



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,

VINCULACIÓN Y POSGRADO

DIRECCIÓN DE POSGRADO

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE:

**MAGÍSTER EN MATEMÁTICA APLICADA MENCIÓN MATEMÁTICA
COMPUTACIONAL**

TEMA:

**“ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RENDIMIENTO
ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO
AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD
EDUCATIVA 'CENTRAL TÉCNICO' MEDIANTE ANOVA BOOTSTRAP.
IMPLICACIONES PARA LA MEJORA CONTINUA.”**

AUTOR:

Ing. Gustavo Javier López Rodríguez

TUTOR:

Dra. Angélica María Urquizo Alcívar, PhD.

Riobamba – Ecuador

2024

Certificación de la Tutora

Certifico que el presente trabajo de titulación denominado: **“Análisis del comportamiento del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de educación general básica en la unidad educativa 'Central Técnico' mediante Anova Bootstrap. Implicaciones para la mejora continua.”**, ha sido elaborado por el Ingeniero Gustavo Javier López Rodríguez, el mismo que ha sido orientado y revisado con el asesoramiento permanente de mi persona en calidad de Tutora. Así mismo, refrendo que dicho trabajo de titulación ha sido revisado por la herramienta antiplagio institucional; por lo que certifico que se encuentra apto para su presentación y defensa respectiva.

Es todo cuanto puedo informar en honor a la verdad.

Riobamba, 24 de septiembre de 2024



Dra. Angélica María Urquizo Alcívar, PhD.

TUTORA

Declaración de Autoría y Cesión de Derechos

Yo, **Gustavo Javier López Rodríguez**, con número único de identificación **180415355-7**, declaro y acepto ser responsable de las ideas, doctrinas, resultados y lineamientos alternativos realizados en el presente trabajo de titulación denominado: “Análisis del comportamiento del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de educación general básica en la unidad educativa 'Central Técnico' mediante Anova Bootstrap. Implicaciones para la mejora continua.” previo a la obtención del grado de Magíster en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional.

- Declaro que mi trabajo investigativo pertenece al patrimonio de la Universidad Nacional de Chimborazo de conformidad con lo establecido en el artículo 20 literal j) de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.
- Autorizo a la Universidad Nacional de Chimborazo que pueda hacer uso del referido trabajo de titulación y a difundirlo como estime conveniente por cualquier medio conocido, y para que sea integrado en formato digital al Sistema de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, dando cumplimiento de esta manera a lo estipulado en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.

Riobamba, 24 de septiembre de 2024



Gustavo Javier López Rodríguez

N.U.I. 180415355-7



Dirección de
Posgrado
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,
VINCULACIÓN Y POSGRADO



Riobamba, 19 de noviembre de 2024

ACTA DE SUPERACIÓN DE OBSERVACIONES

En calidad de miembro del Tribunal designado por la Comisión de Posgrado, CERTIFICO que una vez revisado el Proyecto de Investigación y/o desarrollo denominado "ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA 'CENTRAL TÉCNICO' MEDIANTE ANOVA BOOTSTRAP. IMPLICACIONES PARA LA MEJORA CONTINUA.", dentro de la línea de investigación de Ingeniería Informá, **presentado por el maestrante López Rodríguez Gustavo Javier**, portador de la CI. 1804153557, del programa de **Maestría en MATEMÁTICA APLICADA MENCIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL**, cumple al 100% con los parámetros establecidos por la Dirección de Posgrado de la Universidad Nacional de Chimborazo.

Es todo lo que podemos certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Formado el 19/11/2024 a las 10:00 AM por:
GUILLERMO EDWIN
MACHADO SOTOMATOR

Dr. Guillermo Machado S.
MIEMBRO DEL TRIBUNAL



Campus La Dolorosa
Av. Eloy Alfaro y 10 de Agosto
Teléfono (593-3) 373-0880, ext. 2002
Riobamba - Ecuador

Unach.edu.ec
en movimiento



Dirección de
Posgrado
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,
VINCULACIÓN Y POSGRADO



Riobamba, 13 de octubre de 2024

ACTA DE SUPERACIÓN DE OBSERVACIONES

En calidad de miembro del Tribunal designado por la Comisión de Posgrado, CERTIFICO que una vez revisado el Proyecto de Investigación y/o desarrollo denominado **“ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA 'CENTRAL TÉCNICO' MEDIANTE ANOVA BOOTSTRAP. IMPLICACIONES PARA LA MEJORA CONTINUA”**, dentro de la línea de investigación de Ingeniería Informática, **presentado por el maestrante Gustavo Javier López Rodríguez**, portador de la CI. 1804153557, del programa de **Maestría en Matemática Aplicada mención Matemática Computacional**, cumple al 100% con los parámetros establecidos por la Dirección de Posgrado de la Universidad Nacional de Chimborazo.

Es todo lo que puedo certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Firmado electrónicamente por:
**ELEBA MARIA BODERO
POVEDA**

Ing. Elba Bodero Poveda, PhD.
MIEMBRO DEL TRIBUNAL



Campus La Dolorosa
Av. Eloy Alfaro y 10 de Agosto
Teléfono (593-3) 373-0880, ext. 2002
Riobamba - Ecuador

Unach.edu.ec
en movimiento



Dirección de
Posgrado
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,
VINCULACIÓN Y POSGRADO



Riobamba, 21 de noviembre de 2024

ACTA DE SUPERACIÓN DE OBSERVACIONES

En calidad de miembro del Tribunal designado por la Comisión de Posgrado, CERTIFICO que una vez revisado el Proyecto de Investigación y/o desarrollo denominado "ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA 'CENTRAL TÉCNICO' MEDIANTE ANOVA BOOTSTRAP. IMPLICACIONES PARA LA MEJORA CONTINUA.", dentro de la línea de investigación de Ingeniería Informática, presentado por el maestrante López Rodríguez Gustavo Javier, portador de la CI. 1804153557, del programa de Maestría en MATEMÁTICA APLICADA MENCIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL, cumple al 100% con los parámetros establecidos por la Dirección de Posgrado de la Universidad Nacional de Chimborazo.

Es todo lo que podemos certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Atestado digitalmente por:
ANGÉLICA MARÍA
URQUIZO ALCIVAR

Dra. Angélica Urquiza
TUTORA



Campus La Dolorosa
Av. Eloy Alfaro y 10 de Agosto
Teléfono (593-3) 373-0880, ext. 2002
Riobamba - Ecuador

Unach.edu.ec
en movimiento



Dirección de Posgrado
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,
VINCULACIÓN Y POSGRADO

en movimiento

Riobamba, **01 de diciembre de 2024**

CERTIFICADO

De mi consideración:

Yo Angélica María Urquizo Alcívar, certifico que Gustavo Javier López Rodríguez con cédula de identidad No. 1804153557 estudiante del programa de maestría en Maestría en matemática aplicada con mención en matemática computacional , cohorte Segunda (2023-2024), presentó su trabajo de titulación bajo la modalidad de Proyecto de titulación con componente de investigación aplicada/desarrollo denominado: Análisis del Comportamiento del Rendimiento Académico en Matemáticas de los Estudiantes de Décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico' mediante ANOVA Bootstrap. Implicaciones para la Mejora Continua, el mismo que fue sometido al sistema de verificación de contenido de similitud de contenido TURNITIN identificando el 8% en el texto.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Angélica María Urquizo Alcívar

CI:

Adj.-

- Resultado del análisis de similitud

Agradecimiento

Agradezco a mi Dios, porque en su Perfección ha hecho que logre cumplir este objetivo en mi vida y estoy seguro de que nunca me ha dejado ni me dejara solo. A mi Madre que sin sus oraciones no sería quien soy y siempre ha creído en mí. A mi familia que su amor, paciencia y apoyo siempre han sido un pilar indispensable para mí. Finalmente, pero no menos importante a quien estuvo acompañándome todo el tiempo en el proceso y desarrollo de esta Tesis y durante las clases con su apoyo, amor, aliento y sobre todo paciencia. Gracias mi Valesito.

Dedicatoria

A mi Dios, por darme la salud, las fuerzas y la sabiduría para completar este importante paso en mi vida académica, siempre ha estado conmigo y sé que siempre lo seguirá haciendo.

A mis padres, por su amor incondicional, cada oración de mi madre seguramente me dio fuerzas para lograrlo, por el apoyo constante y por inculcarme desde pequeño la importancia de prepararse académicamente. Sin su sacrificio y confianza en mí, este logro no hubiera sido posible.

A mi Tutora Dra. Angélica María Urquizo Alcívar, PhD., por su guía y por compartir conmigo su vasto conocimiento y experiencia, los cuales han sido fundamentales para el desarrollo de esta Tesis.

Con gratitud y aprecio,

Gustavo López

Índice General

Certificación de la Tutora	ii
Declaración de Autoría y Cesión de Derechos	iii
Acta de Superación de Observaciones	vii
Certificado Antiplagio	viii
Agradecimiento	viii
Dedicatoria	ix
Índice General	x
Índice de Tablas	xviii
Índice de Figuras	xiviv
Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
Capítulo 1 Generalidades	5
1.1 Planteamiento del problema	5
1.2 Justificación de la Investigación.....	6
1.3 Objetivos.....	7
1.3.1 Objetivo General.....	7
1.3.2 Objetivos Específicos	7
Capítulo 2 Estado del Arte y la Práctica	9
2.1 Antecedentes Investigativos	9
2.2 Fundamentación Legal	13
2.2.1 Legislación Internacional	13
2.2.2 Legislación Nacional	14
2.3 Fundamentación Teórica	17
2.3.1 Técnicas de Análisis de Datos	17

2.3.3	Código R para el Análisis de Datos.....	36
2.3.4	Aprendizaje de Matemáticas	37
Capítulo 3 Diseño Metodológico.....		42
3.1	Enfoque de la Investigación	42
3.2	Diseño de la Investigación.....	42
3.3	Tipo de investigación.....	43
3.4	Nivel de Investigación	43
3.5	Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....	43
3.6	Técnicas para el Procesamiento e Interpretación de Datos	44
3.7	Población y Muestra	44
3.7.1	Población	44
3.7.2	Tamaño de la Muestra	45
Capítulo 4 Análisis y Discusión de los Resultados		48
4.1	Análisis Descriptivo de los Resultados	48
4.1.1	Descripción de los Datos	48
4.1.2	Prueba de Hipótesis	52
4.2	Discusión de los Resultados	58
Capítulo 5 Marco Propositivo		61
5.1	Recomendaciones para la mejora continua	61
5.1.1	Estrategias para mejorar el Rendimiento Académico en Matemáticas	61
5.1.2	Propuestas para mejorar las Prácticas Evaluativas en Matemáticas.....	65
Conclusiones.....		69
Recomendaciones.....		71
Referencias Bibliográficas		73
Apéndice.....		79
	Apéndice A. Código de programación en R ANOVA Bootstrap.....	79

Apéndice B. Código de programación en R, Pruebas de Normalidad, Homogeneidad y Test de Games howell	81
Apéndice C. Base de Datos de la muestra.....	83

Índice de Tablas

Tabla 1 <i>Tipos de Estadísticas Descriptivas</i>	18
Tabla 2 <i>Estimadores de algunos parámetros</i>	24
Tabla 3 <i>Error Tipo I y II</i>	26
Tabla 4 <i>Escala de Calificaciones</i>	40
Tabla 5 <i>Estrategias de mejoramiento de rendimiento académico según la realidad institucional</i>	61
Tabla 6 <i>Juegos Educativos y ABP</i>	62
Tabla 7 <i>Técnicas e Instrumentos detallados de evaluación en matemáticas</i>	66
Tabla 8 <i>Técnicas de evaluación futura y su aplicación en el aula</i>	67

Índice de Figuras

Figura 1 <i>Histograma</i>	22
Figura 2 <i>Diagrama de Caja</i>	22
Figura 3 <i>Gráfico de Dispersión</i>	23
Figura 4 <i>Intervalo de Probabilidad 0.95 de una Distribución Normal Típica</i>	25
Figura 5 <i>Script de una ejemplo básico en R</i>	37
Figura 6 <i>Resultado de la ejecución del Script de un ejemplo básico en R, mostrado en consola</i>	37
Figura 7 <i>Boxplot del Rendimiento Académico por Período</i>	49
Figura 8 <i>Test de Homogeneidad de Varianzas</i>	49
Figura 9 <i>Test de normalidad de Shapiro-Wilk</i>	53
Figura 10 <i>Resultados del ANOVA</i>	54
Figura 11 <i>Test de Games-Howell</i>	54
Figura 12 <i>Intervalo de Confianza BCa del 95% mediante Bootstrap</i>	55
Figura 13 <i>Distribución de valore F mediante Bootstrap en relación con el intervalos de confianza BCa</i>	55

Resumen

El presente se centra en investigar el desempeño académico de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, abordando posibles variaciones en su rendimiento entre los años lectivos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023. El objetivo principal es analizar estas diferencias utilizando ANOVA Bootstrap, una técnica estadística avanzada que permite una comparación robusta de medias en diferentes grupos. Se trabajó con un enfoque cuantitativo, de diseño observacional de tipo longitudinal de tendencia y nivel descriptivo.

La metodología empleada incluyó la recolección de datos de calificaciones de los estudiantes, seguida de un análisis estadístico exhaustivo en el software R. Se aplicó ANOVA Bootstrap para obtener resultados precisos en cuanto a las variaciones observadas.

Los resultados permiten concluir que existe una tendencia decreciente en el rendimiento académico a lo largo de los años analizados identificando diferencias significativas entre los grupos por lo que se presenta una propuesta de estrategias de mejora para el rendimiento académico en matemáticas.

Palabras clave: *rendimiento académico, matemáticas, ANOVA Bootstrap, educación, Software R.*

Abstract

The present study focuses on investigating students' academic performance in mathematics, addressing potential variations in their performance across the academic years 2020-2021, 2021-2022, and 2022-2023. The main objective is to analyze these differences using ANOVA Bootstrap, an advanced statistical technique that allows for robust comparisons of means across different groups. The research employed a quantitative approach, with an observational longitudinal trend design and a descriptive level of analysis.

The methodology involved collecting student grade data and a comprehensive statistical analysis using R software. ANOVA Bootstrap was applied to obtain accurate results regarding the observed variations.

The findings indicate a downward trend in academic performance over the years analyzed, with significant differences identified between the groups. Based on these results, a set of strategies to improve academic performance in mathematics is proposed.

Keywords: academic performance, mathematics, ANOVA Bootstrap, education, Software R.

Reviewed by:



Lic. Eduardo Barreno Freire. Msc.

ENGLISH PROFESSOR

C.C. 0604936211

Introducción

El rendimiento académico en matemáticas es un tema de gran relevancia tanto a nivel educativo como social, ya que esta disciplina juega un papel fundamental en el desarrollo cognitivo de los estudiantes y en su futura inserción en el ámbito laboral. En la Unidad Educativa Central Técnico, existe una preocupación en docentes y autoridades, por las calificaciones de Matemáticas obtenidas por los estudiantes debido a las implicaciones que puede tener sobre el aprendizaje de los estudiantes en niveles posteriores y sobre su desempeño en otras áreas del conocimiento que dependen de la matemática.

El presente trabajo de investigación se justifica por su aporte a la identificación de las causas del bajo rendimiento académico en matemáticas, utilizando métodos estadísticos avanzados como el ANOVA Bootstrap. Este procedimiento no solo permite analizar las diferencias en el rendimiento entre los distintos grupos de estudiantes, sino también proporcionar una base sólida para la toma de decisiones en el ámbito educativo, con el fin de implementar estrategias de mejora continua. Desde una perspectiva académica, la investigación ofrece una contribución relevante a la literatura sobre el rendimiento académico en matemáticas, mientras que, a nivel institucional, proporciona herramientas para optimizar las prácticas pedagógicas y mejorar los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

Para llevar a cabo este análisis, se empleó una metodología cuantitativa basada en la recolección de datos de las calificaciones de los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa 'Central Técnico' en los mencionados periodos. Posteriormente, los datos fueron procesados utilizando el software R, y se aplicó ANOVA Bootstrap para obtener una comparación precisa de las medias de rendimiento académico entre los diferentes grupos.

Esta técnica permitió realizar un análisis robusto de las variaciones observadas, lo que resulta crucial para la validación de los resultados y la formulación de recomendaciones.

Como resultado de la investigación, se espera identificar diferencias significativas en el rendimiento académico en matemáticas, así como tendencias que puedan orientar a los docentes y a la institución en la implementación de mejoras pedagógicas. Se prevé que los hallazgos de este estudio contribuyan a la creación de estrategias educativas más efectivas y personalizadas, que promuevan una enseñanza más eficiente de las matemáticas y, en última instancia, mejoren los niveles de aprendizaje y rendimiento de los estudiantes.

