



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS
EXPERIMENTALES MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Título:

LA YUPANA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL
APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS
ENTEROS

Trabajo de Titulación para optar al título de Licenciada en Pedagogía
de las Matemáticas y la Física.

Autora:

Sepa Analuisa Evelyn Jhoana

Tutor:

Mgs. Hugo Alejandro Pomboza Granizo

Riobamba, Ecuador. 2024

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, Evelyn Jhoana Sepa Analuisa, con cédula de ciudadanía 065049533-6, autora del trabajo de investigación titulado: “LA YUPANA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS”, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mí exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor (a) de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, 15 de Noviembre del 2024



Evelyn Jhoana Sepa Analuisa
C.I: 065049533-6



ACTA FAVORABLE - INFORME FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

En la Ciudad de Riobamba, a los 23 días del mes de JULIO de 2024, luego de haber revisado el Informe Final del Trabajo de Investigación presentado por el **SEPA ANALUISA EVELYN JHOANA** con CC: 0650495336, de la carrera de **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA** y dando cumplimiento a los criterios metodológicos exigidos, se emite el **ACTA FAVORABLE DEL INFORME FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN** titulado “**LA YUPANA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS**”, por lo tanto se autoriza la presentación del mismo para los trámites pertinentes.

HUGO
ALEJANDR
O
POMBOZA
GRANIZO

Firmado
digitalmente por
HUGO ALEJANDRO
POMBOZA GRANIZO
Fecha: 2024.07.23
12:06:10 -05'00'

Msc. Hugo A. Pomboza G.
TUTOR

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

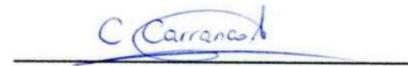
Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación **La Yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones con números enteros**, por **Sepa Analuisa Evelyn Jhoana**, con cédula de identidad número **065049533-6**, bajo la tutoría de **Mg. Pomboza Granizo Hugo Alejandro**; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba 15 de noviembre del 2024

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE GRADO



Msc. Cristian David Carranco Ávila
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



Msc. Klever David Cajamarca Sacta
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO





CERTIFICACIÓN

Que, **Evelyn Jhoana Sepa Analuisa** con CC: **0650495336**, estudiante de la Carrera **Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, Facultad de **Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías**; ha desarrollado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado "**LA YUPANA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS**", cumple con el 8 %, de acuerdo al reporte del sistema **Turnitin Informe de Originalidad**, porcentaje aceptado de acuerdo a la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 17 de octubre de 2024



Firmado electrónicamente por:
**LUIS FERNANDO PEREZ
CHAVEZ**

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
C.I: 0602160137
MIEMBRO DE TRIBUNAL

DEDICATORIA

El presente trabajo de investigación está dedicado a:

Dios por darme la vida, salud, fortaleza y por ser la luz que ha iluminado mis pensamientos en el transcurso de toda mi carrera profesional.

A mis padres por haber sido mi faro en los días oscuros y mi guía en los momentos de incertidumbre. Su amor incondicional y apoyo inquebrantable han sido los pilares sobre los cuales construí mi vida. A ustedes les debo mi más profundo agradecimiento y reconocimiento por todo lo que han hecho por mí. Su presencia ha sido un regalo invaluable que ha iluminado cada paso de mi camino.

Y a mi amado Fabian, contigo encontré un compañero/a de vida que ha llenado mis días de alegría, amor y complicidad. Tu presencia ha sido un regalo que me ha enriquecido de formas inimaginables. Agradezco tu apoyo constante, tu comprensión y tu cariño incondicional. Juntos hemos compartido momentos inolvidables y superados obstáculos con valentía y amor. A tu lado, he encontrado el verdadero significado de la felicidad. Te amo y te dedico este logro con todo mi corazón.

Evelyn Jhoana Sepa Analuisa

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi familia, en especial a mis padres, quienes han sido el motor que impulsa mis sueños y esperanzas. Durante los momentos más desafiantes de mis estudios, siempre estuvieron a mi lado, brindándome su apoyo incondicional y guiándome con sabiduría a lo largo de mi vida. Estoy enormemente orgulloso de contar con su presencia en este momento crucial. Les agradezco por ser quienes son y por creer en mí.

Asimismo, deseo expresar mi gratitud hacia esa persona especial que siempre se preocupa por mí y busca lo mejor para mi futuro. Fabián, gracias por ser mi roca en los momentos buenos y malos, por tu amor y apoyo inquebrantable.

Quiero extender mi reconocimiento a la Universidad Nacional de Chimborazo y a los destacados docentes de la escuela de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y la Física. Agradezco su paciencia, profesionalismo y dedicación al compartir sus valiosos conocimientos. En particular, mi más sincero agradecimiento al Msc. Hugo Pomboza, cuya guía y constancia fueron fundamentales para la realización de este trabajo. Sus aportes profesionales fueron esenciales y sus orientaciones invaluablemente útiles.

A mis amigos y compañeros de clase, hoy concluimos esta emocionante aventura académica. Recuerdo con cariño todas las horas de estudio y el apoyo mutuo que nos brindamos a lo largo de nuestra formación. Agradezco su constancia y compañía en los momentos más difíciles. Hoy cerramos juntos este importante capítulo en nuestras vidas, y no puedo dejar de expresar mi profundo agradecimiento por estar siempre allí.

Evelyn Jhoana Sepa Analuisa

ÍNDICE GENERAL

DECLARATORIA DE AUTORÍA	
DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR	
CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL	
CERTIFICADO ANTIPLAGIO	
DEDICATORIA	
AGRADECIMIENTO	
ÍNDICE GENERAL	
ÍNDICE DE TABLAS.	
ÍNDICE DE FIGURAS	
RESUMEN	
ABSTRACT	
CAPÍTULO I	15
INTRODUCCIÓN	15
1.1 Antecedentes.....	16
1.2 Planteamiento del problema.....	17
1.2.1 Formulación del problema	19
1.3 Preguntas directrices	19
1.4 Justificación	19
1.5 Objetivos.....	20
1.5.1 Objetivo general.....	20
1.5.2 Objetivos específicos	20
CAPÍTULO II	21
MARCO TEÓRICO.....	21
2.1 Estado del arte.....	21
2.2 Recurso didáctico.....	22
2.3 Tipos de recursos didácticos	22
2.3.1 Materiales impresos	22
2.3.2 Materiales de área o espaciales	22
2.3.3 Materiales para el trabajo.....	23
2.3.4 Materiales para el docente	23
2.3.5 Materiales electrónicos	23
2.3.6 Materiales informáticos	23
2.3.7 Recurso didáctico para la enseñanza de la matemática	23
2.4 Yupana.....	24
2.4.1 Origen de la Yupana	24
2.4.2 La yupana incaica según Guaman Poma de Ayala	25
2.4.3 Los números enteros y la yupana.....	26

2.5	Aprendizaje.....	27
2.6	Tipos de Aprendizaje	27
2.6.1	Aprendizaje Autónomo.....	27
2.6.2	Aprendizaje Cognitivos	28
2.6.3	Aprendizaje significativo.....	28
2.6.4	Aprendizaje implícito	28
2.6.5	Aprendizaje experimental.....	28
2.6.6	Aprendizaje expícito.....	29
2.7	Didáctica de la matemática	29
CAPÍTULO III.....		30
MARCO METODOLÓGICO.....		30
3.1	Enfoque de la investigación.....	30
3.2	Diseño de investigación.....	30
3.3	Tipo de investigación.....	30
3.4	Nivel de investigación.....	30
3.5	Población de estudio y tamaño de muestra.....	30
3.5.1	Población	30
3.5.2	Muestra	31
3.6	Técnicas de recolección de datos.....	31
3.6.1	Técnicas	31
3.6.2	Instrumento.....	32
3.7	Validez y confiabilidad de los instrumentos.....	32
3.7.1	Validez.....	32
3.8	Hipótesis	33
3.9	Métodos de análisis, y procesamiento de datos	33
CAPÍTULO IV.....		34
RESULTADOS Y DISCUSIÓN		34
4.1	Resultados del pretest y postest	34
4.1.1	Análisis del Pretest.....	34
4.1.2	Análisis del Postest.....	36
4.1.3	Comparación del Pretest y Postest.....	39
4.1.4	Prueba de Hipótesis	39
4.1.5	Análisis e interpretación de resultados de la encuesta.....	41
4.2	Discusión.....	47
CAPÍTULO V.....		49
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		49
5.1	Conclusiones.....	49
5.2	Recomendaciones	49
CAPITULO VI.....		51
PROPUESTA.....		51

6.1	Tema	51
6.2	Justificación	51
6.3	Objetivo.....	51
6.4	Desarrollo de la propuesta	51
BIBLIOGRAFÍA		52
ANEXOS		55

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1 Resultados del examen de Evaluación Pisa 2013	18
Tabla 2 Diseño pre-experimental de un solo grupo con Pretest y Postest	30
Tabla 3 Población de la investigación	31
Tabla 4 Muestra de la investigación	31
Tabla 5 Validez del Pretest y Postest.....	32
Tabla 6 Validez de la encuesta.....	32
Tabla 7 Escala de desempeño del estudiante	34
Tabla 8 Estadísticos Descriptivos Pretest	36
Tabla 9 Estadísticos Descriptivos Postest.....	38
Tabla 10 Promedio General del Pretest y Postest	39
Tabla 11 Prueba de Shapiro Wilk.....	40
Tabla 12 Prueba no paramétrica de Wilcoxon	40

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Dibujo de Guaman Poma con la representación de la Yupana	26
Figura 2	Recta numérica de los números enteros (z).....	27
Figura 3	Aprendizajes conceptuales del Pretest	35
Figura 4	Aprendizajes Procedimentales del Pretest.....	35
Figura 5	Análisis General del Pretest	36
Figura 6	Aprendizajes Conceptuales del Postest	36
Figura 7	Aprendizajes Procedimentales del Postest	37
Figura 8	Análisis General del Postest.....	38
Figura 9	Comparación del Pretest y Postest	39
Figura 10	Importancia del uso de recursos didácticos.....	41
Figura 11	Los recursos didácticos mejoran el aprendizaje	42
Figura 12	Tipos de recursos didácticos.....	42
Figura 13	Conocimiento acerca de la yupana.....	43
Figura 14	Conocimiento sobre el uso de la yupana.....	43
Figura 15	La yupana como recurso didáctico.....	44
Figura 16	Utilización de la yupana en la enseñanza de las matemáticas.....	44
Figura 17	Aporta la yupana en el aprendizaje de las operaciones de enteros.....	45
Figura 18	Importancia de aplicar la yupana como recurso didáctico	45
Figura 19	Mejora la práctica docente la utilización de la yupana	46
Figura 20	Dificultad en la utilización de los recursos didácticos	46
Figura 21	El empleo de recursos didácticos mejora el aprendizaje.....	47

RESUMEN

La Yupana, un antiguo dispositivo de cálculo utilizado por las civilizaciones incaicas en América del Sur se ha propuesto como un recurso didáctico innovador para mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros en estudiantes de octavo año de educación básica. Esta investigación explora la efectividad de la Yupana como recurso didáctico en el aula, centrándose en su capacidad para fomentar la comprensión conceptual, la habilidad matemática y el interés de los estudiantes. El estudio se llevó a cabo en la Unidad Educativa “San Andrés”, donde se aplicó la yupana como recurso didáctico utilizando una guía didáctica para mejorar el aprendizaje de las operaciones de números enteros en el periodo 2023 - 2024. Se utilizó una metodología cuantitativa que incluyó pruebas de conocimiento previo y posterior, así como entrevistas al profesorado. Los resultados indican que la Yupana sirve como un recurso valioso para el aprendizaje de las operaciones con números enteros. Los estudiantes mostraron un aumento significativo en su comprensión conceptual y habilidades de cálculo después de la intervención con la Yupana. Además, se observó un mayor nivel de motivación y participación en las clases de matemáticas. Este estudio sugiere que la integración de la Yupana en el currículo escolar puede ser una estrategia efectiva para mejorar el rendimiento académico en matemáticas y promover un enfoque más práctico y culturalmente relevante para el aprendizaje de las operaciones con números enteros.

Palabras claves: yupana, aprendizaje, recurso didáctico, matemática

ABSTRACT

The Yupana, an ancient calculating device used by Inca civilizations in South America, has been proposed as an innovative teaching resource to improve the learning of operations with integers in eighth-grade students. This research explores the effectiveness of Yupana as a didactic resource in the classroom, focusing on its ability to foster conceptual understanding, mathematical ability, and student interest. The study was carried out at the "San Andrés" Educational Unit, where Yupana was applied as a didactic resource using a didactic guide to improve the learning of integer operations in the period 2023 - 2024. A quantitative methodology included tests of prior and subsequent knowledge and interviews with teachers. The results indicate that Yupana is a valuable resource for learning operations with integers. The students showed a significant increase in their conceptual understanding and calculation skills after the Yupana intervention. In addition, a higher level of motivation and participation in mathematics classes was observed. This study suggests that integrating Yupana into the school curriculum may be an effective strategy to improve academic performance in mathematics and promote a more practical and culturally relevant approach to learning integer operations.

Keywords: yupana, learning, didactic resource, mathematics

Reviewed by:



Lic. Eduardo Barreno Freire. Msc.

ENGLISH PROFESSOR

C.C. 0604936211

CAPÍTULO I.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la matemática siempre ha presentado dificultades en los estudiantes a lo largo del tiempo, pareciera que los que tienen condiciones para esta asignatura son pocos y los que no la tienen, son muchos; sin embargo, su desarrollo es fundamental, porque evoluciona todas las capacidades que el estudiante necesita para poder desempeñarse en la realidad que le rodea, es debido a ello que los docentes tienen que plantearse diferentes metodologías como es el caso de este estudio, donde se propone el uso de la Yupana para lograr mejores niveles de aprendizaje de las operaciones con los números enteros.

El propósito de estudio fue: Utilizar la yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año esto se llevará a cabo con el diseño de guía didáctica con el tema anteriormente mencionado.

Para analizar esta problemática es necesario mencionar sus causas una de ellas es el bajo rendimiento en el área de las Matemáticas y otra es que los estudiantes definen a las matemáticas como una materia difícil de entender por ende hay alumnos pasivos, receptivos y memoristas. Esta investigación se realizó con el interés de ver si al implementar la Yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros en los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa San Andrés, mejora el rendimiento académico y podrán percibir que no solo se trabaja de manera tradicional en donde solo se usa la pizarra y el docente explica, sino que también se puede utilizar materiales didácticos en donde ellos van interactuar y jugar y así puedan notar que no es una materia difícil ni memorista.

Basado en lo anterior el presente trabajo tendrá un enfoque cuantitativo ya que se va a demostrar mediante gráficas y tablas respuestas del cuestionario que se aplicara sobre el uso de la Yupana en la operaciones de los números entero, seguido de un diseño no experimental ya que no se manipulara ninguna de las variables, el tipo de carácter es descriptivo porque se describirá información obtenida, su técnica de recolección de datos es la encuesta y su instrumento es el cuestionario, tendré como población a los estudiantes de la Básica Superior de la mencionada institución y la muestra los estudiantes de octavo año paralelo “A”.

Esta investigación se encuentra estructurada de la siguiente manera:

Capítulo I. Presenta la introducción donde se proporciona el estudio en contexto e información relevante como antecedentes, planteamiento y formulación problema, justificación, objetivo general y objetivos específicos.

Capítulo II. Este capítulo muestra el resultado de la investigación documental donde se realiza un profundo estudio y análisis de los criterios de varios autores sobre el tema.

Capítulo III. En este acápite se define la metodología utilizada para recolectar los datos, así como el enfoque, el diseño, el tipo y el nivel de la investigación. También se encuentra nuestra población y muestra con la que trabajamos; y finalmente los instrumentos y las técnicas para analizar la información.

Capítulo IV. Presenta los resultados obtenidos después de aplicar los diferentes instrumentos mencionados en la metodología, y posteriormente el análisis e interpretación de los datos. Por último, se realiza una discusión en base a los objetivos propuestos al inicio de esta investigación.

Capítulo V. Se determina las conclusiones y recomendaciones encontradas durante todo el desarrollo de la investigación y finalmente con la bibliografía ajustándose a las normas APA y anexos.

Capítulo VI: Propuesta, elaborada a partir de los resultados arrojados por el pretest para con ello obtener resultados óptimos.

1.1 Antecedentes

Bacuy. M, (2022), en la tesis titulada: “Recursos metodológicos utilizados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la unidad educativa Condorazo periodo 2021-2022.”, fue un estudio de enfoque cuantitativo de diseño no experimental, descriptiva. La población se conformó por los docentes y estudiantes del décimo año y como muestra un total de 36 individuos, 35 estudiantes y un docente de matemática., y llegaron a la siguiente conclusión: Este trabajo se define que los recursos metodológicos utilizados por el docente permiten al estudiante aprender y comprender que la asignatura no es complicada sino al contrario puede ser divertida.

Cañoli. I, (2019), desarrolla la tesis: “Las actividades lúdicas como estrategia para la resolución de problemas en el conjunto de los números enteros en la institución educativa “Pedro Sánchez Gavidia” - Huánuco, 2017”, previo a la obtención de su título en Maestro en Ciencias de la Educación Mención Docencia en Educación Superior e Investigación. El estudio está constituido por un nivel explicativo, ya que se trata de determinar relación causa efecto entre la variable independiente y dependiente, la investigación comprende la aplicación de actividades lúdicas (Causa) como estrategia para la resolución de problemas (efecto) en estudiantes de la institución educativa. El diseño es experimental con su variante cuasiexperimental, de dos grupos con pretest y postest. Se aplicó como instrumento una prueba pedagógica antes y después de aplicar las actividades lúdicas. Como se tiene una diferencia considerable en el incremento de puntajes al medir las capacidades y la variable resolución de problemas en los estudiantes. Se aplicó la prueba t de Student para el contraste de hipótesis, y se concluye que las actividades lúdicas mejoran la resolución de problemas en el estudiante del primer grado de secundaria, ya que se obtuvo $t = 15,45$ superior al valor crítico $t = 1,67$

Zevallos Mamani, (2019), en su monografía titulada: “La Yupana en el aprendizaje de la matemática”, su objetivo es conocer la importancia de aplicar la yupana como un material o medio para lograr el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), en este caso, en el Área Curricular de Matemática en los educandos de Educación Primaria, su estudio es de enfoque cualitativo de diseño no experimental, descriptiva. con la siguiente conclusión: La Yupana es un material didáctico usado en el área de Matemática que tiene la forma de un tablero de valor posicional en el que se ubican los números de manera concreta ya sea con cuentas o piedrecitas o cualquier otro material para realizar operaciones aritméticas

colocando las cuentas de abajo hacia arriba, cada columna representa, respectivamente, a las unidades, decenas, centenas, unidades de millar.

Cruces & Provoste, (2022), en la tesis titulada “El uso del material y/o recursos didácticos proporcionados por el ministerio de educación en la enseñanza de las matemáticas en primer ciclo de enseñanza básica” previo a la obtención del título de Licenciado en Educación, el trabajo estuvo diseñado con una metodología de tipo cualitativo un diseño no experimental tiene un estudio descriptivo con una población constituida por profesores de enseñanza básica que realizan clases de matemática de 1° a 4° básico, por lo tanto, para la presente muestra de esta investigación se invitó a participar de dicho estudio a 10 profesores y profesoras con quien se tuvo contacto en los procesos de prácticas y pasantías realizadas durante los años 2017 – 2021 de los cuales, 4 pudieron concretar su participación en el estudio, donde se obtuvo como conclusión que los materiales didácticos que pone a disposición el Ministerio de Educación de Chile para que los profesores lo implementen en sus clases de matemáticas son fundamentales, ya que permite trabajar los distintos niveles cognitivos, potenciando una enseñanza más activa, participativa, creativa y motivadora, además se fomenta la investigación y la búsqueda de información y resolución de problemas, donde el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje desarrollando el pensamiento lógico y matemático.

Martínez, (2018), en la tesis titulada “Las estrategias metodológicas y el aprendizaje significativo de las matemáticas en los estudiantes del quinto año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Rumiñahui” previo a la obtención del título de Título de Licenciado en Ciencias de la Educación, mención: Educación Básica, este trabajo tiene una metodología de enfoque cualitativo – cuantitativo, su diseño es descriptivo, tiene una población de 53 estudiantes del quinto año de educación general básica, además 2 docentes pertenecientes a la Unidad Educativa Rumiñahui de la ciudad de Ambato, provincia de Tungurahua, donde se obtuvo como conclusión que en los quintos años de la Unidad Educativa Rumiñahui no se aplican estrategias metodológicas que desarrollen un proceso educativo más practico que teórico, en la cual los estudiantes mejoren sus conocimientos y etapa investigativa en el área de las matemáticas. Tomando en cuenta que la utilización de este tipo de estrategias favorece y facilita la enseñanza la materia, por lo tanto, los estudiantes adquieren un aprendizaje más profundo y significativo.

1.2 Planteamiento del problema

El proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática como área de conocimiento en el nivel secundario es muy complejo, donde se producen fobias y rechazos que dificultan su normal desarrollo. Según González y Fernández (2021), "la percepción negativa hacia las matemáticas está vinculada a experiencias previas de fracaso o frustración, lo que contribuye al desarrollo de actitudes de rechazo y ansiedad ante la materia" (p. 82). Superar estas barreras emocionales es clave para promover un aprendizaje más efectivo y mejorar la motivación de los alumnos. sin embargo, el área de matemática cuenta también con variantes metodológicas didácticas que permiten que el proceso de enseñanza - aprendizaje sea más llevadero y en algunos casos, para ello es necesario que los docentes tengan, primero; un amplio dominio del área; segundo, que

dominen las estrategias y metodologías didácticas adecuadas para cada problema, sólo así, se garantiza una enseñanza de calidad.

La habilidad de dominar los cálculos matemáticos básicos es la clave del éxito en problemas matemáticos más avanzados. La memorización fue alguna vez usada extensamente como estrategia de instrucción de las tablas de multiplicar. La multiplicación es una práctica permanente en casi todos los escenarios y situaciones de la vida; sin embargo, el sistema educativo del país, en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas es eminentemente mecánico, logrando así tener alumnos pasivos, receptivos y memoristas.

(Angarita, Fernández, & Duarte, 2011), manifiestan que:

“Los materiales didácticos son una forma de introducir a los estudiantes en un proceso de enseñanza-aprendizaje novedoso, en el cual los docentes propician la creatividad de los niños, la libertad con que aprenden las cosas, la cooperación con sus compañeros, a la vez que buscan dar soluciones a las incógnitas que ellos mismos se plantean y que son producto de su entorno. (pág. 39)”.

Educar no sólo es enseñar al estudiante los conceptos o definiciones temáticas, sino que implica desarrollar en ellos independencia valorativa, que sean solidarios, autónomos e investigadores por su propia iniciativa. Lograr que los estudiantes participen de manera voluntaria, sin sentirse obligados o presionados por otros, es clave para que disfruten del proceso de aprendizaje. A la vez, es fundamental que encuentren atractiva la metodología empleada por el docente, de manera que no solo adquieran los conocimientos, sino que también los apliquen en su vida diaria.

Es una realidad que exista en las aulas, estudiantes con diferentes niveles de aprendizaje, esto es una de las razones por la cual el docente no logra atender de manera pronta aquellos casos en que se presentan dificultades de aprendizaje en el área de Matemática, más aún, no se toma en cuenta la misma situación de trabajar con niveles diversos de aprendizaje, también se abren un abanico enorme de posibilidades para mejorar, precisamente el desarrollo de las capacidades de razonamiento matemático.

Tabla 1

Resultados del examen de Evaluación Pisa 2013

PAÍS	POSICIÓN	PUNTAJE
Shanghái - China	1	591
Corea del sur	7	526
Chile	48	417
Brasil	59	384
Argentina	60	379
Colombia	58	391
Perú	54	400
Ecuador	61	377

Nota Adaptación de los resultados de la prueba PISA 2018

La tabla 1 muestra los resultados de la prueba PISA, (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes) organizado por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), donde se observa que los países de América del Sur se encuentran bordando los últimos lugares en la participación de la evaluación del año 2018; en dicho orden de méritos, el primer lugar fue ocupado por China; Mientras que en el puesto 61, se encuentra Ecuador con un puntaje de 377. Para el estudio se ha tomado los resultados de la prueba tomada el año 2018.

Si los estudiantes no realizan una tarea matemática, con seguridad, responsabilidad y gusto, no logran los niveles adecuados de aprendizaje en esta asignatura y ello repercute en la elección de una carrera profesional que les permitiría mejores posibilidades de desarrollo personal y familiar. El aprendizaje; además de las condiciones innatas del estudiante, está vinculado con el porcentaje óptimo de prerrequisitos tenga para lograrlo, muchas veces con la aplicación de medios didácticos, es por lo que en el estudio se propone la aplicación de la Yupana, debido a su versatilidad en su manejo, es un material didáctico de fácil elaboración y manipulación y permite altos niveles de aprendizaje en los estudiantes. Lo descrito permite formular la siguiente interrogante:

1.2.1 Formulación del problema

¿En qué medida la aplicación de la yupana mejora el aprendizaje de operaciones de números enteros en los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa “San Andrés”?

1.3 Preguntas directrices

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto al aprendizaje de las operaciones con números enteros antes de la aplicación de la yupana en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” periodo 2023-2024?
- ¿Cómo emplear de forma didáctica la yupana para el aprendizaje de las operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” periodo 2023-2024?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizajes de las operaciones con números enteros al finalizar la aplicación de la yupana en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” periodo 2023-2024?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizajes de las operaciones de números enteros con o sin la aplicación de la yupana en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” periodo 2023-2024?

