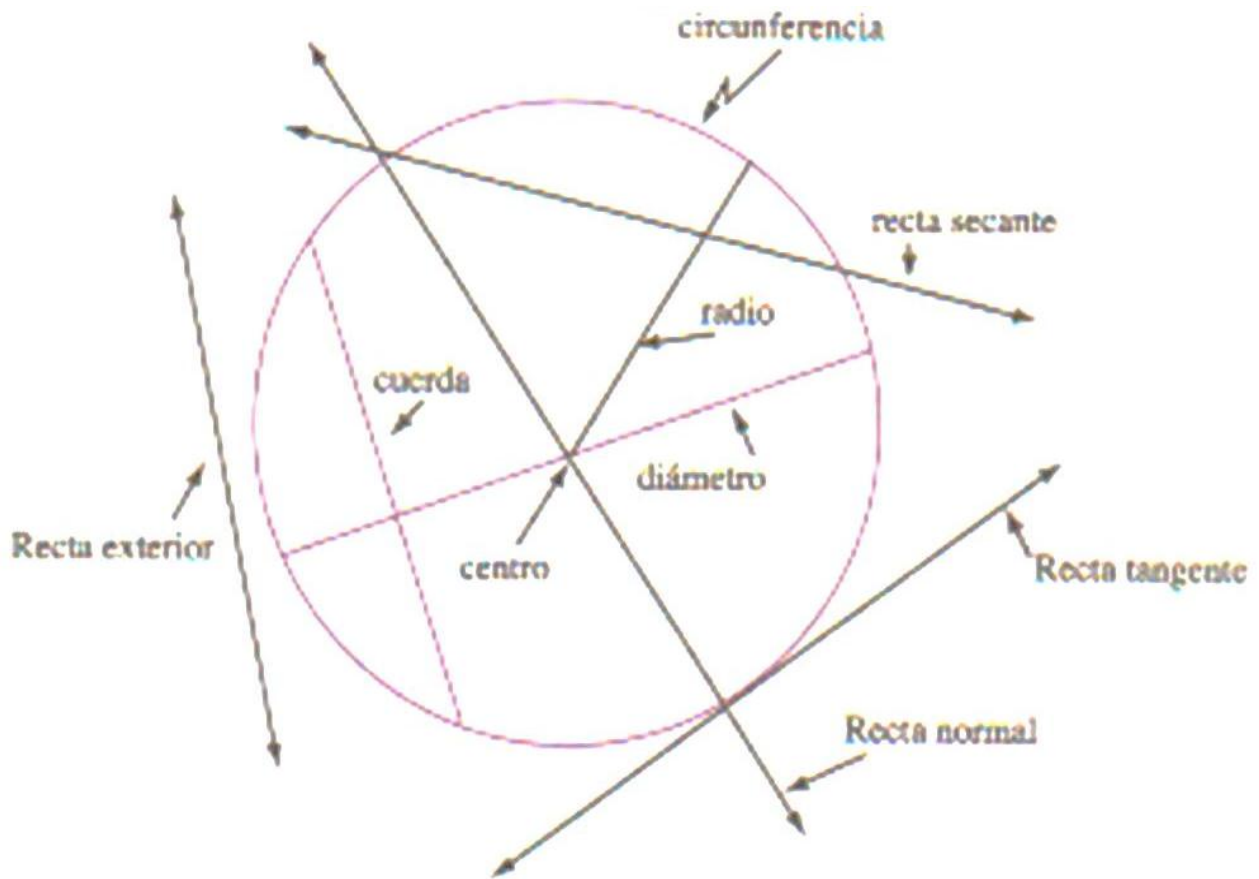
Cuerda: segmento de recta secante cuyos extremos son los dos puntos de intersección con la circunferencia, la cuerda es una línea perpendicular al radio y este pasa por su punto medio.

Diámetro: máxima cuerda de una circunferencia que pasa por el centro y su magnitud es igual a dos radios.

Recta tangente: línea recta que intercepta a la circunferencia en uno de sus puntos y que es perpendicular al radio en el punto de tangencia.

Longitud de una circunferencia o perímetro: es la magnitud del arco total que resulta de multiplicar dos veces la constante π por la magnitud de su radio.

Arco de circunferencia: la parte comprendida entre los puntos de una circunferencia AB.



Circunferencia unitaria.

Tiene como radio a la unidad, es decir su radio mide uno y como longitud tiene $2\pi = 6.28$ el cual sería su perímetro. Se puede establecer una correspondencia entre los números reales que miden la longitud del arco y los radianes del ángulo que se genera.