La estructura de este trabajo se organiza de la siguiente manera: en el Capítulo 1, se presentan las generalidades del tema, los objetivos y la justificación de la investigación. En el Capítulo 2, se revisa el estado del arte y la fundamentación teórica relacionada con el rendimiento académico en matemáticas y el uso de métodos estadísticos como ANOVA Bootstrap. El Capítulo 3 describe la metodología utilizada para la recolección y análisis de datos. El Capítulo 4 está dedicado al análisis y discusión de los resultados, mientras que el Capítulo 5 propone recomendaciones basadas en los hallazgos de la investigación.

Capítulo 1

Generalidades

1.1 Planteamiento del problema

La importancia de las matemáticas tiene una relación directa con las aplicaciones de las mismas en todos los campos en los que se utilizan. Desde la ciencia y la tecnología hasta las finanzas y la ingeniería, las matemáticas son fundamentales para el desarrollo y el progreso de la sociedad. Según Sami Khan & Salman (2020) las matemáticas son fundamentales no solo en el ámbito académico y profesional, sino también en la vida cotidiana, ya que contribuyen a tomar decisiones informadas y resolver problemas complejos de manera efectiva. Sin embargo, el rendimiento académico en esta disciplina a menudo es un desafío significativo para muchos estudiantes, especialmente en el nivel de Educación General Básica (EGB).

“En la actualidad el rendimiento académico se relaciona directamente con calificación académica” (Wampash Antuash, 2018, p. 14). En la Unidad Educativa 'Central Técnico', se ha observado bajas calificaciones de matemáticas entre los estudiantes de décimo año. Aunque según estándares del Ministerio de Educación los estudiantes obtienen calificaciones donde se consideran aceptables para promoverse de año, así es que la calificación mínima para aprobar es 7/10 (Ministerio de Educación de Ecuador, 2024), y al continuar en cursos superiores se ha notado una deficiencia en conocimientos básicos de matemática que han motivado el desarrollo de esta investigación. Este fenómeno no solo preocupa a los docentes y administradores escolares, sino que también plantea serias implicaciones para el desarrollo académico y profesional futuro de los estudiantes, ya que la comprensión y el dominio de las matemáticas son esenciales para el éxito en muchas áreas

del conocimiento y del mercado laboral, lo que hace imperativo abordar posibles causas del bajo rendimiento en esta asignatura y plantear recomendaciones para la mejora continua.

A lo largo de los últimos años, se ha realizado un esfuerzo considerable para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, pero los resultados no han sido uniformemente exitosos. Por lo tanto, es crucial investigar si existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los diferentes grupos de estudiantes y determinar las tendencias en media del rendimiento académico para tomar acciones relevantes que promuevan la mejora continua de la calidad educativa.

1.2 Justificación de la Investigación

El rendimiento académico tiene un impacto significativo en el desarrollo económico y social de una nación. Factores como el desarrollo económico, los avances tecnológicos, las políticas gubernamentales y la asignación de recursos juegan un papel crucial en la educación y, por ende, en el rendimiento académico de los estudiantes (Rodríguez Huerta, 2018). Mejorar el rendimiento en la asignatura de matemática puede abrir puertas a oportunidades académicas y laborales significativas.

La relevancia de este estudio radica en su potencial para identificar diferencias significativas en el rendimiento académico en matemáticas entre diferentes grupos de estudiantes y proporcionar una base para la toma de decisiones educativas. Los resultados del análisis permitirán a los docentes y administradores escolares implementar estrategias pedagógicas y políticas educativas más efectivas, con el objetivo de mejorar la calidad educativa y el desempeño académico de los estudiantes.

Por lo expuesto, para realizar esta investigación se revisarán diferentes fuentes como libros, artículos científicos, revistas y tesis relacionadas que aborden el tema propuesto,

además se ha obtenido datos de secretaria de la Unidad Educativa 'Central Técnico' de calificaciones de los estudiantes de los años lectivos 2020-2021 hasta 2022-2023 en donde se pretende analizar el rendimiento académico de los estudiantes y determinar si existe variaciones significativas mediante el Software R.

Además, el uso de técnicas estadísticas avanzadas como ANOVA Bootstrap y el software R proporciona un enfoque robusto y preciso para el análisis de datos, lo que garantiza que las conclusiones y recomendaciones se basen en evidencia sólida. Esto no solo beneficiará a los estudiantes y a la Unidad Educativa 'Central Técnico', sino que también puede servir como modelo para otras instituciones educativas que enfrentan desafíos similares.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Analizar el comportamiento del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico' mediante ANOVA Bootstrap.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Recolectar datos relevantes sobre el rendimiento académico en la asignatura de matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico'.
- Realizar la limpieza de la base de datos del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico' de los años lectivos 2020-2021, 2021-2022, y 2022-2023.

- Aplicar el ANOVA Bootstrap sobre la base de datos del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico' de los años lectivos mencionados, mediante el uso del software R.
- Analizar la tendencia en media del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica a partir de los resultados obtenidos del ANOVA Bootstrap para establecer recomendaciones para la mejora continua.

Capítulo 2

Estado del Arte y la Práctica

2.1 Antecedentes Investigativos

En el ámbito de la investigación educativa, diversos estudios han abordado el tema del rendimiento académico en matemáticas, proporcionando hallazgos y metodologías que son relevantes para la presente investigación. A continuación, se presentan estudios recientes que han contribuido significativamente a este campo y que ofrecen una base sólida para el análisis de la Unidad Educativa 'Central Técnico'.

Uno de los estudios más destacados es el realizado por Castro-Velásquez et al. (2022), titulado "Posibles causas del bajo rendimiento en las matemáticas: una revisión a la literatura". El objetivo general de este trabajo fue identificar y analizar las principales causas del bajo rendimiento en matemáticas. Para ello, los autores realizaron una revisión sistemática de estudios previos, enfocándose en factores socioeconómicos, pedagógicos y personales. Los hallazgos revelaron que la falta de recursos, métodos de enseñanza inadecuados y el apoyo insuficiente en el entorno familiar son factores clave que contribuyen al bajo rendimiento. La conclusión principal fue que una combinación de estos factores influye significativamente en el desempeño académico en matemáticas. Este estudio aporta una visión amplia y multifactorial que contextualiza la problemática abordada en la presente investigación.

En la investigación realizada por Bermúdez-Pacheco et al. (2021) exploraron las estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemáticas en su tesis titulada "Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemática del bachillerato de la Unidad Educativa El Empalme, Ecuador". El objetivo de

este estudio fue proponer un programa de estrategias de aprendizaje para mejorar el rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de bachillerato. La metodología utilizada fue cuantitativa, de tipo descriptiva-propositiva, con una muestra de 34 estudiantes. Se empleó un cuestionario para recolectar datos, revelando que un 56% de los estudiantes no alcanzaba los aprendizajes requeridos, un 26% estaba próximo a alcanzarlos y solo un 18% los alcanzaba. La conclusión fue que la implementación de estrategias de aprendizaje diseñadas específicamente puede mejorar el rendimiento académico en matemáticas. Este estudio proporciona evidencia de la efectividad de estrategias didácticas específicas, similar a lo que se investigará en la presente tesis.

Fiallos López et al. (2023), en su estudio titulado "Calidad, Pertinencia e Innovación del Aprendizaje Matemático en Ecuador ¿Mito o Realidad?", analizan la calidad y pertinencia del aprendizaje matemático en el sistema educativo ecuatoriano a nivel de bachillerato. El objetivo fue examinar cómo el proceso de enseñanza y aprendizaje puede ser mejorado para que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas relevantes para la realidad ecuatoriana. Utilizando una metodología de ensayo y revisiones literarias, el estudio identificó la necesidad de enfoques pedagógicos que promuevan el pensamiento lógico y crítico, adaptados a las condiciones sociales y académicas postpandemia. Los autores concluyeron que las tendencias pedagógicas deben cambiar para lograr una competencia matemática adecuada, subrayando la importancia de la innovación y la contextualización en la enseñanza de las matemáticas. Este estudio aporta una visión crítica y reflexiva sobre las prácticas educativas actuales y propone cambios necesarios para mejorar la calidad del aprendizaje matemático en Ecuador, lo que complementa la presente investigación al resaltar la necesidad de enfoques innovadores y pertinentes.

Issahaku (2024), en su estudio titulado "Exploring Student and Teacher Factors Influencing Students Performance in Mathematics", analizó cómo los factores relacionados con los estudiantes y los profesores influyen en el rendimiento académico en matemáticas en las escuelas secundarias de Ghana. El objetivo fue investigar las diferencias de género en el rendimiento en matemáticas y cómo diversos factores de estudiantes y profesores determinan estas diferencias. Utilizando un enfoque de encuesta y análisis estadístico, incluidos la regresión Probit y la correlación de Spearman, el estudio encontró que la autoconfianza y la autoestima de los estudiantes, así como los métodos de enseñanza y el entorno de aprendizaje, tienen un impacto significativo en el rendimiento académico. La conclusión fue que el rendimiento en matemáticas está influenciado por múltiples factores, incluyendo la auto-confianza de los estudiantes, el ambiente escolar y la experiencia de los maestros. Este estudio aporta una visión detallada de los factores que afectan el rendimiento académico en matemáticas y resalta la importancia de considerar tanto los aspectos personales como los contextuales en la enseñanza de matemáticas.

Espinoza et al. (2021), realizaron un estudio titulado "Factores determinantes que influyen en el aprendizaje matemático en estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa 'Carlos Cisneros'". El objetivo de este estudio fue identificar los factores determinantes que influyen en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de primer año de bachillerato. Utilizando una metodología mixta, descriptiva y explicativa, con una muestra de 120 estudiantes, se encontraron tres factores relevantes: la intervención de los padres de familia, el número de estudiantes por aula y la dedicación de los docentes en cuanto a tutorías y atención personalizada. Concluyeron que estos factores influyen significativamente en el rendimiento académico, sugiriendo la necesidad de mejorar la interacción entre estudiantes, padres y docentes, así como ajustar el tamaño de las aulas para

permitir una atención más personalizada. Este estudio aporta una perspectiva integral sobre cómo diversos factores escolares y familiares influyen en el aprendizaje matemático, complementando la presente investigación con un enfoque práctico y contextual.

Zamora-Araya (2020), en su artículo titulado "Las actitudes hacia la matemática, el desarrollo social, el nivel educativo de la madre y la autoeficacia como factores asociados al rendimiento académico en la materia", publicado en la revista *Uniciencia*, abordó la problemática del bajo rendimiento académico en matemáticas (RAM) y cómo se relaciona con actitudes hacia la materia, autoeficacia percibida, desarrollo social y nivel educativo de la madre. El estudio, que incluyó a 197 estudiantes de secundaria, utilizó análisis factorial exploratorio y regresión múltiple para identificar estas asociaciones. Los resultados confirmaron la importancia de la autoeficacia y la confianza en uno mismo para el rendimiento académico en matemáticas, pero no así el nivel educativo de la madre. Este estudio reafirma la relevancia de las actitudes y la autoeficacia, proporcionando una base para investigaciones futuras que profundicen en esta área de investigación. Su aporte radica en el enfoque en variables psicológicas y sociales, enriqueciendo la perspectiva multidimensional del rendimiento académico en matemáticas que se explorará en la presente tesis.

En el estudio de, Chauca Vidal (2020) evaluó la eficacia del programa educativo "Edumat" en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria. La investigación utilizó un diseño cuasi-experimental con dos grupos: experimental y control. El grupo experimental fue expuesto a metodologías innovadoras, incluyendo el uso de juegos recreativos, el enfoque de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el software GeoGebra, mientras que el grupo de control siguió métodos tradicionales. Los resultados mostraron que el grupo experimental mejoró significativamente en las competencias

matemáticas en comparación con el grupo de control, destacando una diferencia en la media de 15,30 puntos frente a 11,20 en la competencia "actuar y pensar matemáticamente en situaciones de cantidad". Este estudio concluye que el programa Edumat es una herramienta eficaz para potenciar el aprendizaje matemático. Aporta a mi investigación al demostrar la importancia de integrar metodologías activas.

Todas las investigaciones anteriormente mencionadas realizan un aporte significativo para comprender de una manera más amplia qué influye en el rendimiento académico de matemáticas en los estudiantes. Sin embargo, la presente investigación se diferencia en que busca determinar si existen diferencias significativas entre los grupos de datos a analizar mediante ANOVA Bootstrap o ANOVA por remuestreo. Además, en base a los resultados obtenidos y a investigaciones pasadas, se propondrán recomendaciones de mejora aplicables a la institución. La presente investigación también se distingue por su contexto específico en la Unidad Educativa 'Central Técnico', permitiendo un análisis contextualizado y directamente aplicable a la realidad educativa de esta institución.

2.2 Fundamentación Legal

La fundamentación legal de una investigación educativa proporciona el marco normativo que respalda y guía el estudio. Esta sección se divide en legislación internacional y legislación nacional, organizadas conforme a sus características y relevancia para el tema de investigación sobre el rendimiento académico en matemáticas en la Unidad Educativa 'Central Técnico'.

2.2.1 *Legislación Internacional*

En la Declaración Universal de los Derechos Humanos (DUDH) en el Artículo 26, adoptada por la Asamblea General de las Naciones Unidas en 1948, establece que toda

persona tiene derecho a la educación. La educación debe orientarse al pleno desarrollo de la personalidad humana y al fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales (Naciones Unidas, 1948). Este artículo fundamenta el derecho a una educación de calidad, equitativa e inclusiva, relevante para el estudio del rendimiento académico en matemáticas.

2.2.2 *Legislación Nacional*

La Constitución de Ecuador en el Artículo 26, indica que la educación es un derecho de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible e inexcusable del Estado. Constituye un área prioritaria de la política pública y de la inversión estatal, garantía de la igualdad e inclusión social y condición indispensable para el buen vivir. Las personas, las familias y la sociedad tienen el derecho y la responsabilidad de participar en el proceso educativo (Asamblea Constituyente del Ecuador, 2008). Este artículo respalda el derecho de los estudiantes a recibir una educación de calidad y equitativa, estableciendo el compromiso del Estado y la sociedad en garantizar este derecho. En el artículo 344, establece que el sistema nacional de educación se orienta a la formación integral del ser humano a lo largo de su vida, asegurando la equidad y calidad en la educación. Además, subraya la responsabilidad del Estado en garantizar una educación inclusiva y de calidad para todos los ciudadanos (Asamblea Constituyente del Ecuador, 2008).

La Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), en su Artículo 2, establece los principios de universalidad, equidad, calidad, inclusión y pertinencia en el sistema educativo, asegurando que todos los estudiantes tengan acceso a una educación de calidad sin discriminación alguna (Registro Oficial del Ecuador, 2011). Este artículo es fundamental para garantizar que el sistema educativo cumpla con los estándares de calidad y equidad. El

artículo 4 de la LOEI establece que la educación es un derecho humano fundamental garantizado en la Constitución de la República y condición necesaria para la realización de los otros derechos humanos. Todos los habitantes del Ecuador son titulares del derecho a la educación de calidad, laica, libre y gratuita en los niveles inicial, básico y bachillerato, así como a una educación permanente a lo largo de la vida, formal y no formal. El Sistema Nacional de Educación debe profundizar y garantizar el pleno ejercicio de los derechos y garantías constitucionales (Registro Oficial del Ecuador, 2011). Este artículo es esencial para asegurar que la educación sea accesible y de alta calidad para todos los estudiantes, sin importar su origen socioeconómico o cultural. En el Artículo 184, regula la evaluación del aprendizaje, estableciendo que los procesos de evaluación deben ser inclusivos, integrales y considerar los contextos socioculturales de los estudiantes. La evaluación debe ser continua, formativa y permitir la identificación de avances, dificultades y necesidades de los estudiantes, con el objetivo de orientar y mejorar los procesos educativos (Registro Oficial del Ecuador, 2011). Este artículo asegura que la evaluación del rendimiento académico sea justa y representativa del verdadero aprendizaje de los estudiantes.