1.4 Justificación

Sin duda alguna uno de los problemas que más preocupa a los docentes de cualquier nivel educativo es el aprendizaje de la matemática de forma rápida y sin que los alumnos se aburran o les parezca difícil aprender dicha área; frecuentemente se preguntan cómo enseñar a los estudiantes a resolver ejercicios y problemas matemáticos de manera fácil, clara y precisa. Si se quiere que los

estudiantes logren el interés por las matemáticas se debe aplicar en la clase diversos recursos didácticos; Entre una de estas, se propone el uso de la Yupana, a través del cual los estudiantes desarrollan su pensamiento lógico y razonan de forma más rápida; sin embargo, muchas veces esto no sucede, a pesar de que se reconoce la necesidad de aprender el área de matemática, porque está vinculado con todos los aspectos de la vida real, bien sea para tomar las medidas para la decoración del salón, como entender la factura del gas o analizar una hipoteca.

Con el avance de la ciencia, se vive rodeado de números, porque la matemática explica la realidad donde uno interactúa; se hace, por tanto, imprescindible en la vida y desarrollo humano.

El estudio se hace importante debido a que, la Yupana es un material didáctico que los estudiantes pueden elaborarlo y aplicando un juego matemático pueden aprender de manera más divertida, la multiplicación de números enteros. También es importante, porque permite dar mayor relevancia al uso de materiales didácticos que son importantes para las sesiones de clase que se desarrollaron, y esto sirve como un antecedente a las futuras investigaciones en el aprendizaje de la matemática, respondiendo a la necesidad real de la educación, cuyo ideal es la formación científica – matemático del estudiante.

Finalmente, se espera que esta investigación contribuya a motivar la adopción de la temática tratada como una alternativa viable para enfrentar el problema emergente en el ámbito educativo, tanto a nivel local como nacional, especialmente en el área de matemáticas.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Determinar en qué medida la aplicación de la yupana mejora el aprendizaje de operaciones de números enteros en los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa “San Andrés”

1.5.2 Objetivos específicos

- Determinar el nivel de saberes previos respecto al aprendizaje de las operaciones de números enteros antes de la aplicación de la yupana.
- Utilizar la yupana con la ayuda de una guía didáctica para el aprendizaje de las operaciones de números.
- Determinar el nivel de aprendizaje de las operaciones de números enteros luego de la utilización de la yupana como recurso didáctico.
- Comparar el nivel de aprendizaje de las operaciones de números enteros con y sin la aplicación de la yupana.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Estado del arte

En la búsqueda de herramientas pedagógicas eficaces para la enseñanza de las matemáticas, particularmente en el campo de la aritmética de números enteros, el antiguo instrumento aritmético inca, la yupana, ha surgido como una herramienta potencialmente valiosa. El nombre yupana proviene de la palabra quechua yupay, que significa "contar", y era un ábaco utilizado por los incas para realizar cálculos aritméticos complejos. Este dispositivo se basa en un sistema de numeración posicional quinario y es considerado por algunos investigadores como un ejemplo de la comprensión matemática avanzada de esta civilización precolombina (Quispe, 2013).

El interés académico en Yupana se ha centrado en su estructura y función, destacando su capacidad para realizar operaciones matemáticas avanzadas como suma, resta y multiplicación. Estudios arqueológicos y etnohistóricos han demostrado que la yupana no solo fue una herramienta matemática esencial en la civilización inca, sino que también tenía una estructura que facilitaba la aritmética mental, similar al ábaco utilizado en otras culturas antiguas (Gómez, 2017). Recientemente, educadores e investigadores han redescubierto Yupana como un material didáctico útil para mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes.

Estudios como el de Pacheco (2015) examinan su aplicación en el aula y sugieren que el uso de la aritmética de números enteros puede facilitar la comprensión al proporcionar una representación visual y manipulativa de conceptos de aritmética de números enteros. Además, Yupana permite a los estudiantes visualizar operaciones matemáticas, lo que hace que el aprendizaje sea más intuitivo y dependa menos de la memorización abstracta. Se reconoce ampliamente que el uso de herramientas de enseñanza manipulativas en la educación matemática tiene la capacidad de mejorar la comprensión y la retención conceptuales.

Según Martínez (2018), recursos como Yupana que permiten la manipulación y visualización directa de los números y sus relaciones son particularmente efectivos para enseñar operaciones complejas, como las operaciones con números enteros. Incorporar estos recursos en su salón de clases no solo promueve la comprensión, sino que también aumenta la motivación y el interés de los estudiantes en el tema.

Aprender operaciones con números enteros es una de las áreas más difíciles para los estudiantes de educación matemática de nivel elemental. Como señala García (2016), la capacidad de comprender y manipular números enteros es esencial para el éxito en matemáticas avanzadas, pero a menudo plantea dificultades importantes para los estudiantes. Las investigaciones muestran que el uso de herramientas visuales y manipulativas como Yupana es particularmente útil en este contexto, ya que permite a los estudiantes obtener una comprensión más profunda de los conceptos a través de la interacción física con los números (Torres & Rivera, 2021). Varios estudios han comparado la efectividad del uso de Yupana con los métodos de enseñanza tradicionales.

Un estudio de Pérez (2018) observó que los estudiantes que utilizaron Yupana para aprender aritmética de números enteros obtuvieron resultados significativamente mejores en las

pruebas de evaluación que los estudiantes que no usaron Yupana. El estudio encontró que el uso de Yupana no solo mejoró la precisión de los cálculos, sino que también mejoró la retención a largo plazo de los conceptos aprendidos.

2.2 Recurso didáctico

Un recurso didáctico es cualquier material, herramienta o medio que un docente utiliza para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos recursos pueden ser físicos, como libros, pizarras y manipulativos, o digitales, como videos, simulaciones y aplicaciones interactivas. Su propósito es hacer que los contenidos sean más comprensibles, atractivos y accesibles para los estudiantes, ayudando a concretar conceptos abstractos y favoreciendo la participación en el aprendizaje.

Según la enciclopedia digital Etecé (2021), Los materiales curriculares o también conocidos como recursos didácticos, son de distintos tipos como: textos impresos, vídeos, presentaciones, infografías entre otros, para equipos tecnológicos que podamos utilizar para que el estudiante aprenda un contenido, desarrolle sus habilidades, destrezas y actitudes que favorezcan su aprendizaje.

La elaboración de recursos didácticos se crea en función de varios factores como los objetivos de aprendizaje, las necesidades de los estudiantes, competencias a desarrollar. En consecuencia, no se puede hablar de materiales didácticos buenos ni malos, sino de materiales más o menos adecuados a la propuesta docente que pretende desarrollar en sus estudiantes.

2.3 Tipos de recursos didácticos

2.3.1 Materiales impresos

Son todos aquellos recursos impresos los cuales se encuentran en modo físico como libros, textos de lectura o de consulta, diccionarios, enciclopedias, revistas especializadas, guías, manuales, artículos, etc. Los materiales impresos se diferencian de otros tipos de medios por el hecho de estar compuestos de hojas o pliegos (hechos, sobre todo de papel) sobre los que la información se presenta en hileras de caracteres o símbolos. A veces se intercala también material visual, entre las líneas. En ocasiones, el material impreso no es más extenso que una sola hoja de papel; otras veces, contiene una serie de páginas que pueden estar plegadas, cosidas, pegadas, atadas, encuadernadas o grapadas por uno de los lados, formando una especie de paquete. " (Domínguez Herrera, 2016, pág. 38)

2.3.2 Materiales de área o espaciales

Son aquellos que forman parte de espacios específicos o a un área delimitada para su uso. Pueden ser los juegos, materiales de laboratorio, mapas gigantes, elementos deportivos, maquetas, herbarios, entre otros.

2.3.3 Materiales para el trabajo

Son aquellos que se utilizan para ejecutar trabajos dentro del aula de clases los cuales apoyan el proceso de aprendizaje. Puede ser los cuadernos de trabajo, fichas, colores, lápices y demás recursos que se soliciten según la dimensión del trabajo.

2.3.4 Materiales para el docente

El material didáctico igualmente puede incluir recursos de los que se ayuda el docente para adquirir información y así optimizar sus técnicas de enseñanza. También pueden estar sujetos a deferentes contextos por lo cual pueden ser considerados como recursos didácticos las leyes, bibliografías, manuales y demás. (Arias, 2019)

2.3.5 Materiales electrónicos

Son aquellos recursos que están ligados con los dispositivos electrónicos y son difundidos por este medio. Estos contienen información en forma digital los cuales pueden ser archivos, documentos, imágenes, diapositivas, videos, audios, películas, documentales, etc.

Así también completan estos materiales tecnológicos los aparatos digitales como tables, computadoras, cámaras de videos, proyecciones, equipos de sonido, calculadoras, impresoras, etc. (Muñoz, 2012)

2.3.6 Materiales informáticos

Son aquellos materiales o software, compuesto por elementos semánticos de los contenidos, su estructura debe ser adecuada para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Ejemplo: Edublog, wiki, cazas de tesoro, páginas web, Webquest, etc. (Moya Martínez, 2010)

Los recursos audiovisuales e informáticos parecen, por tanto, verdaderos materiales de aprendizaje y herramientas en general en todos los campos. En la educación algunos de estos recursos se utilizan en situaciones concretas, por ejemplo, mediante vídeos para explicar contenidos a los alumnos o para mostrar ejemplos, mientras que otros se utilizan de forma más sistemática y continuada, por ejemplo, por parte del profesor utilizar el aula virtual de la Institución o el internet para elaborar trabajos monográficos. (Navas, 2010)

2.3.7 Recurso didáctico para la enseñanza de la matemática

Una estrategia didáctica debe ser empleada como un medio flexible y adaptable, nunca como un instrumento estricto para esto se coloca la estimación de los avances en función de los objetivos y la retroalimentación pertinente con ello se puede realizar los arreglos necesarios (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 2018).

Dependiendo de la meta a cumplir se puede añadir una estrategia de indagación de conocimientos previos que permitirá conocer las referencias de un grupo determinado.

Las diferentes actividades docentes en la actualidad deben estar encaminadas a orientar al estudiante a aprender, además de proporcionar la capacidad de reflexionar en la forma que

aprenden y actuar en consecuencia, también de autorregular su propio proceso de aprendizaje, según su cadencia y los conocimientos anteriores que conserva (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 2018).

Las estrategias de aprendizaje escogidas por los docentes deben estar enfocadas en alcanzar metas propuestas. Esta nueva tecnología debe ser protegida como una herramienta importante en el papel de transferencia y administración de información (Duart, 2005), debe facilitar el acceso y conducción de ella, para acceder de manera apropiada a los contenidos de la asignatura, puede adaptarse su uso a los cursos presenciales convirtiéndose en un importante apoyo.

2.4 Yupana.

Material didáctico que sirve para multiplicar números enteros con facilidad. La palabra Yupana, derivada de la palabra quecha yupay (contar), se define comúnmente como un ábaco utilizado para realizar operaciones aritméticas, el cual se remonta a la época de los Incas.

2.4.1 Origen de la Yupana

Varios investigadores afirman que los incas de manera similar a los mayas y los hindúes. Esto se debe a que los incas tenían un sistema de numeración basado en los valores posicionales de las letras representadas por los nudos, en lugar de estar gráficamente en cuerda llamadas quipus. El desarrollo científico y tecnológico se basa en el desarrollo matemático que tuvo la ciudad. Esto explica porque hasta el día de hoy no se puede igualar, por ejemplo, en hidráulica. Una estructura trapezoidal que compite con las técnicas actuales que utilizan la ortogonalidad.

Aunque la yupana no fue la herramienta central del cálculo incaico aportó bastante al control numérico, así como el quipu, considerado el instrumento básico de archivo y control de información numérica, estadística e histórica. Tanto en el quipu (consta de un cordel principal del cual penden otros cordoncillos más cortos de diferentes colores, en cada uno hay varios nudos que simbolizan algún número o letra) como en la yupana se usa el sistema decimal y posicional lo cual indica un alto grado de civilización de la cultura incaica; es por esta razón que matemáticos, ingenieros e historiadores se han encargado de estudiar y analizar minuciosamente el misterio que encierran estos instrumentos; resumiremos ahora en qué hechos sea basado el origen de la yupana al igual que la interpretación de algunos personajes acerca de ella:

Felipe Guamán Poma de Ayala en su obra “Nueva Crónica y buen Gobierno” (1615) muestra en la esquina inferior izquierda un esquema de la yupana: una tabla de forma rectangular donde se encuentran cinco filas y cuatro columnas cuya base es uno de los lados más cortos, se observa círculos negros y blancos distribuidos por columnas, en la primera se encuentran por casilla cinco círculos, en la segunda tres, en la tercera dos y en la última un círculo.

A raíz del dibujo de Felipe Guaman Poma de Ayala sobre la yupana han aparecido varias interpretaciones con el fin de explicar el funcionamiento y lectura de la yupana, entre ellos:

J.A. Mason enuncia que las cifras de un número se representan con granos de maíz o piedrecillas de dos colores diferentes.

Otro personaje interpreta los circuitos negros como posiciones para sumar y los blancos para restar, pero esto es considerado impráctico, así se acepta otra opinión:

Wassen indica que los dos colores representan posiciones ocupadas por fichas y posiciones desocupadas.

Estas interpretaciones se basan en la aceptación de que los números en la Yupana figuran como granos de maíz, semillas, piedrecillas, ..., quizás basados en aquello que enuncia José de Acosta (1530 – 1616) en su libro “Historia Natural y moral de las Indias”:

“Tomarán estos indios sus granos y pondrán una aquí, tres acullá, ocho no sé dónde. Pasarán un grano de aquí, trocarán tres de acullá, y en efecto ellos salen con su cuenta hecha puntualísima, sin errar tilde. Si esto en él es ingenio y estos hombres son bestias, júzguelo quien quisiese, que lo que yo juzgo de cierto es que en aquello a que se aplican nos hacen grandes ventajas” (Cervantes, 1617, pág. 68).

También (COSSIU, 1969) manifiesta que es posible que en la Yupana se representaran las cifras de un número con símbolos “○” y “●” identificables en el ábaco de Guamán Poma; según esta interpretación, equivaldría a 1, y tendría un valor de 5. Los números debieron escribirse de arriba hacia abajo, siguiendo el patrón acogido en el quipu y a lo que enuncia “... su modo no era escribir a renglón seguido, sino de alto, abajo o a la redonda” (Acosta, 1590).

2.4.2 La yupana incaica según Guaman Poma de Ayala

El único ábaco auténtico es el dibujado por el cronista Guamán Poma, en su crónica escrita a principios del siglo XVII, y en la viñeta de la página 360, presenta un quipucamayoc a cuyos pies se aprecia un ábaco de veinte casilleros (5 x 4), que tienen puntos negros y blancos en su interior; en la explicación de dicho dibujo, el cronista manifiesta que el quipucamayoc, luego de calcular en la tabla mediante granos de quinua, consignaba el resultado en un quipu, cuyas cuerdas eran de lana de ciervo taruga.

Figura 1

Dibujo de Guaman Poma con la representación de la Yupana



Nota: Crónica de Guamán Poma de Ayala

Las operaciones aritméticas con la Yupana son gracias a Wassén (1931; 1941), citado por (Radicati, 1976), donde sostiene que:

“En el ábaco peruano el valor numeral se expresaba verticalmente, o sea, la posición por altura de los casilleros y según una progresión decimal que iba de 1 a 10.000. En cambio, el cálculo se hacía horizontalmente, empleándose una progresión de 5; 15; 30; y 30, lo cual significa que el valor que se da en los casilleros de la primera columna de la izquierda (5 huecos \times 1 = 5) se triplica en los de la columna siguiente (3 huecos \times 5 = 15); se duplica en los de la columna que está a continuación (2 huecos \times 15 = 30) y se unifica en los de la última columna (1 hueco \times 30 = 30)” (pág. 40).

Sin embargo, los doctores Gordon Walker, director de la Sociedad Matemática Americana Robert Jackson, profesor en la Universidad de Toledo, citado por C.L. Day (1967), dicen:

“Creemos, por consiguiente, que, en la práctica, con la Yupana debieron basarse en algún método más sencillo, consistente, quizá, en la adopción de un procedimiento de cálculo horizontal que se realizaba agrupando dentro de un solo casillero de la misma posición, todas las fichas de igual valor situadas en las distintas columnas de escaques” (Radicati, 1976).

Basado en esta opinión aplican a la realización de las cuatro operaciones matemáticas.

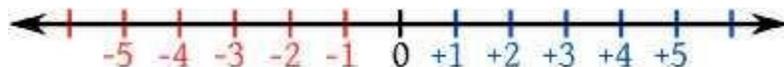
2.4.3 Los números enteros y la yupana

El conjunto numérico de los enteros, simbolizado con **Z** son un conjunto de números que incluye a los números naturales distintos de cero (1, 2, 3, ...), los negativos (... , -3, -2, -1) y al 0. Los enteros negativos, como -1 o -3 (se leen «menos uno», «menos tres», etc.), son menores que

todos los enteros positivos (1, 2, ...) y que el cero. Todos ellos se ubican sobre la recta numérica de la siguiente manera: Los números enteros negativos son menores que todos los positivos y que el cero. Para entender cómo están ordenados se utiliza la recta numérica:

Figura 2

Recta numérica de los números enteros (z)



Nota: Recta numérica

En la recta numérica, el origen corresponde al número cero (0); a partir del cero y hacia la derecha se ubican los enteros positivos hasta el infinito; de la misma forma, a partir del origen hacia izquierda se ubican los enteros negativos, hasta el infinito, de la siguiente manera:

$Z = \{-\infty; \dots; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots; +\infty\}$ su ubicación sobre la recta numérica y su representación como conjunto permiten observar: el que está ubicado a la izquierda es menor, respecto al que está ubicado a la derecha, en toda la recta numérica.

2.5 Aprendizaje

Proceso de adquisición de determinados conceptos provocando conocimientos, competencias y habilidades o aptitudes por medio del estudio o la experiencia.

El aprendizaje es un proceso mediante el cual las personas adquieren conocimientos, habilidades, actitudes o valores a través de la experiencia, el estudio o la enseñanza. Este proceso puede ser consciente o inconsciente y ocurre a lo largo de la vida. El aprendizaje no se limita a la educación formal; también puede suceder en situaciones cotidianas, en el trabajo, a través de la interacción social, y mediante la observación o la práctica.

2.6 Tipos de Aprendizaje

Existen diferentes tipos de aprendizaje, como el aprendizaje cognitivo, que se enfoca en la adquisición de conocimientos y la comprensión de conceptos; el aprendizaje motor, relacionado con el desarrollo de habilidades físicas; y el aprendizaje afectivo, que implica la formación de actitudes y valores.

Además, el aprendizaje puede clasificarse en varias teorías o enfoques, como el conductismo, que se centra en la modificación del comportamiento a través de la repetición y el refuerzo, y el constructivismo, que sugiere que las personas construyen activamente su conocimiento a partir de sus experiencias y reflexiones.

2.6.1 Aprendizaje Autónomo

En palabras de Sierra (2012) el aprendizaje autónomo es la capacidad de un individuo para gestionar su propio aprendizaje. Esto significa que los estudiantes pueden usar los recursos que necesitan para realizar acciones de actividad. El propósito antes mencionado del aprendizaje es lograr que los estudiantes aprendan a aprender. Esto significa que los estudiantes son más conscientes de sus elecciones, llevan a cabo su aprendizaje, deciden qué y cómo aprender y, por lo tanto, tienen un impacto positivo en el proceso de aprendizaje.

Para lograr este objetivo, los estudiantes deben utilizar métodos que les permitan tomar conciencia de su aprendizaje tales como: generación de ideas, análisis de información, codificación e interpretación, entre otros. Logran un camino efectivo y significativo en el aprendizaje y así son capaces de afrontar con satisfacción las situaciones de la experiencia cotidiana que se les presenten.

Al fomentar el aprendizaje autodirigido, los estudiantes tienen una mayor motivación y una actitud positiva hacia lo que aprenden. Además, estimula su creatividad y asegura la eficacia de las actividades conjuntas. Por lo tanto, Aguirre (2017) considera “el aprendizaje autónomo se convierte en una de las mejores herramientas de aprendizaje permanente” (pág. 10).

El desarrollo del mencionado aprendizaje, según Crispín (2011), se ha demostrado a través de eventos básicos como aprender las reglas del juego y hacerlas cumplir. Se manifiesta gradualmente en habilidades aplicadas en diferentes áreas de la vida cotidiana.

2.6.2 Aprendizaje Cognitivos

El aprendizaje cognitivo se refiere al proceso por el cual una persona adquiere, organiza y utiliza el conocimiento. Este enfoque del aprendizaje se centra en cómo las personas procesan la información, desarrollan conceptos, resuelven problemas y toman decisiones. A diferencia del aprendizaje conductual, que se enfoca en la modificación del comportamiento a través de estímulos y respuestas, el aprendizaje cognitivo pone énfasis en los procesos mentales internos.

2.6.3 Aprendizaje significativo

Es un concepto desarrollado por el psicólogo educativo David Ausubel, que se refiere a un proceso en el cual la nueva información se integra de manera sustancial con los conocimientos previos del aprendiz. A diferencia del aprendizaje memorístico o repetitivo, donde la información se memoriza sin comprensión profunda, el aprendizaje significativo implica una comprensión auténtica y la capacidad de aplicar el conocimiento en diferentes contextos.

2.6.4 Aprendizaje implícito

Es un tipo de aprendizaje que ocurre de manera no consciente o automática, sin que la persona se dé cuenta de que está adquiriendo conocimientos o habilidades. A diferencia del aprendizaje explícito, que es intencional y consciente, el aprendizaje implícito no requiere un esfuerzo deliberado por parte del aprendiz.

2.6.5 Aprendizaje experimental

El aprendizaje experiencial (también conocido como "aprendizaje experimental" en algunos contextos) es un proceso educativo que se basa en la idea de aprender a través de la experiencia directa. Este enfoque enfatiza la importancia de la participación del individuo en el proceso de aprendizaje, lo que permite una comprensión más profunda y la capacidad de aplicar el conocimiento en situaciones reales.

2.6.6 Aprendizaje explícito

Es un proceso consciente y deliberado en el que una persona se esfuerza intencionalmente por adquirir conocimientos, habilidades o información. A diferencia del aprendizaje implícito, donde el aprendizaje ocurre de manera automática e inconsciente, el aprendizaje explícito implica la conciencia del aprendiz sobre lo que está aprendiendo y a menudo se relaciona con el estudio formal y la instrucción directa.

2.7 Didáctica de la matemática

La didáctica de la matemática es considerada como un conjunto de conocimientos actualizados, además se preocupa por el estudio de algunos fenómenos didácticos relacionados con la matemática.

Siendo la didáctica una ciencia la cual tiene como objetivo encontrar los distintos métodos de enseñanza y los fenómenos que intervienen en los distintos saberes, además que se teoriza la producción y vinculación de los saberes (Mendoza, 2010).

La didáctica de las matemáticas tiene la oportunidad no solo de abordar el marco teórico de esta ciencia, sino también de incursionar en diferentes escenarios donde se administra el currículo matemático, como la institución y el aula de clases. Esto permite considerar innovaciones y cambios en estas áreas (Mario, 2010).

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de la investigación

El presente trabajo de investigación tuvo un enfoque cuantitativo debido a la recolección y el análisis de datos numéricos para contestar preguntas de la investigación y con ello probar hipótesis establecidas mediante el uso de la estadística.

3.2 Diseño de investigación

Esta investigación se manejó con un diseño pre-experimental porque se trabajó con un solo grupo (G1), con el cual se usó un Pretest (O) para diagnosticar los conocimientos, luego se empleó el tratamiento (X) que fue la utilización de la Yupana sobre la temática de operaciones de números entero y finalmente se aplicó un Postest (O) para evaluar los conocimientos adquiridos.

Tabla 2

Diseño pre-experimental de un solo grupo con Pretest y Postest

Grupo	Pretest	Tratamiento	Postest
G1	O	X	O

Nota. Extraído de (Ramos, 2021)

3.3 Tipo de investigación

En la investigación se utilizó:

- **Según el tiempo:** Fue un estudio transversal debido a que el desarrollo del trabajo se realizó en un determinado tiempo
- **Según el lugar:** Es de campo porque se ejecutó en las instalaciones de la Unidad Educativa en donde se observó la problemática.

3.4 Nivel de investigación

- **Explicativa:** Se maneja un nivel explicativo porque se explicó como incide el uso de la Yupana en el aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” Periodo 2023 – 2024.

3.5 Población de estudio y tamaño de muestra

3.5.1 Población

La población para esta investigación estuvo constituida por 40 estudiantes de octavo año de educación básica los mismos que conforman dos paralelos y una totalidad de 8 docentes pertenecientes a la Unidad Educativa “San Andrés” misma que se detalla a continuación.

Tabla 3*Población de la investigación*

Población	Número de Estudiantes	Número de docentes	Total	Porcentajes
Mujeres	12	1	13	28,89%
Hombres	28	4	32	71,11%
Total	40	5	45	100%

Nota. Datos o información proporcionados por el rector de la Unidad Educativa “San Andrés”.

3.5.2 Muestra

Para la muestra hemos trabajado con 18 estudiantes de octavo año pertenecientes al paralelo “A” y 5 docentes que se encuentran trabajando en el área de la Matemáticas como se detalla.

Tabla 4*Muestra de la investigación*

Población	Número de Estudiantes	Número de docentes	Total	Porcentajes
Mujeres	5	1	6	26,09 %
Hombres	13	4	17	73,91%
Total	18	5	23	100%

Nota. Datos o información proporcionados por el rector de la Unidad Educativa “San Andrés”.