Arco reducido: es el que se forma entre el final del arco dado y el eje X, debiendo ser menor que 1.57 en número real.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICA DE ARCOS.

Un arco de circunferencia representa un número del cual se pueden obtener las seis funciones trigonométricas. Debe tenerse cuidado que la calculadora se encuentre en radianes y comprobar los signos de las funciones trigonométricas para los cuadrantes que correspondan.

Ejemplo: Hallar las funciones trigonométricas del arco $U = 1.3$:

$$\operatorname{sen} 1.3 = 0.9635 \qquad \operatorname{cot} 1.3 = 0.2776$$

$$\operatorname{cos} 1.3 = 0.2674 \qquad \operatorname{sec} 1.3 = 3.7397$$

$$\operatorname{tan} 1.3 = 3.602 \qquad \operatorname{csc} 1.3 = 1.0378$$

Obtención del arco dado el valor de su razón trigonométrica.

Conocido el valor de una razón trigonométrica es posible obtener el valor del arco con número real U , ejemplo obtener el arco U cuyo coseno es 0.25

$$U = \operatorname{arc} \operatorname{cos} 0.25$$

$$U = 1.3181$$

GRÁFICAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Función: es un conjunto de pares ordenados donde no se repite el mismo primer elemento.

Una función trigonométrica tiene su gráfica cuando se le dan valores a la variable independiente "x" y se obtienen los valores de la variable dependiente "y" usando las funciones de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

Gráfica de $y = \operatorname{sen} x$ proporciona una representación de la función $\operatorname{sen} x$. El argumento x es un número real que va a ser la abscisa de un punto cualquiera de la gráfica. Si se usa un círculo unitario, la ordenada de cualquier punto de la circunferencia será $f(x) = \operatorname{sen} x$.

La gráfica de $y = a \operatorname{sen} x$, en donde "a" es una constante positiva se puede trazar fácilmente por comparación con la curva $\operatorname{sen} x$, la constante "a" se denomina amplitud de la función.

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``

La gráfica de $y = \sin bx$, donde "b" es una constante positiva, tiene como periodo $\frac{2\pi}{b}$.

Entendiéndose por periodo la distancia horizontal en el eje x en que la figura desarrolla un ciclo; y por ciclo la trayectoria de la gráfica.

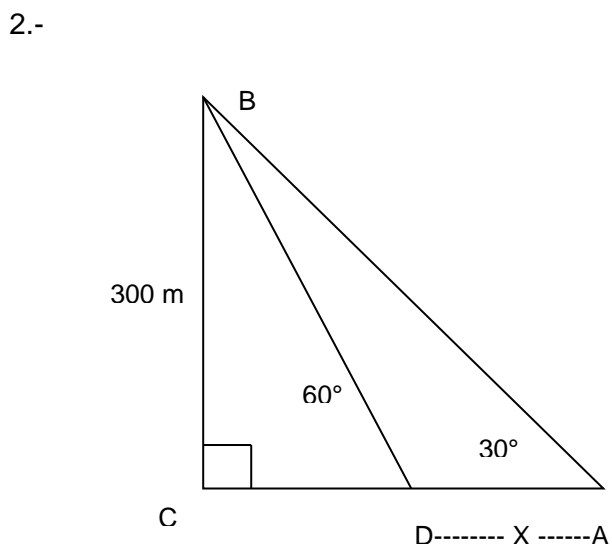
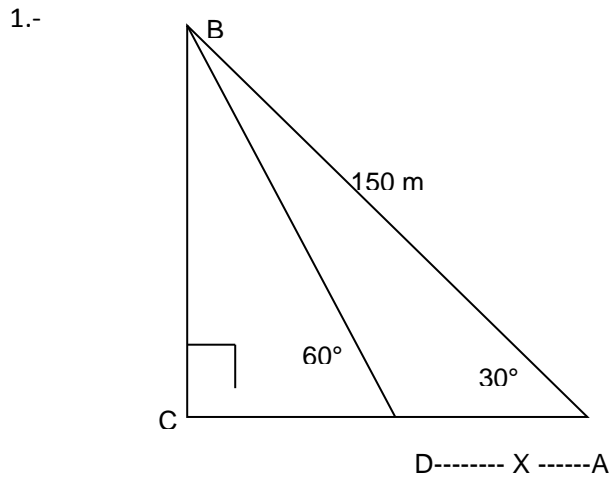
La gráfica de $y = a \sin (bx + \infty)$ es similar a la gráfica de $y = \sin bx$, ∞ recibe el nombre de ángulo de fase y desplaza (desfasa) la gráfica a la izquierda o a la derecha según que sea positiva o negativa. La magnitud del defasamiento esta dado por $\frac{\infty}{b}$.