El Ministerio de Educación de Ecuador (2024), ha establecido normativas específicas sobre la evaluación y promoción de los estudiantes. Estas normativas determinan los criterios y procedimientos para la evaluación del rendimiento académico y la promoción de los estudiantes de un nivel educativo a otro, asegurando que las prácticas evaluativas contribuyan al mejoramiento continuo de la calidad educativa. El Acuerdo Ministerial No. 00083-14 (2014) establece las directrices para la implementación del sistema de evaluación del aprendizaje en las instituciones educativas del país. Promueve prácticas evaluativas que sean inclusivas y contribuyan a la mejora continua del proceso educativo. Según el acuerdo, la evaluación estudiantil es un proceso continuo de observación, valoración y registro de

información que evidencia el avance hacia los objetivos de aprendizaje, incluyendo sistemas de retroalimentación oportuna y detallada.

Plan Toda una Vida Senplades (2017), incluye estrategias específicas para mejorar la calidad de la educación en Ecuador. Se enfoca en garantizar el acceso a una educación de calidad para todos los ciudadanos, con especial atención a la formación en áreas críticas como las matemáticas y las ciencias. El plan promueve el desarrollo integral de los estudiantes y la equidad en el acceso a oportunidades educativas.

La fundamentación legal proporciona un marco normativo sólido que respalda esta investigación sobre el rendimiento académico en matemáticas en la Unidad Educativa 'Central Técnico'. En este contexto, se destacan los siguientes puntos:

- **Garantía del Derecho a la Educación de Calidad:** La investigación se enmarca en el derecho constitucional de los estudiantes a recibir una educación de calidad, como lo establece la Constitución de la República del Ecuador y la LOEI.
- **Evaluación del Rendimiento Académico:** La investigación se alinea con las normativas del Ministerio de Educación y la LOEI en cuanto a la evaluación del aprendizaje, asegurando que los procesos evaluativos sean inclusivos y representativos de los contextos socioculturales de los estudiantes.
- **Promoción de la Equidad e Inclusión:** La investigación considera los principios de equidad e inclusión, garantizando que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para alcanzar su máximo potencial académico.
- **Alineación con el Plan Nacional de Desarrollo:** La investigación está alineada con los objetivos del Plan Toda una Vida, enfocándose en mejorar la calidad de la

educación y el rendimiento académico en matemáticas, un área crítica para el desarrollo del país.

Esta fundamentación legal asegura que la investigación sobre el rendimiento académico en matemáticas en la Unidad Educativa 'Central Técnico' esté alineada con los principios y objetivos establecidos por el Estado ecuatoriano, promoviendo una educación de calidad, equitativa e inclusiva.

2.3 Fundamentación Teórica

2.3.1 *Técnicas de Análisis de Datos*

El análisis de datos es una disciplina esencial en la investigación científica y la toma de decisiones basada en datos. Este proceso implica la recopilación, limpieza, transformación y modelado de datos con el objetivo de descubrir información útil, llegar a conclusiones y apoyar la toma de decisiones. La elección de una técnica de análisis de datos depende de la naturaleza del problema y del tipo de datos. Las técnicas varían desde la simple resumen y descripción hasta la compleja modelización inferencial y predictiva (Grosf & Sardy, 1985). A continuación, se describen algunas de las técnicas más utilizadas en el análisis de datos, enfocándonos en el análisis de varianza por remuestreo, también conocido como ANOVA Bootstrap.

2.3.1.1 Estadísticas Descriptivas.

Las estadísticas descriptivas son un conjunto de técnicas utilizadas para resumir, organizar y describir un conjunto de datos de manera clara y comprensible. Estas técnicas son esenciales para entender la distribución y las características fundamentales de los datos antes de realizar análisis más complejos.

Uno de los estadísticos más famosos e influyentes del siglo XX, Ronald Fisher, escribió en su obra *Sobre los fundamentos matemáticos de la estadística teórica* que “...el objeto de los métodos estadísticos es la reducción de datos. Una cantidad de datos... debe ser reemplazada por cantidades relativamente pequeñas que representen adecuadamente el conjunto” (Fisher, citado en Bulanov et al., 2021, p. 6).

Tabla 1

Tipos de Estadísticas Descriptivas

Grupo	Estadístico
Tendencia Central	Moda (M_o) Mediana (M_e) Media (\bar{x})
Dispersión	Rango o Amplitud (A) Varianza (S^2) Desviación Estándar (S)
Posición	Cuartiles Percentiles
Forma	Asimetría (g_1) Curtosis (g_2)
Gráficos	Histograma Diagrama de Caja (Box Plot) Gráfico de Dispersión (Scatter Plot)

Nota: Adaptado de Viedma C. (2018)

2.3.1.1.1 Estadísticos de Tendencia Central.

Los estadísticos de tendencia central son medidas utilizadas para describir el centro de un conjunto de datos. Estos estadísticos resumen un conjunto de datos con un solo valor que representa el punto central o típico del conjunto.

- La Moda (M_o): Es el valor que aparece con más frecuencia en un conjunto de datos. Un conjunto de datos puede tener más de una moda (bimodal, trimodal) o no tener ninguna (si todos los valores son únicos).

- Mediana (M_e): Es el valor central de un conjunto de datos ordenados de menor a mayor. Si el número de observaciones es impar, la mediana es el valor en la posición central. Si el número de observaciones es par, la mediana es el promedio de los dos valores centrales.
- Media (\bar{X}): Es la suma de todos los valores dividida por el número de valores.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Donde: x_i son los valores individuales y n es el número de valores.

2.3.1.1.2 Estadísticos de Dispersión.

Los estadísticos de dispersión son medidas que describen la variabilidad o dispersión de un conjunto de datos. Estos estadísticos indican qué tan dispersos o concentrados están los valores alrededor de una medida central, como la media.

- Rango o Amplitud (A): Se define rango o amplitud de una variable, como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en un conjunto de datos.

$$A = V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n}$$

Donde: $V_{m\acute{a}x}$: Valor máximo de la variable

$V_{m\acute{i}n}$: Valor mínimo de la variable

- Varianza (S^2): La varianza es una medida que indica la magnitud de la dispersión de los valores individuales de un conjunto de datos alrededor de su media o lo alejado que están los datos de su media.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$$

Donde: \bar{X} : es la media de X

x_i : es el valor de la variable X para el caso i-ésimo

n : total de los casos.

- Desviación Estándar (S): La desviación estándar es una medida que indica la cantidad de dispersión de los datos alrededor de la media.

$$S = \sqrt{S^2}$$

Donde: S^2 es la varianza

2.3.1.1.3 Estadísticos de Posición.

Los estadísticos de posición son medidas utilizadas para describir la ubicación de ciertos valores dentro de un conjunto de datos. Estos estadísticos ayudan a entender cómo se distribuyen los datos y a identificar valores específicos que representan ciertos puntos de la distribución.

Cuartiles: Los cuartiles dividen un conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales. Los tres cuartiles principales son:

Primer Cuartil (Q1): Marca el 25% de los datos.

Segundo Cuartil (Q2 o Mediana): Marca el 50% de los datos.

Tercer Cuartil (Q3): Marca el 75% de los datos.

- Percentiles: Los percentiles dividen el conjunto de datos en 100 partes iguales. Cada percentil representa el porcentaje de datos que están por debajo de él.

Percentil 25 (P25) es equivalente a Q1.

Percentil 50 (P50) es equivalente a la Mediana (Q2).

Percentil 75 (P75) es equivalente a Q3.

2.3.1.1.4 Estadísticos de Forma.

Los estadísticos de forma son medidas que describen la forma de la distribución de un conjunto de datos. Estos estadísticos ayudan a entender características importantes de la distribución, como la simetría y el grado de concentración de los datos en torno a la media.

- Asimetría (g_1): La asimetría mide el grado de simetría de la distribución de los datos. Indica si los datos están sesgados hacia la izquierda o hacia la derecha.

$$g_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{X}}{S} \right)^3$$

Donde: n es el número de datos

x_i es cada valor de la muestra.

\bar{X} es la media de la muestra

S es la desviación estándar de la muestra.

- Curtosis (g_2): La curtosis mide la concentración de los datos en torno a la media. Indica si los datos tienen colas más pesadas o ligeras en comparación con una distribución normal.

$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^4}{n \times S^4} - 3$$

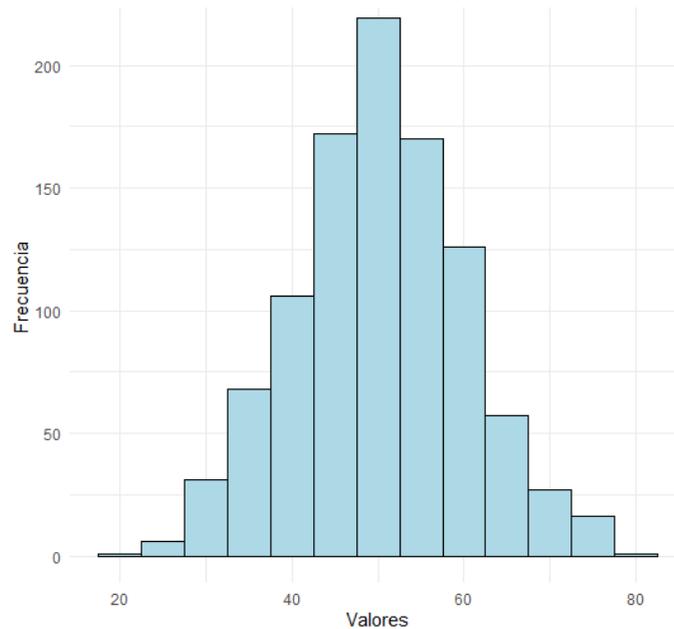
2.3.1.1.5 Estadísticos de Gráficos.

Los estadísticos de gráficos son representaciones visuales de datos que ayudan a comprender la distribución, tendencias y patrones de los datos.

- **Histograma:** Un histograma muestra la distribución de un conjunto de datos agrupándolos en intervalos (bins) y contando el número de observaciones en cada intervalo.

Figura 1

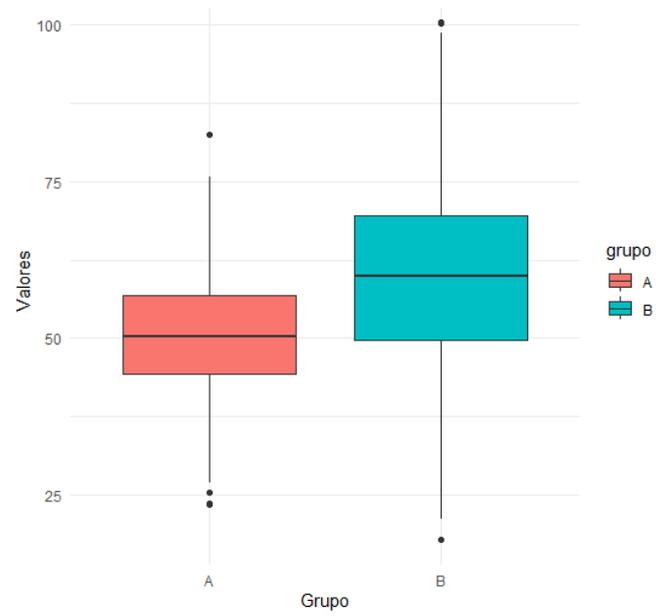
Histograma



- **Diagrama de Caja (Box Plot):** Un diagrama de caja muestra la mediana, los cuartiles y los posibles outliers de un conjunto de datos. Útil para comparar la distribución entre diferentes grupos y para identificar outliers.

Figura 2

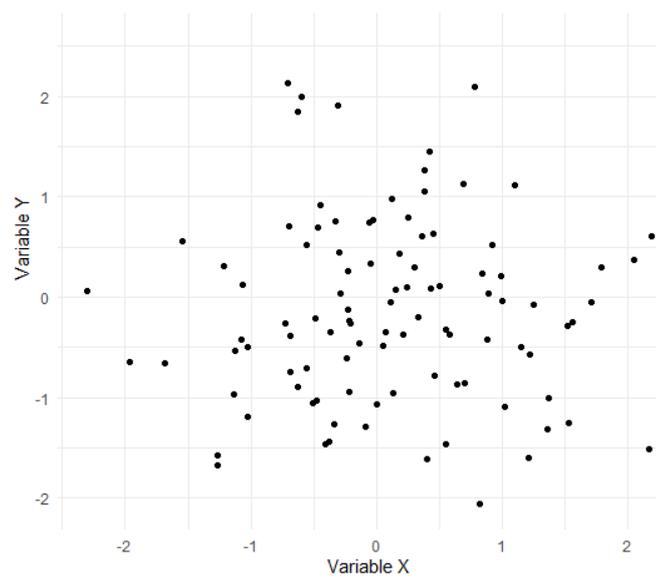
Diagrama de Caja



- Gráfico de Dispersión (Scatter Plot): Un gráfico de dispersión muestra la relación entre dos variables numéricas.

Figura 3

Gráfico de Dispersión



2.3.1.2 Estadísticas Inferenciales.

Las estadísticas inferenciales permiten hacer generalizaciones y predicciones sobre una población basándose en una muestra de datos. Utilizan técnicas que van más allá de la simple descripción de datos, ayudando a determinar relaciones y validar hipótesis. Las estadísticas inferenciales son cruciales para inferir características de una población a partir de una muestra. Esto se logra a través de estimaciones puntuales y por intervalos, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones

2.3.1.2.1 Estimaciones Puntuales.

Las estimaciones puntuales son valores únicos que sirven como la mejor estimación de un parámetro de la población, como la media muestral que estima la media poblacional. Las estimaciones puntuales son usadas por sus propiedades de ser insesgadas y eficientes (Burr, 1974).

Tabla 2

Estimadores de algunos parámetros

Insesgados	Estimadores		Parámetros
	Consistentes	Eficientes	
\bar{X}	\bar{X}	\bar{X}	μ
S_{n-1}^2	S_n^2	S_{n-1}^2, S_n^2	σ^2
p	p	p	π

Nota: Adaptado de Chacón (2012)

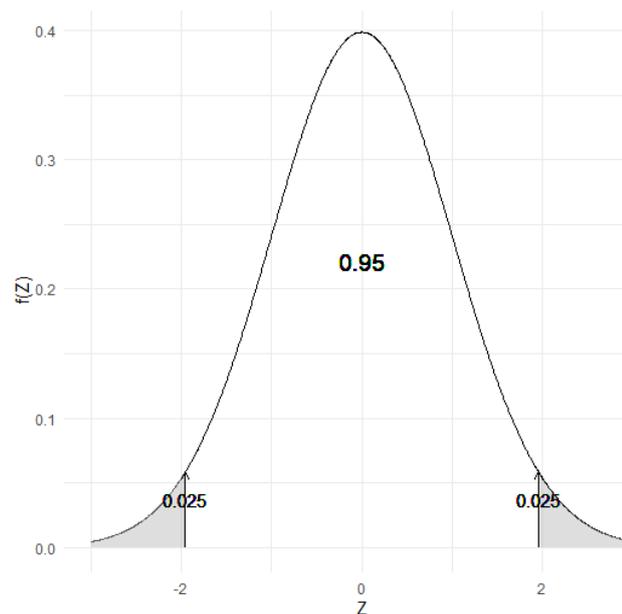
2.3.1.2.2 Estimaciones por Intervalos de Confianza.

Es otra forma de estimación de parámetros, mucho más informativa que la puntual, pues permite establecer un rango de valores dentro del cual se encontraría el

verdadero valor del parámetro, complementada con un nivel de seguridad o certeza de que esto sea cierto (Rustom Jabbaz, 2012, p. 110).

Figura 4

Intervalo de Probabilidad 0.95 de una Distribución Normal Típica



2.3.2.1.3 Prueba de Hipótesis.

Una de las herramientas clave en estadísticas inferenciales es la prueba de hipótesis, que se utiliza para evaluar si una suposición o afirmación específica sobre un parámetro de la población es válida.

Una hipótesis es una proposición que puede o no ser verdadera pero que se adopta provisionalmente hasta recabar información que sugiera lo contrario. Si hay inconsistencia, se rechaza la hipótesis. Las pruebas de hipótesis se usan precisamente para evaluar el grado de esa inconsistencia (Dagnino, 2014, p. 125).

- Hipótesis Nula (H_0): Es la afirmación que se pretende poner a prueba y que generalmente representa una condición de no cambio o no efecto.
- Hipótesis Alternativa (H_1): Es la afirmación que se acepta si se rechaza la hipótesis nula y generalmente representa una condición de cambio o efecto.
- Nivel de significancia (α): Es la probabilidad de cometer un error tipo I, es decir, rechazar la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. Comúnmente, se elige un nivel de significancia de $\alpha=0.01$ ó $\alpha=0.05$ valores que representan un 1%, o un 5% respectivamente, de posibilidades de equivocarse cuando se rechaza H_0 .
- Error Tipo I (α): Es el error que se comete al rechazar la hipótesis nula (H_0) cuando en realidad es verdadera. La probabilidad de cometer un error tipo I se denota con α , que también se conoce como el nivel de significancia de la prueba.
- Error Tipo II (β): Es el error que se comete al no rechazar la hipótesis nula (H_0) cuando en realidad es falsa. La probabilidad de cometer un error tipo II se denota con β . La potencia de una prueba, que es la probabilidad de detectar un efecto o diferencia cuando realmente existe, se calcula como $1-\beta$.