3.6 Técnicas de recolección de datos

3.6.1 Técnicas

Las técnicas que se utilizaron para esta investigación son las siguientes:

- **Test:** Según la Real Academia Española (2023), menciona que: “Prueba destinada a evaluar conocimientos o aptitudes, en la cual hay que elegir la respuesta correcta entre varias opciones previamente fijadas”. Esta técnica ayudó a diagnosticar y evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes en el estudio de operaciones con números enteros.
- **Encuesta:** Lopez y Fachelli (2016), dice que “una encuesta es una técnica de recogida de datos a través de la interrogación de los sujetos cuya finalidad es la de obtener de manera sistemática medidas sobre los conceptos que se derivan de una problemática de investigación previamente construida” (pág. 39). Esta técnica ayudo a obtener la información mediante una serie de preguntas y con ello conocer la opinión de los docentes de la Unidad Educativa “San Andrés”.

3.6.2 Instrumento

- **Prueba objetiva:** Se elaboró un cuestionario de 6 preguntas basado en aprendizajes conceptuales y procedimentales que permitió diagnosticar el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica y evalúa los conocimientos adquiridos después de aplicado la Yupana.
- **Cuestionario:** Un cuestionario en metodología es un instrumento utilizado para recopilar datos e información a través de una serie de preguntas estructuradas. Puede ser aplicado en diversos contextos, como encuestas de opinión, estudios de mercado, investigaciones académicas, entre otros.

3.7 Validez y confiabilidad de los instrumentos

3.7.1 Validez

Según (Lopez, Avello, Palmero, Sanchez, & Quintana, 2019), menciona que: “la validez de un instrumento es el grado en que un instrumento mide lo que debe medir” (pág. 156). Hay que tener en cuenta que la validez del contenido de los instrumentos no se puede expresar cuantitativamente, sino que es una cuestión de juicio y se evalúa de forma subjetiva o intersubjetiva, principalmente utilizando el llamado juicio de expertos.

Para la validación de los instrumentos se solicitó la colaboración de tres expertos de la Universidad Nacional de Chimborazo para que, mediante sus criterios y experiencias en investigación, revisen y validen a cada uno de los instrumentos presentados en este trabajo investigativo.

Tabla 5
Validez del Pretest y Postest

	Excelente	Satisfactorio	Necesita mejorar	Inadecuado
Docente UNACH 1	X			
Docente UNACH 2		X		
Docente UNACH 3		X		

Tabla 6
Validez de la encuesta

	Excelente	Satisfactorio	Necesita mejorar	Inadecuado
Docente UNACH 1	X			

Docente UNACH 2	X
Docente UNACH 3	X

Tomando en cuenta que cada uno de los docentes evaluaron de forma autónoma la pertinencia, la concordancia con el contenido teórico y la claridad de la redacción de cada uno de los componentes, asignando una validez de entre excelente y muy satisfactorio a la encuesta, Pretest y Posttest, los cuales se encuentran óptimos para la aplicación y recolección de los datos de nuestra investigación.

3.8 Hipótesis

Con la finalidad de lograr el objetivo de la investigación se planteó la siguiente hipótesis:

- **Hi:** Existe diferencias significativas en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés”, Periodo 2023 – 2024, luego de aplicada la Yupana como recurso didáctico.

3.9 Métodos de análisis, y procesamiento de datos

Para el procesamiento y análisis de datos se utilizaron técnicas estadísticas y lógicas mediante el uso del paquete de Microsoft Office Excel y R Commander, mediante el cual se establecerán cuadros y gráficos estadísticos.

Para el análisis de resultados se empleará la siguiente metodología.

1. Análisis del Pretest
2. Análisis del Posttest
3. Comparación del Pretest y Posttest
4. Prueba de Hipótesis
5. Análisis de la encuesta

Discusión

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Resultados del pretest y postest

Para el análisis e interpretación de los resultados obtenidos en el Pretest y Postest se tomará en consideración la escala de desempeño del estudiante propuesto por el Ministerio de Educación para el periodo 2023 - 2024.

Tabla 7

Escala de desempeño del estudiante

Escala	Descripción
(1.MS) Muy satisfactorio (9 - 10)	El desempeño del estudiante demuestra dominio de los temas estudiados en relación con el indicador de evaluación
(2.S) Satisfactorio (7 - 8.99)	El desempeño del estudiante alcanza los aprendizajes en relación con el indicador de evaluación
(3.PS) Poco satisfactorio (4 - 6.99)	El desempeño del estudiante está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos con relación al indicador de evaluación.
(4.M) Mejorable (1 - 3.99)	El desempeño del estudiante no alcanza los aprendizajes requeridos con relación al indicador de evaluación

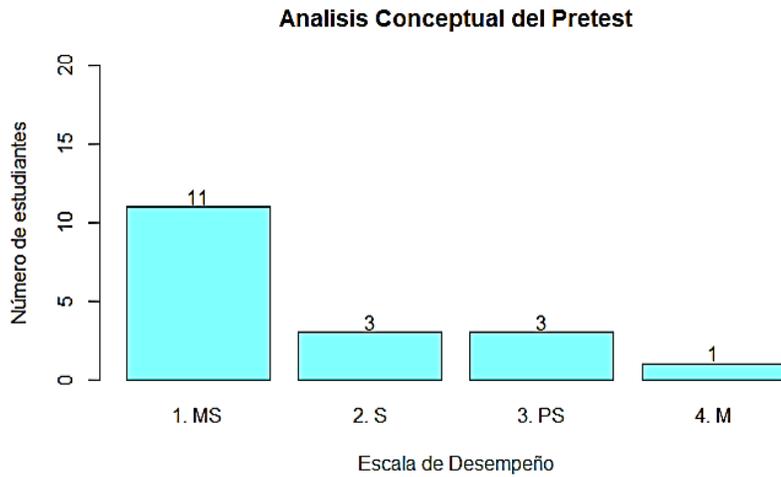
Nota. Escala de desempeño del estudiante tomado del Instructivo de Evaluación estudiantil, Régimen Sierra – Amazonía 2023-2024 (Ministerio de Educacion, 2023).

4.1.1 Análisis del Pretest

Aprendizajes conceptuales

Figura 3

Aprendizajes conceptuales del Pretest

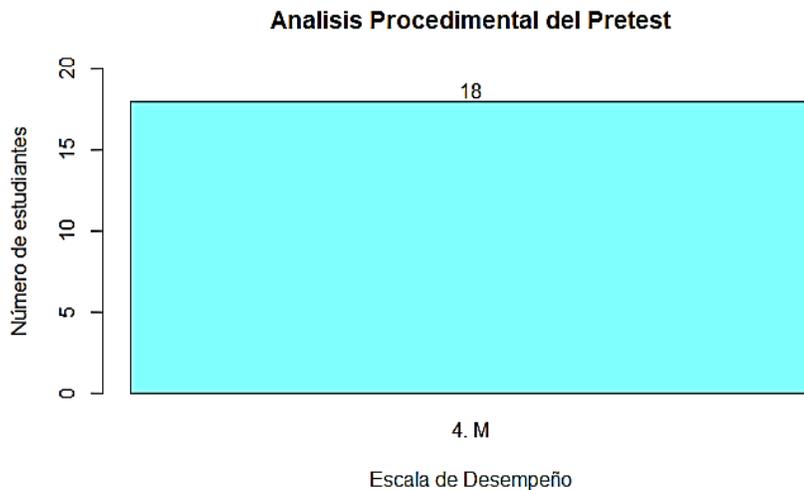


Análisis e interpretación. En la gráfica se puede ver que la mayoría de los estudiantes se encuentran en la escala de desempeño Muy Satisfactorio lo que indica que alcanzan los aprendizajes requeridos con relación al indicador de evaluación demostrando un dominio del tema en relación con la parte teórica al concepto sobre las operaciones con números enteros.

Aprendizajes Procedimentales

Figura 4

Aprendizajes Procedimentales del Pretest



Análisis e interpretación. La totalidad de estudiantes se encuentran dentro de la escala de desempeño Mejorable es decir que no alcanzan los aprendizajes requeridos con respecto a la aplicación de las diferentes operaciones con números enteros en la resolución de problemas.

Análisis general

Figura 5

Análisis General del Pretest

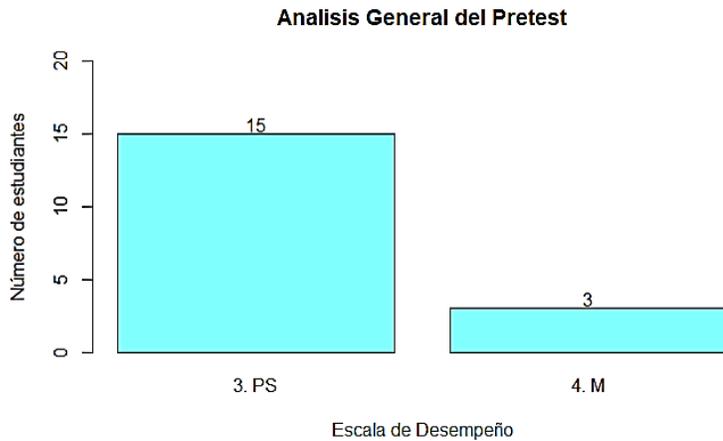


Tabla 8

Estadísticos Descriptivos Pretest

Mean	Min	Max	sd
5,605	3,15	6,575	1,019242

Nota. Mean representa la media de calificaciones, Min y Max son la calificación mínima y máxima alcanzada y sd es la desviación estándar

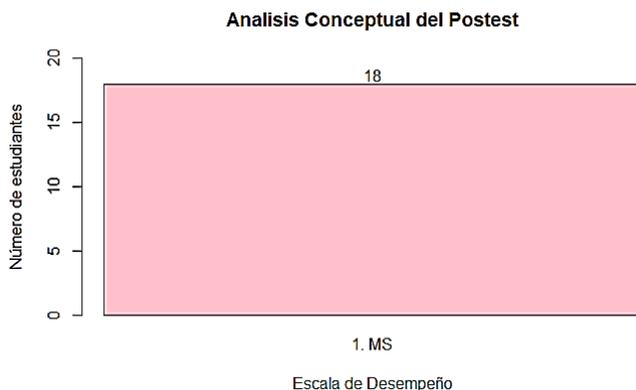
Análisis e interpretación: 15 estudiantes se encuentran dentro de la escala Poco Satisfactorio y los 3 restantes en la escala Mejorable apreciando que la mayoría de los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos. Por consiguiente, la media de calificaciones fue de 5,605 por lo tanto se aprecia que a nivel de curso los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.

4.1.2 Análisis del Postest

Aprendizajes conceptuales

Figura 6

Aprendizajes Conceptuales del Postest

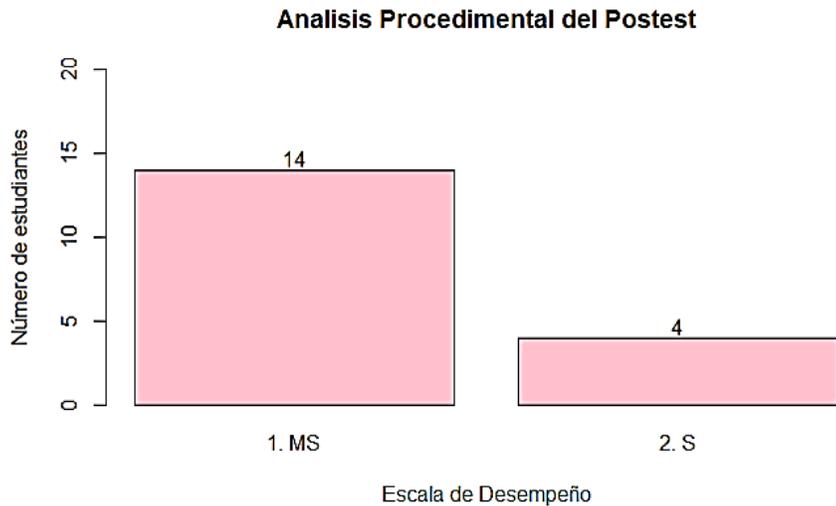


Aprendizajes procedimentales. En la totalidad los estudiantes demuestran dominio del tema sobre operaciones con números enteros ya que se encuentran dentro de una escala de desempeño Muy Satisfactorio, llegando a comprender la parte teórica sobre números enteros.

Aprendizajes Procedimentales

Figura 7

Aprendizajes Procedimentales del Postest



Análisis e interpretación. La mayoría de los estudiantes demuestran dominio sobre el tema la cual está representada por 14 estudiantes que se encuentran dentro de una escala de desempeño Muy Satisfactorio, mientras que los 4 restantes alcanzan los aprendizajes con relación a la solución de operaciones con números enteros.

Análisis General

Figura 8

Análisis General del Postest

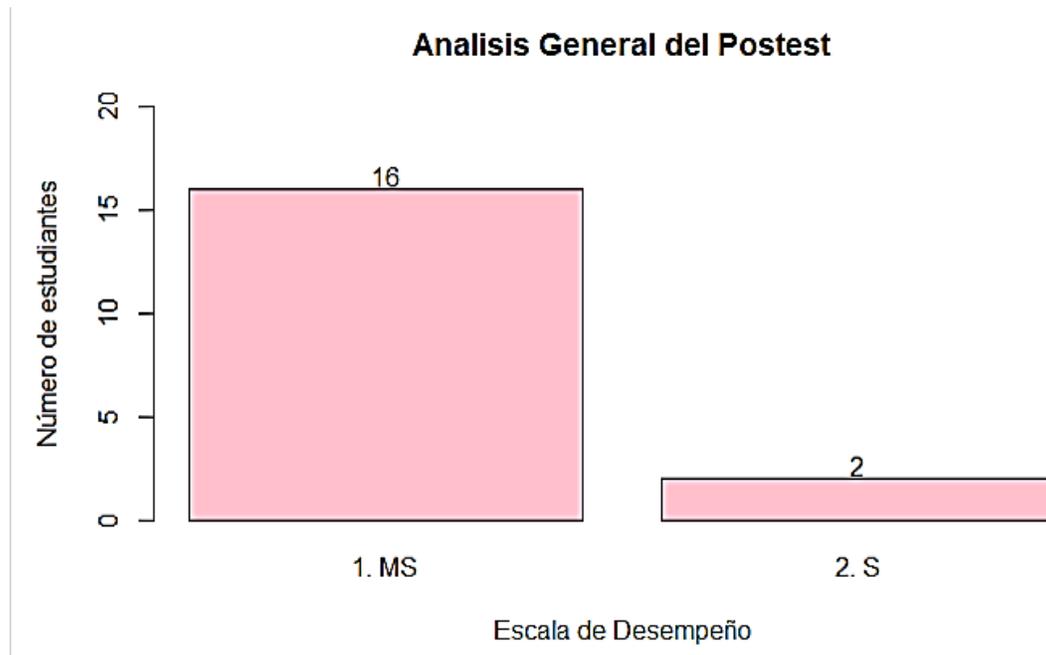


Tabla 9

Estadísticos Descriptivos Postest

Mean	Min	Max	sd
9,574	8,75	10	0,3835278

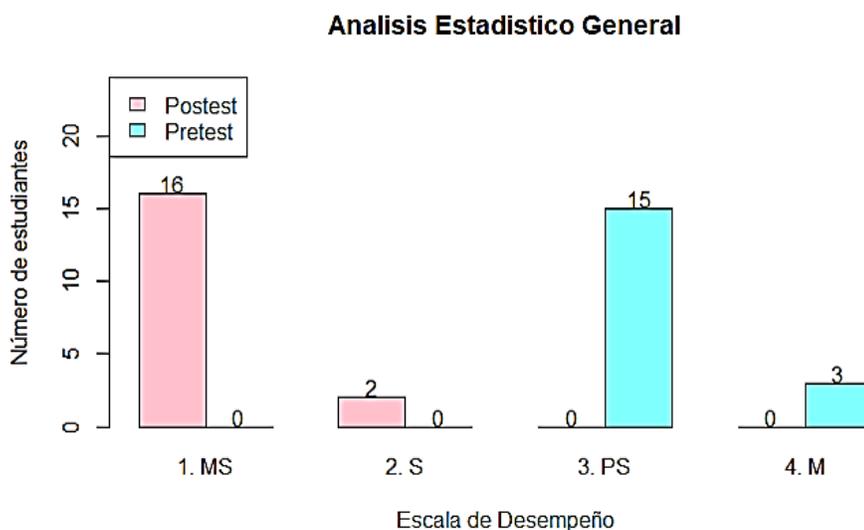
Nota. Mean representa la media de calificaciones, Min y Max son la calificación mínima y máxima alcanzada y sd es la desviación estándar

Análisis e interpretación. Los 16 estudiantes se encuentran en una escala de Muy Satisfactorio demostrando dominio del tema de operaciones de números enteros mientras que los 2 restantes están dentro de una escala de Satisfactorio alcanzando los aprendizajes en el tema estudiado. De igual manera obtuvimos en el postest una media de calificaciones de 9,574. Tomando en consideración la tabla de escala de desempeño de los estudiantes propuesta por el (Ministerio de Educación 2023 - 2024) el estudiantado ha demostrado que domina el tema sobre operaciones con números enteros.

4.1.3 Comparación del Pretest y Postest

Figura 9

Comparación del Pretest y Postest



Análisis e interpretación. Antes de utilizar la Yupana se aplicó un Pretest para diagnosticar los conocimientos de los estudiantes con respecto a la temática propuesta y según la **Figura 9**, 15 estudiantes se encontraban dentro de la escala de desempeño de poco satisfactorio (3. PS) y 3 la escala de mejorable (4. M) evidenciando que el estudiantado no tenía las bases suficientes para entender el tema y también que no utilizaban de forma correcta el concepto de las operaciones con números enteros en la solución de ejercicios y problemas. Después de que se utilizó la Yupana donde que los estudiantes desarrollaron las actividades de una manera ordenada se le tomo un Postest en los que 16 estudiantes se encuentran en una escala de Muy Satisfactorio (1. MS) y 2 satisfactorios (2. S) evidenciando mejoría en los aprendizajes de las operaciones con números enteros como de igual manera lo muestra la Tabla 10 donde se visualizan el promedio General de cada uno de las pruebas aplicados a los estudiantes.

Tabla 10

Promedio General del Pretest y Postest

Pretest	Postest
5,605	9,574

4.1.4 Prueba de Hipótesis

Para alcanzar los objetivos de estudio se pretende probar la siguiente hipótesis alterna “Existe diferencias significativas en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés”, Periodo 2023 – 2024, luego de aplicada la Yupana como recurso didáctico.”

Para lo cual primero se probó la normalidad de datos de los resultados obtenidos en el pre y postest.

Normalidad. Dado que se trabajó con un solo grupo de 18 estudiantes se procedió a aplicar el test de Shapiro-Wilk para muestras $n < 50$, considerando un nivel de significancia de 0,05; considerando que si el p-value $> 0,05$ se concluye que los datos provienen de una distribución normal, pero si p-value $< 0,05$ significa que los datos no provienen de una distribución normal. Los resultados obtenidos se presentan a continuación

Tabla 11

Prueba de Shapiro Wilk

	N	p-value
Pretest	18	0,001832
Posttest	18	0,005219

Resultados que evidencian que los datos no provienen de una distribución normal dado que los p-valores son menores a 0,05. En vista de que los datos no cumplen con el supuesto de normalidad no se procedió a aplicar un test de homocedasticidad. Por tal motivo se continuó con un test de comparación de medias.

Comparación de medias. Para comparar el nivel de aprendizaje antes y después de la aplicación de la yupana en los estudiantes de octavo año, se observaron los siguientes resultados: el nivel de aprendizaje promedio previo a la intervención fue de 5,605, mientras que, tras la aplicación, aumentó a 9,574. Con base en estos datos, se formularon las siguientes hipótesis estadísticas: la hipótesis nula (H_o) y la hipótesis alterna (H_i).

- H_o : No existen diferencias significativas en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa “San Andrés” período 2023-2024, luego de aplicada la Yupana como recurso didáctico. $\mu_{pre} = \mu_{pos}$
- H_i : Existe diferencias significativas en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés”, Período 2023–2024, luego de aplicada la Yupana como recurso didáctico. $\mu_{pre} \neq \mu_{pos}$

Debido que no se cumplió el supuesto de normalidad se procedió a aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon de comparación de medias de muestras pareadas considerando un nivel de significancia de 0,05 y tomando en cuenta que, si $p. value > 0,05$ no se rechaza la H_o pero si $p - value < 0,05$ se rechaza H_o y se acepta H_i

Tabla 12

Prueba no paramétrica de Wilcoxon

Test de Wilcoxon
p-value = 0,000003112

Debido que el p-value fue menor de 0,05 se rechaza H_o y se acepta la H_i , concluyendo que, existe diferencias significativas en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés”, Periodo 2023–2024, luego de aplicada la Yupana como recurso didáctico. Puesto que el nivel de aprendizaje es mayor después de aplicada con relación al anterior. Resultados que se muestran que la Yupana influyó de forma positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el estudio de operaciones con números enteros.

4.1.5 Análisis e interpretación de resultados de la encuesta

Encuesta aplicada a los docentes de la Unidad Educativa “San Andrés” del área de las matemáticas.

Pregunta 1

Enunciado. Considera usted importante el uso de recursos didácticos en una sesión de aprendizaje.

Figura 10

Importancia del uso de recursos didácticos



Análisis e interpretación:

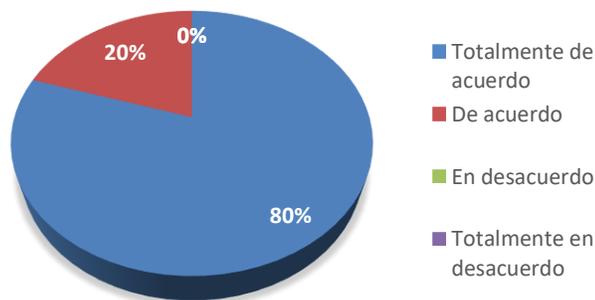
El 100% de los docentes afirman que es de gran importancia el uso de recursos didácticos en una sesión de aprendizaje. De acuerdo con los resultados obtenidos la totalidad de docentes afirman que es de importancia el uso de recursos didácticos en una sesión de aprendizaje dentro del aula de clases.

Pregunta 2

Enunciado. Considera usted que los alumnos aprenden mejor cuando hacen uso de recursos didácticos

Figura 11

Los recursos didácticos mejoran el aprendizaje



Análisis e interpretación:

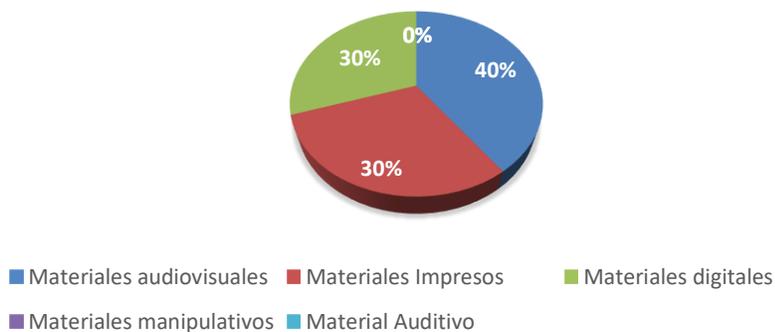
De acuerdo con la encuesta aplicada el 80% de los docentes consideran estar totalmente de acuerdo que los alumnos aprenden mejor con el uso de recursos didácticos mientras que un 20% de ellos nos afirman solo estar de acuerdo. En conclusión, la mayor parte de docentes considera que es muy importante la utilización de recursos didácticos en el aula de clase. Esto indica que un porcentaje significativo de los docentes ve un alto valor en el uso de recursos didácticos para el aprendizaje de las operaciones de números enteros de manera eficiente y efectiva.

Pregunta 3

Enunciado. ¿Qué tipo de recursos didácticos ocupa usted para sus clases?

Figura 12

Tipos de recursos didácticos



Análisis e interpretación:

En la figura 12 se muestra los resultados de la encuesta dirigida a los docentes en donde se evidencia los tipos de recurso didácticos que utilizan dando un resultado que el 40% de ellos utilizan materiales audiovisuales en sus clases mientras que el hay un empate entre los materiales impresos y los audiovisuales con un 30%. Por lo tanto, se concluye que los materiales

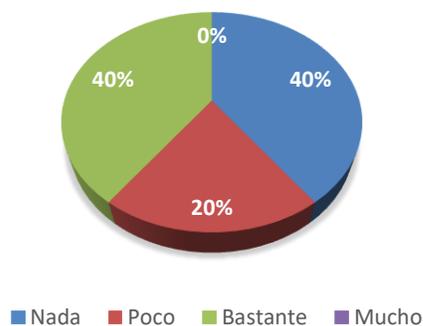
audiovisuales son con los cuales los docentes más han enseñado a sus estudiantes en las aulas de clases.

Pregunta 4

Enunciado. Su nivel de conocimiento acerca de la yupana es:

Figura 13

Conocimiento acerca de la yupana.



Análisis e interpretación:

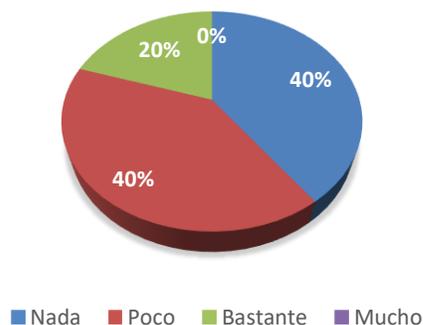
En la figura 13 se ve los resultados de la pregunta sobre el conocimiento a cerca de la yupana en donde se evidencia que el 40% tiene un conocimiento bastante extenso, seguido de un 40% de docentes que no conocen nada y finalmente un 20% de ellos tienen un poco de conocimiento, Dando como conclusión que los docentes tienen un nivel de conocimiento bajo acerca de la yupana.

Pregunta 5

Enunciado. Su nivel de conocimiento sobre el uso de la yupana es:

Figura 14

Conocimiento sobre el uso de la yupana



Análisis e interpretación:

La figura 14 muestra los resultados de la pregunta sobre el conocimiento sobre el uso de la yupana en donde se evidencia que el 20% de docentes tiene bastante conocimiento sobre el uso de la yupana, mientras que un 40% de los encuestados tiene un poco de conocimiento y finalmente otro 40% de ellos no tienen nada de conocimiento. En consecuencia, se concluye que es necesario

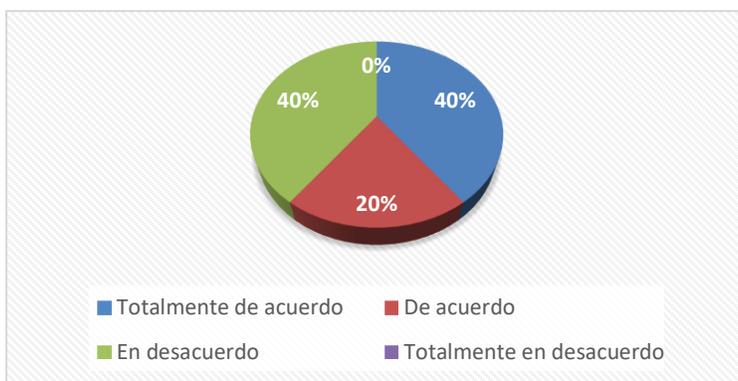
incluir una introducción a la yupana, ya que el conocimiento actual de los docentes no es suficiente para que los estudiantes puedan utilizarla de manera eficaz en operaciones con números enteros. Es fundamental proporcionar una adecuada formación y orientación para facilitar su uso en el aula.

Pregunta 6

Enunciado. Considera usted que la yupana puede servir como recurso didáctico

Figura 15

La yupana como recurso didáctico



Análisis e interpretación:

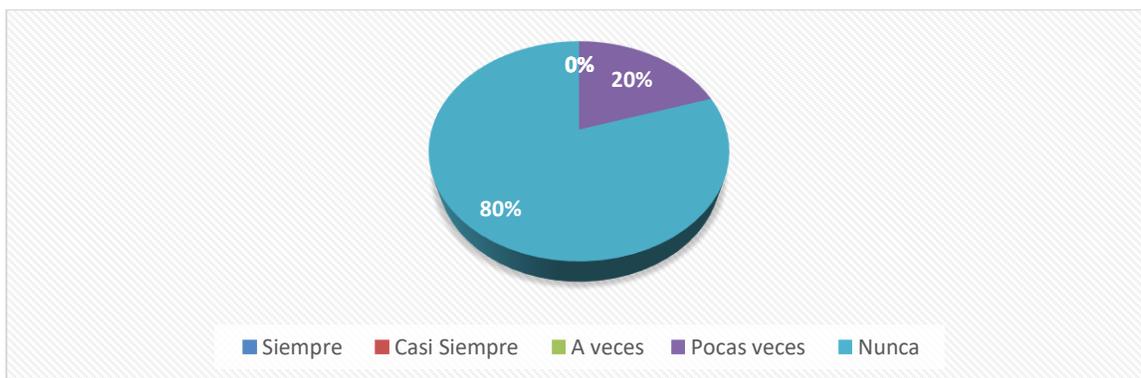
De los 5 docentes encuestados el 40% de ellos están totalmente de acuerdo que la yupana si se puede introducir como recurso didáctico, mientras que el 20% está de acuerdo y finalmente el otro 40% en desacuerdo. Por lo tanto, se concluye que porque la mitad dice estar de acuerdo se puede introducir a la yupana como recurso didáctico en el área de matemáticas y en el caso de la investigación en el aprendizaje de operaciones con números enteros.

Pregunta 7

Enunciado. Usted como docente usa la yupana en la enseñanza de las matemáticas.

Figura 16

Utilización de la yupana en la enseñanza de las matemáticas



Análisis e interpretación:

De los docentes encuestados el 20% de ellos nos afirman que pocas veces han utilizado la yupana en las clases de matemáticas, posteriormente el 80% nos dicen que nunca lo han utilizado. Esto se puede concluir que con los avances que se ha ido obteniendo en la tecnología prefieran

otros recursos didácticos es por lo que los mismos docentes ya no aplican el conocimiento de la cultura y encontraremos un gran déficit de conocimiento acerca de la misma en los estudiantes de dicha Unidad Educativa.

Pregunta 8

Enunciado. Considera usted que la yupana puede servir para el aprendizaje de operaciones con números enteros

Figura 17

Aporta la yupana en el aprendizaje de las operaciones de enteros



Análisis e interpretación:

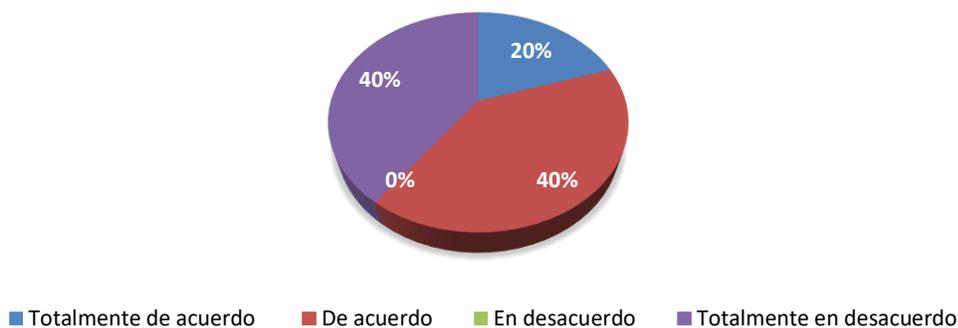
El 40% de los docentes encuestados contestaron que la Yupana si aporta en el aprendizaje de las operaciones de números enteros, seguido de un 20% que está de acuerdo en la utilización, y mientras que un 40% no estuvo de acuerdo que se podría enseñar operaciones de números enteros. Con esto se puede concluir que como la mayoría está de acuerdo entonces la yupana si puede ser un recurso didáctico para aprender operaciones de enteros solo que hay que plantearlo y adaptarlo de una forma diferente y mientras se utilicen de una manera correcta se pueden hacer diferentes cálculos.

Pregunta 9

Enunciado. Considera que el aplicar la yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de operaciones con números enteros es importante

Figura 18

Importancia de aplicar la yupana como recurso didáctico



Análisis e interpretación:

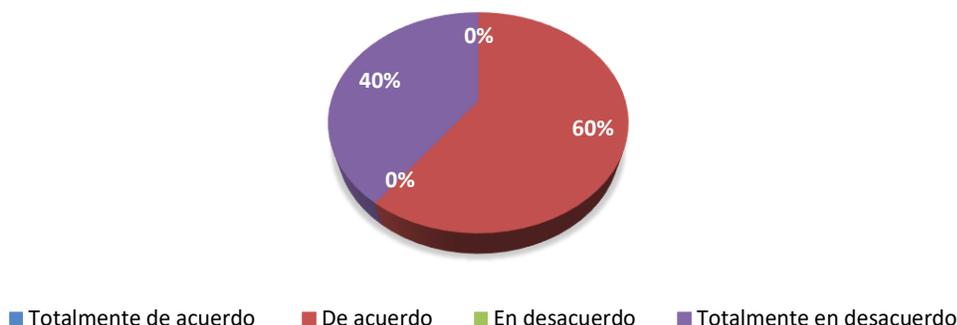
De los 5 docentes encuestados el 20% estuvo totalmente de acuerdo que la aplicar la yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de operaciones con números enteros es importante seguido de un 40% que estuvo de acuerdo y finalmente otro 40% está en desacuerdo su importancia. Con esto se puede concluir que la mayoría acepta que el aplicar la yupana para el aprendizaje de operaciones con números enteros es de gran importancia en el aula de clase.

Pregunta 10

Enunciado. ¿El uso de la yupana dentro del salón de clases mejora su práctica docente?

Figura 19

Mejora la práctica docente la utilización de la yupana



Análisis e Interpretación:

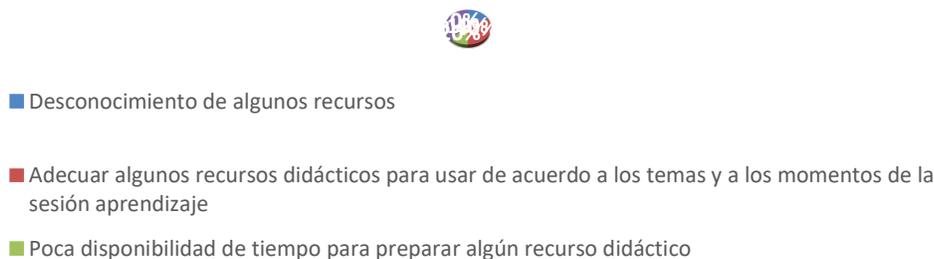
De la totalidad de encuestados el 60% estuvo de acuerdo que la utilización de la yupana mejoraría la práctica docente mientras que el restante que es un 40% estuvo en total desacuerdo con esta situación. Por ello se concluye que al utilizar la yupana se encontró una mejora en la práctica docente ya que interviene los conocimientos de la materia y lo cultural.

Pregunta 11

Enunciado. Marque en orden de dificultad encontrada, donde 5 es lo más dificultoso y 1 es menos dificultoso, ¿A que problemas se ha enfrentado en la utilización de los recursos didácticos dentro de aula?

Figura 20

Dificultad en la utilización de los recursos didácticos



Análisis e Interpretación:

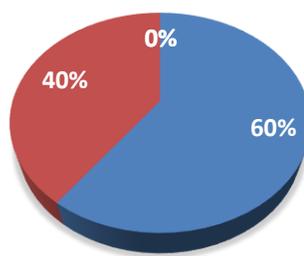
En la figura 12 se observa que la mayor dificultad que encuentran para utilizar materiales didácticos es en la falta de apoyo por los padres de familia seguido de la falta de interés que le ponen a la elaboración, después estuvo adecuar un material para usarla de acuerdo a los temas de aulas de clases continuando tenemos el desconocimiento de algunos recursos y finalmente culminamos con la poca disponibilidad de tiempo para preparar algún recurso que se podrían utilizar en las aulas de clases especialmente en el área de las matemáticas.

Pregunta 12

Enunciado. El empleo apropiado de los recursos didácticos conduce a un mejor logro de aprendizajes

Figura 21

El empleo de recursos didácticos mejora el aprendizaje



■ Totalmente de acuerdo ■ De acuerdo ■ En desacuerdo ■ Totalmente en desacuerdo

Análisis e Interpretación:

El 60% de los encuestados afirman que el empleo apropiado de los recursos didácticos conduce a un mejor logro de aprendizajes mientras que el 40% restante nos dicen que nos es apropiado llegando así a la conclusión que la mayoría ve que los recursos didácticos son de gran importancia en el aprendizaje de cualquier tema en las aulas de clases.

4.2 Discusión

Cabe indicar que esta investigación tuvo como finalidad determinar como la yupana incide en el proceso de aprendizaje de operaciones con números enteros en la que mediante varias actividades didácticas y el análisis estadístico respecto se demostró que la yupana incidió de forma positiva comprobando mediante una prueba de comparación de medias como da igual manera por los resultados de la encuesta aplicada. Al implementar esta herramienta didáctica dentro de la unidad educativa, los estudiantes y docentes experimentaron un ambiente motivador que estimuló la curiosidad y fomentó la cooperación y la colaboración al realizar las diferentes actividades. Se puede decir que los estudiantes trabajaron activa e intensamente dentro de un ambiente agradable en el aula en el que hubo la participación de todos.

Gracias a los resultados obtenidos es posible identificar información muy relevante para la investigación. Entre los aspectos más importantes es que en la institución educativa no se promueve el uso de los recursos didácticos que nos brindan como apoyo dentro del proceso de

aprendizaje cabe indicar que son muy importantes tal como menciona (Jhonson, 2010) quien considera que los recursos didácticos en el aula proporciona oportunidades para una enseñanza más dinámica e interactiva, facilitando la comprensión de conceptos abstractos y promoviendo un aprendizaje significativo. El desarrollo de proyectos que involucren el uso de la yupana ayuda a generar habilidades, competencias y responder a las necesidades tanto de los docentes como estudiantes, generando empoderamiento que potencialice el éxito en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

En cuanto al uso y la aplicación de la yupana estamos de acuerdo con (Urton, 1997) porque es un artefacto matemático incaico, ofrece una herramienta única y tangible para la enseñanza de operaciones con números enteros. Su estructura modular y su capacidad para representar cantidades y realizar cálculos la convierten en un recurso invaluable para fomentar la comprensión conceptual y el razonamiento matemático en los estudiantes.

Es claro que, en el proceso de aprendizaje, los estudiantes están desarrollando atención, concentración y autocontrol. Por eso es importante socializar este recurso didáctico con los docentes de la Unidad Educativa “San Andrés” para que se integre en el proceso educativo, cuyo objetivo es explorar recursos, elementos didácticos que ayuden a reforzar la presentación de ideas y la motivación de los estudiantes.

CAPÍTULO V.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Se diagnosticó a los estudiantes de octavo año de educación básica de la Unidad Educativa “San Andrés” sobre la temática de operaciones con números enteros, donde se evidenció que el nivel de aprendizaje promedio fue de 5,80 sobre 10 ubicándose en la escala de “Poco Satisfactorio” según la escala de desempeño del estudiante establecido por el Ministerio de Educación, concluyendo que los educandos no alcanzan los aprendizajes requeridos.

La Yupana demuestra ser una herramienta valiosa y efectiva para enseñar operaciones con números enteros debido a su naturaleza tangible y su capacidad para representar visualmente conceptos abstractos. Su uso en el aula no solo facilita la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también puede aumentar la motivación de los estudiantes al ofrecer una experiencia de aprendizaje más interactiva y culturalmente enriquecedora.

La integración de la Yupana en el proceso de enseñanza de operaciones con números enteros ofrece una oportunidad única para enriquecer la comprensión matemática de los estudiantes a través de la exploración de métodos ancestrales de cálculo. Su estructura modular y su capacidad para representar cantidades proporcionan una plataforma visual y táctil que puede mejorar significativamente la comprensión de conceptos abstractos. Además, su conexión con la cultura incaica promueve una apreciación más profunda de la historia y el patrimonio matemático de las civilizaciones precolombina

Se determinó que existe una mejora significativa en el nivel de aprendizaje de operaciones con números enteros en los estudiantes de octavo año de educación básica de la U.E. “San Andrés” luego de haber aplicado la Yupana, dado que mediante una prueba de hipótesis de comparación de medias se obtuvo un p-valor inferior a 0,05; demostrando que existe un mayor dominio de la temática impartida, siendo evidente que la implementación de este recurso didáctico incidió positivamente en el proceso de aprendizaje de operaciones con números enteros.

5.2 Recomendaciones

Es aconsejable evaluar regularmente el nivel de los estudiantes para identificar los diversos desafíos que enfrentan, y utilizar esta información para desarrollar estrategias que faciliten el logro de los objetivos establecidos en el plan de estudios

Para emplear el recurso didáctico la yupana los docentes deberán tomar en consideración la importancia de definir la temática que se va a impartir, los materiales manuales, la planificación de clase y sobre todo el diseño y la estructura.

En el ámbito del proceso educativo, se aconseja a los profesores emplear esta herramienta pedagógica, dado que su integración en la enseñanza puede no solo mejorar el desempeño académico, sino también fomentar la motivación en los alumnos y fortalecer las relaciones entre docentes y estudiantes.

Se recomienda integrar la Yupana como recurso didáctico ya que potencia el aprendizaje, desarrolla habilidades colaborativas, inculca valores positivos en los estudiantes, lo que permite a los educadores alcanzar niveles de aprendizaje muy significativos durante su proceso educativo.

CAPITULO VI

PROPUESTA

6.1 Tema

Diseño de una guía didáctica para el aprendizaje de operaciones con números enteros utilizando la yupana como recurso didáctico en los estudiantes de octavo año de educación general básica de la Unidad Educativa “San Andrés”

6.2 Justificación

El diseño de una guía didáctica para el aprendizaje de operaciones con números enteros utilizando la yupana se justifica por la necesidad de innovar en las metodologías de enseñanza matemática, especialmente en los niveles básicos. La yupana, como recurso manipulativo, permite a los estudiantes visualizar y comprender de manera concreta conceptos abstractos como los números enteros, facilitando así su aprendizaje.

Además, este recurso tiene un valor cultural significativo, ya que es una herramienta ancestral utilizada por los incas, lo cual conecta a los estudiantes con su patrimonio histórico. Al integrar elementos culturales en el aula, se fomenta una mayor motivación y conexión con el aprendizaje, haciendo que el proceso educativo sea más relevante y significativo para ellos.

La implementación de esta guía responde también a la diversidad de estilos de aprendizaje presentes en el aula, ya que el uso de un recurso físico favorece a los estudiantes que aprenden mejor mediante experiencias táctiles o kinestésicas. Esto contribuye a una enseñanza más inclusiva, atendiendo a las necesidades de diferentes tipos de alumnos.

Finalmente, la incorporación de la yupana en la enseñanza matemática promueve la innovación pedagógica, permitiendo explorar alternativas más dinámicas y efectivas a la instrucción tradicional. Con ello, se busca no solo mejorar el rendimiento académico, sino también enriquecer la experiencia educativa en su conjunto.

6.3 Objetivo

Elaborar una guía didáctica que permita mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros utilizando la yupana como recurso didáctico en los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa “San Andrés”.

6.4 Desarrollo de la propuesta

Esta guía didáctica busca facilitar el aprendizaje de las operaciones con números enteros mediante el uso de la yupana como recurso didáctico, ofrecer a los estudiantes un enfoque concreto y visual para entender mejor los conceptos matemáticos, promoviendo una comprensión más clara y efectiva de las operaciones básicas. Además, la guía pretende integrar métodos alternativos que sean culturalmente relevantes y que atiendan la diversidad de estilos de aprendizaje, fomentando una enseñanza más inclusiva e interactiva.

BIBLIOGRAFÍA

- Acosta, J. (1590). *Historia natural y moral de las Indias*.
- Aguirre, J. J. (2017). *Desafíos de los estudiantes de la universidad Alonso Ojeda y en el estudio de las TIC a través del aprendizaje autónomo*. Obtenido de <https://www.calameo.com/read/00517659444be4609eed8>
- Angarita, M. M., Fernández, M. F., & Duarte, J. E. (2011). Utilización de material. 39.
- Bacuy Tarco, M. M. (2022). *Recursos metodológicos utilizados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la unidad educativa Condorazo periodo 2021-2022*. Obtenido de <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/10038>
- BURNS, G. W. (s.f.). *La tabla de cálculo de los incas*. Lima: Boletín de Lima. . Obtenido de Boletín de Lima. .
- Cañoli Atencia, I. A. (2019). *LAS ACTIVIDADES LÚDICAS COMO ESTRATEGIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “PEDRO SANCHEZ GAVIDIA” - HUÁNUCO, 2017*. Obtenido de <http://repositorio.udh.edu.pe/123456789/1733>
- Cervantes, M. (1617). *Los trabajos de Persiles y Sigismunda*.
- COSSIU, d. P. (1969). *El mundo de los incas*. Mexico: Ed. Fondo de Cultura Económica.
- Crispín, M. L. (2011). *Aprendizaje autónomo: orientaciones para la docencia*. Universidad Iberoamericana. Obtenido de http://biblioteca.clacso.edu.ar/Mexico/dcsyp-ua/20170517031227/pdf_671.pdf
- Díaz Barriga, F., & Hernández Rojas, G. (2018). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. McGraw-Hill.
- Eduardo, M. M. (2018). *“LAS ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DE LA UNIDAD EDUCATIVA RUMIÑAHUI”*. Obtenido de <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/29149/1/1803465424%20Mart%C3%ADnez%20Minda%20Carlos%20Eduardo.pdf>
- Educacion Ministerio de Educacion. (3 de Abril de 2023). MINEDUC-MINEDUC-2023-00012-A. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2023/04/MINEDUC-MINEDUC-2023-00012-A.pdf>
- Fuentes, S., & Rosário, P. (2013). *Mediar para la Autorregulación del Aprendizaje*. Santiago.
- García, M. (2016). *Matemáticas y su didáctica: Estrategias para el aprendizaje de los números enteros*. Editorial Educativa.
- Gómez, L. (2017). *Herramientas matemáticas de los incas: Un análisis de la Yupana* (Vol. 2). Revista de Historia Andina.

- Gonzalo, P., & Fernandez, R. (2021). *Dificultades emocionales en la enseñanza de las matemáticas: Un enfoque desde la psicopedagogía*. Editorial Aprendizaje Integral.
- Jhonson, D. W. (2010). *Aprendizaje cooperativo en el aula*. Ediciones Morata.
- Labrador, I. S. (2018). Qué y cómo se pregunta en la evaluación PISA. *Educacion 3.0*. Obtenido de Educacion 3.0.
- Lopez, R. P., & Fachelli, S. (2016). *La encuesta*. Metodología de la investigación social cuantitativa .
- Lopez, R., Avello, R., Palmero, D., Sanchez, S., & Quintana, M. (2019). *Validación de instrumentos como garantía de la credibilidad en las* (48 ed., Vol. 2). Revista Cubana de Medicina Militar. Obtenido de <https://web.archive.org/web/20190801091829/http://www.revmedmilitar.sld.cu/index.php/mil/article/download/390/352>
- Martínez, A. (2018). *Recursos didácticos en la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Matemáticas Educativas.
- Ministerio de Educacion. (3 de Abril de 2023). MINEDUC-MINEDUC-2023-00012-A. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2023/04/MINEDUC-MINEDUC-2023-00012-A.pdf>
- Pacheco, D. (2015). *La Yupana como recurso pedagógico en la enseñanza de las matemáticas* (Vol. 3). Innovación Educativa.
- Perez, R. (2018). *Eficacia de la Yupana en el aprendizaje de las operaciones aritméticas* (Vol. 10). Revista de Innovación Pedagógica.
- Quispe, J. (2013). *Cálculos incas: La Yupana y su función matemática*. Editorial Andes .
- Radicati. (1976). *El sistema contable de los Incas: Yupana y Quipu*.
- Ramos, G. C. (2021). Diseños de Investigación Exoerimental. Obtenido de <https://cienciamerica.edu.ec/index.php/uti/article/view/356/699>
- Real Academia Española. (2023). Diccionario del estudiante. Obtenido de <https://dle.rae.es/test>
- Rector de la Unidad Educativa “San Andrés”. (2023).
- Sáez, A. E., & Araneda, V. A. (2022). *EL USO DEL MATERIAL Y/O RECURSOS DIDÁCTICOS*. Obtenido de http://repositorio.udec.cl/jspui/bitstream/11594/9543/1/CRUCES_PROVOSTE%20%282021%29%20EL%20USO%20DEL%20MATERIAL%20YO%20RECURSOS%20DID%20C3%81CTICOS%20PROPORCIONADOS%20POR%20EL%20MINISTERIO%20DE%20EDUCACI%20EN%20LA%20ENSE%20ANZA%20DE%20LAS%20MATEM
- Sierra, C. (2012). *Educación virtual, aprendizaje autónomo y construcción de conocimiento: Libro de resultados de investigación*. Politécnico Grancolombiano.
- Torres, L., & Rivera, S. (2021). *Estrategias para la enseñanza de las operaciones con números enteros*. (Vol. 16). Educación Matemática Contemporánea.
- Urton, G. (1997). *Astronomía andina: Una introducción a la astronomía inca y preinca*. Mexico: Fondo de Cultura Económica.

Zevallos Mamani, R. J. (2019). *La Yupana en el aprendizaje de la matemática*.

ANEXOS

Anexo 1 Prueba Objetiva



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION HUMANAS Y TECNOLOGIAS



CARRERA DE PEDAGOGIA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMATICAS Y LA FISICA
CUESTIONARIO DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES SOBRE OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS

Objetivo: Establecer el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa "San Andrés" sobre las operaciones con números enteros

Instrucciones

- Lea atentamente las siguientes interrogantes.
- Responder con toda la sinceridad debido a que la encuesta es anónima y los resultados se manejarán con toda confidencialidad.

Variables sociodemográficas

- a) **Edad:** b) **Sexo:** Hombre () Mujer ()

1. Cual de las siguientes letras represente los números enteros

a) N	b) Q	c) Z	d) C
------	------	------	------

2. Represente en la recta numérica los siguientes números

- a) +5, -3, -11, 0, +1, -2, -15, 8, 3



3. Ordene de menor a mayor los siguientes números

- b) -16, -7, 0, -1, 2, -14, 4, 6.

4. Escribe cada palabra en la columna adecuada: "Número positivo" o "Número negativo".

Ganancia – Pérdida - Depósito - Crédito - Débito - Cargo - Bajo cero - Extracción – Deber – Recibir

Numero Positivo	Numero Negativo

5. Expresa cada situación como un entero en el espacio proporcionado.

- a. Una ganancia de 56 puntos en un partido. _____
- b. Un cargo de \$2. _____
- c. Una temperatura de 32 grados bajo cero. _____
- d. Una pérdida de 56 yardas en un partido de fútbol americano. _____
- e. El punto de congelación del agua en Celsius. _____
- f. Un depósito de \$12,500. _____

6. Resuelva las siguientes operaciones

a) $-6 + 4$	b) $18 - 6$
c) $(+8) - (-15)$	d) $(85 + 8) - (7 + 6)$
e) $3 + (-12)$	f) $-21 + (-4)$
g) $36 \div (-4)$	h) $60 \div 12$

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 2
Instrumento: Escala



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION HUMANAS Y TECNOLOGIAS



CARRERA DE PEDAGOGIA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMATICAS Y LA FISICA

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS DOCENTES SOBRE EL USO DE RECURSOS DIDACTICOS

Objetivo: Obtener información de los docentes acerca del uso del material didáctico en los procesos pedagógicos de aprendizaje en la Unidad Educativa "San Andrés"

Instrucciones

- Lea atentamente las siguientes interrogantes y marque con una (x) según corresponda.
- Responder con toda la sinceridad debido a que la encuesta es anónima y los resultados se manejaran con toda confidencialidad.
- Señale según el aspecto que usted considera, en su proceso de aprendizaje.

Variables sociodemográficas

a) **Edad:**

b) **Sexo:** Hombre () Mujer ()

1. Considera usted importante el uso de recursos didácticos en una sesión de aprendizaje

Muy importante	
Importante	
Poco importante	
No es importante	

2. Considera usted que los alumnos **aprenden mejor** cuando hacen uso de recursos didácticos

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

3. ¿Qué tipo de recursos didácticos ocupa usted para sus clases?

Materiales audiovisuales	
Materiales Impresos	
Materiales digitales	
Materiales manipulativos	
Material Auditivo	

4. Su nivel de conocimiento acerca de la yupana es:

Nada	
Poco	
Bastante	
Mucho	

5. Su nivel de conocimiento sobre el uso de la yupana es:

Nada	
Poco	
Bastante	
Mucho	

6. Considera usted que la yupana puede servir como recurso didáctico

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

7. Usted como docente usa la yupana en la enseñanza de las matemáticas

Siempre	
Casi Siempre	
A veces	
Pocas veces	
Nunca	

8. Considera ¿qué la yupana puede servir para el aprendizaje de operaciones con números enteros?

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

9. Considera ¿qué aplicar la yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de operaciones con números enteros importante?

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

10. ¿El uso de la yupana dentro del salón de clases mejora su práctica docente?

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

11. Marque en orden de dificultad encontrada, donde 5 es lo más dificultoso y 1 es menos dificultoso, ¿A que problemas se ha enfrentado en la utilización de los recursos didácticos dentro de aula?

DIFICULTADES	1	2	3	4	5
Desconocimiento de algunos recursos					
Adecuar algunos recursos didácticos para usar de acuerdo a los temas y a los momentos de la sesión aprendizaje					
Poca disponibilidad de tiempo para preparar algún recurso didáctico					
Falta de apoyo de los padres de familia y estudiantes para la adquisición materiales					
Poco interés para elaborar					

12. El empleo apropiado de los recursos didácticos conduce a un mejor logro de aprendizajes

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
En desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

GRACIAS POR SU COLABORACION

Anexo 3

Ficha de validación de prueba objetiva - Docente UNACH I



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
 VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA
 COMO RECURSO DIDÁCTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros
Autor: Sepa Analuisa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente
Coherencia: El ítem tiene relación lógica
Pertinencia: El ítem es esencial o importante
Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X		X		X		
2	X		X		X		X		
3	X		X		X		X		
4	X		X		X		X		
5	X		X		X		X		
6	X		X		X		X		

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	<input checked="" type="checkbox"/>	NO APLICABLE	<input type="checkbox"/>	APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	<input type="checkbox"/>
-----------	-------------------------------------	--------------	--------------------------	--	--------------------------

OBSERVACIONES GENERALES:

.....

NOMBRE DEL VALIDADOR: Angelica Maria Urquizo Alcivar C.I. 0602763534	CARGO: Docente	CORREO: aurquizo@unach.edu.ec
FIRMA: 	TELÉFONO: 0997777672	FECHA: 27-07-2023

Anexo 4

Ficha de validación de escala - Docente UNACH I



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
 VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA
 COMO RECURSO DIDÁCTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros
Autor: Sepa Analuisa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente

Coherencia: El ítem tiene relación lógica

Pertinencia: El ítem es esencial o importante

Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X		X		X		
2	X		X		X		X		
3	X		X		X		X		
4	X		X		X		X		
5	X		X		X		X		
6	X		X		X		X		
7	X		X		X		X		
8	X		X		X		X		
9	X		X		X		X		
10	X		X		X		X		
11	X		X		X		X		
12	X		X		X		X		

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	X	NO APLICABLE		APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	
-----------	---	--------------	--	--	--

OBSERVACIONES GENERALES:

.....

.....

NOMBRE DEL VALIDADOR: Angelica Maria Urquiza Alcivar C.I. 0602763534	CARGO: Docente	CORREO: aurquizo@unach.edu.ec
FIRMA: 	TELÉFONO: 0997777672	FECHA: 27-07-2023

Anexo 5

Ficha de validación de prueba objetiva - Docente UNACH 2



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
 VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA
 COMO RECURSO DIDÁCTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros
Autor: Sepa Analuisa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente
Coherencia: El ítem tiene relación lógica
Pertinencia: El ítem es esencial o importante
Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	x		x		x		x		Mejorar la redacción
2	x		x		x		x		
3	x		x		x		x		
4	x		x		x		x		
5	x		x		x		x		
6	x		x		x		x		

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	NO APLICABLE	APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	x
-----------	--------------	--	---

OBSERVACIONES GENERALES:

La pregunta 1 tomar en cuenta lo sugerido

NOMBRE DEL VALIDADOR: Norma Isabel Allauca Sandoval C.I. 0604079533	CARGO: Docente	CORREO: normaisabel.allauca@unach.edu.ec
FIRMA: 	TELÉFONO: 0982541148	FECHA: 27-07-2023

Anexo 6

Ficha de validación de escala - Docente UNACH 2



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
 VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA
 COMO RECURSO DIDACTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros
Autores: Soja Analuisa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente

Coherencia: El ítem tiene relación lógica

Pertinencia: El ítem es esencial o importante

Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1		x		x	x		x		
2	x		x		x		x		
3	x		x		x		x		Revisar signos de pregunta
4		x		x	x		x		mejorar la redacción
5	x		x		x		x		
6	x		x		x		x		
7	x		x		x		x		
8	x		x		x		x		
9	x		x		x		x		
10	x		x		x		x		
11	x		x		x		x		
12	x		x		x		x		

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	NO APLICABLE	APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	A LAS	x
-----------	--------------	--	-------	---

OBSERVACIONES GENERALES:

Tomar en cuenta las sugerencias

NOMBRE DEL VALIDADOR: Norma Isabel Allauca Sandoval C.I. 0604079533	CARGO: Docente	CORREO: normaisabel.allauca@unach.edu.ec
FIRMA: 	TELÉFONO: 0982541148	FECHA: 27-07-2023

Anexo 7

Ficha de validación de prueba objetiva - Docente UNACH 3



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y DE LAS SALUDAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES, MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA COMO RECURSO DIDÁCTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números naturales
Autor: Sepa Analusa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente

Coherencia: El ítem tiene relación lógica

Pertinencia: El ítem es esencial o importante

Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X		X		X		Ver en observaciones
2	X		X		X				Ver en observaciones
3	X		X		X		X		
4	X		X		X				Ver en observaciones
5	X		X		X		X		
6	X		X		X				Ver en observaciones

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	NO APLICABLE	APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	A LAS	X
-----------	--------------	--	-------	---

OBSERVACIONES GENERALES:

Transfalte de validación
Transfalte de validación de esta redacción, operaciones con números naturales

NOMBRE DEL VALIDADOR: Jhonny Patricio Ilbay Cando C.I. 0604650762	CARGO: Docente	CORREO: jhonny.ilbay@unach.edu.ec
FIRMA: <i>Jhonny Ilbay Cando</i>	TELÉFONO: 0980613029	FECHA: 27-07-2023

Anexo 8

Ficha de validación de escala - Docente UNACH 3



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS
 PEDAGOGÍA EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
 VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA ENCUESTA DE LA YUPANA
 COMO RECURSO DIDACTICO



Tema: La yupana como recurso didáctico para el aprendizaje de las operaciones de números enteros
 Autor: Sepa Analuisa Evelyn Jhoana

Instrucciones:

- Evalúe cada ítem indicando una "x" en el criterio de validación correspondiente
- De ser necesario agregue observaciones para modificar, o eliminar un ítem

Claridad: El ítem se comprende fácilmente

Coherencia: El ítem tiene relación lógica

Pertinencia: El ítem es esencial o importante

Suficiencia: El ítem es suficiente

ÍTEM	CRITERIOS A EVALUAR								OBSERVACIONES
	CLARIDAD		COHERENCIA		PERTINENCIA		SUFICIENCIA		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1		X	X		X		X		Revisar observaciones
2	X		X		X		X		Revisar observaciones
3		X	X		X		X		Revisar observaciones
4	X		X		X		X		Revisar observaciones
5		X	X		X		X		Revisar observaciones
6	X		X		X		X		Revisar observaciones
7		X	X		X		X		Revisar observaciones
8		X	X		X		X		Revisar observaciones
9		X	X		X		X		Revisar observaciones
10	X		X		X		X		Revisar observaciones
11	X		X		X		X		—
12	X		X		X		X		—

En consenso a todo el instrumento asigne una "x" en la condición que crea conveniente:

APLICABLE	NO APLICABLE	APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES	X
-----------	--------------	--	---

OBSERVACIONES GENERALES:

Corregir la redacción de los ítems

NOMBRE DEL VALIDADOR: Jhonny Patricio Ilibay Cando C.I. 0604650762	CARGO: Docente	CORREO: jhonny.ilbay@unach.edu.ec
FIRMA: 	TELÉFONO: 0980613029	FECHA: 27-07-2023

GUIA DIDACTICA

USO DE LA YUPANA EN OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS



AUTOR: EVELYN SEPA
TUTOR: HUGO POMBOZA

RIOBAMBA 2024



GUIA DIDÁCTICA

USO DE LA YUPANA EN OPERACIONES CON



NÚMEROS ENTEROS

AUTOR: EVELYN SEPA
TUTOR: HUGO POMBOZA

RIOBAMBA 2024



INDICE

BLOQUE I. GENERALIDADES.....	3
Introducción.....	3
Justificación.....	4
Objetivos.....	5
Objetivo general.....	5
Objetivos específicos.....	5
Fundamentación Teórica.....	5
BLOQUE II. DESARROLLO.....	6
Capítulo 1. Conociendo la Yupana.....	6
Capítulo 2. Números enteros.....	14
Capítulo 3. Suma con la Yupana.....	18
Capítulo 4. Resta con la Yupana.....	28
Capítulo 5. Multiplicación con la Yupana.....	37

BLOQUE I. GENERALIDADES

Introducción

La enseñanza de las operaciones con números enteros en el ámbito educativo presenta múltiples desafíos, principalmente debido a la abstracción y complejidad inherentes a estos conceptos matemáticos. Los estudiantes a menudo enfrentan dificultades para comprender y aplicar operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división de números enteros. En este contexto, surge la necesidad de explorar e implementar herramientas didácticas innovadoras que faciliten el proceso de aprendizaje y promuevan una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos.

La Yupana, un antiguo dispositivo de cálculo utilizado por las civilizaciones preincas y especialmente los incas, ofrece una solución pedagógica única y culturalmente rica. Este instrumento, compuesto por una serie de canales y fichas, permite realizar operaciones matemáticas de manera tangible y visual. Al utilizar la Yupana, los estudiantes pueden manipular físicamente las cantidades y observar los resultados de las operaciones, lo que facilita la comprensión de los conceptos abstractos asociados con los números enteros.

El objetivo principal de esta guía didáctica es proporcionar a los docentes una herramienta práctica y efectiva para mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros mediante el uso de la Yupana. Esta guía está diseñada para ser utilizada con estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa “San Andrés” durante el año 2023, y busca integrar la Yupana en el currículo de matemáticas de manera estructurada y sistemática.

A lo largo de esta guía, se presentarán diversos aspectos esenciales para la implementación de la Yupana en el aula. Primero, se ofrecerá una visión general de la historia y estructura de la Yupana, destacando su relevancia cultural y educativa. Luego, se describirán las funciones básicas de la Yupana y cómo puede ser utilizada para realizar operaciones con números enteros. Se incluirán actividades didácticas específicas que los docentes pueden implementar para guiar a los estudiantes en el uso de la Yupana, acompañadas de ilustraciones y ejemplos prácticos.

Además, se proporcionarán estrategias de evaluación para medir el impacto del uso de la Yupana en la comprensión y habilidades matemáticas de los estudiantes. Se incluirán tanto métodos de evaluación formativa, que permiten una retroalimentación continua durante el proceso de aprendizaje, como métodos de evaluación sumativa, para evaluar el conocimiento adquirido al finalizar las actividades.

En resumen, esta guía didáctica no solo busca mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros, sino también enriquecer el proceso educativo mediante la integración de un recurso culturalmente significativo. Al utilizar la Yupana, los estudiantes no solo desarrollarán una comprensión más sólida de los conceptos matemáticos, sino que también se conectarán con una parte importante de su patrimonio cultural. Esta combinación de educación y cultura tiene el potencial de transformar la enseñanza de las matemáticas, haciendo el aprendizaje más accesible, relevante y significativo para los estudiantes.

Justificación

La educación matemática enfrenta constantes desafíos, especialmente cuando se trata de enseñar conceptos abstractos como las operaciones con números enteros. Los estudiantes a menudo encuentran estos conceptos difíciles de entender y aplicar, lo que puede llevar a una falta de interés y motivación hacia las matemáticas. Ante esta situación, es esencial buscar e implementar estrategias y recursos didácticos innovadores que hagan el aprendizaje más accesible y significativo.

La Yupana, un antiguo dispositivo de cálculo utilizado por las civilizaciones andinas se presenta como una herramienta pedagógica valiosa que puede transformar la enseñanza de las operaciones con números enteros. Su diseño permite que los estudiantes visualicen y manipulen físicamente las cantidades, facilitando una comprensión más concreta y profunda de los números enteros y sus operaciones.

El uso de la Yupana en el aula no solo aborda las dificultades inherentes a la enseñanza de conceptos abstractos, sino que también aporta un componente culturalmente significativo al proceso educativo. Al incorporar un recurso de patrimonio cultural andino, se fortalece la identidad cultural de los estudiantes y se promueve el respeto y la apreciación por su historia y tradiciones. Esto no solo enriquece el contenido curricular, sino que también fomenta un sentido de pertenencia y orgullo cultural entre los estudiantes.

Además, la Yupana fomenta el aprendizaje activo y participativo, permitiendo a los estudiantes interactuar con el material de manera tangible. Esta interacción promueve el desarrollo de habilidades esenciales como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la capacidad de análisis. Estas habilidades son fundamentales no solo para el éxito académico en matemáticas, sino también para la vida cotidiana y el desarrollo personal.

Implementar esta guía didáctica en la Unidad Educativa “San Andrés” permitirá a los docentes contar con una herramienta estructurada y efectiva para mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros. Al proporcionar actividades prácticas, ejemplos visuales y estrategias de evaluación, esta guía facilitará la incorporación de la Yupana en el aula, asegurando que los estudiantes se beneficien de esta metodología innovadora.

En resumen, la justificación para el uso de la Yupana como recurso didáctico radica en su capacidad para hacer más accesible y significativo el aprendizaje de las operaciones con números enteros, al mismo tiempo que se enriquece la experiencia educativa con un valioso componente cultural. Esta guía didáctica ofrece un enfoque práctico y bien fundamentado para lograr estos objetivos, contribuyendo al desarrollo integral de los estudiantes y mejorando su comprensión y habilidades matemáticas

Objetivos

Objetivo general

Proporcionar a los docentes una herramienta práctica y efectiva para mejorar el aprendizaje de las operaciones con números enteros mediante el uso de la Yupana.

Objetivos específicos

- Explicar el uso de la Yupana para realizar operaciones con números enteros.
- Desarrollar actividades didácticas prácticas que integren la Yupana.
- Proveer estrategias de evaluación para medir el aprendizaje.

Fundamentación Teórica

La guía didáctica de operaciones con números enteros se apoya en principios constructivistas, socioculturales, experienciales y de aprendizaje activo, los cuales subrayan la importancia de métodos de enseñanza que sean interactivos, culturalmente relevantes y basados en la experiencia directa.

El uso de la Yupana como recurso didáctico para la enseñanza de operaciones con números enteros no solo facilita una comprensión más profunda de estos conceptos, sino que también enriquece la experiencia educativa al conectar el aprendizaje matemático con el patrimonio cultural de los estudiantes.

Esta integración de teorías y enfoques pedagógicos proporciona una base sólida para la implementación efectiva de la Yupana en el aula, mejorando así el aprendizaje y desarrollo integral de los estudiantes.

BLOQUE II. DESARROLLO

Capítulo 1. Conociendo la Yupana

Resultados de Aprendizaje:

Identificar y describir la estructura, componentes y funcionamiento básico de la Yupana, comprendiendo su origen y relevancia histórica en la civilización andina



Historia de la Yupana y su uso en las civilizaciones Andinas

La Yupana, también conocida como “el ábaco andino”, es un antiguo instrumento de cálculo utilizado por las civilizaciones precolombinas de los Andes, particularmente por los Incas. Su nombre proviene del quechua “yupay,” que significa “contar”. A continuación, se presenta una visión detallada de su historia y uso.

Origen y Desarrollo

Civilizaciones Preincas:

Antes de los Incas, diversas culturas andinas como los Tiahuanaco y los Wari ya utilizaban métodos avanzados para el registro y el cálculo, lo que sugiere un origen antiguo para instrumentos como la Yupana.

Incas:

Durante el Imperio Inca (aproximadamente 1438-1533 d.C.), la Yupana se utilizó ampliamente para realizar cálculos necesarios para la administración del vasto territorio incaico. Los Incas eran conocidos por su sofisticado sistema de contabilidad y registro, que también incluía el uso de los quipus, un sistema de cuerdas y nudos para almacenar datos.

Uso en la Civilización Andina

Cálculos Administrativos:

La Yupana se utilizaba para realizar cálculos administrativos como la distribución de recursos, el registro de cosechas y el control de impuestos. Esto era esencial para la gestión eficiente del imperio incaico.

Educación:

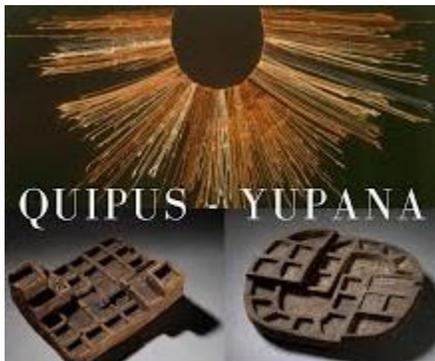
La Yupana también servía como herramienta educativa. Los jóvenes aprendían a usarla para entender conceptos matemáticos básicos y para prepararse para roles administrativos en la sociedad.

Comparación con el Quipu:

Mientras que el quipu se utilizaba más para registrar información cualitativa y cuantitativa, la Yupana era principalmente un instrumento de cálculo. Ambos eran complementarios en el sofisticado sistema administrativo incaico.

Figura 22

La Yupana y el Quipus



Estructura y Componentes de la Yupana

Material

- Tradicionalmente, las Yupanas eran hechas de materiales disponibles en la región, como piedra, madera o cerámica.

Figura 23

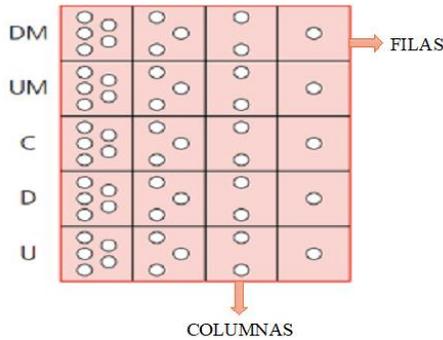
Materiales de las Yupanas



Diseño:

- La Yupana generalmente tiene una forma rectangular.
- Está dividida en varias filas y columnas, formando una cuadrícula.
- Las filas de la Yupana representan diferentes órdenes de magnitud. Por ejemplo, una fila puede representar unidades, otra decena, otra centena, y así sucesivamente.
- Las columnas pueden ser utilizadas para representar números individuales o para realizar operaciones aritméticas.

Figura 24
La Yupana



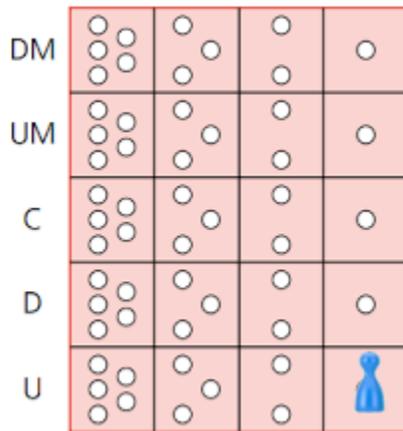
Representación de Números:

- Un número se representa colocando fichas en las celdas correspondientes. Por ejemplo, una ficha en la primera fila y columna puede representar una unidad, mientras que una ficha en la segunda fila y primera columna puede representar diez unidades.

Enumeración

REGLA: Se debe tomar en cuenta que para la enumeración en la yupana no debe haber dos o más fichas en un casillero

- Para el número **1** se le representa con una ficha en la fila de las unidades en el casillero que hay un solo círculo.



- Para el número **2** se le representa con una ficha en la fila de las unidades en el casillero que hay dos círculos.

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número **3** se le representa con una ficha en la fila de las unidades en el casillero que hay tres círculos.

DM				
UM				
C				
D				
U				

- El número **4** se representa con una ficha en el número 3 y otra en el número uno ya que su suma da una totalidad de 4.

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número **5** se representa con una ficha en el casillero que contiene los 5 círculos que están en la fila de las unidades

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número 6 se representa con una ficha en el número 5 y en el número 1 ya que su suma nos da una totalidad de 6

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número 7 de igual forma se representa con una ficha en el casillero del número 5 y otra ficha en el casillero del número dos.

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número 8 hay que colocar una ficha en el casillero número 5 y en el casillero número 3.

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número **9** las fichas estarán colocadas en el casillero número 5 en el casillero número 3 y en el casillero número 1 de las unidades

DM				
UM				
C				
D				
U				

- Para el número **10** debemos colocar en el casillero número 1 de la fila de las decenas y ninguna ficha en la fila de las unidades dándonos ahí el número 10

DM				
UM				
C				
D				
U				

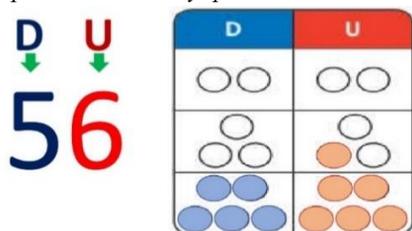
Para los demás números ya se irá tomando en cuenta los 10 primeros números cómo se referencia y solo se representará en la fila correspondiente si es en las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.

Disposición:

- El sistema de numeración utilizado en la Yupana es posicional, similar al ábaco, donde la posición de las fichas representa diferentes valores. Este sistema permitía realizar operaciones aritméticas básicas y complejas.
- La cuadrícula de la Yupana está compuesta por celdas o compartimientos. Cada celda representa una posición en el sistema de numeración posicional.
- Las celdas se utilizan para colocar pequeñas fichas o semillas que representan unidades de valor numérico.
- Cada ficha colocada en una celda específica representa una cantidad según su posición en la fila y columna correspondiente.

Figura 25

Numeración posicional de la yupana



Ejemplo 1.1. Representar en la yupana el número **379**

Paso 1. Comenzamos identificando la posición de cada número

C	D	U
3	7	9

Paso 2. Colocamos la ficha en el casillero 3 de la fila de las centenas.

DM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
C	○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
U	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○

Paso 3. Colocamos la ficha en el casillero 5 y el 2 de la fila de las decenas.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	○ ○ ○	○ ○	○	○

Paso 4. Colocamos la ficha en el casillero 5, 3 y 1 de la fila de las unidades.

RESULTADO:

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	○ ○ ○	○ ○	○	○

PUNTO DE CONTROL

Represente los siguientes números en la yupana 29, 95, 128

Resultados de Aprendizaje:

Comprender y utilizar correctamente los números enteros, incluyendo sus propiedades y operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, y división), para resolver problemas matemáticos de manera efectiva



¿Qué son los Números Enteros?

Los números enteros son un conjunto de números que incluyen todos los números naturales (o números positivos), sus opuestos negativos y el cero. Este conjunto se denota generalmente por la letra \mathbb{Z} (del alemán *Zahlen*, que significa números).

Componentes de los Números Enteros

- **Números Naturales:**

Los números positivos que usamos para contar.

Ejemplos: 1, 2, 3, 4, 5, ...

- **Cero:**

El número que representa la ausencia de cantidad.

Ejemplo: 0

- **Números Enteros Negativos:**

Los opuestos de los números naturales.

Ejemplos: $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$

Representación de los Números Enteros

El conjunto de los números enteros puede representarse como:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Propiedades de los Números Enteros

1. Propiedad de Cierre:

Los números enteros son cerrados bajo las operaciones de suma, resta y multiplicación. Esto significa que, si se suman, restan o multiplican dos números enteros, el resultado siempre será un número entero.

Ejemplo 2.1:

$$3 + (-5) = -2$$

2. Propiedad Conmutativa:

El orden en que se suman o multiplican dos números enteros no afecta el resultado.

Ejemplos 2.2:

- **Suma:** $a + b = b + a$
- **Multiplicación:** $a \times b = b \times a$

3. Propiedad Asociativa:

La forma en que se agrupan tres o más números enteros al sumarlos o multiplicarlos no afecta el resultado.

Ejemplos 2.3:

- **Suma:** $(a + b) + c = a + (b + c)$
- **Multiplicación:** $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

4. Elemento Neutro:

En la suma, el elemento neutro es 0, ya que cualquier número sumado con 0 es el mismo número.

En la multiplicación, el elemento neutro es 1, ya que cualquier número multiplicado por 1 es el mismo número.

Ejemplos 2.4:

- **Suma:** $a + 0 = a$
- **Multiplicación:** $a \times 1 = a$

5. Elemento Inverso:

Para cada número entero a , existe un número entero $-a$ tal que $a + (-a) = 0$

Operaciones con Números Enteros

1. Suma de Números Enteros:

La suma de dos números enteros puede resultar en un número positivo, negativo o cero.

Ejemplos:

$$5 + (-3) = 2$$

$$-7 + 4 = -3$$

2. Resta de Números Enteros:

La resta de dos números enteros implica agregar el opuesto del segundo número al primero.

Ejemplos:

$$7 - 3 = 4$$

$$-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$$

3. Multiplicación de Números Enteros:

La multiplicación de dos números enteros sigue reglas específicas para el signo del resultado.

Positivo × Positivo = Positivo: (+ * += +)	Positivo × Negativo = Negativo: (+ * -= -)
$3 \times 4 = 12$	$3 \times (-4) = -12$
Negativo × Negativo = Positivo: (- * -= +)	Negativo × Positivo = Negativo: (- * += -)
$(-3) \times (-4) = 12$	$(-3) \times 4 = -12$

Ejemplos:

$$4 \times 3 = 12$$

$$(-4) \times 3 = -12$$

$$(-4) \times (-3) = 12$$

4. División de Números Enteros:

La división de dos números enteros puede dar un cociente entero o un número fraccionario.

Positivo × Positivo = Positivo: (+ * += +) **Positivo × Negativo = Negativo: (+ * -= -)**

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div (-3) = -4$$

Negativo × Negativo = Positivo: (- * -= +) **Negativo × Positivo = Negativo: (- * += -)**

$$(-12) \div (-3) = 4$$

$$(-12) \div 3 = -4$$

Ejemplos:

$$8 \div 2 = 4$$

$$(-8) \div 2 = -4$$

$$8 \div (-2) = -4$$

NOTA: No se puede dividir entre cero.

Aplicaciones de los Números Enteros

Matemáticas Financieras:

Los números enteros se utilizan para representar ganancias y pérdidas, créditos y débitos en contabilidad.

Temperaturas:

Las temperaturas pueden ser positivas o negativas y se miden en grados Celsius o Fahrenheit.

Altura y Profundidad:

La altura sobre el nivel del mar se mide en metros positivos, mientras que la profundidad bajo el nivel del mar se mide en metros negativos.

Cronología:

Los años antes y después de Cristo (a.C. y d.C.) se representan utilizando números enteros, con el año 0 como punto de referencia.

Los números enteros son un componente esencial del sistema numérico, fundamental para la aritmética y el álgebra. Su comprensión y manejo son cruciales para el desarrollo de habilidades matemáticas y su aplicación en diversas áreas de la vida cotidiana y profesional.

Resultados de Aprendizaje:

Realizar correctamente operaciones de suma con números enteros utilizando la Yupana, comprendiendo su funcionamiento y aplicando esta herramienta de manera efectiva en la resolución de problemas matemáticos.



Suma de enteros.

La suma de números enteros es una operación aritmética básica que consiste en combinar dos o más números enteros para obtener un único valor total. Los números enteros incluyen tanto los números positivos como los negativos y el cero.

Operación de Suma:

La suma de dos o más números enteros se realiza añadiendo sus valores. Dependiendo del signo de los números (positivo o negativo), el resultado puede ser mayor o menor que los números originales.

Propiedades de la Suma de Números Enteros

Propiedad Conmutativa:

El orden de los sumandos no afecta el resultado.

Ejemplo 3.1: $a + b = b + a$

$$3 + 5 = 5 + 3 = 8$$

Propiedad Asociativa:

La forma en que se agrupan los sumandos no afecta el resultado.

Ejemplo 3.2: $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4) = 9$$

Elemento Neutro:

Sumar cero a cualquier número entero no cambia el valor de ese número.

Ejemplo 3.3: $a + 0 = a$

$$7 + 0 = 7$$

Demostraciones de Suma de Números Enteros

1. Suma de Números Positivos:

$$5 + 7 = 12$$

Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana que es el valor de 5.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 7.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●●	●

Paso 3. Procedemos a sumar ya que hay dos fichas en el número 5 dándonos en $5 + 5 = 10$ correspondiente a una ficha en el casillero uno de las decenas y cero unidades.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●●
U	●●●	●●	●	●

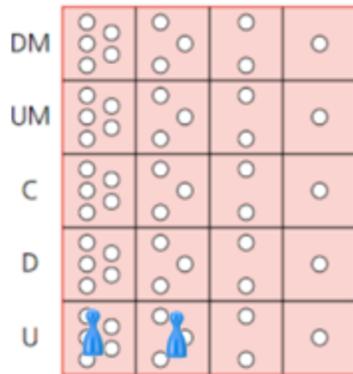
RESPUESTA: Teniendo así el valor de **12**

2. Suma de un Número Positivo y uno Negativo:

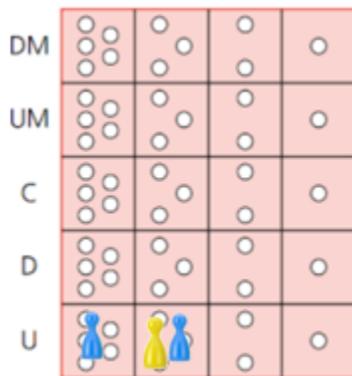
$$8 + (-3) = 5$$

NOTA: En este caso, restamos el valor absoluto del número negativo del positivo.

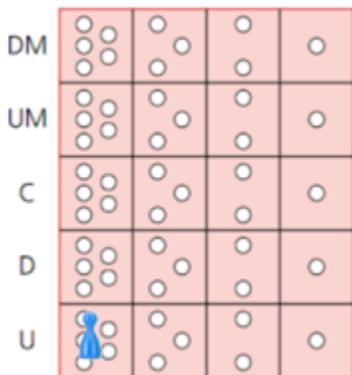
Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana el valor de 8.



Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 3.



Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo en la que nos dice $(+ * -) = -$, restamos los valores que están dos fichas en el casillero 3 de las unidades y conservando el signo del número mayor.



RESPUESTA: Teniendo así el valor de **5** no es necesario colocar el signo ya que el positivo se representa solo con el número.

3. Suma de Números Negativos:

$$-4 + (-6) = -10$$

NOTA: Sumamos los valores absolutos y conservamos el signo negativo.

Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana el valor de 4.

DM	●●●●	●●	●	●
UM	●●●●	●●	●	●
C	●●●●	●●	●	●
D	●●●●	●●	●	●
U	●●●●	●●	●	●

Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 6.

DM	●●●●	●●	●	●
UM	●●●●	●●	●	●
C	●●●●	●●	●	●
D	●●●●	●●	●	●
U	●●●●	●●	●	●

Paso 3. En este caso, aplicamos la ley de signos que indica que el producto de un número positivo y uno negativo da como resultado un número negativo $(+ * -) = -$. Como ambos términos contienen signos negativos, sumamos sus valores y el resultado será negativo, manteniendo el signo del número de mayor valor absoluto. De esta manera, se suman las dos fichas que se encuentran en el casillero 1 de las unidades.

DM	●●●●	●●	●	●
UM	●●●●	●●	●	●
C	●●●●	●●	●	●
D	●●●●	●●	●	●
U	●●●●	●●	●	●

Paso 4. Ahora sumamos los valores del casillero 3 y del casillero 2 que nos da un valor de 5 ya que para representar el numero 5 si tenemos casillero.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 5. Como tenemos más de dos fichas en el casillero 5 procedemos a sumarlas dando un total de 10

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

RESPUESTA: Teniendo así el valor de **-10** ya que se conserva el signo del mayor

4. Suma que Resulta en Cero:

$$6 + (-6) = 0$$

NOTA: En este caso, restamos el valor absoluto del número negativo del positivo.

Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana el valor de 6.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 6.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo en la que nos dice $(+ * -) = -$, conservando el signo del número mayor, por lo tanto, restamos los valores que están dos fichas en el casillero 5 y 1 de las unidades.

DM				
UM				
C				
D				
U				

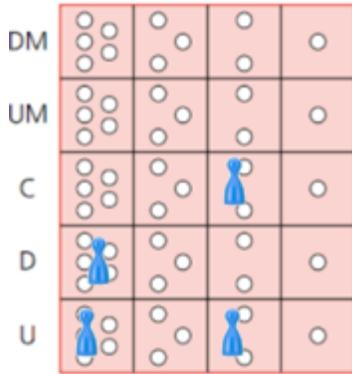
RESPUESTA: Teniendo así el valor de **0** no es necesario colocar el signo ya que es un número neutro.

APLICACIÓN PRÁCTICA.

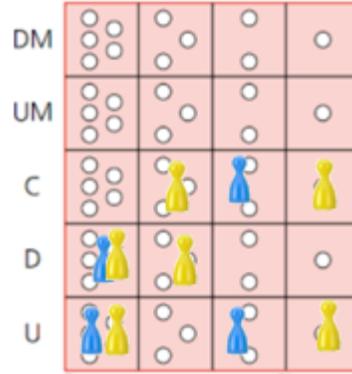


Ejemplo 3.4: Realizar la siguiente suma $257 + (-486)$.

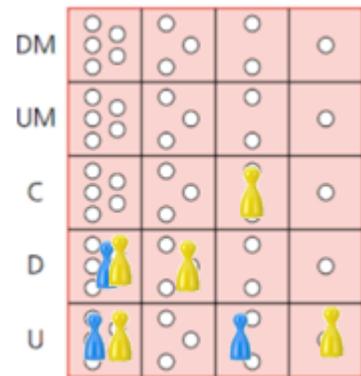
Paso 1. Colocar el primer número que es 257 **Paso 2.** Colocar el segundo número que es 486



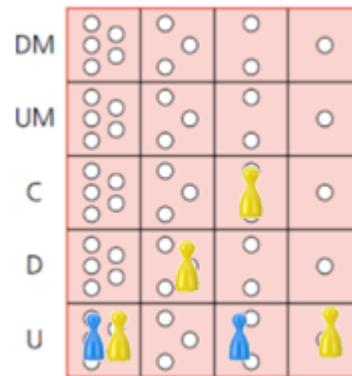
Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo en la que nos dice $(+ * -) = -$, conservando el signo del número mayor, por lo tanto, restamos los valores que están en las centenas.



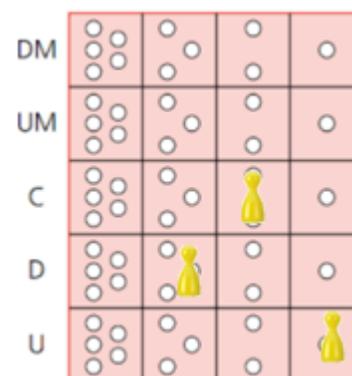
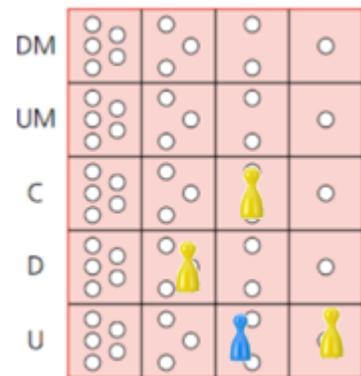
Paso 4. Restamos los valores que están doble ficha en la fila de las decenas



Paso 5. En la fila de las unidades restamos los dos valores que están en el casillero del numero 5



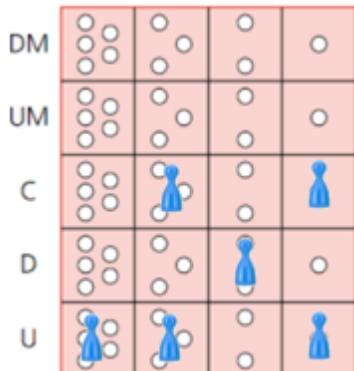
Paso 6. En las unidades seguimos teniendo fichas de diferente color por lo tanto procedemos a restar $2 - 1 = 1$



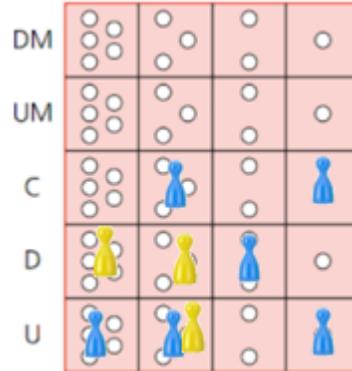
RESPUESTA: Teniendo el valor de -231 ya que conservamos el signo del mayor

Ejemplo 3.5: Realizar la siguiente suma $-429 + (-83)$.

Paso 1. Colocar el primer número que es 429

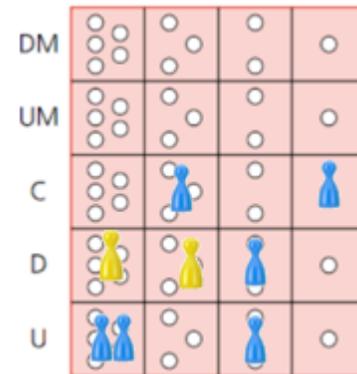
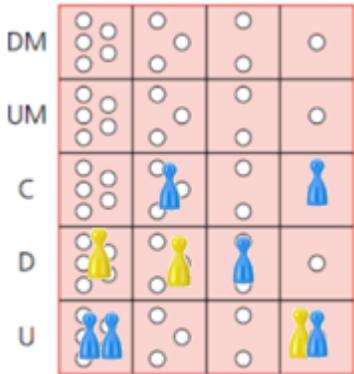


Paso 2. Colocar el segundo número que es 83



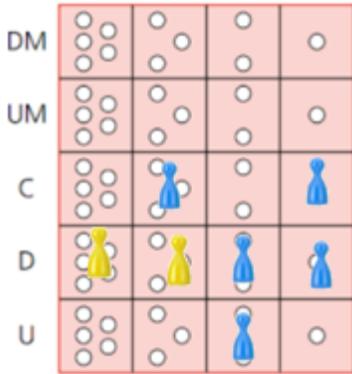
Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo en la que nos dice $(+ * -) = -$, conservando el signo del número mayor, por lo tanto, sumamos comenzando desde las unidades que están dos fichas en su casillero $3 + 3 = 6$.

Paso 4. Sumamos los valores que están en el primer casillero de las unidades $(1 + 1) = 2$

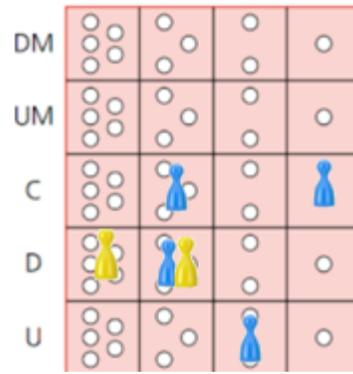


Paso 5. En la fila de las unidades sumamos los dos valores que están en el casillero del número 5 dando 10

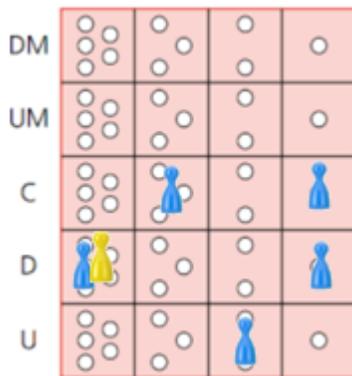
Paso 6. Procedemos a sumar la fila de las decenas comenzando por el $2 + 1 = 3$



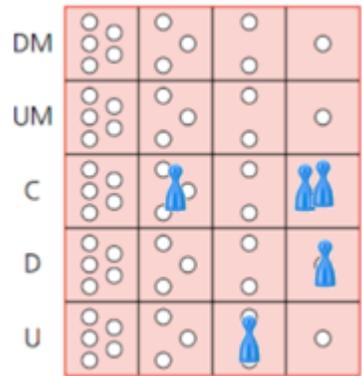
Paso 7. En la fila de las decenas sumamos los dos valores que están en el casillero del número 3 dando 6



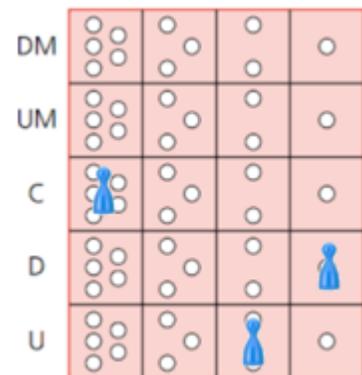
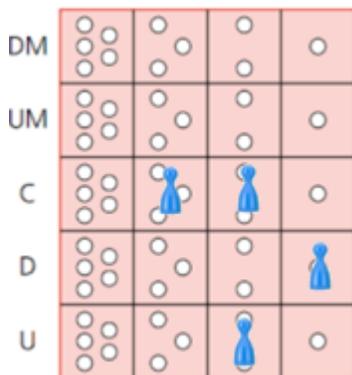
Paso 8. En la fila de las decenas sumamos los dos valores que están en el casillero del número 5 dando 100



Paso 9. En la fila de las centenas sumamos los dos valores que están en el casillero del número 1 dando 2



Paso 10. En la fila de las centenas sumamos los valores den 3 y el 2 dando un resultado de 5 y procedemos a marcar



RESPUESTA: Teniendo el valor de -512 ya que conservamos el signo del mayor.

PUNTO DE CONTROL

Realizar las siguientes sumas en la yupana

$$45 + (-24), \quad -157 + (-39), \quad 1593 + 563$$

Resultados de Aprendizaje:

Realizar correctamente operaciones de resta con números enteros utilizando la Yupana, comprendiendo su funcionamiento y aplicando esta herramienta de manera efectiva en la resolución de problemas matemáticos.



Resta de enteros

La resta de números enteros es una operación aritmética que consiste en encontrar la diferencia entre dos números enteros. Los números enteros incluyen los números positivos, negativos y el cero. Esta operación puede involucrar tanto números positivos como negativos, lo que añade una capa adicional de complejidad en comparación con la resta de solo números positivos.

Propiedades de la Resta de Números Enteros

No es Conmutativa:

A diferencia de la suma, el orden de los números en la resta importa.

Ejemplo 4.1: $a - b \neq b - a$

$$5 - 3 \neq 3 - 5$$

Elemento Neutro:

Restar cero de cualquier número entero no cambia el valor de ese número.

Ejemplo 4.2: $a - 0 = a$

$$7 - 0 = 7$$

Inverso Aditivo:

Restar un número es lo mismo que sumar su inverso aditivo (el número opuesto).

Ejemplo 4.3: $a - b = a + (-b)$

$$7 - 3 = 7 + (-3) = 4$$

Ejemplos de Resta de Números Enteros

1. Resta de Números Positivos:

$$8 - 5 = 3$$

Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana que es el valor de 8.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 5.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 3. Procedemos a restar ya que hay dos fichas en el número 5 dando en $5 - 5 = 0$.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

RESPUESTA: Teniendo así el valor de **3**

2. Resta de un Número Positivo y uno Negativo:

$$8 - (-3) = 8 + 3 = 11$$

NOTA: Al restar un número negativo, se suma su valor absoluto.

Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana que es el valor de 8.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 3.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 3. Procedemos a sumar ya que hay dos fichas en el número 3 dando en $3 + 3 = 6$.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 4. Procedemos a sumar ya que hay dos fichas en el número 5 dando en $5 + 5 = 10$.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	♟
U	○ ○ ○	○ ○	○	♟

RESPUESTA: Teniendo así el valor de **11** con el signo del mayor

3. Resta de Números Negativos:

$$-4 - (-6) = -4 + 6 = 2$$

NOTAS: Al restar un número negativo, se suma su valor absoluto.

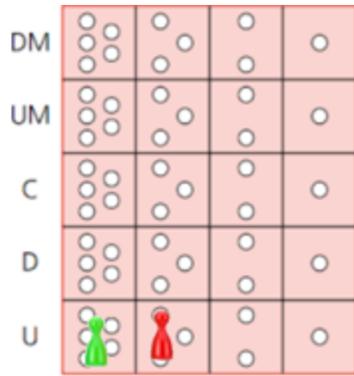
Paso 1. Colocamos el primero valor en la Yupana que es el valor de 4.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	○ ○ ○	♟ ○	○	♟

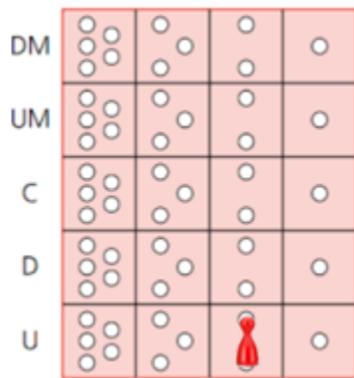
Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 6.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	♟ ○ ○	♟ ○	○	♟ ○

Paso 3. Procedemos a restar ya que hay dos fichas en el número 1 dando en $1 - 1 = 0$.



Paso 4. Procedemos a restar la ficha del número 5 con el 3 dando en $5 - 3 = 2$.

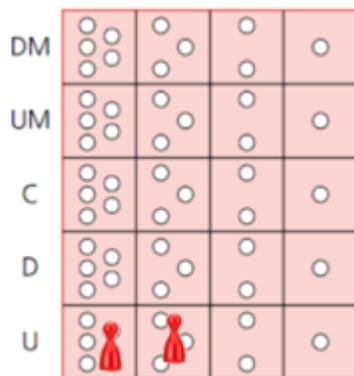


RESPUESTA: Teniendo así el valor de **2** con el signo del mayor

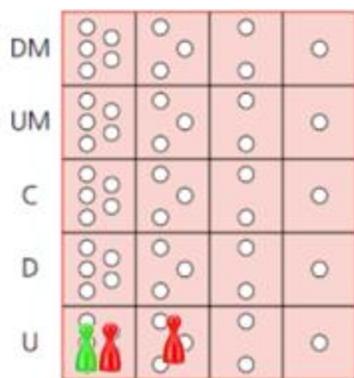
4. Resta que Resulta en un Número Negativo:

$$5 - 8 = -3$$

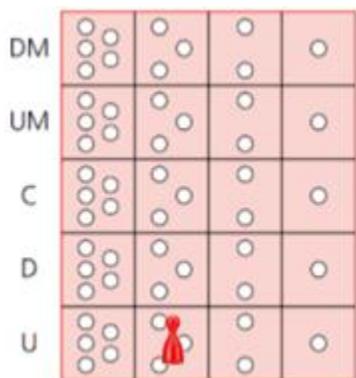
Paso 1. Colocamos el valor más alto de la Yupana que es el valor de 8.



Paso 2. Colocamos el segundo valor que es 5.



Paso 3. Procedemos a restar ya que hay dos fichas en el número 5 dando en $5 - 5 = 0$.



PESPUESTA: Teniendo así el valor de -3 manteniendo el signo del mayor.

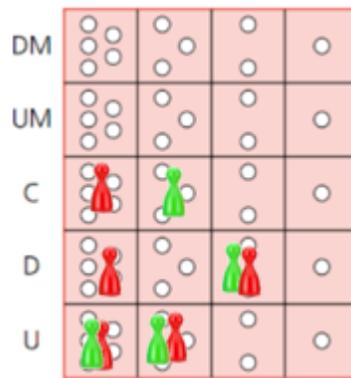
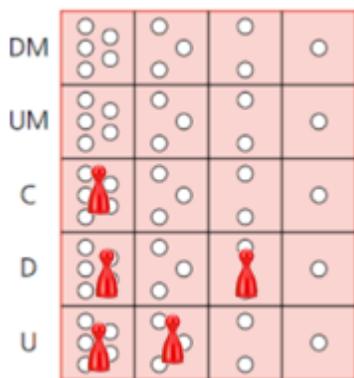
APLICACIÓN PRÁCTICA c



Ejemplo 4.4. Realizar la siguiente resta en el la yupana $-578 - (328)$.

Paso 1. Colocar el primer número que es 578

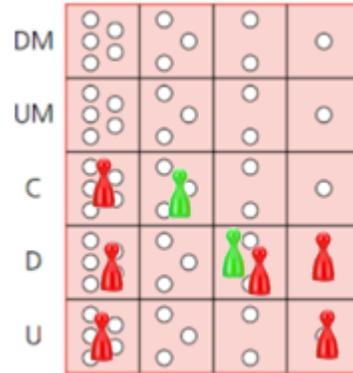
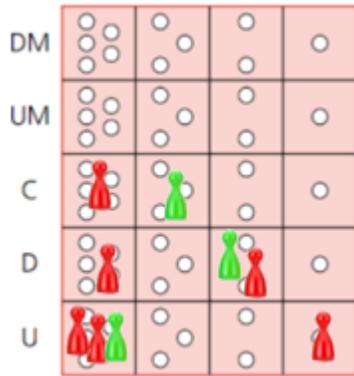
Paso 2. Colocar el segundo número 328



Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo conservando el signo del número mayor,

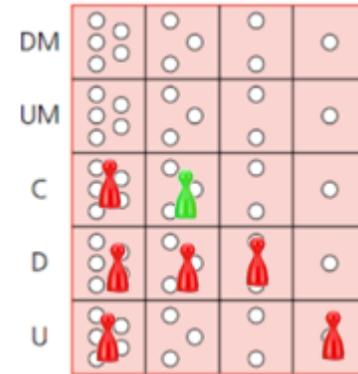
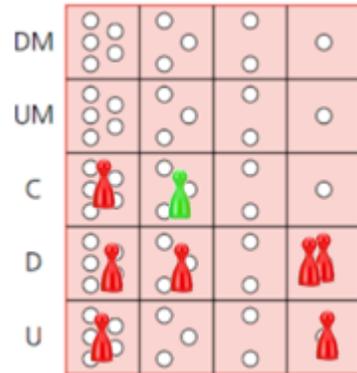
Paso 4. Sumamos los valores del casillero 5 de las unidades de dos en dos

por lo tanto, sumamos los valores que están dos fichas en el casillero 3 de las unidades



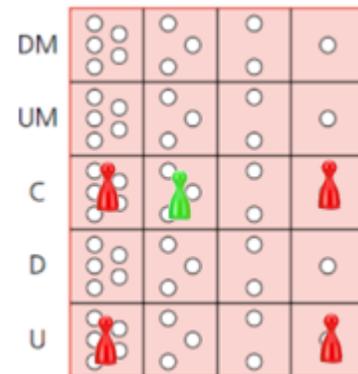
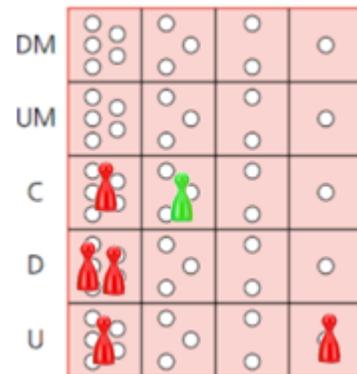
Paso 5. Procedemos a subar el valor del 2 que esta en la fila de las decenas

Paso 6. Sumamos los valores del casillero 1 de las decenas



Paso 7. Sumamos los valores del casillero 3 y 2 de las decenas

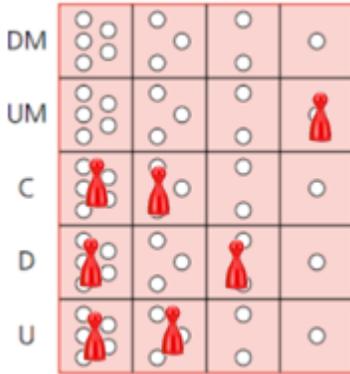
Paso 8. Sumamos los valores del casillero 5 de las decenas porque que se encuentran dos fichas



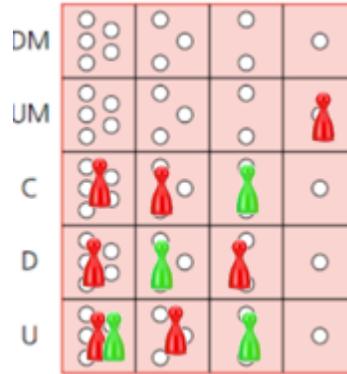
RESPUESTA: Teniendo el valor de -906 ya que conservamos el signo del mayor.

Ejemplo 4.5. Realizar la siguiente resta en la yupana $-1878 - (-237)$.

Paso 1. Colocar el primer número 1878

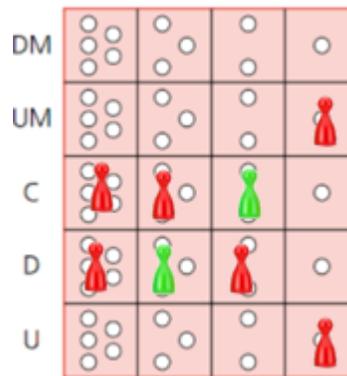
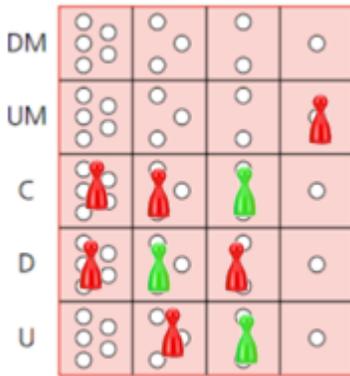


Paso 2. Colocar el segundo número 237



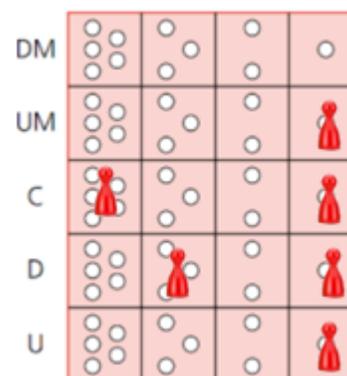
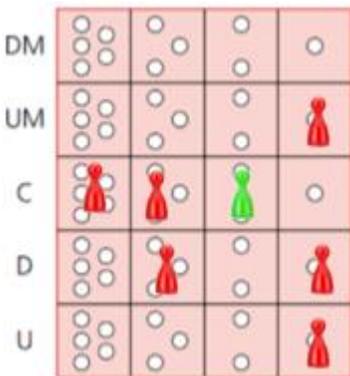
Paso 3. En este caso como se aplica la ley de signo en la que nos dice $(- * -) = +$ conservando el signo del número mayor, por lo tanto, restamos los valores que están dos fichas en un casillero

Paso 4. Restamos los valores de 3 y del 2 en la fila de las unidades



Paso 5. Restamos los valores de 7 y del 3 en la fila de las decenas

Paso 6. Restamos los valores de 8 y del 2 en la fila de las decenas



RESPUESTA: Teniendo el valor de -1641 ya que conservamos el signo del mayor.

PUNTO DE CONTROL

Realizar las siguientes restas en la yupana

$$455 - (-213), \quad -157 - (-359), \quad 1593 - 563$$

Resultados de Aprendizaje:

Realizar correctamente operaciones de multiplicación con números enteros utilizando la Yupana, comprendiendo su funcionamiento y aplicando esta herramienta de manera efectiva en la resolución de problemas matemáticos.



La Multiplicación de Números Enteros

La multiplicación de números enteros es una operación aritmética fundamental que consiste en sumar un número (el multiplicando) tantas veces como lo indica otro número (el multiplicador). Los números enteros incluyen números positivos, negativos y el cero.

Propiedades de la Multiplicación de Números Enteros

- **Propiedad Conmutativa:**

El orden de los factores no afecta el producto.

Ejemplo 5.1: $a * b = b * a$

$$3 * 4 = 4 * 3 = 12$$

- **Propiedad Asociativa:**

La forma en que se agrupan los factores no afecta el producto.

Ejemplo 5.2: $(a * b) * c = a * (b * c)$

$$(2 * 3) * 4 = 2 * (3 * 4) = 24$$

- **Propiedad Distributiva:**

La multiplicación se distribuye sobre la suma.

Ejemplo 5.3: $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$

$$2 * (3 + 4) = (2 * 3) + (2 * 4) = 14$$

- **Elemento Neutro:**

Cualquier número multiplicado por 1 es igual a sí mismo.

Ejemplo 5.4: $a * 1 = a$

$$5 * 1 = 5$$

- **Propiedad del Cero:**

Cualquier número multiplicado por 0 es 0.

Ejemplo 5.5: $a * 0 = 0$

$$7 * 0 = 0$$

Signos en la Multiplicación

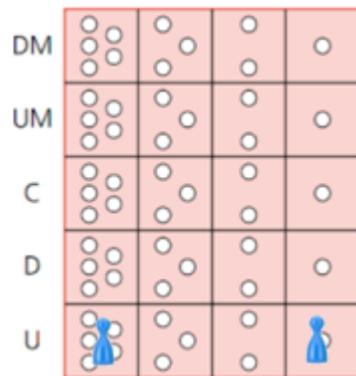
Positivo × Positivo = Positivo: (+ * += +)	Positivo × Negativo = Negativo: (+ * -= -)
$3 \times 4 = 12$	$3 \times -4 = -12$
Negativo × Negativo = Positivo: (- * -= +)	Negativo × Positivo = Negativo: (- * += -)
$-3 \times -4 = 12$	$-3 \times 4 = -12$

Ejemplos de Multiplicación de Números Enteros

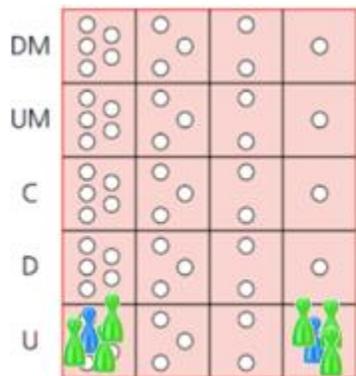
1. Multiplicación de Números Positivos:

$$6 * 4 = 24$$

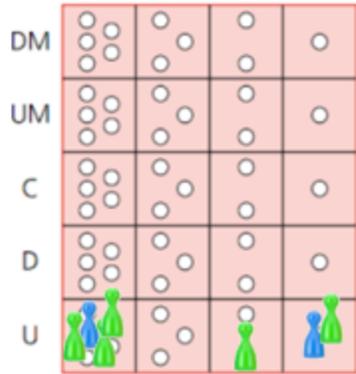
Paso 1. Colocamos el número del multiplicando 6.



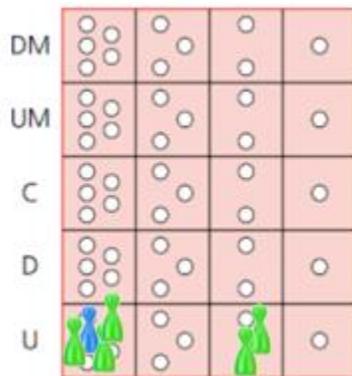
Paso 2. Repetimos las veces que me indica el multiplicador el número del multiplicando



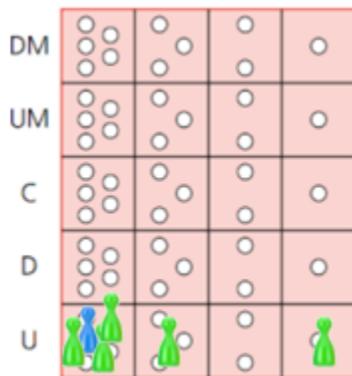
Paso 3. Procedemos a sumar de dos fichas en dos comenzando desde el uno.



Paso 4. Repetimos el paso anterior en el casillero 1 de las unidades.



Paso 5. Repetimos el paso anterior en el casillero 2 de las unidades.



Paso 6. Repetimos el paso 3 ahora en el casillero 5 de las unidades.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 7. Sumamos las dos fichas del casillero 5 de las unidades

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 8. Sumamos las dos fichas del casillero 1 de las decenas

DM				
UM				
C				
D				
U				

RESPUESTA: Teniendo así el valor de **24** con el signo del positivo

2. Multiplicación de un Número Positivo y uno Negativo:

$$7(-3) = -21$$

Paso 1. Colocamos el número del multiplicando 7.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 2. Repetimos las veces que me indica el multiplicador al número del multiplicando

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 3. Procedemos a sumar de dos fichas en dos comenzando desde el dos.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 4. Repetimos el paso anterior en el casillero 5 de las unidades.

DM				
UM				
C				
D				
U				

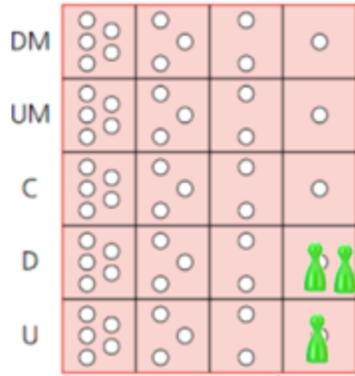
Paso 5. Sumamos los valores del casillero 1 y 2 de las unidades.

DM				
UM				
C				
D				
U				

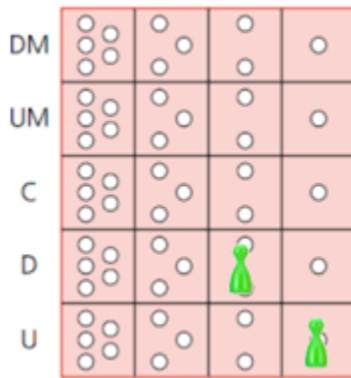
Paso 6. Sumamos las dos fichas del casillero 3 de las unidades.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 7. Sumamos las dos fichas del casillero 5 de las unidades



Paso 8. Sumamos las dos fichas del casillero 1 de las decenas

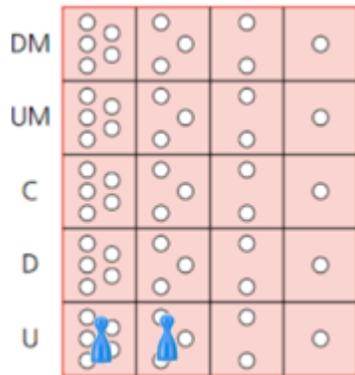


RESPUESTA: Teniendo así el valor de **-21** con el signo del negativo por la ley de signos

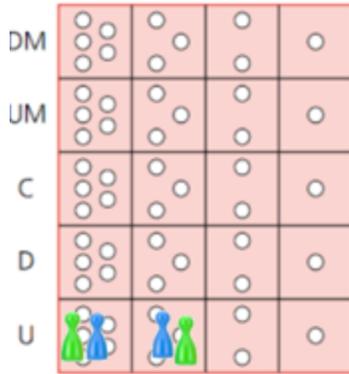
3. Multiplicación de Números Negativos:

$$-8(-2) = 16$$

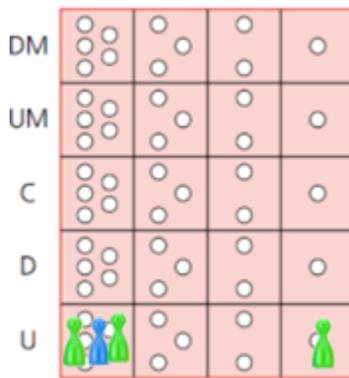
Paso 1. Colocamos el número del multiplicando 8.



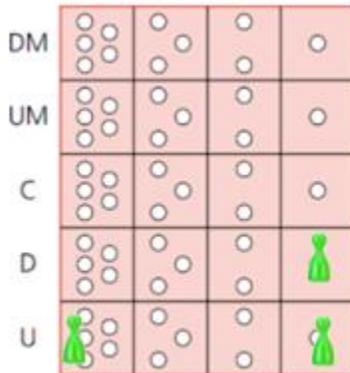
Paso 2. Repetimos las veces que me indica el multiplicador al número del multiplicando



Paso 3. Procedemos a sumar las dos fichas del casillero 3 de las unidades.



Paso 4. Repetimos el paso anterior en el casillero 5 de las unidades.



RESPUESTA: Teniendo así el valor de **16** con el signo del positivo por la ley de signos

4. Multiplicación por Cero:

$$9 * 0 = 0$$

Cuando se multiplica cualquier número por cero, el resultado siempre es cero. Esto se debe a la definición misma de la multiplicación y las propiedades del número cero.

5. **Multiplicación por 10, 100, 1000:**

$$-89 * 100 = -8900$$

Paso 1. Colocamos el valor del multiplicando 89

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	● ●	● ●	○	○
U	● ●	● ●	○	●

Paso 2. Al proceder a multiplicar saltamos hacia arriba los puestos que marchan los ceros del multiplicador

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	● ●	● ●	○	○
C	● ●	● ●	○	●
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	○ ○ ○	○ ○	○	○

NOTA Como teníamos el valor de 100 y él tiene dos ceros se procedió a subir dos puestos hacia arriba

RESULTADO: Teniendo como resultado -8900 con signo negativo por la ley de signos.

APLICACIÓN PRÁCTICA



Ejemplo 5.6: Realizar la siguiente multiplicación en la yupana

$$689 * (-2) = -1378$$

Paso 1. Colocar el multiplicando 689

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ●	○ ○	○	●
D	● ●	● ●	○	○
U	● ●	● ●	○	●

Paso 2. Colocar las veces que nos dice el multiplicador al multiplicando

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ● ●	○ ○	○	● ●
D	● ● ●	● ● ●	○	○
U	● ● ●	● ● ●	○	● ●

Paso 3. Procedemos a sumar en la fila de las unidades el casillero del número 1

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ● ●	○ ○	○	● ●
D	● ● ●	● ● ●	○	○
U	● ● ●	● ● ●	●	○

Paso 4. Sumamos los valores que están en el casillero 3 de las unidades ($3 + 3 = 6$)

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ● ●	○ ○	○	● ●
D	● ● ●	● ● ●	○	○
U	● ● ● ●	○ ○	●	●

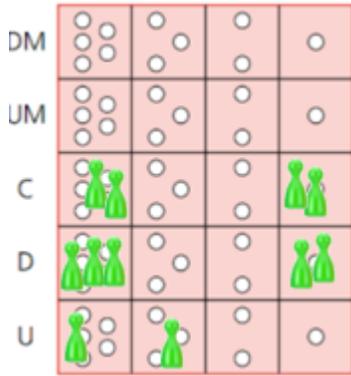
Paso 5. En la fila de las unidades sumamos los dos valores que están en el casillero del número 5 de dos en dos

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ● ●	○ ○	○	● ●
D	● ● ●	● ● ●	○	●
U	● ● ● ●	○ ○	● ●	○

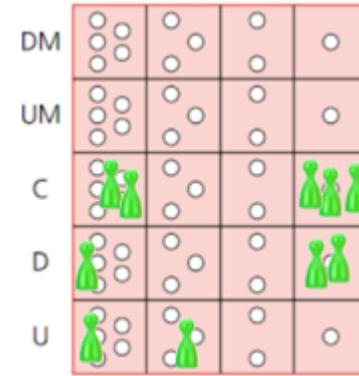
Paso 6. Procedemos a sumar la fila de las unidades en el casillero 1 y 2.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	● ● ●	○ ○	○	● ●
D	● ● ●	● ● ●	○	●
U	● ● ● ●	○ ○	○	○

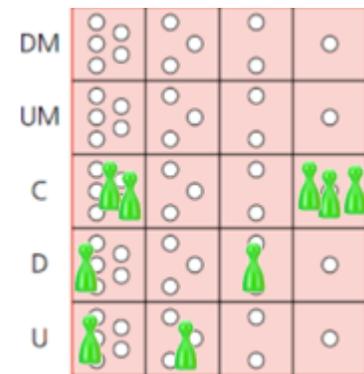
Paso 7. En la fila de las decenas sumamos los dos valores que están en el casillero del número 3 dando 6



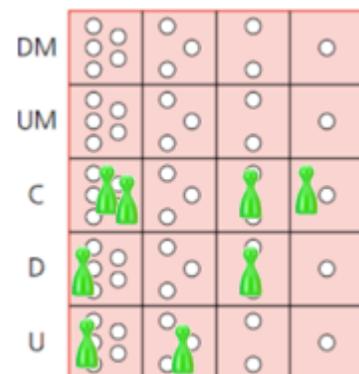
Paso 8. En la fila de las decenas sumamos los dos valores que están en el casillero 5



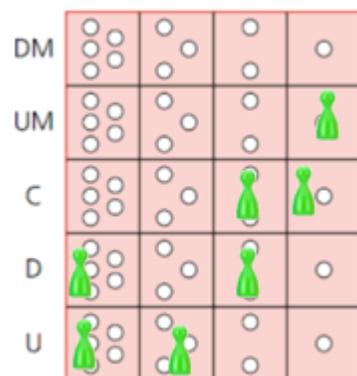
Paso 9. Continuar en las decenas, sumar los dos valores que están en el casillero del número 1 dando 2



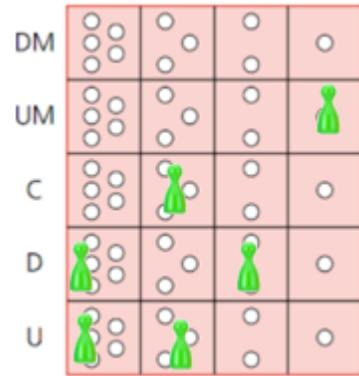
Paso 10. En la fila de las centenas sumamos los valores que están en el casillero 1 de dos en dos



Paso 11. En la fila de las centenas sumamos los valores que están en el casillero 5



Paso 12. En la fila de las centenas sumamos los valores que están en el casillero 2 y el 1



RESPUESTA: Teniendo el valor de -1378 con signo negativo por la ley de signos

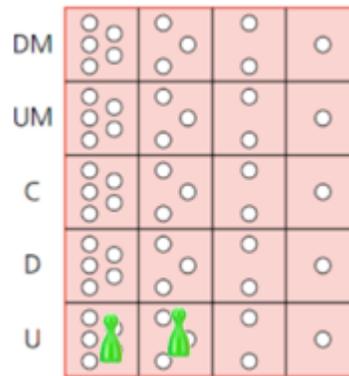
Ejemplo 5.7: Realizar la siguiente multiplicación en la yupana

$$-8 * (-120) = 960$$

Paso 1. Como el multiplicador es un valor grande procedemos a descomponer la multiplicación

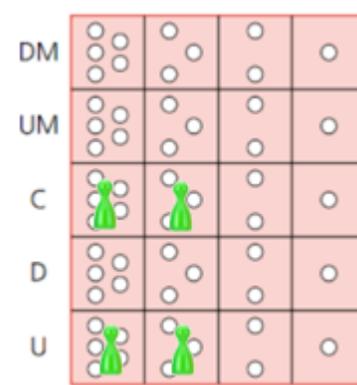
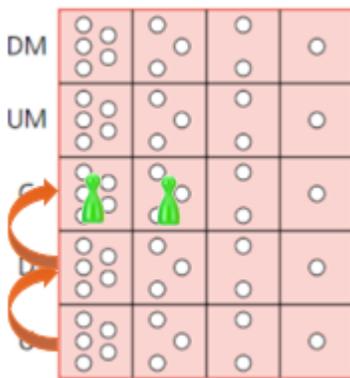
Paso 2. Procedemos a ubicar el multiplicando

$$(8 * 100) + (8 * 10) * 2$$



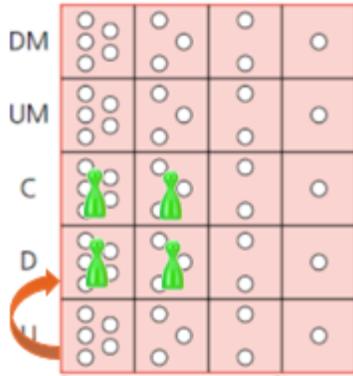
Paso 3. Procedemos a realizar la primera parte de la operación que es $(8 * 100)$

Paso 4. Procedemos a realizar la segunda parte de la operación para ellos colocamos nuevamente el multiplicando

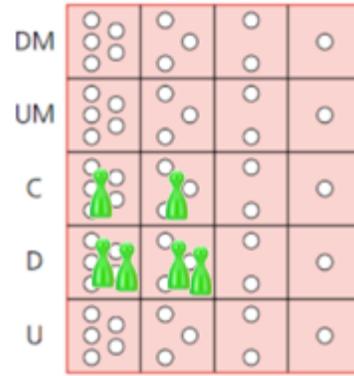


Paso 5. Al valor de las unidades le multiplicamos por el 10

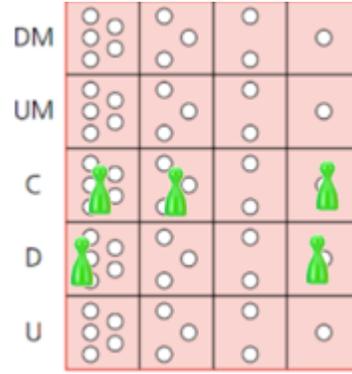
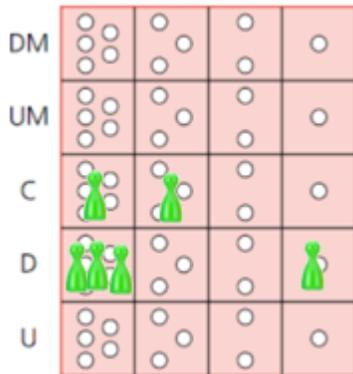
Paso 6. Ahora al valor de las decenas le multiplimos por 2



Paso 7. Procedemos a sumar los valores del casillero 3 de las decenas



Paso 8. En la fila de las decenas sumamos los dos valores que están en el casillero del número 5



RESPUESTA: Teniendo el valor de 960 con signo positivo por la ley de signos.

PUNTO DE CONTROL

Realizar las siguientes multiplicaciones en la yupana

$-245(-3), \quad 163(-4), \quad -5 * (130)$

Resultados de Aprendizaje:

Comprender y aplicar correctamente la técnica de división utilizando la Yupana, facilitando el aprendizaje de operaciones de división con números enteros mediante el uso de esta herramienta ancestral.



La División de Números Enteros

La división de números enteros es una operación aritmética que consiste en distribuir un número (el dividendo) en un número determinado de partes iguales (el divisor). El resultado de esta operación se llama cociente. Los números enteros incluyen tanto los números positivos como los negativos y el cero.

Propiedades de la División de Números Enteros

- **No es Conmutativa:**

El orden de los números en la división importa.

Ejemplo 6.1: $a \div b \neq b \div a$

$$10 \div 2 \neq 2 \div 10$$

- **No es Asociativa:**

La forma en que se agrupan los números en la división importa.

Ejemplo 6.2: $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

$$(8 \div 4) \div 2 \neq 8 \div (4 \div 2)$$

- **Elemento Neutro:**

Cualquier número dividido por 1 es igual a sí mismo.

Ejemplo 6.3: $a \div 1 = a$

$$7 \div 1 = 7$$

- **División por Cero:**

No está definida la división entre cero.

Ejemplo 6.4: $a \div 0$ no está definido.

$5 \div 0$ no tiene un resultado en los números enteros.

- **Cero Dividido por un Número:**

Cero dividido por cualquier número distinto de cero es cero.

Ejemplo 6.5: $0 \div a = 0$

$$0 \div 5 = 0$$

Signos en la División

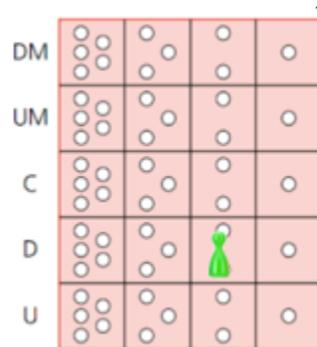
Positivo \times Positivo = Positivo: (+ * += +)	Positivo \times Negativo = Negativo: (+ * -= -)
$12 \div 3 = 4$	$12 \div -3 = -4$
Negativo \times Negativo = Positivo: (- * -= +)	Negativo \times Positivo = Negativo: (- * += -)
$-12 \div -3 = 4$	$-12 \div 3 = -4$

Ejemplos de División de Números Enteros

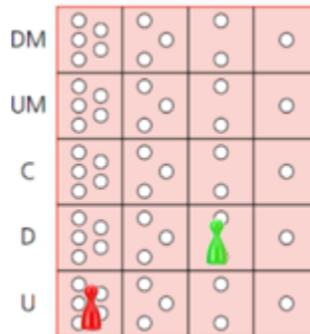
1. División de Números Positivos:

$$20 \div 4 = 5$$

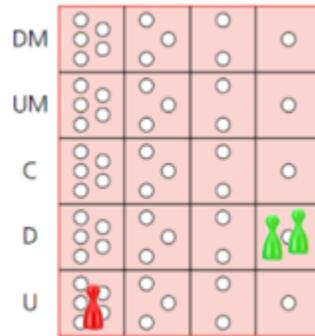
Paso 1. Colocamos el número del del dividiendo 20.



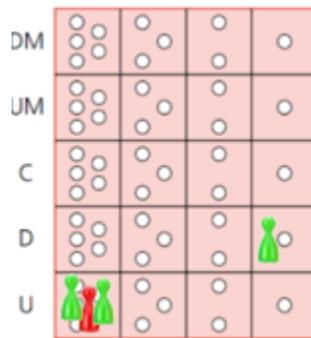
Paso 2. Colocamos el valor del divisor con otro color de fichas.



Paso 3. Transformamos el valor del dividiendo hasta poder llegar a tener fichas en el valor del divisor. En este caso el valor del 2 de la fila de las decenas se la puede representar con dos fichas en el casillero uno



Paso 4. Transformar las fichas de las decenas ya que una decena significa 2 fichas en el valor del casillero 5 de las unidades.



Paso 5. Como ya hay valores del dividendo en el divisor proceder a realizar la división. Como tenemos dos fichas del dividendo en el divisor marcamos esas dos fichas como resultado.



Paso 6. Repetimos el paso 4 las fichas de las decenas ya que una decena significa 2 fichas en el valor del casillero 5 de las unidades.

DM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
U	♟️ ♟️	○ ○	○ ○	○

Paso 5. Como ya tenemos valores del dividendo en el divisor procedemos a realizar la división. Como tenemos dos fichas del dividendo en el divisor marcamos esas dos fichas como resultado.

DM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
U	♟️	○ ○	○ ○	○

PESPUESTA: Teniendo así el valor de 4 con el signo del positivo por la ley de signos, tomando en cuenta que en la división la respuesta no es el valor que se observa dentro de la yupana, sino el valor de las fichas exteriores

2. División de un Número Positivo por uno Negativo:

$$15 \div (-3) = -5$$

Paso 1. Colocamos el número del dividendo 15.

DM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○ ○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○ ○	♟️
U	♟️	○ ○	○ ○	○

Paso 2. Colocamos el valor del divisor con otro color de fichas.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	♟
U	♟	♟	○	○

Paso 3. Transformamos el valor del dividendo hasta poder llegar a tener fichas en el valor del divisor. En este caso el valor del 5 de la fila de las unidades se la puede representar con una ficha en el casillero tres y en el dos

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	♟
U	○	♟	♟	○

Paso 4. Como ya tenemos valores del dividendo en el divisor procedemos a realizar la división. Como tenemos dos fichas del dividendo en el divisor marcamos esta ficha como resultado.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	♟
U	○	♟	♟	○

Paso 5. Transformar las fichas de las decenas ya que una decena significa 2 fichas en el valor del casillero 5 de las unidades.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	♟ ♟	♟	♟	○ ♟

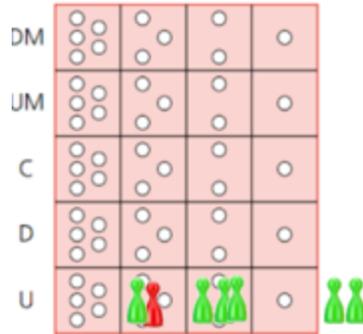
Paso 6. Transformamos el valor del dividendo hasta poder llegar a tener fichas en el valor del divisor. En este caso el valor del 5 de la fila de las unidades se la puede representar con una ficha en el casillero tres y en el dos

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	♟ ♟	♟ ♟	♟	○ ♟

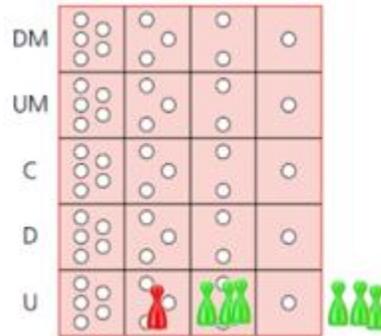
Paso 7. Como ya tenemos valores del dividendo en el divisor procedemos a realizar la división. Como tenemos dos fichas del dividendo en el divisor marcamos esa ficha como resultado.

DM	○ ○ ○	○ ○	○	○
UM	○ ○ ○	○ ○	○	○
C	○ ○ ○	○ ○	○	○
D	○ ○ ○	○ ○	○	○
U	♟ ♟	♟	♟ ♟	○ ♟ ♟

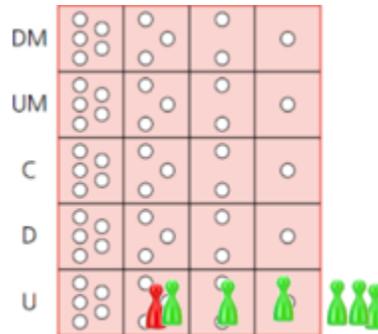
Paso 8. Descomponemos el valor 5 que tenemos en las unidades.



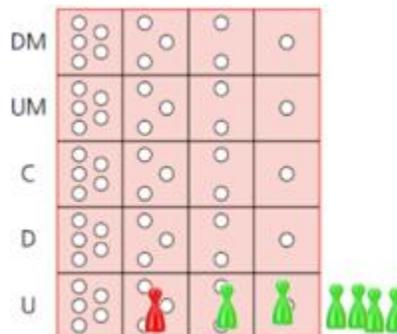
Paso 9. Marcamos otro resultado más ya que tenemos dos valores.



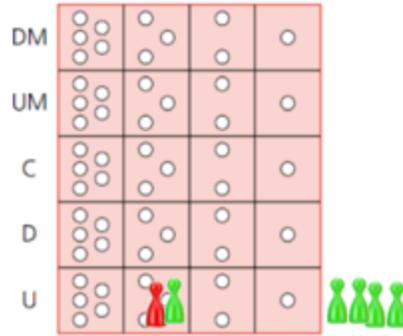
Paso 10. Procedemos a sumar los valores que tenemos en el casillero del dos.



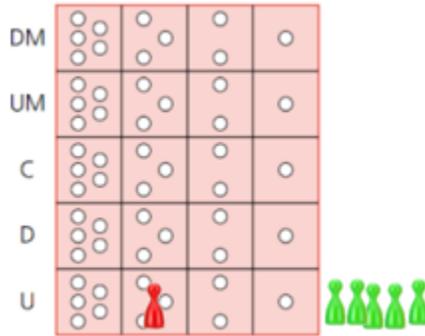
Paso 11. Marcamos otra respuesta



Paso 12. Sumamos el valor de los casilleros del 2 y del 1 de las unidades



Paso 13. Marcamos otro resultado.

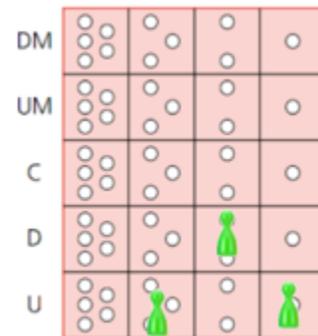


RESPUESTA: Teniendo así el valor de -5 con el signo del negativo por la ley de signos

3. **División de Números Negativos:**

$$-24 \div -6 = 4$$

Paso 1. Colocamos el número del del dividiendo 24.



Paso 2. Colocamos el valor del divisor con otro color de fichas.

DM	●●●●	●●●	●●	●
UM	●●●●	●●●	●●	●
C	●●●●	●●●	●●	●
D	●●●●	●●●	●●	●
U	●●●●	●●●	●●	●

Paso 3. En este caso el valor del 2 de la fila de las decenas se la puede representar con dos fichas en el casillero uno

DM	●●●●	●●●	●●	●
UM	●●●●	●●●	●●	●
C	●●●●	●●●	●●	●
D	●●●●	●●●	●●	●●●●
U	●●●●	●●●	●●	●●●●

Paso 4. Transformar las fichas de las decenas ya que una decena significa 2 fichas en el valor del casillero 5 de las unidades.

DM	●●●●	●●●	●●	●
UM	●●●●	●●●	●●	●
C	●●●●	●●●	●●	●
D	●●●●	●●●	●●	●●●●
U	●●●●	●●●	●●	●●●●

Paso 5. Como ya tenemos valores del dividiendo en el divisor procedemos a realizar la división, marcando el resultado.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

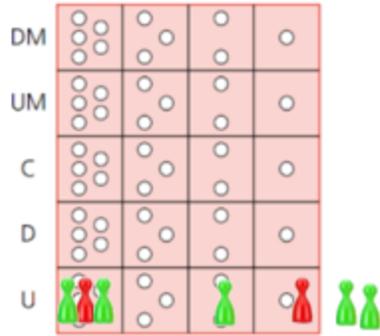
Paso 6. Transformamos el valor del 3 de la fila de las unidades se la puede representar con una ficha en el casillero dos y en el uno

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

Paso 7. Como ya tenemos valores del dividendo en el divisor marcamos esa ficha como resultado.

DM	●●●	●●	●	●
UM	●●●	●●	●	●
C	●●●	●●	●	●
D	●●●	●●	●	●
U	●●●	●●	●	●

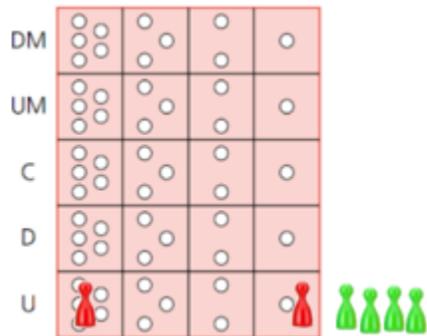
Paso 8. Descomponemos el valor 1 del casillero de la fila de las decenas que corresponde a dos fichas en el casillero 5 de las unidades.



Paso 9. Descomponer el valor de dos de la fila de las unidades.



Paso 10. Marcamos las otras respuestas.



RESPUESTA: Teniendo así el valor de 4 con el signo del positivo por la ley de signos

4. División que Resulta en un Número Negativo:

$$-18 \div 3 = -6$$

Paso 1. Colocamos el número del del dividiendo 18.

DM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
UM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
C	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
D	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
U	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Paso 2. Colocamos el valor del divisor con otro color de fichas.

DM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
UM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
C	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
D	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
U	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Paso 3. En este caso el valor del 1 de la fila de las decenas se la puede representar con dos fichas en el casillero 5 de las unidades

DM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
UM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
C	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
D	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
U	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Paso 4. Como ya tenemos valores del dividendo en el divisor procedemos a realizar la división. marcando el resultado.

DM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
UM	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
C	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
D	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
U	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Paso 5. Transformamos el valor del 5 de la fila de las unidades, representando con una ficha en el casillero dos y en el tres de la misma fila.

DM				
UM				
C				
D				
U				

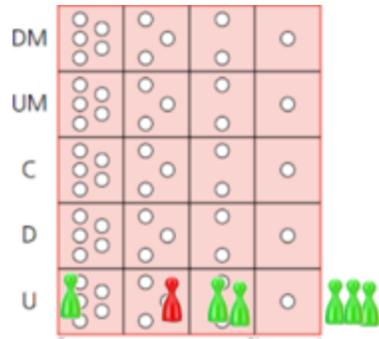
Paso 6. Volvemos a marcar otra ficha como resultado.

DM				
UM				
C				
D				
U				

Paso 7. Transformamos el valor del 5 de la fila de las unidades se la puede representar con una ficha en el casillero dos y en el tres.

DM				
UM				
C				
D				
U				

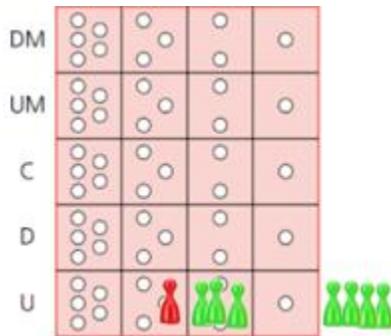
Paso 8. Volvemos a marcar otro resultado.



Paso 9. Volver a descomponer el valor 5 de las unidades.



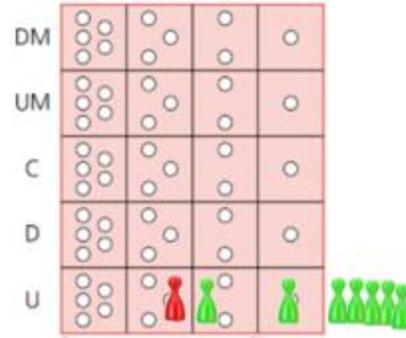
Paso 10. Volvemos a marcar otro resultado.



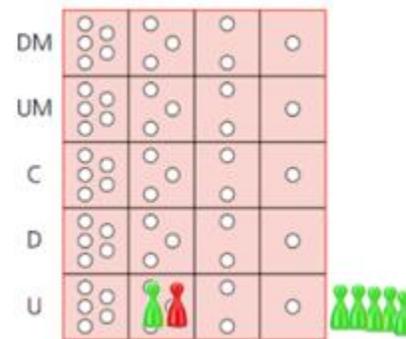
Paso 11. Sumar los valores que se encuentran en el casillero dos de las unidades.



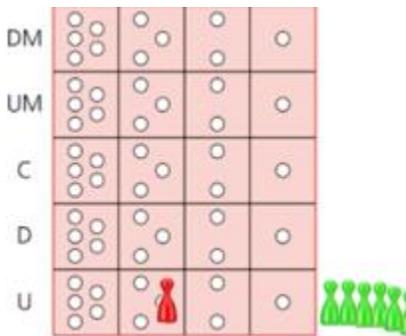
Paso 12. Marcar una ficha as al resultado



Paso 13. Sumar los valores que se encuentran en el casillero dos y el uno de las unidades.



Paso 14. Marcar una ficha más al resultado.



PESPUESTA: Teniendo así el valor de -6 con el signo del negativo por la ley de signos

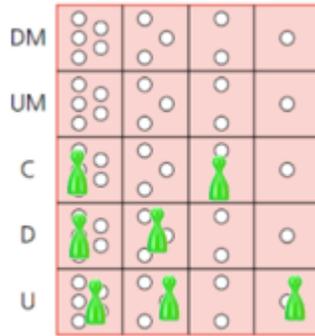
APLICACIÓN PRÁCTICA c



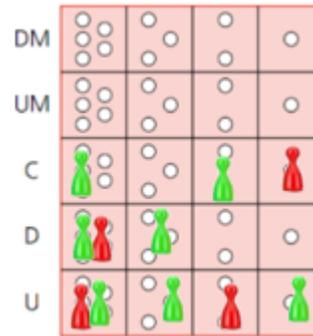
Ejemplo 5.6: Realizar la siguiente división en la yupana

$$789 \div (-157) = -5 \text{ con residuo de } 4$$

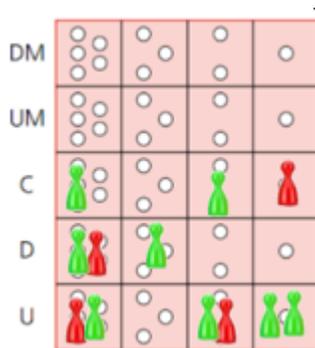
Paso 1. Colocar el dividendo 789



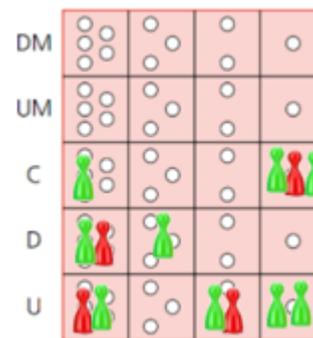
Paso 2. Colocar el divisor con otro color de fichas



Paso 3. Transformar el valor del 3 de las unidades



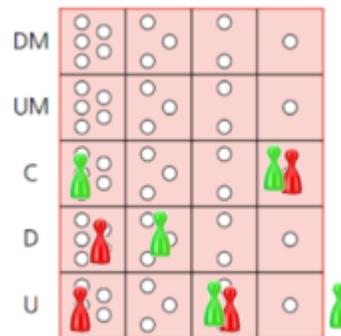
Paso 4. Transformar el valor del 2 de las centenas



Paso 5. Marcar el primer valor de la respuesta.



Paso 6. Sumar los valores del casillero 1 de la fila de las unidades.

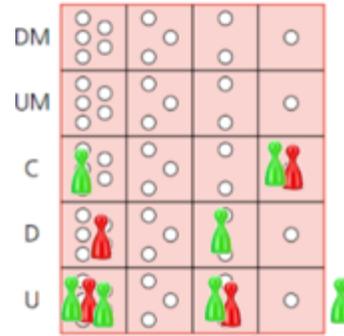


Paso 7. Transformar el valor del 3 de la fila de las decenas

Paso 8. Transformar el valor del 1 de la fila de las decenas.



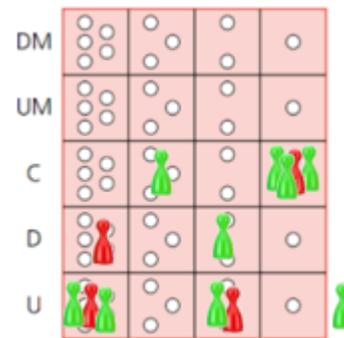
Paso 9. Transformar el vaor del casillero 5 de las centenas.



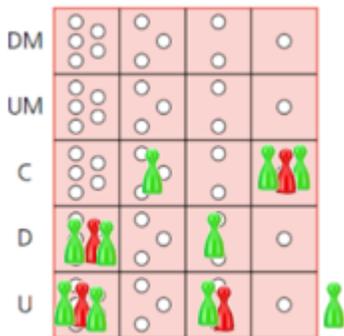
Paso 10. Transformar el valor del dos de las centenas



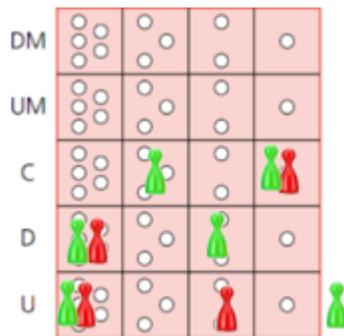
Paso 11. Transformar el valor del uno de las centenas



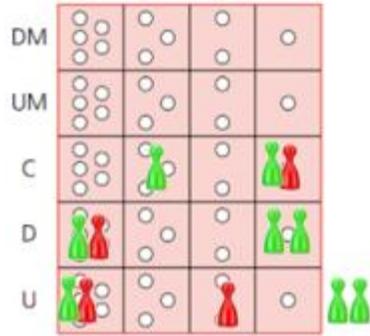
Paso 12. Marcar un valor como respuesta



Paso 13. Transformar el valor del dos de las decenas.



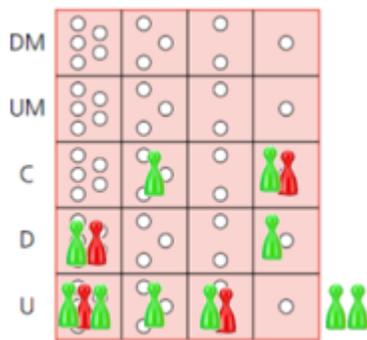
Paso 14. Transformar el valor del 5 de las unidades



Paso 15. Transformar el valor del uno de las decenas.



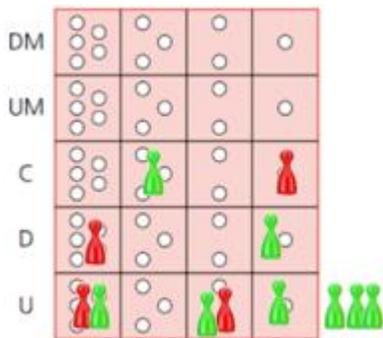
Paso 16. Marcar un valor como respuesta.



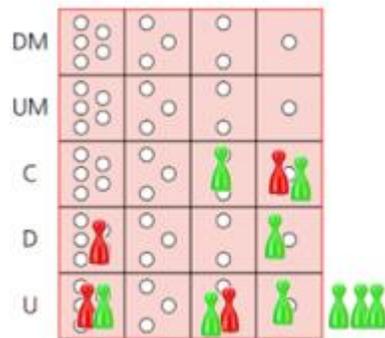
Paso 17. Transformar el valor del tres de las unidades.



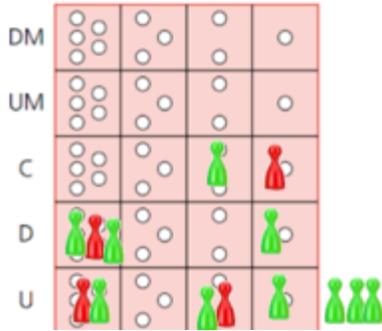
Paso 18. Transformar el valor del tres de las centena.



Paso 19. Transformar el valor del uno de las centena.



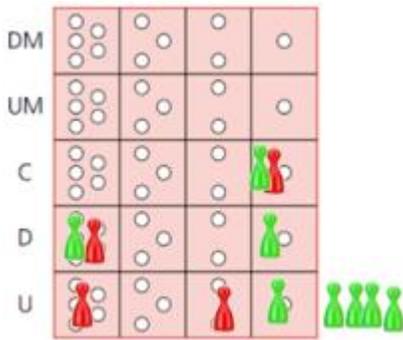
Paso 20. Transformar el valor del dos de las centena.



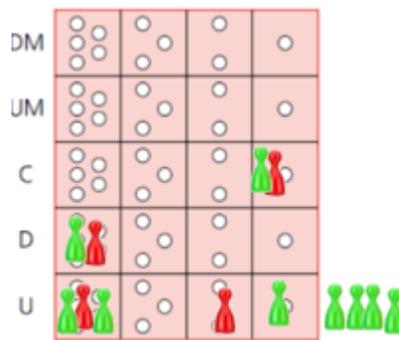
Paso 21. Marcar un valor como respuesta.



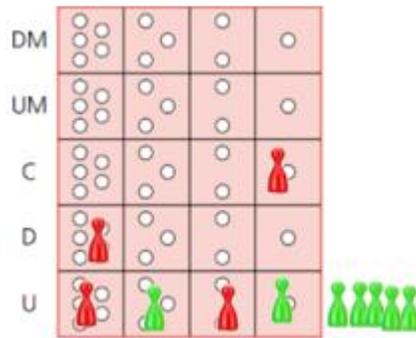
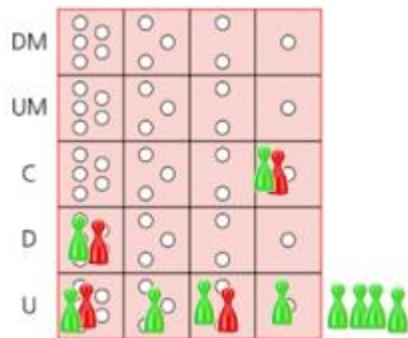
Paso 22. Transformar el valor del uno de las decenas.



Paso 22. Transformar el valor del 5 de las unidades.



Paso 23. Marcamos otro valor para el resultado.



RESPUESTA: Teniendo el valor de -5 con signo negativo por la ley de signos y con un residuo de 4.

PUNTO DE CONTROL

Realizar las siguientes divisiones en la yupana.

$$-30 \div (-6),$$

$$140 \div (-35),$$

$$-654 \div (163)$$

Bibliografía

- Acosta, J. (1590). *Historia natural y moral de las Indias*.
- BURNS, G. W. (s.f.). *La tabla de cálculo de los incas*. Lima: Boletín de Lima. . Obtenido de Boletín de Lima. .
- Quispe, J. (2013). *Cálculos incas: La Yupana y su función matemática*. Editorial Andes .
- Radicati. (1976). *El sistema contable de los Incas: Yupana y Quipu*.
- Ramos, G. C. (2021). Diseños de Investigacion Exoerimental. Obtenido de
- Torres, L., & Rivera, S. (2021). *Estrategias para la enseñanza de las operaciones con números enteros*. (Vol. 16). Educación Matemática Contemporánea.
- Urton, G. (1997). *Astronomía andina: Una introducción a la astronomía inca y preinca*. Mexico: Fondo de Cultura Económica.
- Zevallos Mamani, R. J. (2019). *La Yupana en el aprendizaje de la matemática*.