La gráfica de $y = \cos x$ es parecida a la de $y = \sin x$.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

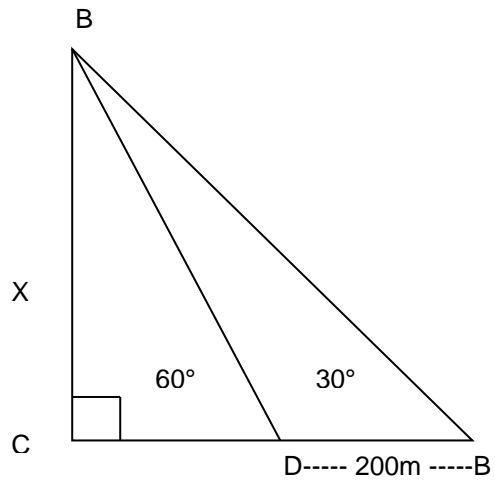
Resolución de Triángulos Rectángulos

Resuelve cada uno de los siguientes triángulos, aplicando las razones trigonométricas y sus valores. (Sólo debes calcular el valor de x).

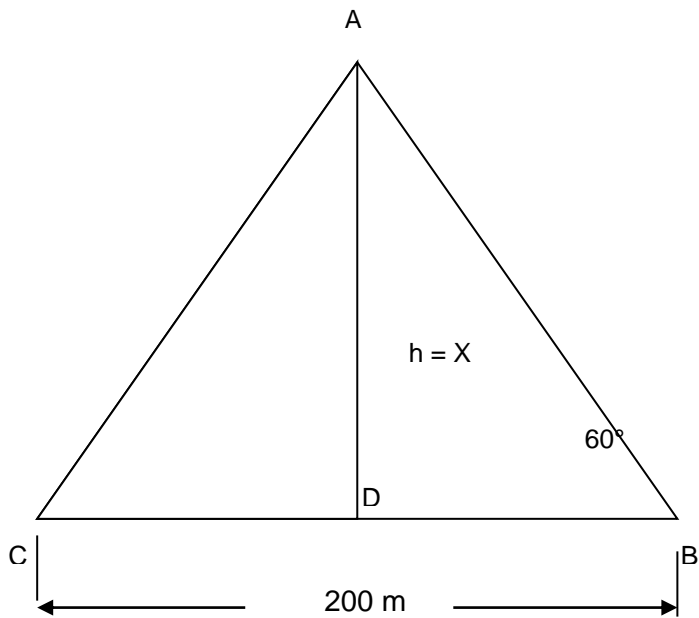


TRIGONOMETRÍA PLANA "RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS"

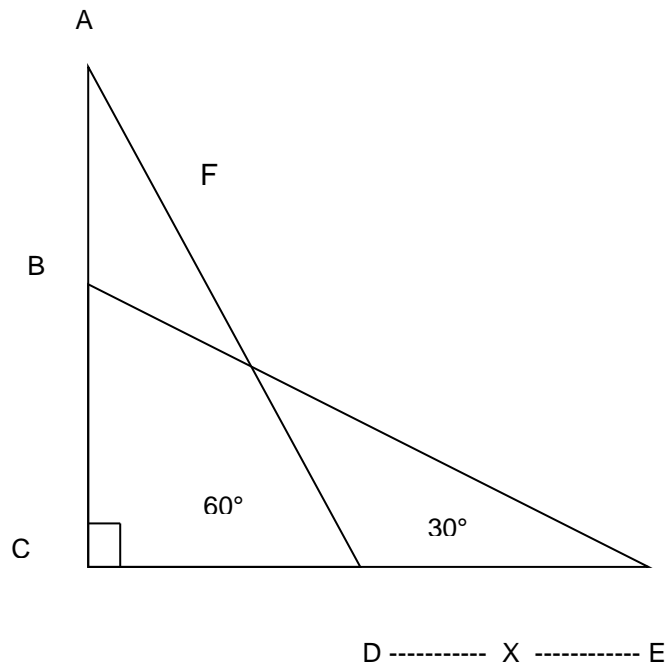
3.-



4.-



5.-



$$AD = BE$$

$$BC = 4 \text{ m}$$

$$DE = x$$

EJERCICIOS

1.- Factorizar cada una de las siguientes expresiones.