Tabla 3

Error Tipo I y II

	Hipótesis Nula Verdadera	Hipótesis Nula Falsa
Rechazar H_0	Error Tipo I (α)	Correcto Rechazo
No Rechazar H_0	Correcto No Rechazo	Error Tipo II (β)

- Estadístico de Prueba: Es una función de los datos de la muestra que se utiliza para tomar la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. Los estadísticos de prueba

pueden ser z, t, chi-cuadrado, entre otros, dependiendo del tipo de prueba y la distribución de los datos.

- **Región Crítica:** Es el conjunto de valores del estadístico de prueba que lleva a rechazar la hipótesis nula. La región crítica depende del nivel de significación y del tipo de prueba (unilateral o bilateral).
- **Valor p:** Es la probabilidad de obtener un valor del estadístico de prueba tan extremo o más extremo que el observado, bajo la suposición de que la hipótesis nula es verdadera. Si el valor p es menor que el nivel de significación, se rechaza la hipótesis nula.

2.3.2.1.3 Análisis de Varianza (ANOVA).

El Análisis de Varianza (ANOVA) es una técnica estadística utilizada para comparar las medias de tres o más grupos diferentes y determinar si al menos una de ellas es significativamente diferente de las demás. Este método se aplica en una variedad de campos para comparar diferentes poblaciones y evaluar el impacto de diferentes variables independientes.

- **Suposiciones en ANOVA:** Para que los resultados del ANOVA sean válidos, se deben cumplir las siguientes suposiciones:

Normalidad: Se asume que los residuos (diferencias entre las observaciones y las medias de los grupos) están normalmente distribuidos.

Homogeneidad de Varianzas (Homoscedasticidad): Las varianzas dentro de cada uno de los grupos deben ser aproximadamente iguales. La suposición de homoscedasticidad es crítica para la validez del ANOVA y puede ser evaluada eficazmente con pruebas como la de Levene (Wang et al., 2017).

Independencia: Las observaciones deben ser independientes entre sí. Esto significa que la medida de una observación no debe influir en la medida de otra. Esta suposición se puede verificar observando el diseño del estudio y asegurándose de que las mediciones no están correlacionadas (Chiarotti, 2004).

- Estadístico F: El estadístico F se calcula como la razón entre la media cuadrática entre grupos y la media cuadrática dentro de los grupos:

$$F = \frac{MSB}{MSE}$$

- Prueba de Hipótesis:

Hipótesis nula (H_0): Todas las medias de los grupos son iguales ($\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$).

Hipótesis alternativa (H_1): Al menos una de las medias es diferente.

Si el valor calculado de F es mayor que el valor crítico de F obtenido de la tabla de distribución F para un nivel de significancia dado (α), se rechaza la hipótesis nula.

2.3.2.1.4 Aplicaciones de ANOVA.

Anova puede presentar algunas aplicaciones comunes como en Investigación Médica y Biomédica, Ingeniería y Manufactura, Agricultura y Biología, Educación etc.

2.3.2.1.5 Bootstrap.

El Bootstrap es un método estadístico no paramétrico que se utiliza para estimar la distribución de una estadística de muestra (como la media, la mediana, etc.) mediante el remuestreo con reemplazo de los datos originales. Este método fue introducido por Bradley Efron en 1979 y ha ganado amplia aceptación debido a su simplicidad y efectividad, especialmente en situaciones donde los métodos tradicionales de inferencia estadística no son aplicables.

Este método se utiliza para crear distribuciones empíricas de estadísticas de prueba a partir de datos muestreados y para calcular valores p y estimar errores estándar, especialmente cuando las suposiciones paramétricas tradicionales no se cumplen (Berkovits et al., 2000).

2.3.2.1.6 Ventajas y Limitaciones del Método Bootstrap.

Ventajas:

- No requiere suposiciones fuertes: El Bootstrap no requiere asumir que los datos provienen de una distribución específica. Esto es especialmente útil para datos que no siguen distribuciones normales.
- Flexibilidad: Puede ser aplicado a una amplia variedad de estadísticas, incluyendo medias, medianas, coeficientes de regresión y más.
- Aplicabilidad a Diseños Complejos: Los métodos bootstrap pueden extenderse a diseños de medidas repetidas multifactoriales y diseños de parcelas divididas, lo que sugiere una amplia aplicabilidad en diversas configuraciones experimentales y situaciones de investigación

Limitaciones

- Reemplazo de Muestras Problemáticas: En algunos casos, especialmente con tamaños de muestra pequeños, es necesario reemplazar un porcentaje de muestras bootstrap debido a problemas con las matrices de covarianza, lo que puede complicar el análisis y la interpretación de los resultados.
- Computacionalmente intensivo: El proceso de remuestreo y cálculo de estadísticas para un gran número de muestras Bootstrap puede ser computacionalmente costoso y requerir mucho tiempo.

- El método Bootstrap estándar puede no ser adecuado para datos con alta correlación o dependencias entre observaciones, ya que puede romper estas dependencias y proporcionar estimaciones inexactas.

2.3.2.1.7 Anova Bootstrap.

El análisis de varianza (ANOVA) es una técnica estadística utilizada para evaluar la igualdad de medias entre múltiples grupos, cuando se comparan varias poblaciones normales $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ con medias μ_i y varianzas σ_i^2 donde $i = 1, 2, \dots, k$ representa cada grupo o población. Sin embargo, en el contexto clásico de ANOVA, se asume que las varianzas de los grupos son homogéneas (homocedasticidad) y que las distribuciones son normales. Cuando estas suposiciones no se cumplen, como ocurre con varianzas desiguales o tamaños de muestra pequeños, los métodos tradicionales pueden conducir a errores en la interpretación, especialmente con el aumento del error de tipo I. Aquí es donde el enfoque de ANOVA con Bootstrap resulta útil. (Xu et al., 2013)

El enfoque Bootstrap en ANOVA busca mejorar la precisión de las inferencias eliminando la dependencia de suposiciones de normalidad y homocedasticidad. En el caso del ANOVA Bootstrap se toman múltiples muestras aleatorias con reemplazo de los datos observados para cada grupo de tratamiento o categoría en el ANOVA. Esto permite generar una distribución empírica de las medias o estadísticas F de cada grupo. Para cada muestra Bootstrap, se calcula el estadístico de interés (como la estadística F del ANOVA). La distribución de estos estadísticos F Bootstrap permite estimar la variabilidad de la estadística sin depender de las suposiciones normales tradicionales. Con los resultados de las muestras Bootstrap, se construyen intervalos de confianza y se calculan valores de p para evaluar la significancia de las diferencias entre grupos. Esto se realiza observando en qué medida las

distribuciones Bootstrap de cada grupo se solapan y permite concluir si las medias de los grupos son estadísticamente distintas.

Intervalos de Confianza Estándar se representan comúnmente como $(\hat{\theta} \pm z_{\alpha} \hat{\sigma})$,

donde:

$\hat{\theta}$ es una estimación puntual del parámetro de interés θ

$\hat{\sigma}$ es la desviación estándar de $\hat{\theta}$

z_{α} es el cuantil de una distribución normal estándar para el nivel de confianza deseado, por ejemplo $z_{0.975}$ para un intervalo del 95%.

Los intervalos de confianza Bootstrap, mejoran estos resultados porque alcanzan una precisión de segundo orden, lo que significa que el error en la cobertura (la probabilidad de que el intervalo contenga el valor verdadero) disminuye a una tasa más rápida, $\frac{1}{n}$ en lugar de $\frac{1}{\sqrt{n}}$, conforme el tamaño de la muestra aumenta. (Efron & Narasimhan, 2020)

2.3.2.1.8 Metodología de Anova Bootstrap.

El método de Bootstrap permite realizar análisis estadísticos sin necesidad de asumir que los datos provienen de una distribución normal. Para evaluar la significancia de las diferencias entre grupos, se empleará un análisis de varianza (ANOVA). Además, con el fin de robustecer los resultados y obtener una estimación precisa de la distribución del estadístico F, se implementó un procedimiento bootstrap con la corrección BCa (Bias-Corrected and Accelerated), tal como lo describe Efron & Narasimhan (2020).

Procedimiento del Bootstrapping:

- Generación de Muestras Bootstrap: Comienza con un conjunto de datos observados $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Genera B muestras bootstrap x_b^* (con $b = 1, 2, \dots, B$) seleccionando aleatoriamente con reemplazo del conjunto original de datos.
- Cálculo del Estimador Bootstrap: Para cada muestra Bootstrap x_b^* , calcula el estimador de interés $\widehat{\theta}_b^*$. Esto da como resultado una distribución empírica de los estimadores $\widehat{\theta}_1^*, \widehat{\theta}_2^*, \dots, \widehat{\theta}_B^*$
- Cálculo del Sesgo (Bias Correction) z_0 : Calcula el parámetro de corrección de sesgo z_0 , que se obtiene utilizando la proporción de los estimadores Bootstrap $\widehat{\theta}_b^*$ que son menores que el estimador original $\widehat{\theta}$.

$$z_0 = \Phi^{-1} \left(\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I(\widehat{\theta}_b^* < \widehat{\theta}) \right)$$

Aquí, Φ^{-1} es la inversa de la función de distribución acumulativa (CDF) de la distribución normal estándar.

- Cálculo de la Aceleración a : Calcula el parámetro de aceleración a , que ajusta la variabilidad no constante del estimador. Esto se hace a través de una fórmula basada en las diferencias jackknife:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (\widehat{\theta}_{(i)} - \widehat{\theta}_{(\cdot)})^3}{6 \left(\sum_{i=1}^n (\widehat{\theta}_{(i)} - \widehat{\theta}_{(\cdot)})^2 \right)^{3/2}}$$

Donde $\widehat{\theta}_{(i)}$, es el estimador calculado dejando fuera la i -ésima observación, y

$\widehat{\theta}_{(\cdot)}$ es la media de todos los $\widehat{\theta}_{(i)}$.

- Cálculo de los Límites del Intervalo de Confianza BCa: Usa los valores de z_0 y a para ajustar los percentiles de la distribución bootstrap. Los límites del intervalo de confianza BCa se calculan como:

$$\theta_{BCa}^{\alpha} = \hat{\theta} + \Phi^{-1} \left(\Phi \left(z_0 + \frac{z_0 + \Phi^{-1}(\alpha)}{1 - \alpha(z_0 + \Phi^{-1}(\alpha))} \right) \right) \widehat{\sigma}_{boot}$$

Donde $\widehat{\sigma}_{boot}$ es la desviación estándar de los estimadores bootstrap.

- Interpretación y Uso del Intervalo de Confianza: El resultado final es un intervalo de confianza corregido que tiene en cuenta tanto el sesgo como la variabilidad no constante, proporcionando un intervalo más preciso en comparación con los intervalos de confianza estándar. Donde se puede comparar el estimador de interés con los intervalos de confianza generados por el método bootstrap. “Un intervalo de confianza de 95% nos indica que dentro del rango dado se encuentra el valor real de un parámetro con 95% de certeza” (Candía B & Caiozzi , 2005, p. 1111).

Los intervalos de confianza en Bootstrap son especialmente útiles en estudios de rendimiento académico, ya que brindan una representación robusta de la variabilidad sin depender de suposiciones de normalidad. Esto permite comprender de manera más precisa la dispersión real de las calificaciones de los estudiantes, incluso en distribuciones asimétricas o con valores atípicos, lo que los hace ideales para reflejar de forma fiel la variabilidad en datos de puntajes académicos.

2.3.2.1.9 Uso y Aplicación de ANOVA Bootstrap.

El ANOVA Bootstrap se utiliza en situaciones específicas donde las suposiciones tradicionales del ANOVA pueden no cumplirse o cuando se necesita una mayor robustez y

precisión en las inferencias estadísticas. A continuación, se detallan las principales situaciones en las que es adecuado utilizar el ANOVA Bootstrap.

- **Suposición de normalidad:** Cuando los datos no siguen una distribución normal, lo que puede invalidar los resultados del ANOVA tradicional. El Bootstrap no requiere la suposición de normalidad y puede proporcionar resultados más precisos (Berkovits et al., 2000).
- **Homogeneidad de varianzas:** Si las varianzas de los grupos no son iguales, el ANOVA tradicional puede no ser válido. El ANOVA Bootstrap puede manejar situaciones con varianzas desiguales de manera más efectiva (Xu et al., 2013).
- **Datos atípicos (outliers):** Presencia de valores atípicos que pueden influir en los resultados del ANOVA tradicional. El Bootstrap es más robusto frente a outliers, ya que utiliza remuestreo para estimar la distribución de la estadística de interés (Zhou & Wong, 2011).
- **Diseños no balanceados:** Cuando los tamaños de muestra entre los grupos no son iguales. El Bootstrap puede manejar estos desequilibrios de manera más efectiva que el ANOVA tradicional (Zhou & Wong, 2011).

2.3.2.1.10 Justificación del Uso de ANOVA Bootstrap en la Investigación.

El uso de ANOVA Bootstrap en esta investigación se justifica por las siguientes razones:

- **Robustez ante violaciones de suposiciones:** ANOVA Bootstrap no depende de la normalidad de los datos ni de la homogeneidad de varianzas, lo cual es ideal para los datos educativos que suelen no cumplir estas suposiciones.

- Flexibilidad: Esta técnica maneja eficientemente datos con outliers y tamaños de muestra desiguales, proporcionando resultados precisos y confiables.
- Precisión en la estimación de parámetros: Al generar múltiples muestras mediante remuestreo, ANOVA Bootstrap ofrece intervalos de confianza más precisos, reduciendo la incertidumbre en las estimaciones.
- Capacidad para manejar diseños complejos: Es adecuado para analizar datos de varios años lectivos, capturando tendencias y evolución del rendimiento académico de manera detallada.
- Relevancia y aplicabilidad de los resultados: Los resultados serán robustos y aplicables no solo a la Unidad Educativa 'Central Técnico', sino también a otras instituciones, proporcionando un marco metodológico sólido y replicable.

Bootstrap crea numerosas muestras al azar, con reemplazo, a partir de los datos originales. Esto significa que de una muestra inicial de n observaciones, se generan nuevas muestras de tamaño n eligiendo valores al azar de la muestra original (permitiendo repetir valores en cada muestra). Estas muestras "Bootstrap" simulan cómo sería la variabilidad en los datos si se pudiera repetir el experimento múltiples veces. A partir de cada muestra Bootstrap se calculan las estadísticas de interés para construir una distribución empírica de estas estadísticas. Este enfoque es valioso porque permite construir una distribución de referencia empírica en lugar de confiar en distribuciones teóricas, estimar los valores de p y los intervalos de confianza sin suponer que los datos tienen una distribución específica (como la normal). (Berkovits et al., 2000).

Los intervalos de confianza tradicionales, como los de 95% ($\hat{\theta} \pm 1.96 \hat{\sigma}$) basados en el intervalo normal estándar, pueden ser inexactos en la práctica. El bootstrap se propone

como una solución, ya que mejora la precisión al pasar de una precisión de primer orden a una de segundo orden, logrando límites más cercanos a los intervalos exactos al reducir errores a medida que aumenta el tamaño de la muestra. (Efron & Narasimhan, 2020)

2.3.3 Código R para el Análisis de Datos

R es un lenguaje de programación y entorno de software libre para análisis estadístico y gráficos. Fue desarrollado por Robert Gentleman y Ross Ihaka en la Universidad de Auckland, Nueva Zelanda, y es ampliamente utilizado en la comunidad académica y profesional para tareas de análisis de datos, modelado estadístico, y creación de gráficos.

2.3.3.1 Características Principales de R.

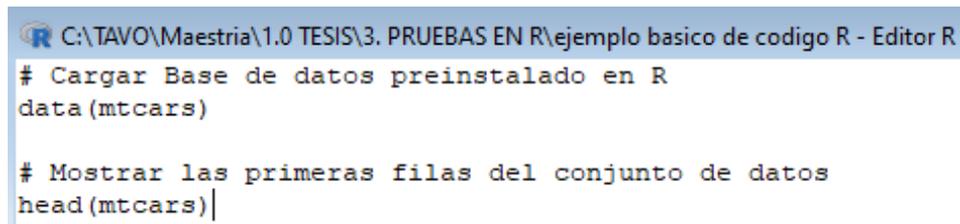
- **Sistema Base y Paquetes:** R se compone de un sistema base y paquetes adicionales. El sistema base incluye paquetes fundamentales para su funcionamiento, y existen miles de paquetes adicionales disponibles en CRAN.
- **Capacidad Gráfica:** Ofrece capacidades gráficas avanzadas, superiores a muchos otros paquetes estadísticos, con paquetes especializados para diversas necesidades gráficas y de datos.
- **Interactividad y Comunidad:** Es ideal para trabajo interactivo y desarrollo de nuevas herramientas. Además, cuenta con una comunidad activa que facilita la resolución de problemas.
- **Software Libre:** R es software libre bajo la Licencia GNU, lo que permite su uso, estudio, modificación y distribución sin preocupaciones de licencias.
- **Uso de Memoria y Optimización:** R consume mucho recurso de memoria, lo que puede ser una limitación con grandes conjuntos de datos, pero se puede optimizar mediante la vectorización y el uso de procesamiento paralelo.

Estas son las características más destacadas de R, según Santana & Mateos (2014).

A continuación, se muestra un Ejemplo básico realizado en R.

Figura 5

Script de un ejemplo básico en R.



```

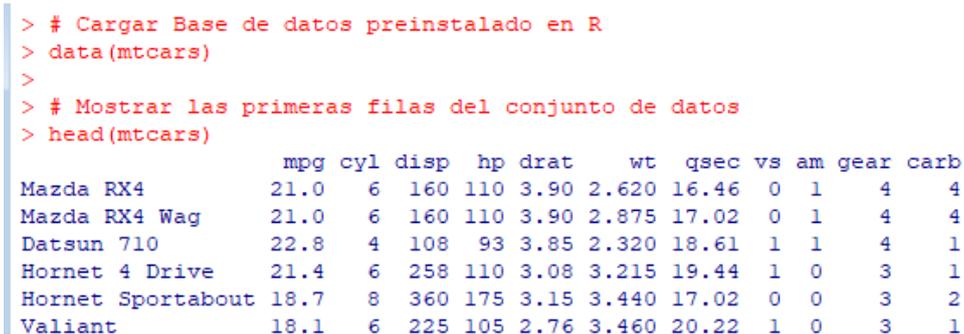
R C:\TAVO\Maestria\1.0 TESIS\3. PRUEBAS EN R\ejemplo basico de codigo R - Editor R
# Cargar Base de datos preinstalado en R
data(mtcars)

# Mostrar las primeras filas del conjunto de datos
head(mtcars)

```

Figura 6

Resultado de la ejecución del Script de un ejemplo básico en R, mostrado en consola



```

> # Cargar Base de datos preinstalado en R
> data(mtcars)
>
> # Mostrar las primeras filas del conjunto de datos
> head(mtcars)

```

	mpg	cyl	disp	hp	drat	wt	qsec	vs	am	gear	carb
Mazda RX4	21.0	6	160	110	3.90	2.620	16.46	0	1	4	4
Mazda RX4 Wag	21.0	6	160	110	3.90	2.875	17.02	0	1	4	4
Datsun 710	22.8	4	108	93	3.85	2.320	18.61	1	1	4	1
Hornet 4 Drive	21.4	6	258	110	3.08	3.215	19.44	1	0	3	1
Hornet Sportabout	18.7	8	360	175	3.15	3.440	17.02	0	0	3	2
Valiant	18.1	6	225	105	2.76	3.460	20.22	1	0	3	1

2.3.4 Aprendizaje de Matemáticas

El aprendizaje en matemáticas es un proceso complejo que no siempre garantiza que la enseñanza resulte en el aprendizaje efectivo por parte de los estudiantes. La enseñanza tiene como objetivo que los alumnos adquieran conocimientos matemáticos, pero aprender es un proceso interno que ocurre dentro del alumno y no necesariamente como resultado directo del esfuerzo del profesor (Flores, 2003).

2.3.4.1 El Sistema Educativo Ecuatoriano.

El sistema educativo en Ecuador ha experimentado transformaciones significativas a lo largo de los años, impulsadas por cambios en el modelo educativo, factores económicos y la infraestructura educativa. Este proceso ha estado marcado por una serie de desafíos y perspectivas que reflejan la diversidad social y cultural del país.

Durante las décadas de 1970 a 1990, el analfabetismo representaba un problema grave en Ecuador debido a las limitaciones sociales de la educación. Sin embargo, gracias a los movimientos sociales y a la reforma constitucional de 2008, la educación se consolidó como un derecho fundamental. La implementación de la Ley Orgánica de Educación Intercultural y los ajustes curriculares en 2016 marcaron un hito importante al establecer estándares de calidad que buscan desarrollar habilidades, actitudes y conocimientos en los estudiantes para facilitar la resolución de conflictos en diversos contextos (Cuesta-Ormaza & Barrera-Andrade, 2022).

2.3.4.2 Rendimiento Académico en el Contexto Ecuatoriano.

El rendimiento académico en el contexto ecuatoriano se refiere a la medida en que los estudiantes alcanzan los objetivos educativos establecidos en el currículo. Estos objetivos pueden ser evaluados a través de diversas formas, como exámenes, pruebas estandarizadas, proyectos, y otros métodos de evaluación continua.

En la asignatura de matemática, específicamente en Decimo año de Educación General Básica los contenidos que enseñan generalmente son:

- Ecuaciones e Inecuaciones con una Incógnita
- Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas
- Funciones

- Función Lineal
- Función Cuadrática
- Formula General de una ecuación de segundo grado
- Solución de ecuaciones de segundo grado por factorización
- Teorema de Pitágoras
- Razones Trigonométricas

Para el aprendizaje en matemática de los estudiantes de Decimo año, en la Unidad Educativa ‘Central Técnico’, generalmente se utiliza la metodología ERCA ya que es un enfoque pedagógico que se centra en la comprensión profunda y la aplicación práctica de conceptos matemáticos. Este enfoque se basa en la idea de que los estudiantes aprenden mejor cuando pueden relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real.

El rendimiento académico de los estudiantes se evalúa mediante un proceso continuo que incluye observación, valoración y registro de información, con el objetivo de mejorar los métodos de enseñanza y los resultados de aprendizaje. Este proceso no siempre implica la emisión de notas, sino que se enfoca en proveer retroalimentación para ayudar a los estudiantes a alcanzar los objetivos mínimos establecidos en el currículo nacional y los estándares de calidad educativa. Además, se menciona el refuerzo académico para aquellos estudiantes que presentan bajos rendimientos, destacando la importancia de iniciar este proceso desde el inicio del año lectivo para facilitar la recuperación continua de los estudiantes durante el ciclo escolar (Ministerio de Educación, 2016).

El rendimiento académico de los estudiantes se expresa a través de una escala de calificaciones que incluye tanto valoraciones cualitativas como cuantitativas. La escala cualitativa y cuantitativa se muestra en la siguiente Tabla.

Tabla 4*Escala de Calificaciones*

Escala cualitativa	Escala cuantitativa
Domina los aprendizajes requeridos.	9,00-10,00
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7,00-8,99
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	4,01-6,99
No alcanza los aprendizajes requeridos.	≤ 4

Nota: Adaptado de Decreto Ejecutivo N° 366, publicado en el Registro Oficial N°286

2.3.4.3 Mejora Continua en el Aprendizaje de Matemática.

Para implementar un plan de mejora continua en matemáticas, es esencial basarse en modelos y estrategias probadas que promuevan mejoras sostenibles y efectivas en el aprendizaje de los estudiantes. A continuación, se presenta un plan basado en diversas investigaciones y estudios sobre la mejora continua en la educación matemática.

2.3.4.3.1 Planes de mejora continua basados en esquemas exitosos.

Evaluación Inicial y Diagnóstico: Los autores implementaron una serie de cuestionarios breves distribuidos a lo largo del curso. Estos cuestionarios fueron diseñados para obtener retroalimentación específica y continua, en lugar de depender de un solo cuestionario extenso al final del periodo académico (Kloeden & McDonald, 1981).

Desarrollo de Currículo Basado en Necesidades y Debilidades Detectadas:

- Adaptar el currículo de matemáticas según los resultados del diagnóstico para cubrir los conceptos matemáticos necesarios que afectan el rendimiento de los estudiantes en cursos básicos (Wajid et al., 2023)
- Implementar programas específicos de mejora como cursos de matemáticas básicas y prácticas, organizados por niveles de habilidad (Park & Pyo, 2013).

Metodologías de Enseñanza Innovadoras: Fomentar el uso de vídeos educativos cortos desarrollados por docentes y estudiantes, para promover el aprendizaje autónomo y activo de conceptos matemáticos (Bas et al., 2019).

Formación y Desarrollo Profesional de los Docentes: Implementar programas de desarrollo profesional que incluyan estudios de lecciones y modelos de mejora continua para educadores de matemáticas (Liang et al., 2019).

Monitoreo y Evaluación Continua: Implementar un sistema de mejora continua (CIMS) para evaluar y monitorear constantemente el progreso en los conceptos matemáticos requeridos (Caputo & Rastelli, 2014).

Capítulo 3

Diseño Metodológico

3.1 Enfoque de la Investigación

La metodología utilizada en esta investigación se fundamenta en la aplicación de técnicas estadísticas avanzadas para analizar el rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico'.

La presente investigación realiza un análisis del comportamiento del rendimiento académico en matemáticas considerando la información relacionada a las calificaciones de los estudiantes en los años lectivos 2020 -2021 hasta 2022-2023.

El enfoque de esta investigación es cuantitativo, centrado en el análisis del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes. Se emplean técnicas estadísticas avanzadas como el ANOVA Bootstrap para realizar comparaciones significativas, obtener conclusiones basadas en datos y realizar recomendaciones para la mejora continua aplicables a la realidad de la Institución Educativa.

3.2 Diseño de la Investigación

La presente investigación se enmarca dentro de un diseño observacional, ya que se limita a observar y analizar los datos sin intervenir en las variables ni manipularlas de ninguna manera. Este tipo de diseño es adecuado para estudios en los que se busca entender fenómenos tal y como ocurren en su contexto natural, permitiendo recoger información detallada y específica sin alterar el entorno o las condiciones de los sujetos estudiados. (Hernández, et. al, 2014)

3.3 Tipo de investigación

El presente estudio se enmarca dentro de un diseño longitudinal de tendencia. Este tipo de investigación es apropiado cuando se desea analizar cómo cambia una variable específica a lo largo del tiempo en diferentes cohortes de sujetos. A diferencia de los estudios longitudinales clásicos, que siguen a los mismos individuos a lo largo del tiempo, el diseño de tendencia permite comparar diferentes grupos de sujetos en distintos momentos temporales, capturando la evolución de una misma característica o fenómeno (Hernández, et. al, 2014).

En este caso, el estudio busca analizar y comparar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año en los distintos paralelos (A-J) a lo largo de varios años lectivos. Al aplicar un diseño longitudinal de tendencia, se pretende identificar y evaluar las posibles tendencias o cambios en el rendimiento académico a medida que se estudian diferentes cohortes de estudiantes en distintos años lectivos.

3.4 Nivel de Investigación

El nivel de investigación de este estudio es descriptivo. Este nivel tiene como objetivo principal caracterizar y detallar los fenómenos observados. La investigación descriptiva busca proporcionar una imagen clara y precisa de cómo se presentan las variables estudiadas sin establecer relaciones de causa y efecto (Hernández, et. al, 2014).

3.5 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

La técnica utilizada en la presente investigación es la Revisión de Registros Académicos. Esta técnica se basa en el análisis de datos históricos proporcionados por la secretaría de la institución educativa, en este caso, las calificaciones de los estudiantes en la asignatura de matemáticas.

La revisión de registros académicos implica la recopilación y análisis de datos documentales existentes. Esta técnica tiene varias ventajas, como la disponibilidad de datos precisos y oficiales, y permite un análisis longitudinal del rendimiento académico.

3.6 Técnicas para el Procesamiento e Interpretación de Datos

La información obtenida en la secretaría de la Unidad Educativa será procesada, ya que se encuentra en formato PDF. Esta será convertida a Excel para su manipulación y organización de manera más eficiente, preparándola para el posterior análisis en el software R.

En R, se procederá a realizar un ANOVA tradicional y la determinación del p-valor. Este análisis permitirá determinar si existen diferencias significativas entre los años lectivos. Posteriormente, se aplicará el ANOVA Bootstrap y se compararán los p-valores obtenidos, proporcionando una visión más precisa de la significancia estadística.

Finalmente, se llevará a cabo el análisis de resultados y se elaborarán las recomendaciones para la mejora continua del rendimiento académico en matemática.

3.7 Población y Muestra

3.7.1 Población

La población de estudio está compuesta por las calificaciones de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa 'Central Técnico', correspondientes a los años lectivos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023. En total, se cuenta con registros académicos correspondientes a 1,158 estudiantes distribuidos de la siguiente manera:

Para el año lectivo 2020-2021, la población incluye a los estudiantes de los paralelos desde el décimo A hasta el décimo J, con un total de 365 estudiantes.

En el año lectivo 2021-2022, la población también abarca los paralelos desde el décimo A hasta el décimo J, con un total de 396 estudiantes.

Finalmente, en el año lectivo 2022-2023, la población se extiende a los paralelos desde el décimo A hasta el décimo K, sumando un total de 397 estudiantes.

Esta población constituye el universo de datos disponibles para la investigación y refleja la totalidad de estudiantes matriculados en décimo año durante los años lectivos mencionados. La inclusión de los tres períodos permite realizar un análisis longitudinal, capturando tendencias y variaciones en el rendimiento académico a lo largo del tiempo.

3.7.2 *Tamaño de la Muestra*

Para este estudio, se determinó la necesidad de seleccionar una muestra representativa de las calificaciones de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa "Central Técnico" durante los años lectivos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023.

Para garantizar que el análisis sea representativo y estadísticamente significativo, se determinó el tamaño de la muestra mediante la fórmula para poblaciones finitas. Los parámetros utilizados fueron los siguientes:

- Nivel de confianza (Z): 95%, lo que corresponde a un valor Z de 1.96.
- Margen de error (E): Se consideró un margen de error de $\pm 5\%$, es decir, 0.05.

- Proporción esperada (p): Al no contar con una proporción específica, se utilizó 0.5, que es la opción más conservadora y maximiza la variabilidad.

La fórmula empleada para el cálculo del tamaño de la muestra es la siguiente:

$$n = \frac{N \cdot Z^2 \cdot p \cdot (1 - p)}{E^2 \cdot (N - 1) + Z^2 \cdot p \cdot (1 - p)}$$

Donde:

- $N=1158$ es el tamaño total de la población.
- $Z=1.96$ es el valor Z correspondiente al nivel de confianza del 95%.
- $p=0.5$ es la proporción esperada.
- $E=0.05$ es el margen de error.

El cálculo resultante determinó que se requería una muestra de 288 estudiantes para asegurar que los resultados obtenidos sean estadísticamente significativos y representativos de la población total.

Distribución de la Muestra: Para garantizar la representatividad de la muestra a lo largo de los tres años lectivos, la muestra se distribuyó proporcionalmente según el tamaño de la población de cada año.

El número de estudiantes en cada año lectivo se usa para calcular qué porcentaje de la población total representa cada año. Esto se hace dividiendo el tamaño de la población de cada año entre el tamaño total de la población:

$$2020 - 2021: \frac{365}{1158} = 0.315 \text{ (31.5\%)}$$

$$2021 - 2022: \frac{396}{1158} = 0.342 \text{ (34.2\%)}$$

$$2023 - 2024: \frac{397}{1158} = 0.343 \text{ (34.3\%)}$$

Estos porcentajes se aplican al tamaño de la muestra total (288 estudiantes) para determinar cuántos estudiantes deben seleccionarse de cada año:

$$2020 - 2021: 288 \times 0.315 \approx 91$$

$$2021 - 2022: 288 \times 0.342 \approx 98$$

$$2022 - 2023: 288 \times 0.343 \approx 99$$

- Año lectivo 2020-2021: Con 365 estudiantes, se seleccionaron 91 estudiantes.
- Año lectivo 2021-2022: Con 396 estudiantes, se seleccionaron 98 estudiantes.
- Año lectivo 2022-2023: Con 397 estudiantes, se seleccionaron 99 estudiantes.

Capítulo 4

Análisis y Discusión de los Resultados

4.1 Análisis Descriptivo de los Resultados

4.1.1 Descripción de los Datos

La base de datos utilizada en este estudio comprende 288 registros de rendimiento académico en la asignatura de matemáticas, correspondientes a estudiantes de décimo año de Educación General Básica en la Unidad Educativa 'Central Técnico'. Los datos están organizados en dos columnas principales:

- Periodo: Este campo identifica el año lectivo al cual corresponden los datos de rendimiento. La base de datos incluye tres periodos distintos: 2020-2021, 2021-2022, y 2022-2023.
- Rendimiento: Este campo contiene las calificaciones de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, las cuales varían en una escala de 7 a 10.

A continuación, se presentan algunas estadísticas descriptivas clave de la base de datos:

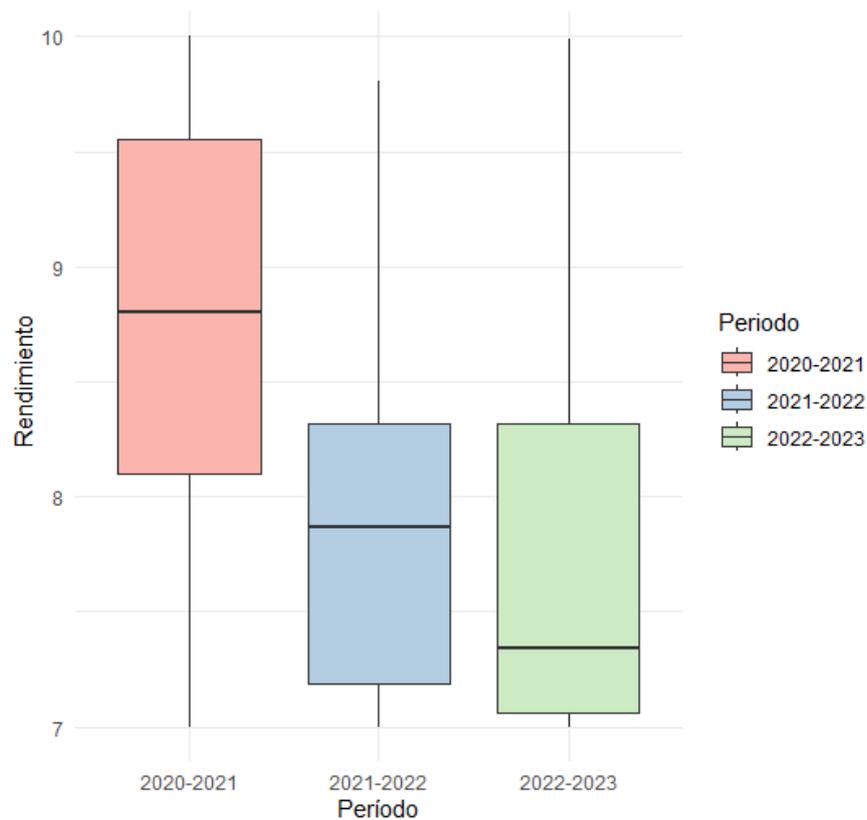
- Número total de registros: 288
- Períodos considerados: 2020-2021, 2021-2022, 2022-2023
- Media del rendimiento académico: 8.09
- Desviación estándar: 0.92
- Rango de calificaciones:
 - Mínimo: 7.00

- Máximo: 10.00
- Percentiles:
 - 25% de las calificaciones están por debajo de 7.18
 - 50% de las calificaciones (mediana) es 7.99
 - 75% de las calificaciones están por debajo de 8.73

Este resumen proporciona una visión general del rendimiento académico de los estudiantes en los tres años lectivos, con la mayoría de las calificaciones agrupadas alrededor de un valor medio de 8.09.

Figura 7

Boxplot del Rendimiento Académico por Período



En la Figura 7, se presenta un boxplot que ilustra la distribución del rendimiento académico en la asignatura de matemáticas de los estudiantes, durante los años lectivos 2020-2021, 2021-2022, y 2022-2023.

Período 2020-2021:

- **Media:** La media del rendimiento académico para este período es de aproximadamente 8.71, lo que indica un rendimiento generalmente alto entre los estudiantes.
- **Mediana:** La mediana es 8.8, lo que sugiere que la mayoría de las calificaciones están concentradas alrededor de este valor, con una ligera tendencia hacia las calificaciones más altas.
- **Cuartiles:**

Percentil 25% (Q1): 8.10

Percentil 50% (Mediana): 8.80

Percentil 75% (Q3): 9.56

Este período muestra una alta concentración de calificaciones en el rango superior (entre 8.10 y 9.56), lo que refleja un rendimiento académico sólido, con una ligera dispersión hacia las calificaciones más altas.

Período 2021-2022:

- **Media:** La media desciende a 7.88, lo que marca una disminución en el rendimiento académico en comparación con el período anterior.
- **Mediana:** La mediana es 7.87, prácticamente igual a la media, lo que indica que la distribución de las calificaciones es bastante uniforme alrededor de este valor.

- Cuartiles:

Percentil 25% (Q1): 7.18

Percentil 50% (Mediana): 7.87

Percentil 75% (Q3): 8.32

En este período, el rango intercuartil es más estrecho, con la mayoría de las calificaciones oscilando entre 7.18 y 8.32, lo que refleja una menor variabilidad y un rendimiento académico más concentrado en el rango medio.

Período 2022-2023:

- Media: La media del rendimiento desciende ligeramente a 7.73, continuando la tendencia decreciente observada en el período anterior.
- Mediana: La mediana es 7.34, lo que es inferior a la media y sugiere que más de la mitad de los estudiantes tienen calificaciones en el rango más bajo de la distribución.
- Cuartiles:

Percentil 25% (Q1): 7.06

Percentil 50% (Mediana): 7.34

Percentil 75% (Q3): 8.32

Este período muestra una mayor variabilidad en comparación con 2021-2022, con un rango intercuartil similar pero una mediana más baja, lo que indica una inclinación hacia calificaciones más bajas en general.

El boxplot revela una tendencia decreciente en el rendimiento académico desde el período 2020-2021 hasta 2022-2023. El análisis de los cuartiles y la media muestra una disminución consistente en el rendimiento promedio a lo largo de los años.

El período 2020-2021 destaca como el año con el rendimiento más alto y menos disperso, con una media y una mediana cercanas a 9.00. En contraste, el período 2022-2023 muestra no solo un descenso en las calificaciones, como lo indica su mediana más baja, sino también una mayor dispersión de las calificaciones en comparación con 2021-2022. Esto sugiere que, aunque la mayoría de las calificaciones siguen estando concentradas en un rango estrecho, hay una mayor proporción de estudiantes que obtuvieron calificaciones más bajas en 2022-2023.

4.1.2 Prueba de Hipótesis

4.1.2.1 Planteamiento de las hipótesis.

H_0 : No hay diferencias significativas en las medias de rendimiento académico en matemáticas entre los tres períodos lectivos (2020-2021, 2021-2022, y 2022-2023).

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

H_i : Existe diferencias significativas en al menos dos de las medias de rendimiento académico en matemáticas entre los períodos lectivos analizados.

$$H_i: \exists i, j \quad \mu_i \neq \mu_j \text{ con } 1 \leq i, j \leq 3$$

4.1.2.2 Nivel de significancia.

$$\alpha = 0,05$$

4.1.2.3 Criterio.

Para llevar a cabo el análisis, se utilizó el software R. El criterio de decisión es el siguiente: Se rechaza la hipótesis nula (H_0) si el p-valor obtenido es menor que el nivel de significancia establecido, es decir, si $p\text{-valor} < 0.05$ y el valor F se encuentra dentro del intervalo de confianza BCa realizado mediante Bootstrap.

4.1.2.4 Cálculos.

R proporcionó los siguientes resultados:

Figura 8

Test de Homogeneidad de Varianzas

```
> print(resultado_levene)
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
      Df F value  Pr(>F)
group  2  5.0464 0.007019 **
      285
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

En la Figura 8, muestra el resultado de la prueba de Levene para la homogeneidad de varianzas en diferentes grupos. El p valor obtenido en la Test de Homogeneidad de Varianzas es de: 0.007, el cual es menor al nivel de significancia típico de 0.05, lo que implica que los grupos comparados no tienen varianzas homogéneas. Este hallazgo es relevante para la interpretación de los resultados del ANOVA, ya que sugiere la necesidad de considerar técnicas robustas o alternativas para comparar las medias de los grupos como ANOVA Bootstrap.

Figura 9*Test de normalidad de Shapiro-Wilk*

```

> shapiro_resultados
data$Periodo: 2020-2021

      Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.92758, p-value = 8.052e-05

-----
data$Periodo: 2021-2022

      Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93215, p-value = 7.807e-05

-----
data$Periodo: 2022-2023

      Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.85553, p-value = 2.157e-08

```

La Figura 9, muestra los resultados de la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk aplicada a los datos de rendimiento académico de los estudiantes en los períodos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023. En los tres períodos, los valores p obtenidos fueron considerablemente menores que 0.05 (0.00008052, 0.00007807 y 0.00000002157, respectivamente), lo cual permite rechazar la hipótesis nula de normalidad en cada caso. Estos resultados sugieren que los datos de rendimiento académico en matemáticas no siguen una distribución normal, lo que justifica el uso de métodos estadísticos robustos como el ANOVA Bootstrap para el análisis de varianza en presencia de datos no normales.

Figura 10*Resultados del ANOVA*

```

> # Mostrar los resultados del ANOVA
> summary(anova_result)
          Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
Periodo    2  52.56  26.282   39.45 7.5e-16 ***
Residuals 285 189.87   0.666
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Nota: Elaboración propia

La Figura 10, muestra los resultados del análisis de varianza (ANOVA) realizado sobre los datos de rendimiento académico en matemáticas a lo largo de tres períodos académicos distintos. Los resultados muestran un valor F de 39.45 y un valor p de 7.5×10^{-16}

Figura 11

Test de Games-Howell

```

> print(games_howell_result)

Pairwise comparisons using Games-Howell test

data: Rendimiento by Periodo

          2020-2021 2021-2022
2021-2022 9.0e-10   -
2022-2023 1.3e-12   0.31

P value adjustment method: none
alternative hypothesis: two.sided

```

La Figura 11, muestra los resultados de la prueba de Games-Howell, utilizada para comparaciones múltiples de rendimiento académico entre los períodos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023. Los resultados indican que existen diferencias estadísticamente significativas entre los períodos 2020-2021 y 2021-2022 ($p = 9.0 \times 10^{-10}$), así como entre los períodos 2020-2021 y 2022-2023 ($p = 1.3 \times 10^{-12}$). Sin embargo, no se observó una diferencia significativa entre los períodos 2021-2022 y 2022-2023 ($p = 0.31$). Esto sugiere que, aunque el rendimiento académico muestra cambios significativos entre los períodos

iniciales y el período 2020-2021, no hay evidencia suficiente para afirmar que hubo un cambio significativo entre los últimos dos períodos analizados.

Figura 12

Intervalo de Confianza BCa del 95% mediante Bootstrap

```
> print(paste("Intervalo de confianza del Bootstrap para el valor F:"))
[1] "Intervalo de confianza del Bootstrap para el valor F:"
> print(ci)
BOOTSTRAP CONFIDENCE INTERVAL CALCULATIONS
Based on 1000 bootstrap replicates

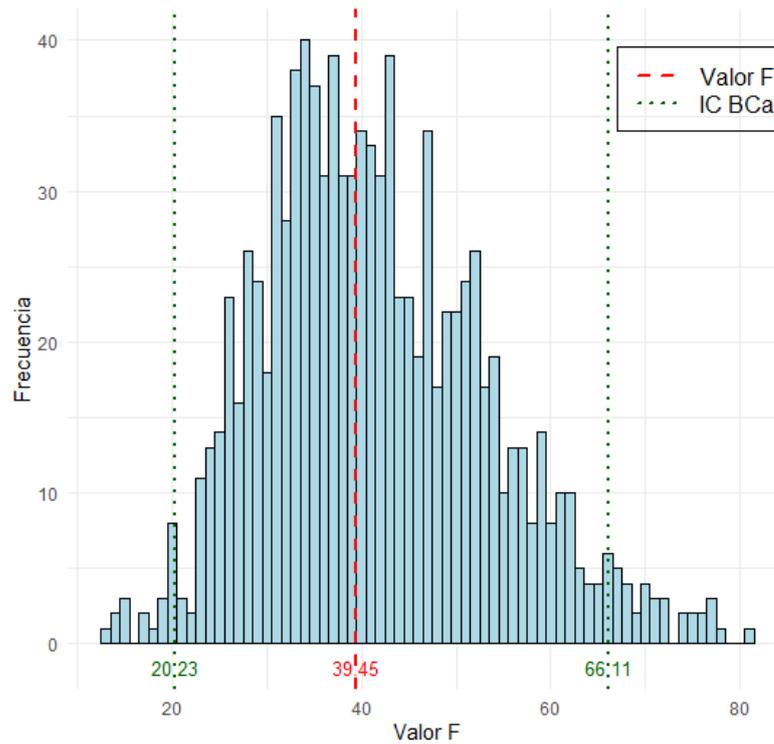
CALL :
boot.ci(boot.out = bootstrap_results, type = "bca")

Intervals :
Level      BCa
95%      (20.23, 66.11 )
Calculations and Intervals on Original Scale
```

La Figura 12, presenta el intervalo de confianza Bootstrap al 95% para el estadístico F, calculado mediante el método BCa (Bias-Corrected and Accelerated) con 1000 réplicas. El intervalo de confianza obtenido es de (20.23, 66.11), lo que sugiere que el valor verdadero del estadístico F se encuentra dentro de este rango con un 95% de confianza. Este método de estimación es especialmente útil debido a las características de los datos, que no cumplen con las suposiciones de normalidad necesarias para los métodos paramétricos tradicionales. La amplitud del intervalo refleja la variabilidad propia de los datos y proporciona una estimación robusta del valor F.

Figura 13

Distribución de valores F mediante Bootstrap en relación con el intervalo de confianza BCa



La Figura 13, presenta el histograma de la distribución Bootstrap del estadístico F, calculado a partir de 1000 réplicas. La línea roja punteada representa el valor F original (39.45), mientras que las líneas verdes punteadas marcan los límites del intervalo de confianza BCa al 95%, que abarca de 20.23 a 66.11. Este intervalo proporciona una estimación robusta y corregida del valor F, sin asumir normalidad en los datos. La amplitud del intervalo de confianza y la distribución simétrica del histograma alrededor del valor F original indican que la variabilidad en el rendimiento académico entre los períodos es estadísticamente significativa y que el valor F original es una representación confiable de la diferencia entre los grupos.

4.1.2.5 Decisión.

En base a los resultados obtenidos en R, donde el valor F es igual a 39.45 y el mismo se encuentra dentro de los intervalos de confianza BCa realizados por Bootstrap se Rechaza la Hipótesis Nula.

4.2 Discusión de los Resultados

El presente estudio utilizó una serie de pruebas estadísticas rigurosas para evaluar las diferencias en el rendimiento académico en matemáticas entre tres períodos lectivos: 2020-2021, 2021-2022, y 2022-2023. A lo largo del proceso, se evidenció que los datos no cumplían con los supuestos clave del ANOVA. La prueba de Levene arrojó un p-valor de 0.007019, indicando que las varianzas entre los períodos no son homogéneas. Además, los p-valores obtenidos de la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk fueron significativamente menores que el nivel de significancia de 0.05 para todos los períodos analizados, lo que confirmó la falta de normalidad en los datos.

El análisis realizado utilizando Anova Bootstrap ha revelado diferencias significativas en el rendimiento académico en matemáticas entre los tres períodos lectivos analizados. El valor F obtenido del Anova Bootstrap fue de aproximadamente 39.45 con un p-valor de $7.5e-16$, indicando una diferencia altamente significativa entre los rendimientos académicos de los diferentes períodos ($p < 0.001$). Este resultado sugiere que los cambios observados en las calificaciones no son producto del azar, sino que reflejan variaciones reales y sistemáticas en el rendimiento académico de los estudiantes.

El uso del Anova Bootstrap, que proporcionó un intervalo de confianza del 95% BCa para los valores F entre 20.23 y 66.11, y de esta manera se refuerza la robustez de este hallazgo. El estadístico de interés valor F de los datos originales se encuentra adecuadamente dentro de este intervalo de confianza, así como lo indica Candia B & Caiozzi A. (2005) en su artículo "Intervalos de confianza", lo que sugiere que las conclusiones obtenidas son consistentes y estables, incluso cuando se consideran posibles variaciones en la muestra.

El análisis de los datos ha revelado una tendencia preocupante: una disminución en el rendimiento académico en matemáticas a lo largo de los tres períodos lectivos evaluados.

Específicamente:

- Período 2020-2021: Este período mostró el rendimiento académico más alto, con una media de 8.71 y una mediana de 8.8. La distribución de las calificaciones fue relativamente estrecha, indicando un desempeño consistente y elevado entre los estudiantes.
- Período 2021-2022: En contraste con el período anterior, se observó una disminución significativa en el rendimiento, con una media de 7.88 y una mediana de 7.87. Esta reducción en las calificaciones puede estar vinculada a cambios en las condiciones educativas, como la adaptación a nuevas metodologías de enseñanza o los efectos persistentes de la pandemia de COVID-19 en la educación.
- Período 2022-2023: Este período mostró un rendimiento académico aún más bajo, con una media de 7.73 y una mediana de 7.34. Además, se observó una mayor variabilidad en las calificaciones, con un rango más amplio de puntuaciones y una tendencia hacia calificaciones más bajas. Este patrón podría reflejar desafíos continuos en el entorno educativo o en la capacidad de los estudiantes para adaptarse a las exigencias académicas.

Este estudio ha mostrado la existencia de diferencias significativas en el rendimiento académico entre los períodos, lo cual conlleva el buscar estrategias que puedan ser implementadas en la Unidad Educativa, de manera similar como Bermúdez-Pacheco et al. (2021) en su tesis titulada "Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento

académico en matemática del bachillerato de la Unidad Educativa El Empalme, Ecuador", donde se propuso un programa de estrategias de aprendizaje para mejorar el rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes.

Capítulo 5

Marco Propositivo

5.1 Recomendaciones para la mejora continua

Con base en los resultados obtenidos del análisis del rendimiento académico, se recomienda la implementación de un conjunto de estrategias diseñadas específicamente para mejorar tanto el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas como las prácticas evaluativas utilizadas en la asignatura.

5.1.1 Estrategias para mejorar el Rendimiento Académico en Matemáticas

Según la realidad institucional se ha considerado algunas estrategias para el mejoramiento del aprendizaje y rendimiento académico de los estudiantes.

Tabla 5

Estrategias de mejoramiento de rendimiento académico según la realidad institucional

Estrategia	Descripción	Beneficios	Recomendaciones
Tutorías Online	Las tutorías online permiten a los estudiantes conectarse virtualmente con un tutor o docente fuera del horario de clases para recibir apoyo adicional. Estas tutorías incluyen sesiones en vivo a través de videoconferencias o foros interactivos donde los estudiantes pueden hacer preguntas y recibir retroalimentación en tiempo real. Ofrecen un espacio personalizado y flexible para aclarar dudas y cerrar brechas en el aprendizaje.	Horario flexible, apoyo personalizado, alineación con el currículo, retroalimentación en tiempo real, acceso a recursos como videos y ejercicios.	Las instituciones deben establecer un sistema regular de tutorías online, ofreciendo sesiones grupales o individuales según las necesidades del alumno. Es útil implementar usar plataformas como Zoom, Google meets o Teams. Que generalmente ya están familiarizados en su funcionamiento

Uso de Plataformas de Redes Sociales	Los profesores utilizan plataformas como TikTok o YouTube para crear videos cortos de tutoriales de matemáticas. Estos videos explican la resolución de ejercicios y conceptos clave de manera clara y accesible. Los estudiantes pueden acceder a los videos en cualquier momento y revisar los procedimientos las veces que necesiten.	Mayor atención de los estudiantes a través de plataformas populares, flexibilidad para revisar el contenido en cualquier momento, aprendizaje a su propio ritmo, interacción a través de comentarios, explicaciones visuales y concisas.	Los profesores deben crear cuentas en plataformas como TikTok y YouTube, generar contenido breve y relevante, visualmente atractivo, centrado en los temas del currículo. Se recomienda fomentar la interacción con los estudiantes a través de preguntas y respuestas en comentarios.
---	--	--	--

Según Chauca Vidal (2020) en su investigación menciona varias estrategias que podrían ser implementadas en la realidad de la Unidad Educativa que se menciona a continuación.

Tabla 6

Estrategias: Juegos Educativos y ABP

Estrategia	Descripción	Beneficios	Recomendaciones
Uso de Juegos Educativos	El uso de juegos recreativos en el aula permite que el aprendizaje sea más efectivo al presentarse de manera divertida y no intimidante. Los juegos ayudan a los estudiantes a interactuar con los conceptos matemáticos de manera lúdica, reduciendo la ansiedad y aumentando el interés por la materia.	Reducción de la ansiedad, aumento del interés por la materia, refuerzo de conceptos básicos, fomento del trabajo en equipo y la participación activa.	Los docentes deberían integrar juegos matemáticos en sus clases, adaptándolos a los diferentes niveles de competencia de los estudiantes. Es importante que los juegos estén alineados con los objetivos de aprendizaje.

Algunas páginas gratuitas que ofrecen este el servicio de juegos educativos es:

<https://www.cokitos.com/juegos-matematicos-para-secundaria/>

<https://www.matific.com/ec/es-ar/home/matific-play/>

<https://www.matesfacil.com/interactivos/>

Uso del programa informático Geogebra	GeoGebra es un software interactivo y gratuito. Permite a los estudiantes explorar conceptos matemáticos mediante herramientas visuales y dinámicas, como construcciones geométricas y simulaciones.	GeoGebra permite a los estudiantes manipular y observar en tiempo real los cambios en figuras geométricas, ecuaciones y gráficos. Ayuda a entender conceptos abstractos al representarlos gráficamente, como funciones o transformaciones.	Es esencial que los docentes dominen las funciones básicas del software antes de introducirlo en sus lecciones. Esto incluye la exploración de herramientas específicas y la creación de actividades adaptadas a las necesidades del currículo. Integrar GeoGebra con enfoques como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Monitorear el impacto en el rendimiento estudiantil para optimizar su implementación.
--	--	--	---

Ejemplo:

Graficar funciones cuadráticas y observar las raíces (intersecciones con el eje x).

Modificar dinámicamente a, b y c con controles deslizantes para analizar el efecto en la gráfica.

Relacionar el discriminante ($b^2 - 4ac$) con la cantidad de raíces reales.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) utiliza problemas reales o simulados como punto de partida. Esto motiva a los estudiantes a buscar y aprender los conocimientos necesarios para resolver el problema, fomentando el pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas.	Desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas, comprensión profunda de los conceptos matemáticos, aplicación de conocimientos en situaciones nuevas.	Los docentes deben diseñar problemas desafiantes pero accesibles, vinculados con el currículo. Estos problemas deben promover la investigación y el análisis, permitiendo que los estudiantes construyan su propio conocimiento.
--	--	--	--

Ejemplo: "Descuento en la tienda de ropa"

Problema: Un estudiante quiere comprar ropa en una tienda que tiene un descuento del 20% en todos los artículos. El estudiante está interesado en comprar una chaqueta que cuesta \$50, unos pantalones que cuestan \$40 y una camiseta que cuesta \$20. El estudiante tiene un presupuesto de \$90. ¿Puede comprar los tres artículos con el descuento? ¿Cuál sería su gasto total?

Actividad ABP: Los estudiantes deben:

1. Calcular el descuento de cada artículo y el precio final después del descuento.
2. Sumar los precios finales de todos los artículos para ver si puede comprarlos con su presupuesto.
3. Analizar si es posible comprar los tres artículos dentro del presupuesto, o si debe elegir sólo algunos.

Solución:

1. Calcular el descuento en cada artículo:
 - Precio de la chaqueta: \$50
Descuento: $50 \times 0.20 = 10$
Precio final: $50 - 10 = 40$
 - Precio de los pantalones: \$40
Descuento: $40 \times 0.20 = 8$
Precio final: $40 - 8 = 32$
 - Precio de la camiseta: \$20
Descuento: $20 \times 0.20 = 4$
Precio final: $20 - 4 = 16$
2. Suma de los precios finales:
 $40 + 32 + 16 = 88$

Verificación del presupuesto: El estudiante puede comprar los tres artículos, ya que el costo total es \$88, que está dentro de su presupuesto de \$90.

Actividades Extracurriculares en Matemáticas	Las actividades extracurriculares en matemáticas incluyen clubes, competencias (como olimpiadas), talleres y proyectos independientes diseñados para extender el aprendizaje más allá del aula. (M. Durbin, 2020)	Las actividades extracurriculares en matemáticas ofrecen una experiencia de aprendizaje enriquecedora, destacando los siguientes beneficios clave: Incremento de Motivación, Desarrollo de Habilidades Cognitivas, Colaboración y Trabajo en Equipo, Conexión con el Mundo Real	Para implementar eficazmente actividades extracurriculares en matemáticas, se sugieren las siguientes acciones: Diseñar actividades alineadas con los intereses de los estudiantes. Formar equipos diversos para potenciar el aprendizaje colaborativo. Invitar mentores o expertos para guiar las actividades. Premiar logros con incentivos o menciones honoríficas. Monitorear el progreso y ajustar las actividades según las necesidades.
---	---	---	--

Ejemplo: Un club de matemáticas que organiza sesiones semanales para resolver problemas avanzados prepara a los estudiantes para competencias y fomenta el aprendizaje colaborativo. Incluye mentores externos, simulacros de competencias y una evaluación final con reconocimientos. Estas actividades enriquecen la experiencia de aprendizaje, incrementan el interés y preparan a los estudiantes para desafíos académicos y profesionales.

5.1.2 *Propuestas para mejorar las Prácticas Evaluativas en Matemáticas*

Según, Trelles Zambrano et al. (2017) en su investigación “¿Cómo Evaluar los Aprendizajes en Matemáticas?” pone a consideración varias técnicas con sus respectivos

instrumentos que pueden ser utilizados para evaluar los aprendizajes en la educación matemática.

Tabla 7

Técnicas e instrumentos detallados de evaluación en matemáticas

Técnica	Descripción	Instrumentos utilizados	Objetivo
Lista de cotejo	Herramienta que establece una serie de criterios o características observables en el desempeño del estudiante durante una tarea o actividad. Permite verificar si se cumplen aspectos específicos.	Listas de verificación estructuradas con criterios específicos del desempeño.	Verificar si el estudiante cumple con los requisitos esperados en una tarea, mediante una observación detallada y pautada.
Escala de valoración numérica	Asignación de una calificación numérica a un conjunto de indicadores predefinidos. Se emplea para medir el grado de adquisición de competencias o habilidades en una escala, habitualmente del 1 al 10.	Tablas de puntuación numérica, rúbricas con grados de evaluación.	Medir el nivel de desempeño de forma cuantitativa para proporcionar una calificación o retroalimentación detallada.
Portafolio	Conjunto de trabajos seleccionados que documentan el esfuerzo, progreso y logros de un estudiante en diversas áreas curriculares a lo largo del tiempo. Se	Carpetas con trabajos seleccionados, informes de autoevaluación, reflexiones del estudiante.	Facilitar la reflexión sobre el aprendizaje del estudiante a través del análisis de sus trabajos a lo largo de un período.

	centra en la reflexión sobre su propio aprendizaje.		
Trabajos realizados por los estudiantes	Evaluación de tareas, trabajos de investigación, ejercicios o problemas realizados por los estudiantes fuera o dentro del aula. Se enfoca en el análisis de los resultados, métodos empleados y la reflexión crítica.	Informes escritos, resolución de problemas, presentaciones, investigaciones individuales o grupales.	Evaluar la capacidad del estudiante para aplicar lo aprendido en tareas y problemas prácticos, así como su capacidad de reflexión.

Una propuesta interesante sobre las tendencias futuras en la evaluación del aprendizaje en matemáticas lo realiza PeranginAngin et al. (2021) a continuación, se menciona algunas ideas clave sobre su investigación:

Tabla 8

Técnicas de evaluación futura y su aplicación en el aula

Técnica de Evaluación	Descripción	Cómo aplicarla en el aula
Evaluación Auténtica	Evalúa no solo los conocimientos teóricos de los estudiantes, sino también su capacidad para aplicar estos conocimientos en situaciones reales.	Los docentes pueden diseñar proyectos o problemas contextualizados que los estudiantes deben resolver utilizando sus conocimientos matemáticos.
Evaluación de Actitudes	Se centra en evaluar las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, como su interés, motivación y confianza al	Los maestros pueden realizar observaciones en clase, pedir a los estudiantes que completen autoevaluaciones o usar encuestas

	enfrentarse a problemas matemáticos.	para medir su actitud hacia la materia.
Evaluación de Habilidades	Evalúa las habilidades prácticas de los estudiantes en matemáticas, como la resolución de problemas, el uso de estrategias matemáticas y la capacidad de trabajar en equipo.	Se pueden usar actividades prácticas, como resolución de problemas complejos o trabajos en grupo, donde los estudiantes demuestran sus habilidades matemáticas.
Capacitación Docente	Se enfoca en la capacitación de los docentes para diseñar y aplicar evaluaciones auténticas de manera efectiva, incluyendo la interpretación de los resultados.	Los docentes deben asistir a talleres o cursos sobre evaluación auténtica y aprender a utilizar rúbricas, portafolios y autoevaluaciones en su enseñanza.
Flexibilidad en la Evaluación	Permite a los docentes adaptar las evaluaciones según las necesidades de los estudiantes, personalizando los problemas y tareas para diferentes niveles de competencia.	Los maestros pueden ajustar las evaluaciones según el nivel de los estudiantes, dando más apoyo a quienes lo necesiten o más desafíos a los estudiantes avanzados.

Conclusiones

Se recolectó y realizó la limpieza de los datos correspondientes a los estudiantes de décimo año de Educación General Básica en los años lectivos 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023, abarcando un total de 1,158 estudiantes. De esta población, se seleccionó una muestra representativa de 288 estudiantes para el análisis estadístico de sus calificaciones finales, permitiendo así la comparación y evaluación del rendimiento académico en los distintos períodos lectivos.

Se aplicó el método estadístico ANOVA Bootstrap sobre la base de datos del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes, utilizando el software R, mediante el cual se analizó si existen diferencias significativas en rendimiento académico entre los diferentes años lectivos, validando la robustez del método ante las violaciones de las suposiciones de ANOVA, como la homogeneidad de varianzas y la normalidad de los datos.

Al aplicar ANOVA Bootstrap se pudo determinar que existen diferencias significativas en el rendimiento académico de los estudiantes entre los años lectivos, siendo la más destacada en comparación de periodos 2021-2022 y 2022-2023 al año lectivo 2020-2021. Estas diferencias entre los períodos sugieren que podría existir factores subyacentes que afectan el desempeño de los estudiantes en matemáticas.

Los resultados obtenidos evidencian una tendencia decreciente en el rendimiento académico en matemática a lo largo de los años lectivos analizados. En el año lectivo 2020-2021 se observó una media de 8.71 y en los años posteriores 2021-2022 y 2022-2023 la media disminuyó a 7.88 y 7.73 respectivamente. Esta tendencia resalta la necesidad de implementar estrategias pedagógicas innovadoras y adaptativas que promuevan el

aprendizaje activo y refuercen las competencias matemáticas de los estudiantes. La implementación de estrategias como Tutorías Online, Uso de Plataformas de Redes Sociales, Uso de Juegos Educativos, Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), son acciones clave para revertir esta tendencia y potenciar el rendimiento académico en matemáticas.

Recomendaciones

Es recomendable aplicar metodologías complementarias, como el uso de análisis multivariado, que permita estudiar no solo las diferencias entre años lectivos, sino también la interacción de múltiples variables que pueden influenciar en el rendimiento académico. Esta metodología podría proporcionar una visión más amplia y profunda sobre los factores subyacentes que afectan el desempeño en matemáticas.

Es necesario promover la formación continua de los docentes en metodologías innovadoras de enseñanza de matemáticas, como el uso de recursos digitales y estrategias activas, tales como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Capacitar a los docentes en estas técnicas mejoraría la capacidad para involucrar a los estudiantes y abordar las dificultades específicas de aprendizaje en matemáticas.

Se recomienda realizar estudios que incluyan no solo las calificaciones, sino también factores psicológicos y socioeconómicos de los estudiantes. Esto permitiría identificar de manera más precisa los factores externos que podrían estar influyendo en el rendimiento académico en matemáticas y diseñar intervenciones más focalizadas.

Según el estudio de Castro Velásquez y Rivadeneira Loor (2022), es fundamental fomentar la autoconfianza de los estudiantes y reducir las actitudes negativas hacia las matemáticas para mejorar su rendimiento en esta área. Los autores señalan que el refuerzo de habilidades y una percepción de control sobre los resultados permite a los estudiantes desarrollar una mejor disposición hacia la asignatura, favoreciendo así un aprendizaje más eficaz y positivo.

Bermúdez Pacheco (2021), sugiere que una estrategia fundamental para mejorar el rendimiento en matemáticas es la utilización de problemas contextualizados en situaciones

de la vida real, lo cual facilita que los estudiantes comprendan la aplicabilidad práctica de los conceptos matemáticos. Esta metodología no solo incrementa la motivación y el interés por la materia, sino que también promueve el desarrollo de habilidades esenciales de resolución de problemas y pensamiento crítico.

Referencias Bibliográficas

- Asamblea Constituyente del Ecuador. (2008). Constitución De La República Del Ecuador. En *Registro Oficial* (Vol. 449, Número 20). www.lexis.com.ec
- Bas, M. del C., Silvestre-Cerdà, J. A., Sala, R., Meneu, R., Casasús, T., & Benítez, R. (2019). *Feedback-Based Continuous Improvement Measures on the use of short Mathematical videos In University Education*. 5465–5469. <https://doi.org/10.21125/edulearn.2019.1337>
- Berkovits, I., Hancock, G. R., & Nevitt, J. (2000). Bootstrap Resampling Approaches for Repeated Measure Designs: Relative Robustness to Sphericity and Normality Violations. *Educational and Psychological Measurement*, 60(6), 877–892. <https://doi.org/10.1177/00131640021970961>
- Bermúdez Pacheco Manuel Valentín. (2021). *Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemática del bachillerato de la Unidad Educativa El Empalme*.
- Bulanov, N. M., Suvorov, A. Yu., Blyuss, O. B., Munblit, D. B., Butnaru, D. V., Nadinskaia, M. Yu., & Zaikin, A. A. (2021). Basic principles of descriptive statistics in medical research. *Sechenov Medical Journal*, 12(3), 4–16. <https://doi.org/10.47093/2218-7332.2021.12.3.4-16>
- Burr, I. W. (1974). Parameter estimation. In *Statistical methods for research and production* (pp. 365–398). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-146150-8.50016-5>
- Candia B., R., & Caiozzi A., G. (2005). Intervalos de confianza. *Revista Médica de Chile*, 133(9), 1111–1115. <https://doi.org/10.4067/S0034-98872005000900017>

- Caputo, A., & Rastelli, V. (2014). School improvement plans and student achievement: Preliminary evidence from the Quality and Merit Project in Italy. *Improving Schools*, 17(1), 72–98. <https://doi.org/10.1177/1365480213515800>
- Castro-Velásquez, M. J., & Rivadeneira-Loor, F. Y. (2022). Posibles causas del bajo rendimiento en las matemáticas: una revisión a la literatura. *Polo del conocimiento*, 7(2), 1089-1098.
- Chacón, J. (2012). *Una Introducción A La Estadística Inferencial*.
- Chauca Vidal, F. A. (2020a). Eficacia del programa educativo “Edumat” para lograr competencias matemáticas en estudiantes. *Big Bang Faustiniiano*, 9(1). <https://doi.org/10.51431/bbf.v9i1.590>
- Chiarotti, F. (2004). Detecting assumption violations in mixed-model analysis of variance. *Annali dell’Istituto Superiore di Sanità*, 40(2), 165–171
- Cuesta-Ormaza, G. H., & Barrera-Andrade, P. A. (2022). La comunicación en el proceso de la educación inicial. *Polo del Conocimiento*, 7(6), 531–541. <https://doi.org/10.23857/pc.v7i6.4087>
- Dagnino, J. (2014). Inferencia estadística: Pruebas de hipótesis. *Revista Chilena de Anestesia*, 43(3), 125–128.
- Efron, B., & Narasimhan, B. (2020). The Automatic Construction of Bootstrap Confidence Intervals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 29(3), 608–619. <https://doi.org/10.1080/10618600.2020.1714633>
- Espinoza, J. G. A., Freire, M. L. L., Cárdenas, F. E. L., & Freire, M. A. L. (2021). Factores determinantes que influyen en el aprendizaje matemático en estudiantes de Primer Año

- de Bachillerato de la Unidad Educativa “Carlos Cisneros”. *Dominio de las Ciencias*, 7(3), 513-527..
- Fiallos López, G. M., Fiallos López, L. G., Criollo Sailema, B. M., & Carvajal Tufiño, M. E. (2023). Calidad, Pertinencia e Innovación del Aprendizaje Matemático en Ecuador ¿Mito o Realidad? *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 6076–6093. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.5773
- Flores, P. (2003). Aprendizaje en Matemáticas. Instituto de Investigación Educativa. Disponible en <http://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>.
- Grosos, M. S., & Sardy, H. (1985). Techniques for Analysis of Data. En *A Research Primer for the Social and Behavioral Sciences* (pp. 207–221). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-304180-7.50015-4>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). McGraw-Hill.
- Issahaku, M. M. , & A. C. A. (2024). Exploring Student and Teacher Factors Influencing Students’ Performance in Mathematics. *Futurity Education*, 45–60. <https://doi.org/10.57125/fed.2024.06.25.03>
- Kloeden, P. E., & McDonald, R. J. (1981). Student feedback in teaching and improving an external mathematics course. *Distance Education*, 2(1), 54–63. <https://doi.org/10.1080/0158791810020104>
- Liang, S., Prasad, P., Patterson, C., & Mira, R. (2019). Improving our practice as mathematics teacher educators through teaching research. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 13(2). <https://doi.org/10.20429/ijstl.2019.130212>

- M. Durbin. (2020). An Examination of Effects of Student Math Extracurricular Participation on Math Self-efficacy and Proficiency. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 20(9). <https://doi.org/10.33423/jhetp.v20i9.3643>
- Ministerio de Educación. (2016). *Instructivo Para La Aplicación De La Evaluación Estudiantil (Actualizado a julio 2016)*.
- Ministerio de Educación de Ecuador. (2024). *MINEDUC-MINEDUC-2024-00031-A - Criterios para la promoción de año escolar*.
- Naciones Unidas. (1948). *Declaración Universal de los Derechos Humanos*. <https://www.un.org/es/universal-declaration-human-rights/>
- Park, J.-S., & Pyo, Y.-S. (2013). Improvement strategies of teaching methods for university basic mathematics education courses by ability grouping. *Communications of Mathematical Education*, 27(1), 19–37. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2013.27.1.019>
- PeranginAngin, R. B., Tarigan, R., Parhusip, B. H., Sitinjak, J. R., Naibaho, T., & Simanjuntak, R. M. (2021). Trends in The Development of Evaluation in Mathematics Learning. *Ideas: Jurnal Pendidikan, Sosial, dan Budaya*, 7(4), 231. <https://doi.org/10.32884/ideas.v7i4.481>
- Registro Oficial del Ecuador. (2011). *Ley Orgánica de Educación Intercultural LOEI. Registro Oficial. Quito–Ecuador*.
- Rodríguez Huerta Jorge Aurelio. (2018). Rendimiento Académico¿ Medición, Apreciación, Evaluación?, Factores influyentes en la definición del Rendimiento Académico. *Paradigmas*, 2(1), 109-117.

- Rustom Jabbar, A. (2012). *Estadística descriptiva, probabilidad e inferencia: Una visión conceptual y aplicada*. Departamento de Economía Agraria, Facultad de Ciencias Agronómicas, Universidad de Chile. ISBN: 978-956-19-0790-4. Disponible en <http://www.agren.cl/estadistica>
- Santana, J. S., & Mateos, E. M. (2014). *El arte de programar en R: Un lenguaje para la estadística*. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. ISBN: 978-607-9368-15-9. Disponible en <http://www.imta.gob.mx>
- Sami Khan, S. Bin, & Salman, R. (2020). Influence of mathematics in our daily lives. *Arts & Humanities Open Access Journal*, 4(2), 50–52. <https://doi.org/10.15406/ahoaj.2020.04.00152>
- Senplades, S. N. (2017). *Plan Nacional de Desarrollo 2017-2021-Toda una Vida*. www.planificacion.gob.ec
- Trelles Zambrano, C. A., Bravo Guerrero, F. E., & Barraqueta Samaniego, J. F. (2017). ¿Cómo Evaluar los Aprendizajes en Matemáticas? *INNOVA Research Journal*, 2(6), 35–51. <https://doi.org/10.33890/innova.v2.n6.2017.183>
- Viedma C. (2018). *Estadística descriptiva e inferencial Ediciones Idt Business Analytics Big Data Informacion Conocimiento Ruido*.
- Wajid, H., Chattha, H. T., Khawaja, B. A., & Ahmadi, S. Al. (2023). An automated continuous quality improvement framework for failing student outcomes based on mathematics weaknesses. *International Journal of Electrical Engineering & Education*, 60(3), 273–288. <https://doi.org/10.1177/0020720920956563>

- Wampash Antuash, D. V. (2018). *El bajo rendimiento académico en matemáticas, con los estudiantes del sexto C de Educación General Básica de la Unidad Educativa Tres de Noviembre de la ciudad de Cuenca, año lectivo 2017-2018* (Bachelor's thesis).
- Wang, Y., Rodríguez de Gil, P., Chen, Y.-H., Kromrey, J. D., Kim, E. S., Pham, T., Nguyen, D., & Romano, J. L. (2017). Comparing the Performance of Approaches for Testing the Homogeneity of Variance Assumption in One-Factor ANOVA Models. *Educational and Psychological Measurement, 77*(2), 305–329. <https://doi.org/10.1177/0013164416645162>
- Xu, L.-W., Yang, F.-Q., Abula, A., & Qin, S. (2013). A parametric bootstrap approach for two-way ANOVA in presence of possible interactions with unequal variances. *Journal of Multivariate Analysis, 115*, 172–180. <https://doi.org/10.1016/j.jmva.2012.10.008>
- Zamora-Araya, J. A. (2020). Impacts of attitudes, social development, mother's educational level and selfefficacy on academic achievement in mathematics. *Uniciencia, 34*(1), 74–87. <https://doi.org/10.15359/ru.34-1.5>
- Zhou, B., & Wong, W. H. (2011). A bootstrap-based non-parametric ANOVA method with applications to factorial microarray data. *Statistica Sinica, 21*(2), 495. <https://doi.org/10.5705/ss.2011.023a>

Apéndice

Apéndice A. Código de programación en R ANOVA Bootstrap

```
#####
# Análisis de Rendimiento mediante ANOVA Bootstrap#
#####

#Librerias

library(dplyr)
library(ggplot2)
library(readxl)
library(boot)

# Lectura de datos

data <- read_excel("C:/TAVO/Maestria/1.0 TESIS/1. DATOS/bd.xlsx")

# Realizar ANOVA

anova_result <- aov(Rendimiento ~ Periodo, data=data)
anova_summary <- summary(anova_result)

# Mostrar los resultados de ANOVA

summary(anova_result)

# Función para calcular el valor F del ANOVA

f_value_function <- function(data, indices) {
  data_sample <- data[indices, ] # Muestra bootstrap
  anova_result <- aov(Rendimiento ~ Periodo, data=data_sample)
  anova_summary <- summary(anova_result)
  F_value <- anova_summary[[1]][["Periodo", "F value"]]
  return(F_value)
}

# Realizar bootstrap

set.seed(123) # Para poder reproducir con el mismo bootstrap
bootstrap_results <- boot(data=data, statistic=f_value_function, R=1000)

# Calcular el intervalo de confianza para el valor F

ci <- boot.ci(bootstrap_results, type="bca")
```

```

# Obtener el valor F

anova_result <- aov(Rendimiento ~ Periodo, data=data)
anova_summary <- summary(anova_result)
F_trad <- anova_summary[[1]][["Periodo", "F value"]]
print(paste("Valor F del ANOVA Tradicional:", F_trad))

# Mostrar los resultados del bootstrap

F_prom_bootstrap <- mean(bootstrap_results$t)
print(paste("Valor F promedio del Bootstrap:", F_prom_bootstrap))
print(paste("Intervalo de confianza del Bootstrap para el valor F:"))
print(ci)

# Comparar el valor F tradicional con el intervalo de confianza del bootstrap

if (F_trad >= ci$bca[4] && F_trad <= ci$bca[5]) {
  print("El valor F del ANOVA tradicional se encuentra dentro del intervalo de confianza
del bootstrap.")
} else {
  print("El valor F del ANOVA tradicional NO se encuentra dentro del intervalo de confianza
del bootstrap.")
}

#####

#Visualización de los resultados
# Crear los datos de ejemplo

df_bootstrap <- data.frame(F_value = bootstrap_results$t)

# Crear el histograma

hist(df_bootstrap$F_value,
     breaks = 30,
     main = "Distribución de valores F obtenidos por Bootstrap",
     xlab = "Valor F",
     ylab = "Frecuencia",
     col = "lightblue",
     border = "black")

# Añadir líneas verticales
abline(v = F_trad, col = "red", lty = 2, lwd = 2) # Línea discontinua roja
abline(v = ci$bca[4], col = "darkgreen", lty = 3, lwd = 2) # Línea punteada verde
abline(v = ci$bca[5], col = "darkgreen", lty = 3, lwd = 2) # Línea punteada verde

# Añadir la leyenda en una posición específica

```

```

legend(x = 70, y = 85,
       legend = c("Valor F", "IC BCa"),
       col = c("red", "darkgreen"),
       lty = c(2, 3),
       lwd = 2)

# Visualizar la distribución de los valores F obtenidos por bootstrap

df_bootstrap <- data.frame(F_value = bootstrap_results$t)

ggplot(df_bootstrap, aes(x=F_value)) +
  geom_histogram(binwidth = 1, fill="lightblue", color="black") +
  geom_vline(xintercept = F_trad, color="red", linetype="dashed", size=1) +
  geom_vline(xintercept = ci$bca[4], color="darkgreen", linetype="dotted", size=1) +
  geom_vline(xintercept = ci$bca[5], color="darkgreen", linetype="dotted", size=1) +
  labs(title="Distribución de valores F obtenidos por Bootstrap",
       x="Valor F", y="Frecuencia") +
  theme_minimal() +
  annotate("text", x = F_trad, y = -1, label = "39.45", color = "red",
         vjust = 1, angle = 0, size = 3.5) +
  annotate("text", x = ci$bca[4], y = -1, label = round(ci$bca[4], 2), color = "darkgreen",
         vjust = 1, angle = 0, size = 3.5) +
  annotate("text", x = ci$bca[5], y = -1, label = round(ci$bca[5], 2), color = "darkgreen",
         vjust = 1, angle = 0, size = 3.5)

# Añadir leyenda manualmente

legend(x = 70, y = 85,
       legend = c("Valor F", "IC BCa"),
       col = c("red", "darkgreen"),
       lty = c(2, 3),
       lwd = 2)

```

Apéndice B. Código de programación en R, Pruebas de Normalidad, Homogeneidad y Test de Games howell

```

#####
#Pruebas de Normalidad y Homogeniedad#####
#####
.
#Librerias

library(dplyr)
library(readxl)
library(PMCMRplus)
library(car)

```

```

# Leer datos

data <- read_excel("C:/TAVO/Maestria/1.0 TESIS/1. DATOS/bd.xlsx")

# Realizar la prueba de Levene, para Homogenidad o Supuesto de Homocedasticidad

resultado_levene <- leveneTest(Rendimiento ~ Periodo, data = data)

# Mostrar los resultados

print(resultado_levene)

# Realizar la prueba de Shapiro-Wilk para cada grupo

shapiro_resultados <- by(data$Rendimiento, data$Periodo, shapiro.test)

# Mostrar los resultados

shapiro_resultados

#####
#Test de Games Howell          #####
#####

#Librerias

library(dplyr)
library(readxl)
library(PMCMRplus)

# Leer datos

data <- read_excel("C:/TAVO/Maestria/1.0 TESIS/1. DATOS/bd.xlsx")

#Ajuste de datos

data$Periodo <- as.factor(data$Periodo)
levels(data$Periodo)
table(data$Periodo)

games_howell_result <- gamesHowellTest(Rendimiento ~ Periodo, data = data)

# Mostrar los resultados
print(games_howell_result)

```

Apéndice C. Base de Datos de la muestra

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/12c0ACi7XM3F7CO2wHvCtnqNK3NOYjDQz/edit?usp=sharing&ouid=112901241180917605835&rtpof=true&sd=true>