a) $\text{Sen } 35^\circ + \text{Sen } 25^\circ$

h) $\text{Sen } 4x + \text{Sen } 2x$

b) $\text{Sen } 35^\circ - \text{Sen } 35^\circ$

i) $\text{Sen } 105^\circ - \text{Sen } 15^\circ$

c) $\text{Cos } 465^\circ - \text{Cos } 165^\circ$

j) $\text{Cos } 30^\circ - \text{Sen } 30^\circ$

d) $\text{Cos } 80^\circ - \text{Cos } 20^\circ$

k) $\text{Cos } 60^\circ - \text{Sen } 60^\circ$

e) $\text{Tag } 20^\circ + \text{Tag } 50^\circ$

l) $\text{Tag } 45^\circ - \text{Tag } 15^\circ$

f) $\text{Tag } 30^\circ + \text{Tag } 60^\circ$

m) $\text{Tag } 60^\circ + \text{Ctg } 60^\circ$

g) $\text{Tag } 50^\circ - \text{Tag } 25^\circ$

2.- Demostrar transformando en producto (factorizando) cada una de las siguientes expresiones:

a) $\text{Sen } 40^\circ + \text{Sen } 20^\circ = \text{Cos } 10^\circ$

b) $\text{Sen } 105^\circ + \text{Sen } 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\frac{\text{Sen } 75^\circ - \text{Sen } 15^\circ}{\text{Cos } 75^\circ + \text{Cos } 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{\text{Cos } 50^\circ - \text{Cos } 40^\circ}{\text{Cos } 25^\circ - \text{Cos } 35^\circ} = -\sqrt{2}$

e) $\frac{\text{Sen } 35^\circ - \text{Sen } 25^\circ}{\text{Cos } 50^\circ - \text{Cos } 40^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

ÁREA DE LOS TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Resuelve cada uno de los siguientes triángulos oblicuángulos, sabiendo que

1.- $a = 125 \text{ cm}$

$\alpha = 54^\circ 40'$

$\beta = 65^\circ 10'$

2.- $c = 25 \text{ cm}$

$\alpha = 35^\circ$

$\beta = 68^\circ$

3.- $b = 275 \text{ cm}$

$\alpha = 125^\circ 40'$

$\varphi = 48^\circ 50'$

4.- $b = 215 \text{ cm}$

$c = 150 \text{ cm}$

$\beta = 42^\circ 40'$

5.- $a = 512 \text{ cm}$

$b = 426 \text{ cm}$

$\alpha = 48^\circ 50'$

6.- $b = 50,4 \text{ cm}$

$c = 33,3 \text{ cm}$

$\beta = 118^\circ 30'$

7.- $b = 40,2 \text{ cm}$

$a = 31,5 \text{ cm}$

$\beta = 112^\circ 20'$

8.- $b = 51,5 \text{ cm}$

$a = 62,5 \text{ cm}$

$\beta = 40^\circ 40'$

9.- $a = 320 \text{ cm}$

$c = 475 \text{ cm}$

$\alpha = 35^\circ 20'$

10.- $b = 120 \text{ cm}$

$c = 270 \text{ cm}$

$\alpha = 118^\circ 40'$

11.- $a = 24,5 \text{ cm}$

$b = 18,6 \text{ cm}$

$c = 26,4 \text{ cm}$

12.- $a = 6,34 \text{ cm}$

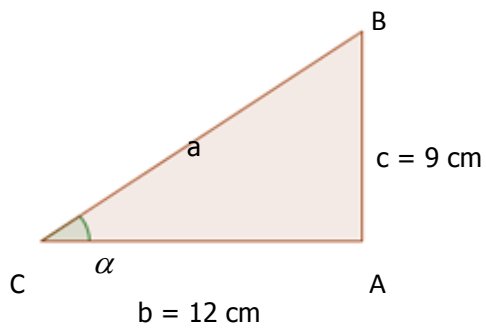
$b = 7,30 \text{ cm}$

$c = 9,98 \text{ cm}$

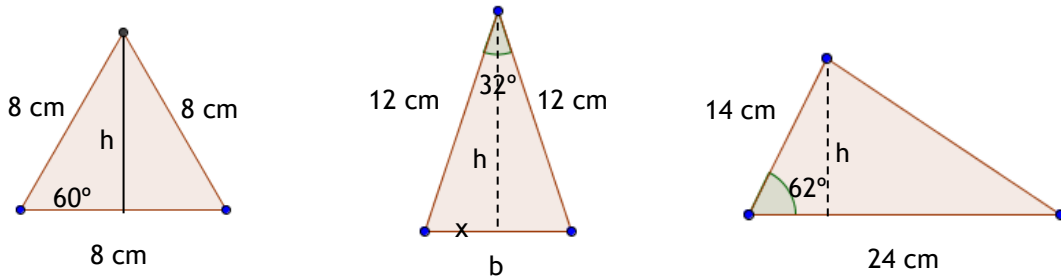
EJERCICIOS DE TRIGONOMETRÍA

En el siguiente triángulo rectángulo, determina:

- Las razones trigonométricas del ángulo α (seno, coseno, tangente y sus inversas).
- La medida del ángulo α . Expresa el resultado en el Sistema Sexagesimal (en forma compleja: grados, minutos y segundos) y en el Sistema Internacional (en radianes).

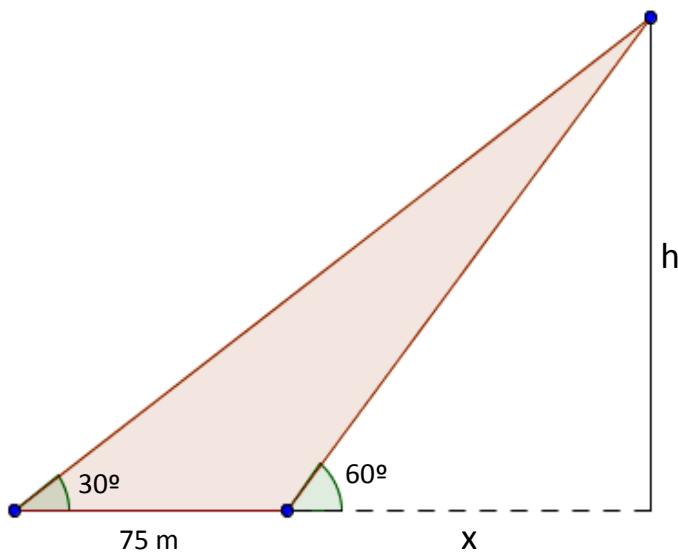


Determina el área de los siguientes triángulos:



- a) Determinamos la altura. Como es un triángulo equilátero sus 3 ángulos internos son iguales
- b) Determinamos la base y la altura:
- c) Determinamos la altura:

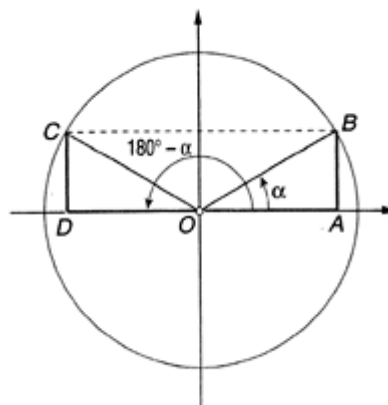
Desde cierto punto del suelo se ve el punto más alto de una torre formando un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos acercamos 75 metros hacia el pie de la torre, su punto más alto se ve bajo un ángulo de 60° . Determina la altura de la torre.



**RELACIONES ENTRE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ALGUNOS
ÁNGULOS: ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS, ÁNGULOS
COMPLEMENTARIOS, ETC.).**

$$a) \operatorname{sen} 120^\circ = \operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Nota: 120° y 60° son dos ángulos suplementarios (suman 180°).

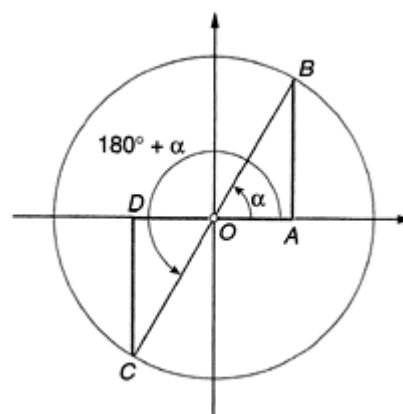


$$b) \operatorname{cos} 150^\circ = -\operatorname{cos} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Nota: 150° y 30° son dos ángulos suplementarios (suman 180°).

$$c) \operatorname{tg} 135^\circ = \frac{\operatorname{sen} 135^\circ}{\operatorname{cos} 135^\circ} = \frac{\operatorname{sen} 45^\circ}{-\operatorname{cos} 45^\circ} = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

Nota: 135° y 45° son dos ángulos suplementarios (suman 180°).



$$d) \operatorname{sen} 210^\circ = -\operatorname{sen} 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

Nota: 30° y 210° son dos ángulos que difieren en 180° .

$$e) \operatorname{cos} 300^\circ = \operatorname{cos}(-60^\circ) = \operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Nota: 60° y -60° son dos ángulos opuestos ($300^\circ = -60^\circ$)

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``

$$f) \operatorname{tg} 240^\circ = \frac{\operatorname{sen} 240^\circ}{\operatorname{cos} 240^\circ} = \frac{-\operatorname{sen} 60^\circ}{-\operatorname{cos} 60^\circ} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

Nota: 60° y 240° son dos ángulos que difieren en 180° .

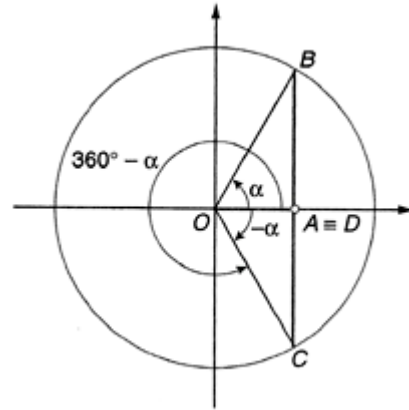
$$g) \operatorname{sen} 330^\circ = \operatorname{sen}(-30^\circ) = -\operatorname{sen} 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

Nota: 30° y -30° son dos ángulos opuestos ($330^\circ = -30^\circ$)

$$h) \operatorname{cos}(-60^\circ) = \operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Nota: 60° y -60° son dos ángulos opuestos.

$$i) \operatorname{tg}(-120^\circ) = \operatorname{tg} 240^\circ = \frac{\operatorname{sen} 240^\circ}{\operatorname{cos} 240^\circ} = \frac{-\operatorname{sen} 60^\circ}{-\operatorname{cos} 60^\circ} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

1. La medida del ángulo mayor de un triángulo es el doble de la medida del ángulo menor, ¿Es la medida del lado mayor el doble de la medida del lado menor? Obtenga la medida de c , si $\alpha = 40,4^\circ$, $\gamma = 81,0^\circ$ y $a = 100$.
2. Se desea determinar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en las orillas opuestas de un río. Se traza un segmento de recta AC de una longitud de 240 metros y se encuentra que los ángulos BAC y ACB miden $63^\circ 20'$ y $54^\circ 10'$, respectivamente. Calcule la distancia aproximada entre A y B.
3. Un topógrafo elige un punto C a 375 metros de A y 530 metros de B, para determinar la distancia entre A y B. Determine la distancia requerida sabiendo que el ángulo BAC mide $49^\circ 30'$.
4. Un poste de telégrafos, que está inclinado en un ángulo de 12° con respecto al sol, da una sombra sobre la tierra de 10 metros de longitud, cuando el ángulo de elevación del sol es de 64° . Obtenga la longitud del poste.
5. Una carretera recta forma un ángulo de 15° con la horizontal. Un poste vertical, que se encuentra en la orilla de la carretera, produce una sombra sobre ésta de 75 metros de longitud, cuando el ángulo de elevación del sol es de 57° . Determine la longitud del poste.
6. El ángulo de una de las esquinas de un terreno triangular mide $73^\circ 40'$. Si los lados entre los cuales se encuentra dicho ángulo, tienen una longitud de 175 y 150 metros, determine la longitud del tercero de los lados.
7. Un poste vertical sobre una ladera, mide 40 metros de alto y forma un ángulo de 17° con el horizonte. Encuentre la longitud mínima que debe tener una cuerda, que parte de la punta del poste, para que alcance un punto a 72 metros de la base del poste.

8. Demuestre que para todo triángulo ABC, se cumple.
- a) $a^2 + b^2 + c^2 = 2 \cdot (bc \cdot \cos \alpha + ac \cdot \cos \beta + ab \cdot \cos \gamma)$
- b)
$$\frac{\cos \alpha}{a} + \frac{\cos \beta}{b} + \frac{\cos \gamma}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}$$
9. Desde un punto sobre el piso localizado a 120 metros de la Torre Eiffel, se observa que el ángulo de elevación de la punta de la torre es $68,2^\circ$. ¿Qué altura tiene la torre?.
10. Desde un punto localizado en el mismo plano que la parte superior de las cataratas de Bridalveil en el parque nacional de Yosemite y a una distancia de 234 metros, el ángulo de depresión del extremo inferior de las cataratas es de $41,5^\circ$. Encuentre la altura de las cataratas de Bridalveil.
11. Un helicóptero vuela a 130 metros sobre uno de los extremos de un puente que se tiende sobre el río Missouri en la ciudad de Jefferson. El ángulo de depresión del otro extremo del puente visto desde el helicóptero es de $32,0^\circ$. ¿Qué longitud tiene el puente? 8
12. El ángulo de elevación de la parte más alta de la torre del City Hall de Filadelfia, tomada desde un punto al nivel del piso y a 100 metros de su base es de $61,3^\circ$. ¿Qué altura tiene el edificio?
13. Encuentre el radio de una circunferencia para la cual una cuerda de 10,8cm. corresponde a un ángulo de $38,4^\circ$ en su centro.
14. Un cercado de altura h está localizado en posición este – oeste. El ángulo de elevación del sol es θ y su orientación es SW. Obtenga el ancho de la sombra que proyecta el cercado al nivel del piso.

15. Desde la cima de un peñasco al borde de un lago, se observa una boya con un ángulo de depresión θ y una segunda boya más cercana al peñasco, está a d metros de la base de éste. Demuestre que la distancia entre las boyas es $d(\tan \theta - \cot \theta - 1)$ metros.
16. Un helicóptero sobrevuela directamente sobre un camino que va de este a oeste al nivel del suelo. Mirando hacia el este, el piloto ve un bache en el camino, con un ángulo de depresión θ . Mirando hacia el oeste, observa otro bache en el camino con un ángulo de depresión ϕ . Si los baches están separados por "a" metros, determine a qué altura vuela el helicóptero.
17. Un observador en A mira directamente al norte y ve un meteoro con un ángulo de elevación de 55° . En el mismo instante, otro observador, localizado 10 Km. al oeste de A, ve el mismo meteoro y ubica su posición como N 50° E, pero olvida anotar el ángulo de elevación. Encuentre la altura del meteoro y la distancia desde el punto A al meteoro.
18. Desde una cabaña C ubicada en la cima de una colina costera ubicada a 120 m. sobre el nivel del mar, se observa un velero S detenido en la bahía. Obtenga la longitud que recorre la luz de un foco que se dirige desde la cabaña hasta el velero con un ángulo de depresión de 30° .
19. Sea ABC un triángulo equilátero y P un punto interior de él. Si las distancias desde P a los tres vértices son 1m, 1m y 2m, determine el área del triángulo.
20. Desde el pie de un poste, el ángulo de elevación a la punta de un campanario mide α° ; desde la parte superior del poste que tiene "m metros" de altura, el ángulo de elevación a la punta de dicho campanario mide β° . Si el pie del poste y de la torre están en la misma recta horizontal, compruebe que la altura h de la torre

GLOSARIO

Acutángulo. Triángulo cuyos tres ángulos son agudos. Los triángulos equiláteros son acutángulos.

Adyacente. Contiguo. Ángulos adyacentes son los que tienen el mismo vértice y un lado común que los separa.

Agudo. En geometría, ángulo que mide menos de 90° .

Ángulo. Abertura formada por dos rectas o dos planos que se cortan.

Ángulo central. En un círculo, es el ángulo cuyos lados son radios y su vértice está en el centro.

Ángulo complementario. Es el que sumado con otro da 90° .

Ángulo lineal o llano. Es aquel que mide 180° exactamente.

Ángulo negativo. Es el que se forma rotando en el sentido de las manecillas de un reloj.

Ángulo obtuso. Es el que mide más de 90° y menos de 180° .

Ángulo positivo. Es el que se forma rotando en contra de las manecillas de un reloj.

Ángulo recto. Es el que mide 90° exactamente.

Ángulos adyacentes. Son aquellos que tienen un mismo vértice y comparten uno de sus lados.

Ángulos opuestos por el vértice. Cuando dos rectas se cortan formando 4 ángulos; éstos, dos a dos, son opuestos por el vértice formado por las rectas. Los ángulos formados por la oposición del vértice son iguales.

Ángulos suplementarios. Son dos ángulos que sumados dan como resultado 180° .

Arco. Sección geométrica de una curva cualquiera.

Bisectriz. Plano o línea que divide un espacio o un plano en dos partes iguales. Línea que corta a un ángulo en dos iguales.

Círculo. Superficie cerrada en la cual todos los puntos equidistan de otro llamado centro. Los elementos del círculo son: arco, radio, diámetro, cuerda, secante y tangente.

Circunferencia. Línea curva y cerrada que limita a una superficie circular. La recta que va del centro a cualquiera de sus puntos se llama radio. La recta que une dos puntos de la

circunferencia y pasa por el centro se llama diámetro. El diámetro es igual a dos radios alineados. Una recta que une dos puntos y no pasa por el centro es una cuerda. Un diámetro o cuerda que al prolongarse corta a la circunferencia, se llama secante. Una recta que toca a la circunferencia en un solo punto se llama tangente. Si dos circunferencias tienen el mismo centro, se dice que son concéntricas.

Hipotenusa. En un triángulo rectángulo, es el lado que queda enfrente u opuesto al ángulo recto en relación con los lados del triángulo. El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, que son los otros dos lados del triángulo.

Identidad. Se da cuando dos miembros de una igualdad tienen el mismo valor numérico independientemente de los valores asignados.

Isósceles, triángulo. Que tiene dos lados o dos ángulos iguales.

Mediana. En un triángulo, línea que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. Si se prolongan las tres medianas, se cortan en un solo punto.

Mediatriz. Línea que parte del punto medio de un lado de un triángulo o de un segmento de recta de forma perpendicular, no necesariamente cortando el vértice opuesto.

Oblicuo. Línea o plano que al cortar otra línea o plano no forma ángulo recto.

Obtuso. Ángulo que mide más de 90° y menos de 180° .

Proporción. Es la igualdad de dos razones.

Radián. Diferente manera de medir un ángulo, que equivale a la longitud del arco comprendido en la circunferencia que sustenta el ángulo en cuestión.

Sector. Superficie limitada por dos rectas y arco de curva cualquiera.

Sector circular. Parte de un círculo comprendido entre dos radios y el arco comprendido entre ambos.

Sinusoide. Curva plana que en coordenadas cartesianas representa los valores sucesivos del seno de un arco a partir de 0° , siendo las abscisas los valores crecientes del arco y las ordenadas los valores de los senos.

Triángulo. Polígono de tres lados.

Triángulo acutángulo. Cuando sus tres ángulos son agudos.

Triángulo equilátero. Cuando sus tres lados y sus tres ángulos son iguales.

Triángulo escaleno. Cuando sus tres lados son desiguales.

Triángulo isósceles. Con dos lados y dos ángulos iguales.

Triángulo obtusángulo. Cuando uno de sus ángulos es obtuso, o sea, que mide más de 90° y menos de 180° .

Triángulo rectángulo. Dícese del triángulo que tiene un ángulo recto o de 90° . Sobre este tipo de triángulo se estudia el teorema de Pitágoras y las funciones trigonométricas básicas.

Trigonometría. Estudio de las relaciones numéricas entre los elementos de un triángulo. Éste puede ser a través del teorema de Pitágoras y las funciones trigonométricas básicas, que son seno, coseno y tangente.

BIBLIOGRAFÍA

- Bottani, N. (2008). *Indicadores prioritarios de evaluación*. Paris: OECD.
- Cárdenas, R. (2003). Recuperado el 09 de 02 de 2015, de Los recursos didácticos en un sistema de aprendizaje autónomo de formación: www.cardenagustavo.pdf.
- Castells, N. (2009). *La investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la lectura inicial: revisión y*. España: Quinta Edición.
- Dienes, P. (2005). *Las seis etapas del aprendizaje de trigonometría*. Barcelona: Sexta Edición Teide.
- Edel, R. (2003). *Factores asociados al rendimiento académico*. *Revista Iberoamericana de Educación*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la educación. Estados Unidos .
- Flores, P. (2001). *Aprendizaje y evaluación en trigonometría y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria*. Madrid- España: Quinta Ediciones Síntesis.
- Fonseca, M. (2006). *Materiales y recursos didácticos, qué haríamos sin ellos*. Cali Colombia: Quinta Edición Trillas .
- Granville, W. (1954). *Trigonometría Plana y Esférica* . Estados Unidos .
- Guerra, I. (2009). *Hacia una concepción didáctica potenciadora del desarrollo de los escolares con necesidades educativas especiales*. . Ciudad de La Habana Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Gutiérrez, A. (2010). *Área de conocimiento Didáctica de la trigonometría*. . Madrid: Síntesis (pp. 59-104).
- Méndez, S. (2011). *Indcadores de Evaluación* . México: Primera Edición .
- Monereo, C. (2008). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*. Barcelona. España: Cuata edición , Grao.

TRIGONOMETRÍA PLANA ``RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS``