



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la
Unidad Educativa “Cristiana Nazareno”

Trabajo de titulación para optar al título de Licenciada en Pedagogía de las
Matemáticas y la Física

Autora:
Mayra Evelyn Cando Cando

Tutor:
Dr. Luis Fernando Pérez Chávez

Riobamba, Ecuador. 2024

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, **Cando Cando Mayra Evelyn**, con cédula de ciudadanía **0605395623**, autora del trabajo de investigación titulado: **Material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa “Cristiana Nazareno”**, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mí exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la Universidad Nacional de Chimborazo, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor (a) de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, 15 de noviembre de 2024.



Cando Cando Mayra Evelyn

C.I: 0605395623

DICATMEN FAVORABLE DEL PROFESOR



Dirección
Académica
VICERRECTORADO ACADÉMICO

en movimiento



UNACH-RGF-01-04-08.11
VERSIÓN 01: 06-09-2021

ACTA FAVORABLE - INFORME FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

En la Ciudad de Riobamba, a los 28 días del mes de julio de 2024, luego de haber revisado el Informe Final del Trabajo de Investigación presentado por la estudiante **Mayra Evelyn Cando Cando** con CC: **0605395623**, de la carrera **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA** y dando cumplimiento a los criterios metodológicos exigidos, se emite el **ACTA FAVORABLE DEL INFORME FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN** titulado **Material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa "Cristiana Nazareno"**, por lo tanto, se autoriza la presentación del mismo para los trámites pertinentes.



Dr. Luis Fernando Pérez Chávez PhD.
TUTOR

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación Material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa "Cristiana Nazareno", presentado por Cando Cando Mayra Evelyn, con cédula de identidad número 0605395623, bajo la tutoría de Dr. Luis Fernando Pérez Chávez; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba 15 de noviembre de 2024.

Dr. Roberto Salomón Villamarín Guevara
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL DE GRADO



Dra. Carmen Varguillas Carmona
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



Mgs. Norma Isabel Allauca Sandoval
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



CERTIFICADO ANTIPLAGIO



Dirección
Académica
VICERRECTORADO ACADÉMICO



CERTIFICACIÓN

Que, **Mayra Evelyn Cando Cando** con CC: **0605395623**, estudiante de la Carrera **Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, Facultad de **Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías**; ha desarrollado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado: **Material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa "Cristiana Nazareno"**, cumple con el 3%, de acuerdo al reporte del sistema **Turnitin Informe de Originalidad**, porcentaje aceptado de acuerdo a la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 16 de octubre de 2024



LUIS FERNANDO PEREZ
CHAVEZ

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
C.I: 0602160137
TUTOR

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado:

A mis padres César, Rosa, mi hermana Elci cuyo amor y apoyo han sido fundamentales en cada paso de este camino académico. Su constante aliento y confianza en mí han sido mi mayor motivación, también dedico a Elvis quien siempre me dio apoyo incondicional brindándome comprensión y sus consejos para continuar.

Mayra Evelyn

AGRADECIMIENTO

Primero agradezco a Dios por ser mi guía y sostén en este camino por iluminar y bendecirme siempre, por darme la sabiduría necesaria para realizar la investigación.

Agradezco a mis padres con su apoyo para seguir preparándome académicamente por sus valores virtudes.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi tutor el Dr. Luis Fernando Pérez Chávez por su guía constante y valiosos aportes durante la realización de mi trabajo de titulación. Su experiencia y orientación fueron fundamentales que me han permitido crecer académicamente para alcanzar este logro académico.

Mayra Evelyn

ÍNDICE GENERAL

DECLARATORIA DE AUTORÍA

**DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR
CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL**

CERTIFICADO ANTIPLAGIO

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE ANEXOS

RESUMEN

ABSTRACT

CAPÍTULO I. 17

INTRODUCCIÓN 17

1.1 Antecedentes 19

1.2 Planteamiento del problema..... 19

1.2.1 Formulación del problema 20

1.2.2 Preguntas directrices 21

1.3 Justificación 21

1.4 Objetivos..... 21

1.4.1 Objetivo general..... 21

1.4.2 Objetivos específicos 22

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO 23

2.1 Estado del arte..... 23

2.2 Modelos pedagógicos..... 24

2.2.1 ¿Qué es un modelo pedagógico?..... 24

2.2.2 Clasificación de los modelos pedagógicos 24

2.3 Principales metodologías activas para el aprendizaje 25

2.3.1 Aprendizaje servicio 25

2.3.2 Aprendizaje basado en problemas (ABP)..... 25

2.3.3 Aprendizaje cooperativo 26

2.3.4 Comunidad de aprendizaje: aprendizaje dialógico y grupos interactivos..... 26

2.3.5	Gamificación.....	27
2.3.6	Flipped Classroom	27
2.4	Didáctica de la matemática	27
2.4.1	Principios del aprendizaje en matemática.....	28
2.4.2	Teorías del aprendizaje	29
2.4.3	Importancia de enseñar y aprender matemáticas	30
2.4.4	Dificultades en el aprendizaje de matemáticas	30
2.4.5	Material didáctico para el aprendizaje	31
2.4.6	Clasificación de material didáctico.....	32
2.4.7	Incorporación de los Tics para el aprendizaje.....	33
2.4.8	Características del material didáctico.	35
2.4.9	Importancia de la aplicación del material didáctico	35
2.4.10	Ventajas y desventajas de utilizar material didáctico	36
2.5	Currículo de matemática en EGB relacionando con triángulos.....	36
2.5.1	Contenido Curricular Educación Básica Octavo	36
2.5.2	Contenido Curricular de la Educación General Básica Noveno.....	38
2.5.3	Contenido Curricular de la Educación General Básica Décimo.....	38
2.5.4	Perfil de egreso de matemática EGB	39
2.6	Geometría.....	41
2.7	Trigonometría	42
2.7.1	Triángulos	42
2.7.2	Perímetros y áreas.....	43
2.7.3	Teoremas de Pitágoras	44
2.7.4	Razones trigonométricas.....	45
2.7.5	Resolución de triángulos rectángulos	47
2.7.6	Triángulos oblicuángulos.....	47
2.7.7	Semejanza entre triángulos	47
2.7.8	Aplicación de razones trigonométricas.....	48
CAPÍTULO III METODOLOGIA.....		49
3.1	Enfoque de la investigación	49
3.2	Diseño de la investigación	49

3.3	Tipo de investigación.....	49
3.4	Nivel de investigación.....	49
3.5	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	49
3.5.1	Técnica.....	49
3.5.2	Instrumento	50
3.5.3	Técnica de procesamiento de datos.....	50
3.6	Validación de instrumento de investigación.....	50
3.7	Población.....	50
3.8	Muestra	50
CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN		51
4.1	Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes.....	51
4.2	Resultados de prueba aplicada a estudiantes	55
4.3	Discusión de resultados.....	58
CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		60
5.1	Conclusiones.....	60
5.2	Recomendaciones	61
CAPÍTULO VI PROPUESTA		62
6.1	Título de la propuesta.....	62
6.2	Beneficiarios	62
6.3	Presentación de la propuesta.....	62
6.4	Objetivos de la propuesta.....	62
6.4.1	Objetivo General.....	62
6.4.2	Objetivo específico	62
6.5	Fundamentación teórica	63
6.5.1	Material didáctico	63
6.5.2	Materiales didácticos para resolución de triángulos	63
6.5.3	GeoGebra	64
6.5.4	Ciclo de Klob	65
6.6	Contenido de la propuesta.....	66
6.6.1	Geoplano físico.....	66
6.6.2	Geoplano digital.....	73

6.6.3	GeoGebra	80
6.7	Conclusiones y recomendaciones	92
6.7.1	Conclusiones	92
6.7.2	Recomendaciones	92
BIBLIOGRAFÍA		93
ANEXOS		99

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Clasificación de Triángulos según sus lados	42
Tabla 2	Clasificación de triángulos por sus ángulos.....	43
Tabla 2	Figuras planas	43
Tabla 4	Población.....	50
Tabla 5	Escala de la pregunta 1	51
Tabla 6	Distribución de frecuencia de la pregunta 2	51
Tabla 7	Distribución de frecuencias de la pregunta 3.....	52
Tabla 8	Distribución de frecuencia pregunta 4.....	52
Tabla 9	Distribución de frecuencias pregunta 5.....	53
Tabla 10	Distribución de frecuencia pregunta 6.....	53
Tabla 11	Distribución de frecuencia pregunta 7	53
Tabla 12	Distribución de frecuencia pregunta 8	54
Tabla 13	Distribución de frecuencia pregunta 9	54
Tabla 14	Distribución de frecuencia pregunta 10	55
Tabla 15	Calificaciones de la prueba	55
Tabla 16	Resultados de la prueba objetiva estructurada en escala cualitativa y cuantitativa	58
Tabla 17	Descripción de materiales	66
Tabla 18	Contenidos de la barra de herramientas GeoGebra.....	82

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Características importantes del ABP	26
Figura 2 Clasificación de recursos y materiales didácticos	33
Figura 3 Triángulo de Razones trigonométricas.....	45
Figura 4 Triángulo de Razones trigonométricas Semejanza de triángulos.....	48
Figura 5 Tipos de Geoplano.....	63
Figura 6 Geoplano Digital	64
Figura 7 Software GeoGebra	65
Figura 8 Paso 3 insertar clavos	67
Figura 9 Paso 5 colocar ligas en el geoplano.....	67
Figura 10 Geoplano digital	73
Figura 11 inicio del geoplano digital	73
Figura 12 Funciones del geoplano	75
Figura 13 Ejercicio del triángulo rectángulo planteado.....	80
Figura 14 GeoGebra página web	81
Figura 15 Instalar GeoGebra.....	81
Figura 16 Interfaz del software GeoGebra	81

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1	Técnica de recolección de datos (encuesta).....	99
Anexo 2	Ficha de validación del instrumento (Experto 1).....	100
Anexo 3	Ficha de validación del instrumento (Experto 2).....	101
Anexo 4	Ficha de validación del instrumento (Experto 3).....	102
Anexo 5	Técnica de recolección de datos (Prueba objetiva).....	103
Anexo 6	Ficha de validación (Experto 1).....	108
Anexo 7	Ficha de validación (Experto 2).....	109
Anexo 8	Ficha de validación (Experto 3).....	110
Anexo 9	Aplicación de la encuesta.....	111
Anexo 10	Aplicación de la prueba objetiva.....	112

RESUMEN

La investigación surge por la necesidad de responder a la gran interrogante de ¿cómo elaborar el material didáctico para el aprendizaje de la resolución de triángulos?, en consecuencia, el objetivo general fue elaborar material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno. La metodología que se aplicó es de un enfoque cuantitativo, con diseño no experimental, además esta investigación es de campo dentro de la misma institución educativa y por la temporalidad es transversal por que se recolectó la información en un solo periodo de tiempo siendo de nivel propositivo puesto que se brinda una propuesta didáctica que beneficiará tanto a los docentes como a estudiantes para fortalecer el aprendizaje y obtener conocimientos acordes al nivel en que se encuentre. La población está constituida de 19 individuos, se utilizó como técnica la encuesta y prueba objetiva a los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno, la encuesta proporcionó información sobre el material didáctico utilizado por el pedagogo y su contenido de clase, mientras que en la prueba objetiva se reveló las dificultades que enfrentaron los estudiantes al resolver los ejercicios. Se tiene como principales resultados que los estudiantes tienen escaso conocimiento por la falta de aplicación de material didáctico generó un bajo rendimiento académico, por este motivo se elaboró una guía para el uso del material didáctico generado específicamente para el estudiante como el geoplano físico, además procedimientos para uso del geoplano digital y GeoGebra, materiales que permitirán resolver ejercicios propuestos de triángulos.

Palabras claves: Material didáctico, aprendizajes, triángulos, contenido curricular

ABSTRACT

This research addresses the critical issue of developing instructional materials for learning triangle resolution. The primary objective was to create effective instructional resources for the identified topic at Unidad Educativa Cristiana Nazareno. A quantitative approach was employed, utilizing a non-experimental design. This field study was conducted within the same educational institution and was cross-sectional, as data were collected over a single period. It is also a propositional study, offering a didactic proposal aimed at benefiting both teachers and students by enhancing learning and fostering knowledge appropriate to their educational level. The study involved a population of 19 participants, with techniques including surveys and objective tests administered to tenth-grade students at Unidad Educativa Cristiana Nazareno. The survey gathered insights on the teachers' instructional materials and the content of the lessons, while the objective test identified the challenges students encountered in solving exercises. Key findings indicated a lack of instructional materials, which contributed to students' insufficient knowledge and poor academic performance. In response, a guide was developed for utilizing instructional materials tailored for students, such as physical geoboards, as well as procedures for using digital geoboards and GeoGebra. These resources aim to assist students in effectively solving triangle exercises.

Keywords: Educational material, learning, triangles, curricular content

Reviewed by

ADRIANA
XIMENA
CUNDAR
RUANO

Firmado
digitalmente por
ADRIANA XIMENA
CUNDAR RUANO
Fecha: 2024.10.18
06:03:07 -05'00'

MsC. Adriana Ximena Cundar Ruano, Ph.D.

ENGLISH PROFESSOR

C.C. 1709268534

CAPÍTULO I.

INTRODUCCIÓN

El alumno guarda en su corazón y mente lo que aprende practicando con material didáctico, de acuerdo con Ramírez (2017), los materiales didácticos favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje en un entorno educativo, estimulando conceptos, habilidades, actitudes y destrezas.

La resolución de triángulos es una habilidad fundamental en la geometría y trigonometría que tiene aplicaciones significativas en diversas áreas del conocimiento y en la vida cotidiana. Sin embargo, el proceso de enseñanza y aprendizaje de este tema puede resultar complejo si no se cuenta con los recursos adecuados. En este contexto, utilizar los materiales didácticos que despiertan y motivan al estudiante en su proceso de aprendizaje de manera constructiva y significativa, ya que prestan mayor atención, comprenden mejor el tema a trabajar.

En el presente trabajo de investigación tiene como objetivo primordial elaborar el material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno, este proceso implica la aplicación de diversas herramientas y conceptos que permiten entender y resolver triángulos de manera efectiva y diseñado específicamente para abordar las necesidades educativas de los estudiantes en este importante tema.

Se busca conocer e identificar el problema que se da en el aprendizaje de la trigonometría en la actualidad encontrando algunos problemas en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno es que en muchos de los casos existe son por el tipo conceptual, falta de recursos del material didáctico y tecnología que dificultan el aprendizaje en la resolución de problemas Montoya Orejuela (2023).

En este trabajo se diseñó el material didáctico con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje de la resolución de triángulos con la adquisición de conocimientos y características que permitan cultivar un entorno motivador para los que los estudiantes exploren y comprendan la resolución de triángulos.

El desarrollo del presente trabajo se encuentra elaborado por cinco capítulos la cuales se describen a continuación:

CAPITULO I, lleva a cabo el desarrollo de la introducción, los antecedentes, la presentación del problema, la formulación del problema, preguntas directrices justificación y finalmente los objetivos de la investigación.

CAPÍTULO II, consta de una recopilación bibliográfica en fuentes primarias como artículos o trabajos de investigación así desarrollando el marco teórico donde se plasman

conceptos y definiciones de los temas a abordar como: material didáctico, aprendizaje, resolución de triángulos.

CAPÍTULO III, explica la metodología empleada para lograr el objetivo de la investigación, los enfoques de investigación, la estructura de estudio, la población, las técnicas e instrumentos de recolección de datos utilizados.

CAPÍTULO IV, se presentan los resultados de la aplicación de los instrumentos como la encuesta, y la prueba objetiva además se encuentra el desarrollo de la tabulación de datos que permitieron realizar el análisis y la interpretación de los datos que sustentará el problema a investigar.

CAPÍTULO V, se exponen las conclusiones y recomendaciones a las cuales se ha llegado luego de efectuar el trabajo de investigación.

1.1 Antecedentes

Para la presente investigación se realizó un análisis en estudios previos en repositorios de diferentes universidades del país, basándose en fuentes primarias y secundarias, así como artículos científicos, revistas académicas, páginas web, etc.

Desde el contexto ámbito internacional, Montoya (2023) realizó una investigación con el tema: “Incidencia del uso de un entorno virtual gamificado para la comprensión de la resolución de triángulos”, que tuvo como objetivo general determinar la incidencia del uso de un entorno virtual gamificado (EVG) para la comprensión de la resolución de triángulos. En esta investigación, el autor concluye que el EVG acompañado de la intencionalidad del docente es una herramienta útil para facilitar el proceso de aprendizaje del estudiante en trigonometría, específicamente en el tópico de resolución de triángulos.

Contreras et al. (2020) realizó una investigación previa con el tema: “Propuesta didáctica para el estudio de la trigonometría en segundo medio utilizando la metodología de aprendizaje basado en problemas.”, con su objetivo diseñar una secuencia didáctica para el estudio de los conceptos de seno, coseno y tangente, de acuerdo con las bases curriculares 2018, usando la metodología preexperimental cuantitativo realizando encuestas y entrevistas al docente y estudiante. En esta investigación, el autor concluye que, la propuesta didáctica se basa en un estudio fundamental en la metodología de aprendizaje mediante análisis del currículo y solventando problemas del aprendizaje de razones trigonométricas.

Según Chamorron (2023), en la investigación en la ciudad de Ibarra, Ecuador con el tema “La motivación en los aprendizajes de resolución de triángulos rectángulos en el décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa Rafael Suárez Meneses en el periodo académico 2022-2023”, cuyo objetivo fue generar un aporte significativo relacionado a la motivación en los aprendizajes de resolución de triángulos rectángulos para el décimo año de Educación General Básica superior en la Unidad Educativa Rafael Suárez Meneses en el periodo académico 2022-2023, en una investigación de diseño, no experimenta cualitativa, ya que es diseño de una investigación-acción porque se plantea una solución a una problemática, que en el caso particular de este proyecto es diseño de una estrategia

1.2 Planteamiento del problema

Es ampliamente conocido que existen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, desde una perspectiva educativa, es esencial implementar estrategias que faciliten la asimilación de los conceptos. Es especialmente importante utilizar enfoques didácticos que permitan que los estudiantes comprendan los conocimientos con mayor facilidad.

La resolución de triángulos es un componente fundamental dentro del currículo de la institución educativa, el aprendizaje de la geometría y las matemáticas en general. Esta habilidad no solo es esencial para los estudiantes en su formación académica, sino que también

tiene aplicaciones prácticas en la vida cotidiana, su aprendizaje en este contexto es importante aunque diversos estudiantes presenten dificultades por eso es necesario implementar materiales didácticos que faciliten esta necesidad de como comprender y analizar los de problemas planteados de triángulos para en resolverlos, la falta de uso de material didáctico dentro y fuera de las instituciones educativas pueden impactar negativamente en el rendimiento académico de los estudiantes y en su motivación para aprender matemáticas.

Diversos estudios han demostrado que el uso de materiales didácticos específicos y bien diseñados puede mejorar significativamente la comprensión de conceptos matemáticos complejos, así como lo menciona Según Arias (2021):

La falta de guías - materiales didácticos es una de las causas que también afecta al proceso de resolución de triángulos a pesar de tener clases presenciales ellos no usan los recursos suficientes para practicar y esto es un factor clave para que no exista mejoras dentro de este tema, es un hecho conocido que el aprendizaje o resolución de problemas pueden mejorar a través de material didáctico. (p. 18)

Dentro de los procesos educativos existen ciertos inconvenientes al momento de aprender nuevos conceptos matemáticos esto genera ciertas resistencias de parte del estudiante al querer asimilar procesos para la resolución de triángulos, las metodologías de enseñanza pueden ayudar a una mejor comprensión de nuevas temáticas que se abordan al empezar el año lectivo.

Los estudiantes presentan ciertos inconvenientes para aprender resolución de triángulos dependiendo de los métodos de enseñanza que se presenten o se utilicen para la impartir conocimientos. Zhang (2021) expresa que “un estudiante puede aburrirse o disminuir su interés para aprender y representar un aprendizaje poco significativo para poder resolver ejercicios triángulos” (pp. 100-103).

Las metodologías que se utilizan para la enseñanza en la resolución de triángulos pueden influir en el aprendizaje de los estudiantes como ya se ha revisado ciertos criterios, de cómo beneficia o perjudican en los estudiantes los métodos de enseñanza activas.

Por ello, la creación e implementación de un conjunto de materiales didácticos específicos para la resolución de triángulos, incluyendo guías prácticas, ejercicios interactivos y recursos visuales, puede ayudar a solucionar este problema. Estos materiales deben diseñarse teniendo en cuenta las necesidades y niveles de los estudiantes, y deben integrarse de manera efectiva en el plan de estudios existente. Además, es crucial capacitar a los docentes en el uso de estos materiales para maximizar su eficacia en estudiantes de décimo de educación general básica.

1.2.1 Formulación del problema

- ¿El uso de material didáctico contribuye para el aprendizaje de la resolución de triángulos en estudiantes de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno?

1.2.2 Preguntas directrices

¿Cuáles son los conceptos básicos de la resolución de triángulos que se abordan en los primeros niveles del currículo en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno?

¿Cuáles son las dificultades más comunes que los estudiantes enfrentan al aprender sobre la resolución de triángulos?

¿Cómo diseñar el material didáctico para abordar las necesidades específicas de los estudiantes en el aprendizaje de resolución de triángulos?

1.3 Justificación

La presente investigación se realizó con el fin de proporcionar material didáctico práctico y adaptable que no solo aborde las dificultades de aprendizaje en la resolución de triángulos, sino que también mejore la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y contribuya a la calidad general de la educación en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno. Se espera que estas herramientas contribuyan al mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes, promoviendo un enfoque participativo y práctico para la comprensión de conceptos clave.

La identificación de contenidos específicos de la resolución de triángulos en diferentes niveles del currículo es esencial para adaptar el material didáctico a las necesidades y niveles de competencia de los estudiantes. Al abordar de manera específica los temas pertinentes a cada nivel, el material didáctico se vuelve más efectivo y personalizado, proporcionando un recurso educativo

Contribuir la formación de estudiantes y docentes con habilidades matemáticas sólidas, para su desarrollo académico y profesional. Además, podría inspirar enfoques pedagógicos innovadores en la comunidad educativa, estos materiales o recursos pueden ser impresos, audiovisuales, informáticos y manipulativos los cuales constituyen una guía para potenciar y facilitar el aprendizaje del estudiante.

Los resultados beneficiarán a estudiantes de la Unidad Educativa “Cristiana Nazareno”, profesores de matemáticas, instituciones educativas y, en última instancia, contribuirán a la mejora del nivel educativo en matemáticas en la sociedad para romper paradigmas y mejorar una calidad de aprendizaje mediante el material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

- Proponer el material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos para la Unidad Educativa Cristiana Nazareno.

1.4.2 Objetivos específicos

- 1) Identificar los contenidos de la resolución de triángulos en diferentes niveles del currículo en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno.
- 2) Analizar las dificultades de aprendizajes referentes a la resolución de triángulos.
- 3) Elaborar el material didáctico que aborde las necesidades específicas de los estudiantes en el aprendizaje de resolución de triángulos.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Estado del arte

Human y Ferroa (2019), en la investigación titulada “El geoplano como juegos didácticos para el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del primero y segundo grado, ciclo avanzado del Ceba Particular Virgen de Asunción del distrito de San Sebastián, Cusco–2018” que tiene como objetivo, determinar que el geoplano como juegos didácticos mejoran significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de primero y segundo grado, correspondió a un estudio de tipo descriptivo - correlacional, con el diseño pre - experimental. Tras realizar el trabajo de campo y al aplicar la encuesta a los estudiantes del CEBA Particular Virgen de Asunción se llegó a la conclusión que utilizando el geoplano como juegos didácticos en las clases de matemática incrementa en forma significativa el aprendizaje en matemática

Según Gualán (2016), en la investigación “Elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana resolución de triángulos para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año “A” de la Unidad Educativa Carlos Cisneros durante el período septiembre 2015 – julio 2016” , este trabajo radica en la utilidad que tendrá la misma al ser aplicada por los profesores de trigonometría o ciencias exactas con el propósito de ayudar al estudiante a diseñar e implementar estrategias o experimentos que le permitan alcanzar sus objetivos desarrollando con el tiempo de investigación descriptiva correlacional para, contribuir la aplicación de una guía didáctica, en el lugar donde se presentó el problema, en la que se estudió una población conformada de 50 personas concluye que:

Se determinó que el uso de un módulo didáctico de trigonometría estimula a los estudiantes a estudiar, además los estudiantes resolvieron los ejercicios trigonométricos de una manera práctica y sencilla.

Para Ávila y Vera (2021), que realizaron una investigación titulada “Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas”; la cual tuvo como objetivo el desarrollo de una guía didáctica para el aprendizaje de razones trigonométricas. En este estudio se usó el método cuantitativo y, a través de encuestas, se recolectó información sobre los conocimientos que tenían los estudiantes sobre actividades trigonométricas. Dentro de esta investigación el autor concluye que, la mayoría de los estudiantes respondió de forma positiva al material didáctico en el proceso de aprendizaje de la trigonometría, dando una gran oportunidad a las actividades múltiples que se presentan en la guía; tales como los juegos didácticos, trabajos en grupo e investigaciones con el uso de la tecnología. Con relación al presente trabajo de investigación, la ejecución de juegos didácticos será la forma más idónea de construir el aprendizaje.

2.2 Modelos pedagógicos

2.2.1 ¿Qué es un modelo pedagógico?

Como nos mencionan Vásquez y León (2013), “un modelo pedagógico, es un sistema formal que busca interrelacionar los agentes básicos de la comunidad educativa con el conocimiento científico para conservarlo, producirlo o recrearlo dentro de un contexto histórico, geográfico y cultural determinado” (p. 5).

Ante lo citado, un modelo pedagógico proyecta a utilizar todos los elementos en el proceso didáctico, en consecuencia, del acto de enseñar y generar un aprendizaje de forma de herramienta conceptual para entender la educación.

2.2.2 Clasificación de los modelos pedagógicos

Los modelos pedagógicos han venido desarrollando nuevas formas de percibir el proceso de enseñanza y aprendizaje considerando de como se ha impartido en las diferentes instituciones educativas a cargo de los docentes. Según los autores Toctaguano y Villegas (2022):

- **Modelo tradicional:** La enseñanza es autoritaria que se centra en el maestro o profesor, dueño del conocimiento y la información, de manera que se le dejaba al estudiante un papel pasivo y receptivo.

Este modelo enfatiza en el papel de la educación para moldear a los sujetos es decir a los estudiantes a través de la voluntad del docente.

- **Modelo Conductista:** El aprendizaje se manifiesta mediante cambios de conducta observable. En el proceso de aprendizaje se utilizan técnicas como el refuerzo, la extinción y el castigo (psicológico, no físico)

Es decir, en este modelo el individuo adquiere nuevos comportamientos al observar y replicar las acciones de otras personas.

- **Modelo Cognitivo:** El niño construye sus propios contenidos de aprendizaje a partir de problemas y experiencias que desarrollan.

- **Modelo constructivista:** El desarrollo está centrado en el aprendizaje del educando, El aprendizaje constructivista se enfatiza al construir conocimiento dentro de la reproducción de este. (p. 22)

El constructivismo a lo largo de la historia ha debatido con otras teorías dando como conclusión los seres humanos aprenden de manera efectiva al enfrentarse a situaciones reales y complejas. En lugar de memorizar o estudiar intensivamente diversos escenarios, las personas

desarrollan sus habilidades y conocimientos a través de su capacidad para interactuar con el entorno y resolver problemas utilizando tanto su cuerpo como su mente.

2.3 Principales metodologías activas para el aprendizaje

2.3.1 Aprendizaje servicio

El Aprendizaje-Servicio (ApS), como metodología pedagógica, se sustenta en el aprendizaje experiencial y el servicio a la comunidad. Se diferencia de otras prácticas educativas experienciales (voluntariado, trabajo de campo, acciones comunitarias esporádicas, etc.) por vincular los objetivos de aprendizaje y los del servicio a la comunidad en un solo proyecto intencionalmente planificado en el que los participantes, concebidos como protagonistas de su proceso formativo, ponen en acción los saberes que conforman las competencias (conocimientos, habilidades, actitudes y valores) con el propósito de dar respuestas a necesidades sentidas por las comunidad. Ello requiere pensar en el alumnado no como proyecto, sino como un ser que se constituye siendo en relación con otros seres humanos en distintos contextos educativos (Domingo, 2021).

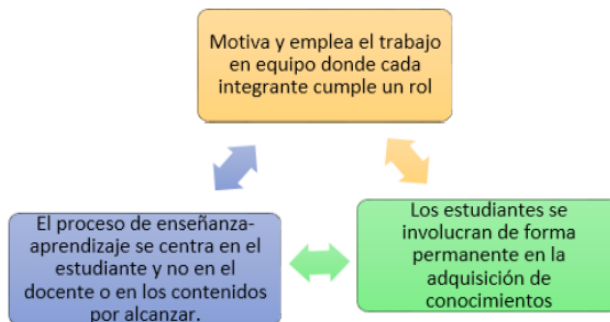
En las actividades de ApS los aprendizajes, al estar vinculados con el servicio a la comunidad, favorecen la comprensión problemática de la realidad donde se va a actuar: diagnosticar y analizar las necesidades sociales a las que se pretende dar respuesta; implementar un servicio adecuado a dichas necesidades y reflexionar sobre lo acontecido. Todo ello favorece la significatividad, relevancia y utilidad de los aprendizajes, ya que son puestos en acción para clarificar y afrontar problemas básicos de la comunidad y para ampliar horizontes de conocimientos, sensibilidades y afectos.

2.3.2 Aprendizaje basado en problemas (ABP)

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se muestra como una perspectiva educativa donde Morales (2018) dice que “promueve el aprendizaje abierto, reflexivo y crítico, con un enfoque global del conocimiento que reconoce su naturaleza compleja y cambiante, e involucra a personas que interactúan en colaboración para tomar decisiones en relación con diferentes situaciones problemáticas que deben enfrentar” (p. 98).

Figura 1

Características importantes del ABP



Nota. En el esquema se presenta las características del ABP en el proceso de aprendizaje. Fuente: (Toasa , 2022, p. 38).

2.3.3 Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo (AC), según Vizhñay y Farfán (2023) , es una práctica educativa que se ha realizado con grandes éxitos, por su eficiencia en cuanto al alcance de logros académicos y el progreso afectivo, cognitivo y social de los estudiantes; se considera una herramienta metodológica eficaz para responder a las necesidades que se le presentan a los individuos del siglo XXI, ya que tiene como finalidades: 1) la correspondencia positiva de los logros; 2) el alcance de objetivos compartidos; 3) el impulso de interacciones; 4) la integración en el aprendizaje como elemento clave; y 5) la solución a la diversidad.

El aprendizaje cooperativo es una metodología de aprendizaje activa, que bien ganando interés sobre todo en el presente siglo, aportando beneficios cognitivo, psicológico y socioeducativo a los estudiantes, ya que empleándolo en pequeños grupos permite la adquisición y desarrollo de competencias como liderazgo, capacidad crítica y analítica, trabajo en equipo, resolución de conflictos, entre otras, altamente demandadas en el ámbito laboral, así como también habilidades sociales y emocionales que promueven la sana convivencia.

2.3.4 Comunidad de aprendizaje: aprendizaje dialógico y grupos interactivos

Las Comunidades de Aprendizaje (CdA) son un proyecto de transformación social de centros educativos para superar el fracaso escolar y mejorar la convivencia. Están centradas en mejorar el aprendizaje del estudiante, mejorando sus resultados académicos, la forma de relacionarse con otros individuos, las relaciones sociales, la convivencia y la madurez (Ordoñez & Gutierrez, 2023).

El aprendizaje dialógico fomenta debates sobre la dinámica del poder, mejorando la comprensión entre diferentes campos del conocimiento. Se basa en siete principios: instrumentalidad, inteligencia cultural, creación de significado, solidaridad, diálogo equitativo, apreciación de las diferencias y transformación Rojas et al (2020).

2.3.5 Gamificación

La gamificación es una estrategia que combina los elementos de juegos para transformar actividades en experiencias atractivas, lo cual estimula la participación con el fin de alcanzar los objetivos de aprendizaje y potenciar el desempeño académico de los estudiantes. Además, esta estrategia tiene como finalidad crear un entorno de seguridad y reducir la inseguridad en el proceso del ámbito educativo.

Se ha demostrado que la gamificación aumenta la motivación al combinar métodos, estrategias y actividades divertidas basadas en juegos utilizando herramientas digitales. Al fomentar una mayor interacción grupal, los estudiantes mejoran su experiencia de aprendizaje e inspiran interés en aprender matemáticas (Orozco, 2023).

2.3.6 Flipped Classroom

El Flipped Classroom como metodología educativa busca ser flexible, adaptándose a las necesidades de los estudiantes y a los cambios sociales que acontecen por medio del uso de la tecnología y la enseñanza- aprendizaje virtual.

Esta metodología procura invertir los roles tradicionales del proceso de aprendizaje, donde los contenidos puedan ser indagados en horas extra-clase por el estudiante con el uso de herramientas multimedia, de manera que la información adquirida pueda ser practicada en el aula de manera interactiva con trabajos colaborativos, aprendizaje basado en problemas y realización de proyectos.

El Flipped Classroom pretende innovar a través de la tecnología los procedimientos tradicionales, por lo que brinda la oportunidad al estudiante de ser el protagonista de su aprendizaje, descubridor de nuevos caminos al adquirir un conocimiento con el soporte de diferentes medios tecnológicos, y la orientación del docente, permitiéndole de esta manera adaptarse a su ritmo de aprendizaje, convirtiéndose en una persona motivada por aprender de manera autónoma (Pérez, 2023).

2.4 Didáctica de la matemática

El saber que tematiza el proceso de instrucción, y orienta sus métodos, sus estrategias, su eficiencia, etc., se llama didáctica, por lo tanto, Muchen (2020) menciona:

Didáctica es la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando orientada por un pensamiento pedagógico (p. 5).

La didáctica de las matemáticas, como área científica que se ocupa de analizar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina, aborda una diversidad de cuestiones, problemas y obstáculos referentes a la enseñanza y el aprendizaje, a profesores y estudiante Gutiérrez y Jaime, (2021).

Comparto con lo anterior mencionado por el autor que la didáctica en matemáticas es una forma de introducir y orientar diferentes estrategias dentro de la práctica educativa se habla así de una didáctica general, para la enseñanza adecuada de carácter práctico es ayudar a mejorar la formación matemática de los estudiantes de los diferentes niveles educativos, para contribuir un sólido aprendizaje del estudiante.

2.4.1 Principios del aprendizaje en matemática

Para aprender matemáticas de manera efectiva, los estudiantes deben construir su propio entendimiento, conectando conceptos y resolviendo problemas de manera activa, en lugar de solo recibir información de manera pasiva. La clave está en la práctica significativa, el entorno de apoyo y la exploración de múltiples representaciones.

Se deben percibir como herramientas útiles para que tanto los educadores como los padres puedan ayudar a los niños a aprender y a desarrollar habilidades de manera efectiva. Permiten entender cómo funciona el aprendizaje y cómo se pueden aplicar en el día a día con el fin de mejorar el desarrollo.

Los principios del aprendizaje permitirán acompañar por todas sus etapas educativas las cuales son según (Gresol, 2024):

- **Aprendizaje Activo**

Este principio hace referencia a que aprender no es recibir información de manera activa, dinámica directa en el proceso de aprendizaje, sino que implica una participación se involucran en actividades que les permiten interactuar con el contenido, explorar conceptos, resolver problemas y reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje el estudiante.

- **Retroalimentación**

El principio de la retroalimentación o feedback es fundamental para aprender debe producirse de una manera objetiva, clara y proporcionada pueden corregir para ayudar a los estudiantes a mejorar y ajustar sus estrategias de aprendizaje y comprensión.

- **Práctica y repetición**

Practicar es esencial para desarrollar habilidades y consolidar el conocimiento. Por eso, el cerebro adquiere nuevas conexiones que se vuelven cada vez más eficientes a través de la práctica repetida es mucho más fácil usarlo y requiere menos esfuerzo consciente. Este principio debe ser siempre intencional y enfocada a la mejora continua para ser efectiva.

- **Motivación**

La motivación surge de cada persona y depende e influye directamente en el esfuerzo de los estudiantes del estado de ánimo alegre o tenso que le dé un impulso de llegar a una meta en especial en su capacidad de persistir. En varias actividades académicas los docentes abren

oportunidades para que dichas motivaciones se activen y generen motivaciones de oportunidades en un ambiente enriquecedor.

- **Interés**

Es un principio fundamental en la educación que se basa en la idea de que los estudiantes aprenden mejor y de manera más efectiva cuando están motivados y encuentran relevancia personal en el contenido que están estudiando. Si el interés de los estudiantes es alto los resultados serán mejores, si no hay interés habrá resultados poco favorables en los estudiantes.

- **Atención**

Este principio es esencial en el aprendizaje porque influye directamente en la capacidad de los estudiantes para procesar, retener y aplicar la información. Fomentar un entorno que optimice la atención y utilizar estrategias efectivas para mantenerla son pasos cruciales el ámbito de enseñanza-aprendizaje dependerá de la asimilación de contenidos de interés parecidos a los de la actualidad o que se vayan acoplando a la misma.

- **Asimilación**

El principio de asimilación en el contexto del aprendizaje se refiere en permitir al estudiante construir sobre su base de conocimiento existente, haciendo el proceso de aprendizaje más fluido y menos intimidante al conectar nuevos conceptos con los ya conocidos.

- **Aplicación**

El principio de aplicación en el aprendizaje se centra en la importancia de aplicar el conocimiento adquiridos en situaciones prácticas y reales de esta forma el estudiante retiene la información además comprende y demuestra su utilidad de relevancia de lo aprendido.

2.4.2 Teorías del aprendizaje

En esencia, el aprendizaje es la transformación de la conducta en respuesta a las experiencias vividas, marcando así el continuo crecimiento y desarrollo de los individuos.

El aprendizaje es un proceso mediante el cual las habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, se asimila una información o se adopta unas nuevas estrategias de conocimientos y acciones es decir como el cambio de la conducta relativa debido a la experiencia.

Carlino (2021) “Las diversas teorías nos ayudan a comprender, predecir, y controlar el comportamiento humano y tratan de explicar cómo los sujetos acceden al conocimiento y como se centra en la adquisición de destrezas y habilidades, en el razonamiento” (p. 5). Por lo mencionado por el autor presenta algunas teorías como:

- a) **Teoría del socio-constructivista:** Considerada como una teoría moderna evolución del constructivismo de Vygotsky, para Mesén (2019) en el socio-constructivismo, el estudiante cumple un papel importante y activo en la búsqueda del aprendizaje. (p. 8). Esto significa que el conocimiento no se transmite de forma pasiva, sino que los estudiantes deben participar activamente en la construcción de su propio entendimiento de aprender.
- b) **Aprendizaje Cooperativo;** Según Mense (2019)“Es un sistema didáctico que potencializa las capacidades y habilidades sociales” (p. 54) . La colaboración mejora los proyectos al alinear los estudios para adaptar y perfeccionar sus enfoques, haciéndolos inclusivos para audiencias diversas. La comunicación, el intercambio de ideas y la fusión de experiencias fortalecen el aprendizaje colectivo.
- c) **Teoría del aprendizaje significativo:** La teoría del aprendizaje significativo es considerada como la base del constructivismo, esta teoría fue propuesta por Ausubel, quien pretendía el desarrollo de la teoría se plantea cuando el estudiante asimila los conocimientos previos adquiridos en su vida cotidiana y ponerlos en práctica (Guerra, 2020).

2.4.3 Importancia de enseñar y aprender matemáticas

La importancia de enseñar y aprender matemática son la base fundamental para la vida cotidiana en la cual desarrolla un pensamiento crítico las matemáticas promueven habilidades de razonamiento lógico y análisis, fundamentales para resolver problemas complejos y tomar decisiones informadas. Es importante que los docentes apliquen enfoques pedagógicos y la metodología que se usan en la enseñanza de esta disciplina y, una forma de abordar los bajos rendimientos en la asignatura en contribuir a la formación de ciudadanos competentes y preparados para enfrentar los desafíos del mundo moderno.

La matemática es una parte importante de la cultura humana, que permite comprender globalmente los procesos y fenómenos, percibir claramente las relaciones de su campo con la mecánica, la biología, la economía, la ecología, etc. y también con otros aspectos mucho más profundos del ser humano como la filosofía, la ética y la axiología (UNAE, 2020).

2.4.4 Dificultades en el aprendizaje de matemáticas

Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas intervienen la comprensión de sus conceptos, el conocimiento de los símbolos matemáticos, el proceso de cálculo, la resolución de problemas, aspectos abstractos, etc. que en algunos niños pueden originar problemas para su entendimiento.

Según Minte et al., (2020), las dificultad en el aprendizaje de la matemática generando así un bajo rendimiento escolar en la asignatura, los estudiantes perciben las dificultades en el aprendizaje de la matemática y, como consecuencia, su bajo rendimiento en la asignatura es producto de varios factores. (p. 32)

Se trata de su falta de compromiso con la asignatura, la distracción y escasa concentración, la baja motivación, falta de compromiso del docente en ser monótonas con su enseñanza genera aburrimiento en los estudiantes por la falta de un desarrollo de aprendizaje mediante un modelo constructivista y dejar un lado un modelo tradicional es por ello por lo que la matemática son las razones principales las de las dificultades en el aprendizaje de esta ciencia.

Según Jiménez (2019), la dificultad de aprendizaje en matemáticas puede deberse a diversas razones y puede manifestarse de diferentes maneras en cada individuo algunas posibles razones incluyen:

- **Diferencia en el estilo de aprendizaje:** Algunos aprenden mejor a través de la visualización, mientras que otros pueden preferir la práctica activa.
- **Falta de fundamentos sólidos:** Las matemáticas a menudo se construyen sobre conceptos previos. Si un estudiante no comprende los fundamentos básicos, puede tener dificultades para comprender conceptos más avanzados.
- **Ansiedad matemática:** Algunas personas experimentan ansiedad relacionada con las matemáticas, lo que puede afectar negativamente su desempeño. Esta ansiedad puede deberse a experiencias pasadas negativas, miedo al fracaso o a la presión académica.
- **Problemas de concentración:** Factores externos, como distracciones en el entorno o problemas de atención, pueden dificultar el proceso de aprendizaje.
- **Falta de motivación:** Si un estudiante no ve la relevancia de las matemáticas o no encuentra interés en el tema, puede carecer de la motivación necesaria para comprometerse y aprender.
- **Dificultades cognitivas:** Algunas personas pueden tener desafíos cognitivos específicos que afectan su capacidad para comprender conceptos matemáticos. Esto puede incluir dificultades en el procesamiento de la información numérica o visual.

Las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM), lo cual suele constituir un desafío para entender todos los conceptos matemáticos, las bases del cálculo, el lenguaje de los símbolos matemáticos y la capacidad para resolver problemas matemáticos (García et al., 2020). En otras palabras: las matemáticas no son nada fáciles de aprender, su aprendizaje requiere la creación de significados abstractos, la codificación y decodificación de símbolos, y la capacidad de construir relaciones en el plano de lo posible (Garzon, 2018).

2.4.5 Material didáctico para el aprendizaje

Se define material didáctico todo lo que puede servir en el proceso educativo, lo que puede ayudar a mejorar la comprensión y retención de conocimientos para los estudiantes. Este material será creado previamente por el docente o conjuntamente con los estudiantes con el fin de buscar interacción recíproca en base al tema a tratar en el establecimiento educativo, (Ruesta y Gejaño, 2022).

Actualmente los estudiantes focalizan la atención brindada por el docente mediante instrumentos o temas llamativos a los que en la actualidad existen un sinnúmero de materiales

didácticos que resplandecen en el proceso de aprendizaje desde lo más básico a lo más innovador el éxito de estos materiales depende de la esencia y el valor que el docente o el estudiante que elabore de acuerdo con los contenidos que puede mejorar una explicación a fondo como un instrumento de ayuda.

Como campo de estudio el material didáctico, contribuye a optimizar los procesos educativos al facilitar la comprensión, el desarrollo de habilidades y la asimilación de contenidos. Además, ofrece a los docentes herramientas para mejorar y corregir sus deficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para Morales (2019) se entiende por material didáctico “conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje, pueden ser tanto físicos como virtuales, para adecuarse a cualquier tipo de contenido” (p. 13).

Según lo descrito por el autor se puede considerar que, el material didáctico es cualquier instrumento, herramienta que utiliza el docente para facilitar su labor pedagógica y favorecen la interrelación entre los actores principales (estudiante y docente).

Los materiales didácticos son los elementos que empleamos los docentes para facilitar y conducir el aprendizaje de los estudiantes (libros, carteles, mapas, fotos, láminas, videos, software, También consideramos materiales didácticos a aquellos materiales y equipos que nos ayudan a presentar y desarrollar los contenidos y a que los estudiantes trabajen con ellos para la construcción de los aprendizajes significativos.

2.4.6 Clasificación de material didáctico

La utilización de materiales didácticos intensifica la transmisión de saberes y permiten que ésta se dé según modelos y formas distintas, lo cual es vital si se considera que no todo el mundo aprende de la misma manera lo cual permite la actualización de la enseñanza, permitiendo nuevas dinámicas y experiencias académicas.

Para Vargas (2024) los materiales didácticos se clasifican de la siguiente manera:

- **Material permanente del trabajo:** Son todos los materiales que usa el docente en el aula como: cuaderno, esferos, lápiz, pizarra, marcadores, entre otros, ya sea para crear, ilustrar y guardar una información.
- **Material informativo:** Son medios informativos que ayudan a desarrollar, combinar y utilizar cualquier información. Estos materiales pueden ser infografías, mapas conceptuales, resúmenes o carteles.
- **Material ilustrativo:** Es aquel material que puede usarse, de manera visual, audiovisual o contenido interactivo basadas en fotografías, imágenes animadas, música, sonidos o dibujos.
- **Material tecnológico:** Son recursos o herramientas tecnológicas que pueden emplearse en el sistema educativo llamadas TIC.

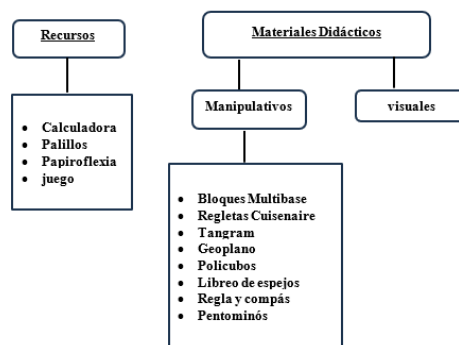
Estos tipos de material didáctico favorecen un desarrollo cognitivo para que el estudiante genere un aprendizaje y el docente realice un desempeño con estos medios que permitan alcanzar los objetivos planteados para la clase.

Podemos afirmar que el material didáctico tiene un impacto significativo en el ámbito educativo, esto se debe a que los docentes pueden impartir conocimientos desde una perspectiva renovada, actualizada mediante los avances tecnológicos, manuales, visibles que establecen pautas claras y se motiva a los alumnos a generar aprendizaje en diversos temas de acuerdo con sus experiencias realizadas con el material realizado que sirven como base para una enseñanza de alta calidad en el aprendizaje.

Según Colcha (2023) clasifica a los recursos y materiales didácticos de la siguiente manera:

Figura 2

Clasificación de recursos y materiales didácticos



Nota. Tipos de recursos y materiales didácticos tomado de (Colcha, 2023) p.36.

Con base en la representación gráfica, los recursos tienen como objetivo facilitar la transmisión de información relativa a un contenido, tales como calculadoras, computadoras, palillos, entre otros. En contraste, los materiales didácticos se clasifican en dos categorías: manipulativos y virtuales. Los materiales manipulativos incluyen elementos como bloques, los cuales permiten al estudiante desarrollar experiencias sensoriales y cognitivas. Por otro lado, los materiales virtuales son portadores de contenidos digitales que facilitan el proceso de aprendizaje y, al mismo tiempo, actúan como transmisores de conocimiento.

2.4.7 Incorporación de los Tics para el aprendizaje

Las TIC en general son una herramienta que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero su uso en el aula requiere una metodología adecuada, los estudiantes manejen no solo las TIC, sino que manejen para desenvolverse en la era digital como un material didáctico más que aporte a su desarrollo de aprendizaje-enseñanza en matemáticas, una conexión con la realidad de tal manera que se pueda aprender de manera divertida.

Existiendo una amplia gama de aplicaciones Web que pueden servir como material didáctico en el aula y sobre todo para contenidos matemáticos complejos de entender para los estudiantes (Jaramillo et al., 2020).

2.4.7.1 GeoGebra

GeoGebra es un programa de software libre y, por tanto, de descarga gratuita, lo que lo diferencia de este tipo de programas informáticos. También proporciona un entorno de trabajo que es fácil de aprender para profesores y estudiantes y puede crear actividades muy interesantes (Llerena, 2023).

Al usar GeoGebra el estudiante no solo es capaz de resolver el problema matemático, sino que está en la capacidad de comprenderlo y a su vez, adaptarlo a nuevas situaciones de la vida real, unificando los conceptos ya adquiridos con los nuevos, creando así un aprendizaje significativo de manera integrada, demostrando que el estudiante puede ser competente si el docente logra articular de manera adecuada esta herramienta con los contenidos que posee.

2.4.7.2 Geoplano

El geoplano es un material didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los estudiantes una mayor comprensión de toda una serie de términos abstractos puede comenzar a utilizarse en los primeros años de escolarización. El geoplano puede desarrollarse en diversas etapas. Desde la experiencia en el aula, el uso del geoplano ha tenido un impacto positivo en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de las matemáticas.

Para Macia y Borbor, (2024) el geoplano se puede encontrar de dos maneras de manera digital y de manera manual elaborándolo.

- **Geoplano digital**

Un geoplano digital es una versión electrónica del geoplano tradicional. En lugar de tener un tablero físico con clavos o puntos en los que puedes estirar bandas elásticas para formar figuras geométricas, el geoplano digital se usa a través de una aplicación de software o una herramienta en línea. Ofrece una interfaz gráfica que simula la disposición de puntos en una cuadrícula y permite al usuario crear y manipular figuras geométricas.

- **Geoplano manual**

La implementación del geoplano desarrolla el crecimiento de las habilidades y la capacidad creativa, esto brinda un efecto positivo en su progreso de aprendizaje. Como las ideas planteadas indican los estudiantes al manipular esta herramienta didáctica tienden a fortalecer su lenguaje matemático y progresivamente su capacidad de comunicación con sus pares pedagógicos (p. 35).

2.4.8 Características del material didáctico.

Según Guerrero (2009) en su trabajo de investigación menciona las siguientes características (pág. 2).

- Facilidad de uso. Si es controlable o no por los profesores y alumnos, si necesita personal especializado o no.
- Uso individual o colectivo. Si se puede utilizar a nivel individual, pequeño grupo, gran grupo.
- Versatilidad. Adaptación a diversos contextos: entornos, estrategias didácticas, alumnos.
- Abiertos, permitiendo la modificación de los contenidos a tratar
- Que promuevan el uso de otros materiales (fichas, diccionarios...) y la realización de actividades complementarias (individuales y en grupo cooperativo).
- Proporcionar información. Prácticamente todos los medios didácticos proporcionan explícitamente información: libros, videos, programas informáticos.

Permite que los estudiantes cumplan con sus obligaciones. La elaboración de los materiales didácticos sea funcional, de fácil uso, atractivos, útiles para trabajar en equipo o individuales, acorde a los objetivos planteados en las actividades académicas para que estos materiales permitan mejorar los niveles de eficiencia de enseñanza aprendizaje en el aula.

2.4.9 Importancia de la aplicación del material didáctico

En los niveles de educación la utilización de material didáctico apoya al aprendizaje, al razonamiento, a la imaginación y a la creación, donde el estudiante ejercita la manipulación y construcción de objetos por medio de las funciones operatorias. Como también es un punto clave para el desarrollo de un aprendizaje en cualquier contexto que le rodea, constituyen la creatividad del docente ya que juega un papel muy importante para generar un ambiente favorable y sobre todo la motivación en el desarrollo de un aprendizaje. Según Linares et al, (2020) mencionan que los materiales didácticos son muy valiosos por:

- Proporcionar información y guiar el aprendizaje, aportan una base concreta para el desarrollo del pensamiento.
- Desarrollar la continuidad de pensamiento ya que permite que el aprendizaje sea más duradero.
- Facilitar experiencias las cuales se obtienen de diversos materiales.
- Evaluar conocimientos y habilidades para que los estudiantes expresen y creen libremente (p. 39).

Compartiendo las ideas de lineares que los materiales didácticos ofrecen habilidades para que los estudiantes aprendan a enriquecer sus conocimientos y sus destrezas en resolver problemas a partir de oportunidades del desarrollo sea más profundo con objetivos que permitan un aprendizaje con estrategias que incentivan a los estudiantes a explorar y descubrir.

2.4.10 Ventajas y desventajas de utilizar material didáctico

Según Zambrano, (2021) describen unas ventajas y desventajas del uso de los materiales didácticos, tanto para el docente como para los alumnos:

2.4.10.1 Ventajas

- Promueven la enseñanza activa, haciendo del acto didáctico un proceso dinámico.
- Incentiva el aprendizaje en la medida que acercan a los alumnos a la realidad.
- Fortalecen la eficacia del aprendizaje en cuando combinan una gama de estímulos en los mensajes que recibe los alumnos.
- Facilita la construcción de los conocimientos ya que proponen diferentes alternativas de percepción sensorial.
- Permite profundizar la comunicación entre el profesor y los alumnos a partir de las variadas actividades.
- Amplia el campo de experiencia de los alumnos

2.4.10.2 Desventajas

- Exhibir el material educativo sin “explorarlo”, creyendo con solo hecho de murarlo ya está resuelto el aprendizaje.
- Presentar gran cantidad de material conjunta o sucesiva, produciendo en los alumnos cansancio y saturación.
- No considerar la conveniencia y oportunidad del uso del material, debido a la falta de una correcta planificación.
- Carecer de criterio selectivos y críticos lo que puede llevar a la pasividad o el activismo o “falsa actividad” (Zambrano, 2021).

2.5 Currículo de matemática en EGB relacionando con triángulos

2.5.1 Contenido Curricular Educación Básica Octavo

- **Bloque 2. Geometría y medida**

El currículo es la expresión del proyecto educativo que los integrantes de un país o de una nación elaboran con el fin de promover el desarrollo y la socialización de las nuevas generaciones y en general de todos sus miembros; en el currículo se plasman en mayor o menor medida las intenciones educativas del país, se señalan las pautas de acción u orientaciones sobre cómo proceder para hacer realidad estas intenciones y comprobar que efectivamente se han alcanzado

- **Objetivos de aprendizaje en la Educación General Básica**

De acuerdo con el Ministerio de Educación del Ecuador (2020) el objetivo de aprendizaje para la resolución de triángulos rectángulos es:

“O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país”.

- **Destrezas con criterios de desempeño a evaluar Octavo:**

De acuerdo con Ministerio de Educación del Ecuador (2016) las destrezas con criterio de desempeño para la resolución de triángulos rectángulos para el nivel de octavo año de educación general básica media superior son:

- M.3.2.20 Medir ángulos rectos, agudos y obtusos, con el graduador u otras estrategias, para dar solución a situaciones cotidianas.
- M.3.2.6. Calcular el perímetro de triángulos; deducir y calcular el área de triángulos en la resolución de problemas.
- M.3.2.9. Calcular, en la resolución de problemas, el perímetro y área de polígonos regulares, aplicando la fórmula correspondiente (p. 727).

De acuerdo con las destrezas con criterios se puede investigar que el currículo Nacional de educación del 2016 plantea temas de desarrollo de resolución de triángulos con los siguientes temas de octavo año de educación general básica media superior:

- En el Bloque 4 de Geometría y Medida
 - Figuras congruentes y figuras semejantes
 - Teorema de Thales
 - Criterios de semejanza de triángulos

- Teorema de Pitágoras

2.5.2 Contenido Curricular de la Educación General Básica Noveno

- Destrezas con criterios de desempeño a evaluar Noveno

De acuerdo con (Ministerio de Educación del Ecuador (2016) las destrezas con criterio de desempeño para la resolución de triángulos rectángulos para el nivel de noveno año de educación general básica superior son:

- M.4.2.5 Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo con las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).
- M.4.2.6. Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.
- M.4.2.7. Reconocer y trazar líneas de simetría en figuras geométricas para completarlas o resolverlas.
- M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.
- M.4.2.9. Definir e identificar la congruencia de dos triángulos de acuerdo con criterios que consideran las medidas de sus lados y/o sus ángulos.
- M.4.2.10. Aplicar criterios de semejanza para reconocer triángulos rectángulos semejantes y resolver problemas.
- M.4.2.11. Calcular el perímetro y el área de triángulos en la resolución de problemas (p. 885).

De acuerdo con las destrezas con criterios se puede investigar que el (Ecuador M. d., 2016) plantea temas de desarrollo de resolución de triángulos con los siguientes temas de noveno año de educación general básica superior:

- En el Bloque 2 de Geometría y Medida
 - Propiedades de Figuras Geométricas
 - Perímetro y Área de Figuras Planas
 - Teorema de Pitágoras
 - Congruencias de triángulos

2.5.3 Contenido Curricular de la Educación General Básica Décimo

2.5.3.1 Destrezas con criterio de desempeño a evaluar décimo

De acuerdo con (Ministerio de Educación del Ecuador (2016) las destrezas con criterio de desempeño para décimo año de educación básica superior para la resolución de triángulos rectángulos son:

- “M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.
- M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.
- M.4.2.17. Resolver y plantear problemas que involucren triángulos rectángulos en contextos reales, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema” (p. 131)

De acuerdo con las destrezas con criterios se puede investigar que el (Ecuador M. d., 2016) plantea temas de desarrollo de resolución de triángulos con los siguientes temas de décimo año de educación general básica superior:

- **Bloque 5 de Geometría y Medida:**

- Medidas de ángulos
- Razones trigonométricas en triángulos rectángulo.
- Razones trigonométricas de ángulos especiales
- Relaciones entre las razones trigonométricas
- Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera
- Teorema de Pitágoras
- Longitudes y áreas de figuras planas.

2.5.4 Perfil de egreso de matemática EGB

En el Ministerio de Educación (2019) el bloque curricular, en los primeros grados de Educación General Básica, parte del descubrimiento de las formas y figuras, en tres y dos dimensiones, que se encuentran en el entorno, para analizar sus atributos y determinar las características y propiedades que permitan al estudiante identificar conceptos básicos de la Geometría, así como la relación que estos tienen con las unidades de medida (p. 112).

El perfil de egreso de matemáticas para los estudiantes de los grados octavo a décimo se alinea con el currículo nacional (2019) está diseñado para “asegurar que los alumnos adquieran

competencias básicas en matemáticas que los preparen para estudios superiores y para enfrentar problemas matemáticos en la vida cotidiana” (p. 360).

A continuación, presento un perfil de egreso típico para estos niveles educativos en el contexto ecuatoriano del currículo nacional (2019) :

2.5.4.1 Conocimientos matemáticos

- **Álgebra:**
 - Ecuaciones y Desigualdades: Resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas de ecuaciones, y desigualdades algebraicas.
 - Funciones: Comprensión de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y su representación gráfica. Interpretación y resolución de problemas que involucran funciones.
- **Geometría:**
 - Figuras y Cálculo de Áreas y Volúmenes: Estudio de figuras geométricas planas (triángulos, cuadriláteros, polígonos) y sólidas (prismas, cilindros, conos, esferas). Cálculo de áreas, perímetros y volúmenes.
 - Teoremas Geométricos: Aplicación de teoremas como el de Pitágoras, propiedades de los ángulos y relaciones en triángulos y otras figuras geométricas.
- **Trigonometría:**
 - Funciones Trigonométricas: Conocimiento de funciones trigonométricas básicas (seno, coseno, tangente) y sus aplicaciones en la resolución de problemas geométricos.
- **Estadística y Probabilidad:**
 - Análisis de Datos: Interpretación y análisis de datos mediante gráficos (histogramas, diagramas de barras, gráficos circulares).
 - Medidas Estadísticas: Cálculo de media, mediana, moda y desviación estándar.
 - Probabilidad: Cálculo de probabilidades simples y eventos compuestos, y comprensión de conceptos básicos de probabilidad.
- **Números y Operaciones:**
 - Manejo de Números: Operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes. Aplicación de estas operaciones en problemas matemáticos y situaciones cotidianas.

2.5.4.2 Habilidades de Resolución de Problemas

- **Modelado Matemático:**

- Formulación y Resolución: Capacidad para formular problemas matemáticos a partir de situaciones reales y utilizar técnicas matemáticas para encontrar soluciones.

- **Razonamiento Lógico y Crítico:**

- Justificación y Argumentación: Desarrollo de habilidades para razonar y argumentar de manera lógica y coherente, tanto en la resolución de problemas como en la demostración de conceptos matemáticos.

- **Pensamiento Analítico:**

- Descomposición de Problemas: Habilidad para descomponer problemas complejos en partes más simples y aplicar métodos adecuados para solucionarlos.

2.5.4.3 Competencias en Herramientas y Tecnologías

- **Uso de Herramientas Matemáticas:**

- Calculadoras y Software: Manejo de calculadoras científicas y/o gráficas, y uso básico de software matemático y herramientas digitales para la resolución de problemas (GeoGebra).

2.5.4.4 Actitudes y Valores

- **Curiosidad y Aprendizaje Continuo:** Actitud de curiosidad y disposición para seguir aprendiendo y explorando nuevos conceptos matemáticos y aplicaciones.
- **Rigor y Exactitud:** Valoración el trabajo matemático, y compromiso con la calidad en la resolución de problemas y la presentación de soluciones. (pp. 102-113)

2.6 Geometría

La geometría es una rama fundamental de las matemáticas que estudia las propiedades y relaciones de las figuras en el espacio y en el plano. Para Bravo y Riofrío, (2024) “El saber geométrico es el conocimiento de las propiedades del espacio geométrico desde el punto de vista educativo es importante diferenciarlo del conocimiento de las propiedades del espacio físico” Para (p. 161).

La geometría no solo es fundamental para entender el mundo y resolver problemas prácticos, sino que también es una herramienta crucial en muchas disciplinas científicas y tecnológicas.

2.7 Trigonometría

Según, López y Espinoza (2023) ,“la trigonometría es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es «la medición de los triángulos» (p. 35).

Esta rama se encarga de estudiar las mediciones de los elementos de un triángulo; esta se basa en algunas relaciones como son las funciones trigonométricas. La primera aparición de la trigonometría, dentro de la sociedad, fue en la agrimensura, la ingeniería y navegación.

Al estudiar a fondo el nacimiento de la trigonometría, nos encontramos con su aparición hace más de 3000 años y su aparición tuvo que ver con las preguntas de los babilónicos y los egipcios, los cuales fueron quienes diseñaron que los lados y ángulos de los triángulos y las funciones trigonométricas, utilizando lo descubierto para satisfacer necesidades tanto en la agricultura como para la construcción de pirámides (López y Espinoza, 2023) .

Concuerdo con lo mencionado por el autor López, es preciso señalar que, en los últimos siglos en la trigonometría que se ha experimentado grandes avances, algunos de ellos gracias al matemático escocés John Napier, quien fue el inventor de los logaritmos y reglas nemotécnicas para los triángulos esféricos, a principios del siglo XVII.

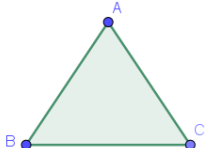

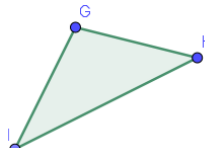
Otras aportaciones, las realizó el físico Isaac Newton, que inventó el cálculo diferencial e integral encontrando las series para las funciones seno, coseno y tangente.

2.7.1 Triángulos

Collaguaso (2018) define al triángulo como una figura formada por tres lados y tres ángulos interiores que sumados deben dar 180° .

Tabla 1

Clasificación de Triángulos según sus lados

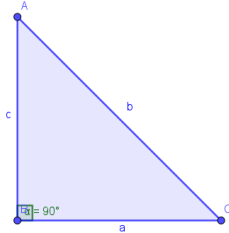
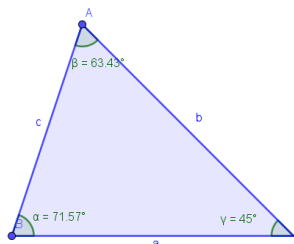
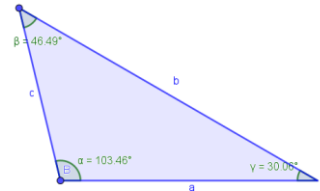
Clasificación de los Triángulos según sus lados		
Equilátero 	Isósceles 	Escaleno 
Lados: tres lados son iguales Ángulos: tres ángulos son iguales	Lados: dos lados iguales y uno desigual	Lados: los tres lados no son iguales

Ángulos: dos iguales y uno desigual	Ángulos: diferentes	Ángulos: ángulos
-------------------------------------	---------------------	------------------

Nota. Tabla con información extraída de Aguilar et al., (2010, p. 30) .

Tabla 2

Clasificación de triángulos por sus ángulos

Clasificación de los Triángulos por sus ángulos		
Triángulo rectángulo	Triángulo acutángulo	Triángulo obtusángulo
 <p>ángulo: conforma con un ángulo de 90°.</p>	 <p>ángulo: sus tres ángulos son agudos menores de 90°.</p>	 <p>ángulo: tiene un ángulo obtuso más de 90°.</p>

Nota. Tabla con información extraída de Aguilar et al., (2010, p. 30) .

2.7.2 Perímetros y áreas

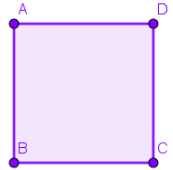
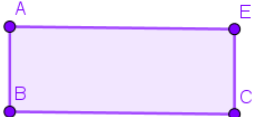
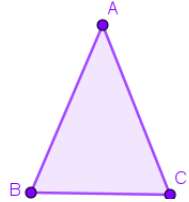
El concepto de área no se sabe cuándo se originó o por qué se le puso ese nombre para referirse a la superficie de una figura plana, aunque en la lengua española tiene raíces latinas del adjetivo árido. La etimología del perímetro viene del prefijo peri que significa alrededor y el sufijo metrón medida, entonces el perímetro es la medida lineal cerrada que delimita a una figura (Gonzales, 2019).

El área o superficie es la región limitada por segmentos de una figura plana que es más viable de calcular dependiendo la figura, en este caso una multiplicación para el área de un cuadrado y rectángulo, y una operación combinada de multiplicación y división en el caso del triángulo, y el perímetro es el segmento que limita a la figura y se la haya sumado las longitudes de sus lados.

En otras palabras, se señala que las definiciones son claras y simples pero los estudiantes presentan dificultades para comprenderlas y distinguir entre las diferentes fórmulas. Este problema se origina desde la escuela y si no se identifican correctamente genera confusiones al aplicarlos en la resolución de ejercicios, esto afecta a su entendimiento de área y perímetro de los polígonos Gonzales (2019).

Tabla 3

Figuras planas

Figuras Plana	Área	Perímetro	Figura
Cuadrado	Área = lado x lado $A = l \times l$	$P = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$ $P = l + l + l + l$	
Rectángulo	Área = base x altura $A = b \times a$	$P = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$ $P = a + a + b + b$	
Triángulo	Área = (base x altura) entre 2 $a = \frac{b \times a}{2}$	$P = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$ $P = 11 + 12 + 13$	

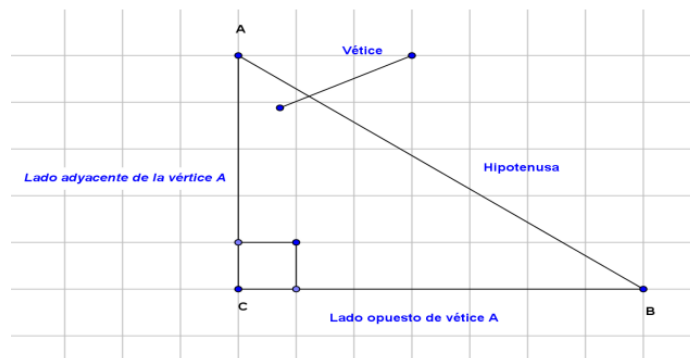
Nota. Tabla con información extraída de Aguilar et al., (2010, p. 118).

En la siguiente tabla presentada se encuentra fórmulas para calcular área y perímetro a manera de ejemplo de las figuras planas, pero existen más figuras.

2.7.3 Teoremas de Pitágoras

En un triángulo rectángulo (con un ángulo recto, es decir, de 90°) se llama hipotenusa al lado que no toca al ángulo recto y catetos a los lados que lo tocan.

Figura 3
Triángulo rectángulo



Nota. Figura obtenida de: <http://www.geometria.html/> , ubicación de los elementos del triángulo rectángulo.

$$h^2 = a^2 + b^2$$

- h → Representa la hipotenusa
- a y b → Representan los catetos

2.7.4 Razones trigonométricas

La trigonometría es una rama de la matemática que estudia los lados y ángulos de un triángulo rectángulo. Por lo tanto, se ocupa de las funciones asociadas a los ángulos, denominadas funciones o razones trigonométricas, que también pueden designarse como funciones circulares. Tenemos tres razones fundamentales que son seno, coseno y tangente y tres razones recíprocas que son cosecante, secante y cotangente.

“Las razones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos”. Cada vez que se habla de razones en trigonometría, se refiere a una operación de cociente de la forma, donde Bravo et al., (2014):

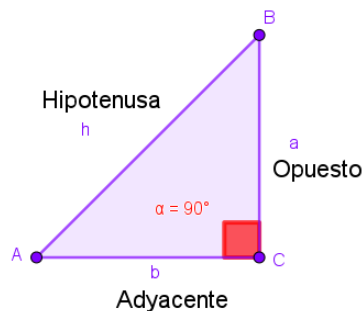
- $a = \frac{b}{c}$ donde a = incógnita o el valor a encontrar
- $\frac{b}{c}$ = cateto o hipotenusa de acuerdo con el ángulo de referencia

Las razones trigonométricas de un de un triángulo recto con un ángulo cualquiera α se define de un vértice A, que origina un triángulo rectángulo arbitrario que posee un ángulo. De ese modo el nombre que adoptan los elementos a partir de su definición será:

- Cateto opuesto: es el lado opuesto al ángulo que se pretende determinar
- Cateto adyacente: es el lado contiguo al ángulo que pretendemos determinar.
- Hipotenusa: es el lado opuesto al ángulo recto.

Figura 4

Triángulo de razones trigonométricas



Nota. razones entre cada par de lados Tomado de: (López y Espinoza, 2023).

Debido a que un triángulo se compone de tres lados, podemos establecer seis razones entre cada par de lados. Entonces, las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo serán:

2.7.4.1 Ley de senos y cosenos

Seno: razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

$$\text{sen } A = \frac{a}{h} \text{ -----} \rightarrow \text{sen } B = \frac{b}{h}$$

Coseno: razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

$$\text{cos } A = \frac{b}{h} \text{ -----} \rightarrow \text{cos } B = \frac{a}{h}$$

Tangente: razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente.

$$\text{tan } A = \frac{a}{b} \text{ -----} \rightarrow \text{tan } B = \frac{b}{a}$$

Cotangente: razón entre el cateto adyacente al ángulo y el cateto opuesto.

$$\text{cot } A = \frac{b}{a} \text{ -----} \rightarrow \text{cot } B = \frac{a}{b}$$

Secante: razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente al ángulo.

$$\text{sec } A = \frac{h}{b} \text{ -----} \rightarrow \text{sec } B = \frac{h}{a}$$

Cosecante: razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo.

$$\text{csc } A = \frac{h}{a} \text{ -----} \rightarrow \text{csc } B = \frac{h}{b}$$

2.7.4.2 Razones trigonométricas de ángulos especiales

Las razones de ángulos especiales o también ángulos notables se asocian con estos nombres ya que aparecen a menudo en nuestra vida cotidiana, por lo que resulta conveniente aprender los valores de sus razones trigonométricas. Son aquellos que se representan en forma de grados sexagesimales como: 30°, 45° y 60°, o a su vez de forma equivalente en radianes como: $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, respectivamente.

2.7.5 Resolución de triángulos rectángulos

De acuerdo con Gómez (2013) resolver un triángulo consiste en calcular las longitudes de sus lados y la medida de sus ángulos. Para hacer esto, es necesario conocer la longitud de un lado con otras dos cantidades: ya sean dos ángulos o los otros dos lados, o bien un ángulo y otro lado. Pero para poder aplicar este proceso es necesario tener saberes previos en temas de aritmética, álgebra y geometría, es decir, que el docente debe haber trabajado previamente en estos temas anteriores. (p. 24)

Por lo descrito anteriormente se puede afirmar, la resolución de triángulos rectángulos se refiere a encontrar las medidas de los lados y ángulos de un triángulo rectángulo cuando se conoce alguna información inicial sobre el triángulo. Un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo de 90 grados.

2.7.6 Triángulos oblicuángulos

Las matemáticas son aplicadas en todo nuestro entorno social, lo que Hernández y Granados (2020), permite que su interpretación sea con mayor alcance, uno de los muchos casos es la aplicación de los triángulos oblicuángulos, una de sus opciones de resolución es a través de la aplicación de la ley de los senos, facilitando así una forma sencilla y practica de interpretación de solución a un problema en la vida práctica.

Comparto la idea con el autor Hernández sobre los triángulos oblicuángulos son unos de los triángulos que más se representan en la vida cotidiana y es muy importante conocer acerca de este tema gracias ello se puede solventar cualquier problema que se nos presente que tenga la idea de una construcción de triángulos identificando así una resolución objetiva de triángulos.

Es muy importante considerar algunos puntos que te faciliten su interpretación de manera muy clara para la solución del problema, en dicho caso tenemos lo siguiente:

Los triángulos no rectángulos u oblicuángulos son aquellos en los que no hay ningún ángulo de 90 grados. Para Hernández y Granados (2020) Estos triángulos se pueden clasificar en dos tipos principales:

- **Triángulos acutángulos:** Todos los ángulos son menores de 90 grados.
- **Triángulos obtusángulos:** Uno de los ángulos es mayor de 90 grados.

2.7.7 Semejanza entre triángulos

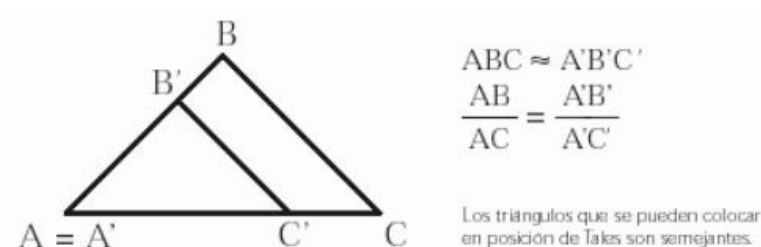
Dos triángulos se denominan semejantes cuando todos sus ángulos son iguales y sus lados proporcionales entre sí. El coeficiente de proporcionalidad entre cada dos lados correspondientes de los dos triángulos se denomina razón de semejanza.

- Los triángulos semejantes cumplen las dos propiedades siguientes:
- La razón entre dos alturas correspondientes de ambos triángulos es igual a la razón de semejanza.

- La razón entre las áreas de dos triángulos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.

Figura 5

Semejanza de triángulos



Nota. Figura obtenida de (Hirus, 2024).

2.7.8 Aplicación de razones trigonométricas

- **Arquitectura:** Se utilizan las razones trigonométricas para medir áreas y campos con la finalidad de construir edificios, casas, estructuras verticales entre otras. Para la construcción se debe seguir ciertos lineamientos para medir ángulos, calcular distancias, determinar alturas mediante la relación de las razones trigonométricas.
- **Construcción:** Se emplea para diseñar planos, medir distancias entre puntos de referencia de planos, el cálculo de longitudes con relación a catetos e hipotenusa de un material.
- **Física:** Se usa para resolver problemas de mecánica para determinar coordenadas polares, como también para hallar las componentes de un vector, además de aplicaciones en la vida cotidiana como medir la altura de edificios, casas, árboles en relación con su sombra.

El aprendizaje de las razones trigonométricas a partir de un enfoque lúdico promueve y motiva al estudiante a construir sus propios conocimientos en función a la selección de estrategias didácticas y pedagógicas en la que el docente se fundamenta para construir el plan de estudio en relación con las destrezas y competencias propuestas.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

3.1 Enfoque de la investigación

La presente investigación tiene un enfoque cuantitativo debido a que se midió los fenómenos. Tal como lo plantean Hernández et al. (2010), “la investigación no experimental, consiste en estudios que se realizan sin la manipulación deliberada de variables y en los que sólo se observan los fenómenos en su ambiente natural para después analizarlo”.

3.2 Diseño de la investigación

Es una investigación no experimental, debido a que no se manipuló ninguna de las variables, es decir se observó el fenómeno para después analizarlo.

3.3 Tipo de investigación

3.3.1 Por el lugar:

De campo: Debido a que se aplicó una encuesta a los estudiantes de décimo año Educación General Básica Superior.

3.3.2 Por la temporalidad

Transversal: La investigación consiste en un método de obtención de datos que perdura solo un momento, en un único tiempo (Hernandez Sampieri, 2020). El tipo de investigación fue transversal ya que se analizó información de la investigación en un determinado período de tiempo.

3.4 Nivel de investigación

Investigación propositiva: Permitió describir información recolectada sobre el nivel de conocimientos, además para alcanzar el nivel propositivo se partió desde el diagnóstico recogiendo información de manera directa del objeto a estudiar, luego se estableció meta y se estructuró una propuesta didáctica con la finalidad de dar solución a las falencias que tienen los estudiantes en el aprendizaje de resolución de triángulos.

3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.5.1 Técnica

La técnica utilizada en esta investigación para la recolección de datos fue la encuesta y prueba objetiva que consta de 10 preguntas dirigidas a estudiantes.

3.5.2 Instrumento

Prueba Objetiva: La prueba aplicada a los estudiantes costa de 10 preguntas que permitió recabar información necesaria, ya que las preguntas fueron establecidas de acuerdo con el aprendizaje, desde el contexto teórico a resolución de triángulos los mismo brindaron información para su respectivo análisis e interpretación de resultados.

Encuesta: Este instrumento fue establecido con 10 preguntas con diferentes preguntas enfocados al tema de resolución de triángulos, y la utilización del material didáctico con una escala de (siempre, casi siempre, nunca), partiendo desde los conocimientos previos hasta los temas indagados y así obtener información sobre las dificultades que tienen en el aprendizaje de resolución de triángulos y cubrir esas necesidades.

3.5.3 Técnica de procesamiento de datos

Para esta investigación el procesamiento de datos se utilizó la técnica de estadística descriptiva utilizando la herramienta Microsoft Excel.

3.6 Validación de instrumento de investigación

Para la validación de instrumento se pidió la colaboración de expertos conocedores de la investigación y de la docencia en matemáticas mismos que son docentes de la Universidad Nacional de Chimborazo, por ende, son quienes respondieron a la validación del instrumento que contiene una matriz, las cuales son: preguntas de cada ítem, de acuerdo el desarrollo del material didáctico una validación del instrumento de la encuesta (Ver anexo 2,3,4), de la misma manera la validación de los instrumentos de la prueba objetiva se encuentra en (anexo 6,7,8).

3.7 Población

Para realizar la presente investigación se tuvo como población a estudiantes de Décimo año Educación General Básica Superior.

Tabla 4

Población

Población	Número
Estudiantes décimo año de educación básica superior de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno	19
Total	19

3.8 Muestra

Debido a que la población es muy limitada se trabajó la totalidad de la población y no se utilizó muestra para la presente investigación.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes

Es preciso mencionar, luego de realizar una encuesta de 10 preguntas (ver anexo 1), a estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno se presenta los siguientes resultados:

Pregunta 1: ¿Ha tenido clases sobre resolución de triángulos en el último año?

Tabla 5

Escala de la pregunta 1

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	0	0%
Casi Siempre	13	68%
Siempre	6	32%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación: De los resultados obtenidos, se evidencia que la mayoría, esto es el 68%, casi siempre han tenido clases sobre resolución de triángulos en el último año; mientras que el 32% restante afirmó que siempre han tenido estas clases. Nadie reportó nunca haber tenido clases sobre este tema durante el último año. Con estos resultados se puede decir que los estudiantes casi siempre tienen clases sobre resolución de triángulos.

Pregunta 2: ¿El docente utiliza material didáctico (como presentaciones, ejercicios interactivos, juegos, etc.) para enseñar resolución de triángulos?

Tabla 6

Distribución de frecuencia de la pregunta 2

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	8	42%
Casi Siempre	7	37%
Siempre	4	21%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: De los resultados obtenidos se puede evidenciar que con 42% nos mencionan nunca haber utilizado material didáctico para la resolución de triángulos, el 37% casi siempre y un 21% los docentes siempre utilizan material didáctico para la resolución de triángulo. Esto indica que no existe un compromiso significativo por parte del

docente de la institución educativa para cubrir este tema dentro del programa de estudios con suficiente material didáctico para su comprensión de aprendizaje.

Pregunta 3: *¿Cree usted que al inicio de las clases sobre resolución de triángulos hace falta material didáctico para introducir adecuadamente los conceptos?*

Tabla 7

Distribución de frecuencias de la pregunta 3

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	1	5%
Casi Siempre	6	32%
Siempre	12	63%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: Basado en los datos proporcionados, el 63% considera que siempre es necesario utilizar material didáctico al inicio de las clases. Además, un 32% cree que casi siempre es necesario su uso, mientras que una minoría del 5% restante afirmó que nunca es necesario. Esto indica una preferencia por métodos de enseñanza más tradicionales entre este pequeño grupo.

Pregunta 4: *¿Considera que el uso de material didáctico desde el principio de la clase ayuda a establecer una base para comprender los temas de resolución de triángulos?*

Tabla 8

Distribución de frecuencia pregunta 4

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	0	0%
Casi Siempre	2	11%
Siempre	17	89%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: De los resultados obtenidos se puede decir que el 89% considera que es siempre necesario utilizar material didáctico, mientras el 11% manifiesta casi siempre. Esto indica que los estudiantes esperan que el docente utiliza siempre el material didáctico desde principio de clases.

Pregunta 5: *¿Cree que durante el desarrollo de las clases sobre resolución de triángulos es necesario el uso continuo de material didáctico para reforzar los conceptos?*

Tabla 9*Distribución de frecuencias pregunta 5*

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	0	0%
Casi Siempre	6	32%
Siempre	13	68%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: De los resultados de datos obtenidos, la mayoría un, 68% indica que siempre creen que es necesario utilizar el material didáctico de manera continua durante las clases. Un 32% con un casi siempre, se interpreta que este recurso es ampliamente utilizado y considerado efectivo para el proceso de aprendizaje en la resolución de triángulos.

Pregunta 6: *¿Cree usted que el uso de material didáctico hace más fácil entender la resolución de triángulos?*

Tabla 10*Distribución de frecuencia pregunta 6*

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	0	0%
Casi Siempre	4	21%
Siempre	15	79%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: Como resultados obtenidos según los datos, el 79% indican que el uso siempre del material didáctico facilitará la comprensión de la resolución de triángulos. El 21% considera que casi siempre facilitará dicha comprensión, Esto resultados indican que el material didáctico es ampliamente utilizado y valorado por su capacidad para facilitar la comprensión de la resolución de triángulos, según los datos obtenidos.

Pregunta 7: *¿El material didáctico utilizado por el docente está disponible para revisión fuera del horario de clase?*

Tabla 11*Distribución de frecuencia pregunta 7*

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	6	32%
Casi Siempre	10	53%
Siempre	3	16%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: En los siguientes datos obtenidos se verifica que el 53% indica que el material didáctico casi siempre está disponible fuera del horario de clases, mientras que el 32% señala que no tiene acceso a dicho material en ese tiempo, y el 16% afirma que siempre cuenta con el material disponible fuera del horario de clases. Esto dice que, aunque la mayoría de los estudiantes tiene acceso al material fuera del horario de clases, es necesario abordar las necesidades del 48% restante y buscar maneras de hacer que el material didáctico sea más accesible para todos los estudiantes fuera del horario de clases.

Pregunta 8: *¿El material didáctico utilizado por su docente incluye ejemplos prácticos de resolución de triángulos?*

Tabla 12

Distribución de frecuencia pregunta 8

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	9	47%
Casi Siempre	8	42%
Siempre	2	11%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: A partir de los datos obtenidos, el 47% indican que nunca hace uso de los ejemplos prácticos con el material didáctico. El 42% casi siempre el docente incluye, el 11% afirma que el docente utiliza ejemplos prácticos con el material didáctico en ocasiones. Estos datos revelan una necesidad clara de aumentar la inclusión de ejemplos prácticos en el material didáctico para mejorar la enseñanza.

Pregunta 9: *¿Considera que el material didáctico utilizado por el docente cubre adecuadamente los diferentes aspectos de la resolución de triángulos (por ejemplo, trigonometría, ley de senos y cosenos, teorema de Pitágoras)?*

Tabla 13

Distribución de frecuencia pregunta 9

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	10	53%
Casi Siempre	8	42%
Siempre	1	5%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: En el análisis de los datos obtenidos muestra que el 53% considera que el material didáctico nunca ha sido suficiente, por otra parte, el 42%, casi siempre aborda las necesidades del tema, y el 5% restantes afirma el docente siempre hace uso del material. Estos resultados sugieren la necesidad de que el docente se enfoque en mejorar y ampliar

el contenido del material didáctico para garantizar una cobertura integral y efectiva de los conceptos esenciales para el aprendizaje de los estudiantes.

Pregunta 10 *¿El material didáctico utilizado por el docente incluye actividades prácticas que permiten aplicar los conceptos de resolución de triángulos en situaciones reales?*

Tabla 14

Distribución de frecuencia pregunta 10

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	8	42%
Casi Siempre	11	58%
Siempre	0	0%
TOTAL	19	100%

Análisis e interpretación de resultados: Mediante los resultados obtenidos, el 42% el docente nunca incluye situaciones reales en el material didáctico, mientras que el 58% el docente casi siempre utiliza. Estos datos sugieren que el docente debería incorporar más actividades prácticas basadas en situaciones reales con el material didáctico para mejorar el proceso de enseñanza de la resolución de triángulos.

4.2 Resultados de prueba aplicada a estudiantes

La prueba realizada a estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno permitió analizar las dificultades de aprendizaje para la resolución de los ejercicios sobre la resolución de triángulos y detectar las habilidades que poseen; situación que es determinante en la búsqueda de fortalecer estas capacidades de los estudiantes (ver anexo 5).

Tabla 15

Calificaciones de la prueba

Estudiantes	Calificación /10	Porcentaje /100%
Estudiante 1	4	40%
Estudiante 2	5	50%
Estudiante 3	6	60%
Estudiante 4	5	50%
Estudiante 5	6	60%
Estudiante 6	5	50%
Estudiante 7	4	40%
Estudiante 8	5	50%
Estudiante 9	4	40%
Estudiante 10	5	50%
Estudiante 11	7	70%

Estudiante 12	5	50%
Estudiante 13	8	80%
Estudiante 14	5	50%
Estudiante 15	5	50%
Estudiante 16	6	60%
Estudiante 17	6	60%
Estudiante 18	6	60%
Estudiante 19	3	30%
PROMEDIO	5,26	53%

Análisis de resultados en cada pregunta de la prueba:

Pregunta 1: Seleccionar la respuesta correcta del tipo de triángulos según sus lados y según sus ángulos.

Análisis: En esta pregunta la mayoría de los estudiantes respondieron incorrectamente demostrando que no tienen conocimiento suficiente de los tipos de triángulos.

Pregunta 2: Calcular el área de un triángulo con una base de longitud 8 metros y una altura de 6 metros.

Análisis: Los estudiantes calcularon erróneamente el área de un triángulo demostrando sus dificultades al resolver.

Pregunta 3: Calcular el perímetro de un triángulo con lados de longitud $a = 7\text{ cm}$, $b = 9\text{ cm}$ y $c = 12\text{ cm}$.

Análisis: Los estudiantes no presentaron dificultades en resolver el perímetro de un triángulo, siendo mayor parte de los estudiantes que respondieron correctamente.

Pregunta 4: ¿Cuál es la suma de las medidas de los ángulos internos del triángulo rectángulo?

Análisis: No presentan dificultades en conocer cuál es la medida de los ángulos internos de un triángulo rectángulo obteniendo resultados casi en su totalidad correctas.

Pregunta 5: Calcular la medida del ángulo α del siguiente triángulo.

Análisis: Los estudiantes tienen dificultades en calcular el ángulo del triángulo debido a falta de comprensión y utilización de fórmulas

Pregunta 6: En un triángulo se conocen los tres lados: $a = 5.16\text{ m}$, $b = 4.31\text{ m}$ y $c = 4.83\text{ m}$ calcula el ángulo C.

Análisis: Según la prueba objetiva la mayoría de los estudiantes realiza mal el cálculo del ángulo que se pide calcular en el triángulo

Pregunta 7: De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 5$ m y $B = 41.7^\circ$. Resolver el triángulo

Análisis: En la prueba objetiva realizada no todos los estudiantes respondieron correctamente es decir la mitad de la población encuestada se puede observar sus dificultades son por falta de conocimiento y aplicación de teorema de Pitágoras.

Pregunta 8: Dado un triángulo rectángulo con un ángulo θ agudo donde el cateto opuesto mide 4 unidades y el cateto adyacente mide 3 unidades, calcula las razones trigonométricas del ángulo θ seno.

Análisis: La mayoría de los estudiantes no presentaron muchas dificultades en resolver ejercicios de razones trigonométricas, pero, sin embargo, hay estudiantes que todavía llegan a confundirse a la hora de resolverlos.

Pregunta 9: Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

Análisis: Los estuantes respondieron correctamente la resolución de triangulo presentado, sin embargo, existen una mínima parte de los estuantes aun presentan dificultades de comprensión y análisis al resolver.

Pregunta 10: A una distancia de 10 m de distancia de la base de un árbol la punta de éste se observa bajo un ángulo de 23° . Calcula la altura del árbol.

Análisis: De acuerdo con la prueba objetiva realizada a los estudiantes la mayoría de ellos respondieron correctamente, teniendo en cuenta que existe pocos estudiantes siendo la muy minoría que respondieron incorrectamente, por las dificultades de falta de comprensión al resolver la altura del triángulo plasmado en el problema de la pregunta realizada.

El análisis realizado de cada una de las preguntas de la prueba objetiva permitió determinar las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en los temas de: clasificación de triángulos, teorema de Pitágoras, razones trigonométricas, definición de triángulos de ángulos internos.

Tabla 16*Resultados de la prueba objetiva estructurada en escala cualitativa y cuantitativa*

Escala Cuantitativa	Escala Cualitativa	Frecuencia	Porcentaje
9,00 - 10,00	Domina los aprendizajes requeridos	0	0%
7,00 - 8,99	Alcanza los aprendizajes requeridos	2	11%
4,01 - 6,99	Próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos	16	84%
≤ 4	No alcanza los aprendizajes requeridos.	1	5%
TOTAL		19	100%

Análisis e interpretación de resultados: De acuerdo con los resultados de datos presentados en la Tabla 18 y tabulados en la Tabla 19, el 84% de los estudiantes están cerca de alcanzar los aprendizajes requeridos, el 11% ha alcanzado dichos aprendizajes, el 5% no los ha alcanzado, y el 0% ha dominado los aprendizajes requeridos. Estos resultados de acuerdo con la escala cualitativa y cuantitativa de la LOEI (Ministerio de Educación del Ecuador, 2017), se observa que existen serias dificultades en el aprendizaje de la resolución de triángulos, reflejadas en el bajo rendimiento académico, surgiendo una deficiencia en el uso del material didáctico como estrategia para la enseñanza y aprendizaje.

4.3 Discusión de resultados

Según los resultados obtenidos de la encuesta y la prueba objetiva aplicada a los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno se determina que:

La mayor parte de los encuestados se han centrado en sus respuestas en relación si el docente utiliza material didáctico para las clases para el aprendizaje de resolución de triángulos. Estos resultados varían de acuerdo con cada pregunta que se planteó, ya que la mayor parte de los estudiantes están inclinados por la respuesta de casi siempre, nunca y escasa opción de siempre. De igual manera se obtuvo las calificaciones, resultados presentados tabla 14, de los estudiantes de décimo año de Educación General Básica, en la cual se puede evidenciar el rendimiento académico de acuerdo con lo propuesto del Ministerio de Educación, las siguientes escalas cualitativas que son: No alcanza los aprendizajes requeridos, el 5%, está en próximo en alcanzar los aprendizajes requeridos 84%, alcanza los aprendizajes requeridos 11%, mientras que en domina los aprendizajes el 0%. De esta manera se puede deducir que los resultados obtenidos en la encuesta tienden a tener una similitud con las calificaciones de los estudiantes del motivo de un rendimiento académico bajo por la falta del uso del material didáctico para el aprendizaje en resolución de triángulos.

Chamorrón (2023), determinó que la mejor manera de motivar a los estudiantes es mediante la utilización recursos tecnológicos, juegos y material didáctico que conecte el aprendizaje con la vida real y que, además, permita desarrollar la creatividad, el razonamiento y la curiosidad hacia el nuevo tema. En concordancia con el autor, el diseño e implementación del material didáctico en las clases estimula el aprendizaje, favorece la búsqueda de información y resolución de problemas, potencia una enseñanza más activa, participativa y creativa, fomenta el pensamiento matemático en la resolución y aprendizaje de los triángulos.

Al realizar comparaciones con lo explicado por la autora Lima (2011) en su investigación acerca del material didáctico y concreto para desarrollar destrezas en el desempeño curricular geométrico, es preciso expresar la importancia que tienen el uso del material para el rendimiento académico del estudiante dentro del aula, debido a que se pudo notar que los docentes si pueden ser muy influenciados en la manera de enseñar debido a que se vio referenciado en las encuestas realizadas donde el docente casi siempre y nunca utilizan el material didáctico.

Por lo que se ha obtenido en la investigación realizada, es pertinente mencionar que se concuerda con Ávila y Vera (2021), quienes mencionaron que para el aprendizaje de triángulos es importante contar con herramientas y recursos didácticos para fomentar la comprensión activa de los educados a través de diferentes factores de preparación del educando.

De igual manera se coincide con lo descrito por el autor Chasi (2021), quien mencionó que la mala autoestima y falta de motivación son partes de los problemas que pueden perjudicar al estudiante llegar a una calidad de aprendizaje ya que es son crucial importante cuando se trata de rendimiento académico.

Contrastando los resultados obtenidos en este trabajo con los descrito por el autor Montoya Orejuela (2023), se ha entendido como rendimiento académico en los estudiantes de Educación Básica Superior es un resultado complejo como se puede evidenciar en la tabla 15 el nivel del rendimiento es de promedio general menores de 7 denotando una escala como reprobado.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- Se identificaron los contenidos de la resolución de triángulos en los diferentes niveles del currículo nacional del Ecuador del 2019 que los estudiantes de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno, En el octavo año EGB revisan temas del Bloque 2 de Geometría y medida, que son los siguientes, teorema de Thales, criterios de semejanza de triángulos, , mientras que en el noveno año EGB en el Bloque 4 revisa temas como: propiedades de figuras geométricas, perímetro y área de figuras planas, y para los estudiantes de décimo año EGB revisan temas del Bloque 5, que son los siguientes, trigonometría, triángulos, clasificación de triángulos, perímetros y áreas, resolución de triángulos rectángulos, razones trigonométricas y triángulos obtusángulos. Y temas como teorema de Pitágoras, figuras congruentes y figuras semejantes de triángulos se revisan en todos los niveles.
- En el análisis de las dificultades de aprendizaje relacionadas con la resolución de triángulos, se identificaron varias barreras comunes que afectan el desempeño de los estudiantes, siendo el principal la falta de material didáctico adecuado que tenga a su disposición dentro y fuera de su aula de clases, lo que se ve reflejado por la encuesta de satisfacción, entre las dificultades más evidentes se encuentran según la prueba objetiva aplicada a los estudiantes de décimo año EGB de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno que son: comprensión de conceptos abstractos y la aplicación práctica de los mismos en problemas de resolución de triángulos, conocimiento no aplicado en contexto real, dificultad en la resolución de problemas, deficiencia en habilidades matemáticas y poco uso de material didáctico.
- La creación de material didáctico adaptado a las necesidades de los estudiantes en la resolución de triángulos es esencial para facilitar su comprensión de conceptos geométricos. Al integrar recursos visuales, ejercicios prácticos y explicaciones claras, enfocados a los temas que se revisaron en los niveles de educación general básica que presentan mayor complicación para los estudiantes según la prueba objetiva, para esto se desarrolló una guía para el uso del geoplano físico que contiene: procedimiento de como elaborar el geoplano, plan de clase en el que se aborda un ejemplo del tema revisado por los estudiantes de décimo año y se establecen actividades para que el estudiante los desarrolle, también se desarrolló actividades con su debido procedimiento en el geoplano digital y GeoGebra con el mismo modelo de guía que el geoplano físico.
- La propuesta de material didáctico para el aprendizaje de la resolución de triángulos en la Unidad Educativa Cristiana Nazareno deriva en base a la necesidad de material didáctico para los estudiantes, para esto se desarrolló una propuesta con los temas

identificados en los diferentes niveles del currículo que representan una dificultad en su comprensión y aplicación de conceptos Geométricos, para abordar estas necesidades, se diseñaron materiales didácticos que incluyen guías para el uso del geoplano físico y digital, así como actividades interactivas con GeoGebra. Estos recursos facilitan un aprendizaje más visual, práctico y contextualizado, permitiendo a los estudiantes superar las dificultades en temas como trigonometría, semejanza y congruencia de triángulos, mejorando su rendimiento académico y su comprensión de los conceptos geométricos en el aula y más allá.

5.2 Recomendaciones

- Se recomienda conocer las unidades temáticas en los diferentes niveles del currículo, esto permitirá que se aborden los temas con mayor organización a los estudiantes de la unidad Educativa Cristiana e implementar un sistema de seguimiento y evaluación que permita verificar cómo los estudiantes aplican los contenidos de cada bloque de Geometría.
- Cambiar la metodología de enseñanza de acuerdo con las necesidades que presentan los estudiantes como las dificultades que tienen en el aprendizaje, así también promover la participación en el aprendizaje de los estudiantes, incluyendo material didáctico dentro del bloque de Geometría de acuerdo con el currículo, que el docente estimule al estudiante para aprender y desarrollar sus destrezas, habilidades con criterio de desempeño.
- Utilizar y conocer el funcionamiento de cada uno de los recursos elaborado del material didáctico, desarrollada misma que fue construida considerando las particularidades de la asignatura, de tal manera que se pueda incluir los temas de resolución de triángulos que los estudiantes previamente tienen conocimiento generando un aprendizaje y mejorar con la practica
- El docente debe conocer la incorporación del uso del material didáctico que facilitará a los estudiantes la comprensión y relación entre la teoría y la práctica de los ejercicios de resolución de triángulos , por lo tanto, se recomienda incluir en la planificación con el fin de generar interés elevando el nivel de asimilación de conocimientos en los estudiantes que se emplee materiales como geoplano manual, geoplano digital, y el GeoGebra para generar un mejor rendimiento académico y un aprendizaje colaborativo.

CAPÍTULO VI PROPUESTA

6.1 Título de la propuesta

Una propuesta de material didáctico para resolución de triángulos.

6.2 Beneficiarios

Los docentes de matemáticas y estudiantes de décimo año de Educación General Básica Superior de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno.

6.3 Presentación de la propuesta

La presente propuesta está dirigida a los docentes y estudiantes de la Unidad Educativa Cristiana Nazareno la misma que podrán adecuar a su contexto las actividades de aprendizaje considerando las necesidades que tiene los estudiantes. La resolución de triángulos es una habilidad fundamental en geometría y trigonometría, tanto en el contexto de triángulos rectángulos como no rectángulos, pretende superar las dificultades que se ha presentado en la asignatura, para fomentando habilidades de los estudiantes.

Por lo tanto, la propuesta “material didáctico para el aprendizaje de resolución de triángulos” ofrece amplio conocimiento que abarca ángulos trigonométricos teorema de Pitágoras, razones trigonométricas. Por la cual en ella se encuentra detalladas el uso y construcción del material didáctico, con el recurso didáctico seleccionado hay actividades contextualizadas atendiendo a los criterios, contenidos y estándares evaluables de décimo año Educación General Básica Superior según el currículo oficial del Ministerio de Educación de Ecuador. Además, todas las actividades propuestas están pensadas para realizarlas con el recurso didáctico seleccionado, teniendo en cuenta todas las posibilidades de este.

6.4 Objetivos de la propuesta

6.4.1 Objetivo General

Desarrollar material didáctico que sirva como apoyo hacia los estudiantes con el propósito de mejorar el aprendizaje de resolución de triángulos.

6.4.2 Objetivo específico

- Facilitar una orientación del uso del material didáctico para la resolución de triángulos.

Diseñar actividades para que los estudiantes analicen, desarrollen de forma activa.

6.5 Fundamentación teórica

6.5.1 Material didáctico

El material didáctico se refiere a cualquier recurso o herramienta que se emplea para apoyar el proceso educativo. Esto puede abarcar una gran variedad de elementos, como libros, presentaciones en PowerPoint, videos educativos, juegos interactivos, ejercicios prácticos y actividades digitales, entre otros. Su propósito principal es ofrecer a los estudiantes maneras efectivas de acceder a la información, entender conceptos, practicar habilidades y reforzar el conocimiento obtenido en el aula además puede adaptarse para satisfacer las necesidades específicas de los estudiantes.

6.5.2 Materiales didácticos para resolución de triángulos

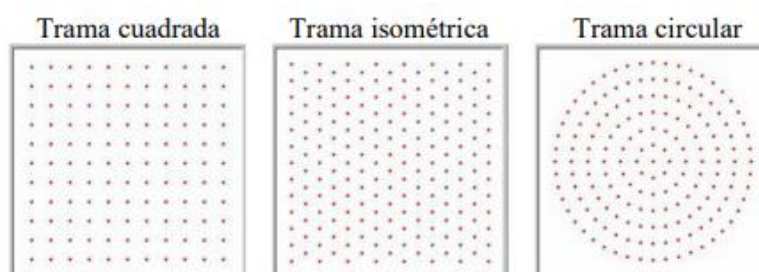
6.5.2.1 Geoplano

Los geoplanos son un material manipulativo formado por un tablero del que sobresalen una serie de pivotes uniformemente distribuidos, que se toman como referencia para construir elementos (puntos, segmentos, rectas, ángulos...) o figuras geométricas. Sirve para introducir los conceptos geométricos de forma manipulativa. Es de fácil manejo y permite el paso rápido de una a otra actividad, lo que mantiene a los estudiantes continuamente activos en la realización de ejercicios variados.

- **Tipos de Geoplano**

Figura 6

Tipos de Geoplano



Nota. Figura tomada de (Vázquez, 2024)

- **Geoplano cuadrado:** Es el ideal para la describir conceptos tales como segmentos, líneas poligonales abiertas, líneas poligonales cerradas, cálculo de áreas y perímetros, entre otros.
- **Geoplano Isométrico:** se construye a través de triángulos equiláteros. Se usa frecuentemente en la construcción de figuras tridimensionales.

- **Geoplano circular:** Es útil para construir figuras inscritas, circunscritas, polígonos regulares, entre otros. Ayuda a clasificar los conceptos de radio, diámetro y cuerda.

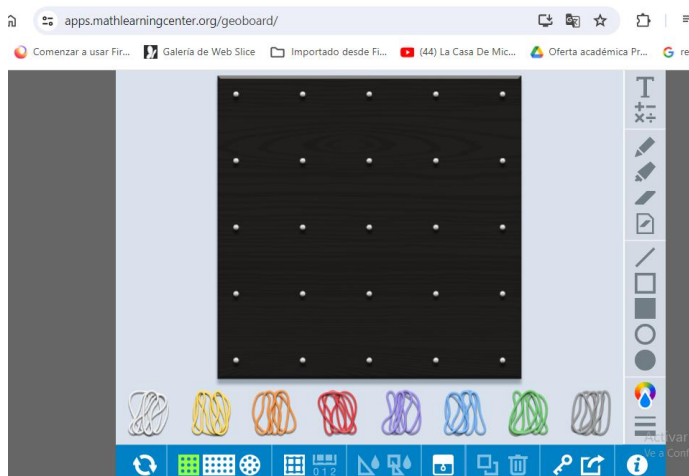
6.5.2.2 Software Geoplano digital

Esta aplicación proporciona un espacio de trabajo digital para que profesores y estudiantes resuelvan problemas y expliquen su pensamiento además el geoplano digital para explorar y comprender conceptos geométricos fundamentales, incluyendo la creación de figuras, cálculo de perímetros y áreas, y exploración de la simetría y transformaciones.

Un geoplano digital es una herramienta educativa interactiva que simula el geoplano tradicional, pero en formato digital. Permite a los usuarios crear y explorar figuras geométricas, realizar construcciones y resolver problemas matemáticos utilizando una interfaz virtual. Al igual que un geoplano físico el geoplano digital se puede encontrar en la página web en el siguiente enlace: [Geoboard - Math Learning Center](https://www.mathlearningcenter.org/geoboard/).

Figura 7

Geoplano Digital



Nota. Figura tomada de (Apps, 2020).

6.5.3 GeoGebra

Es un software matemático gratuito está disponible para todos los niveles educativos y se encuentra en múltiples plataformas, porque es un programa interactivo de gran utilidad para el aprendizaje de diferentes contenidos como ecuaciones, funciones, geometría entre otros.

El software GeoGebra permite trabajar de diferentes formas ya sea de forma online o descargando aplicación, para trabajar de primera forma se debe estar conectado al servicio internet, en el otro una vez descargado se puede utilizar sin estar conectado al internet y de forma gratuita en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/>.

Figura 8

Software GeoGebra



Nota. Figura tomada de <https://www.geogebra.org/>.

6.5.4 Ciclo de Klob

El ciclo de Kolb es un modelo de aprendizaje propuesto por David Kolb en la década de 1980. Es un modelo que describe cómo las personas aprenden a través de la experiencia y se describen cuatro etapas principales que las personas atraviesan al aprender nuevas habilidades o conceptos.

El ciclo de Kolb según AFS (2019) contiene 4 etapas y son:

1. **Experiencia Concreta:** En esta fase, el individuo participa directamente en una experiencia o actividad. Las personas aprenden al estar involucradas en una actividad o experiencia y recordando cómo se sintieron.
2. **Reflexión:** Después de la experiencia, el individuo reflexiona sobre lo que ha ocurrido. Analiza y considera lo que ha aprendido de la experiencia y cómo se ha sentido durante el proceso.
3. **Conceptualización Abstracta:** En esta etapa, el individuo convierte sus reflexiones en conceptos y teorías generales. Se generan ideas y conclusiones basadas en la experiencia y la reflexión.

4. **Experimentación Activa:** Finalmente, el individuo aplica los conceptos y teorías desarrollados en nuevas situaciones o experiencias. Esta aplicación práctica ayuda a probar y validar las ideas, lo que inicia un nuevo ciclo de aprendizaje.

6.6 Contenido de la propuesta

6.6.1 Geoplano físico






Elaboración del geoplano físico

A continuación, se presenta la propuesta de cómo elaborar el geoplano

Materiales

Tabla 17

Descripción de materiales

Descripción	Objeto
<ul style="list-style-type: none"> • Tríplex 	
<ul style="list-style-type: none"> • Tachuelas 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ligas 	
<ul style="list-style-type: none"> • Regla 	
<ul style="list-style-type: none"> • Lápiz 	

- **Proceso de elaboración**

Paso 1: Preparar el tablero, corta el tablero de madera o cartón al tamaño deseado. Un tamaño común es de 40 cm x 30 cm.

Paso 2: Marcar la cuadrícula

Con la regla y el lápiz, dibuja una cuadrícula en el tablero. El tamaño de la cuadrícula puede variar, pero un espacio común es de 2 cm x 2 cm.

Asegúrate de que las líneas de la cuadrícula sean rectas y estén equidistantes.

Paso 3: Colocar los clavos

En cada intersección de las líneas de la cuadrícula, clava un clavo (si usas madera)

Asegúrate de que los clavos estén bien fijos y alineados

Figura 9

Paso 3 insertar clavos



Paso 4: Verificar la cuadrícula

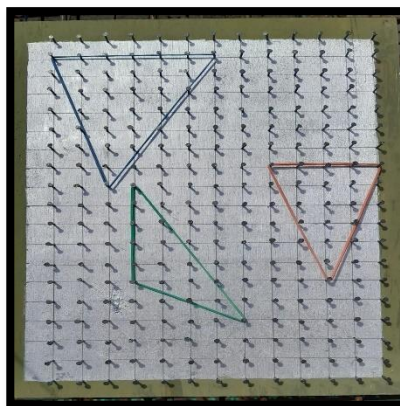
Revisar que todos los clavos sobresalgan de la superficie de la madera unos 2cm.

Paso 5: Coloca las ligas elásticas alrededor de los clavos y formar figuras geométricas

(triángulos rectángulos, triángulos no rectángulos.

Figura 10

Paso 5 colocar ligas en el geoplano



Plan de clase: Semejanza de triángulos

Bloque 5: Geometría y medida

CURSO: Décimo EGB

Objetivo del currículo Nacional del Ecuador: O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país”.

Objetivo	Comprender el concepto de semejanza de triángulos y aplicación utilizando el geoplano para explorar y verificar la semejanza entre triángulos.
Desarrollo	<p>Inicio:</p> <p>Motivación</p> <p>Duración: 2-3 min</p> <p>Ayudar a que el estudiante establezca objetivos realistas en la clase.</p> <p>Aprender a desarrollar ejercicios que se aplica en el mundo real con relación a semejanza de triángulos.</p> <p>Desarrollo:</p> <p>Experiencia:</p> <p>Duración: 10 min</p> <p>Demostraciones en vivo</p> <p>Realiza demostraciones en vivo o ejemplos prácticos relacionados con el tema de la clase. Esto permite a los estudiantes ver cómo se aplica la teoría en situaciones reales.</p> <p>Materiales:</p> <p>Un espejo pequeño por grupo</p> <p>Papel y lápiz</p> <p>Regla</p> <p>Desarrollo:</p> <p>Preparación:</p> <p>Divide a los estudiantes en parejas o grupos pequeños.</p> <p>Cada grupo dibuja un triángulo en su cuaderno.</p> <p>Actividad:</p> <p>Los estudiantes colocan el espejo en uno de los lados del triángulo dibujado.</p>

Al reflejar el triángulo en el espejo, observarán que se forma una imagen simétrica. Esta imagen crea un triángulo semejante al original.

Pide a los estudiantes medir los lados y ángulos del triángulo original y del reflejado. Deben verificar que los ángulos correspondientes son congruentes y que los lados correspondientes tienen proporciones iguales.

Reflexión

Duración: 4-5 min

Breve discusión sobre cómo el reflejo muestra un caso de semejanza, destacando las condiciones que se cumplen para que dos triángulos sean semejantes.

Preguntas

1. ¿Qué entienden por semejanza?

Que dos objetos que se comparan pueden ser similares en características o cualidades

2. ¿Qué comprende por semejanza de triángulos?

La semejanza de triángulos ocurre cuando dos triángulos tienen los mismos ángulos correspondientes, pero sus lados pueden ser de diferentes longitudes.

3. ¿Cómo se puede aplicar la semejanza de triángulos en la vida cotidiana?

Utilizar objetos altos, como un árbol o un edificio, usando su sombra. Al comparar la sombra del mismo objeto de altura conocida formando así un triángulo semejante y calcular la altura del objeto.

Conceptualización

Duración: 20 min

Semejanza de triángulos

Definición:

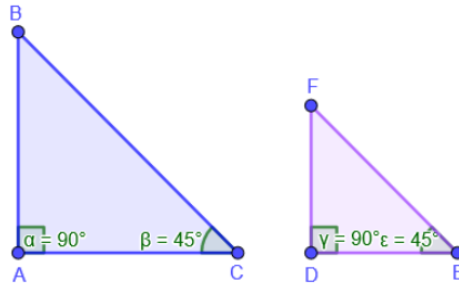
Dos triángulos se dicen ser semejantes si tienen la misma forma, aunque no necesariamente de igual tamaño para los triángulos.

Teorema de semejanza

Tenemos los siguientes teoremas que nos ayudan a determinar cuando éstos son semejantes:

Teorema 1:

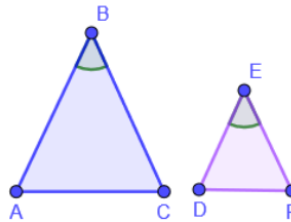
Dos triángulos son semejantes si tienen dos pares de ángulos equivalentes.



$$\text{Si } \angle A = \angle D \text{ y } \angle C = \angle E \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DFE$$

Teorema 2:

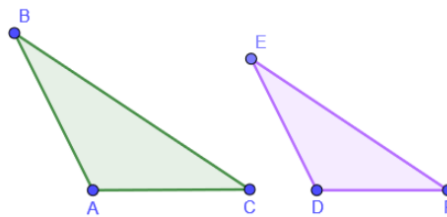
Dos triángulos son semejantes si tienen un par de ángulos equivalentes, y los lados correspondientes que incluyen cada ángulo son proporcionales.



$$\text{Si } \angle B = \angle E \text{ y } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Teorema 3:

Dos triángulos son semejantes si los tres pares de lados correspondientes son proporcionales.



$$\text{Si } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Aplicación:

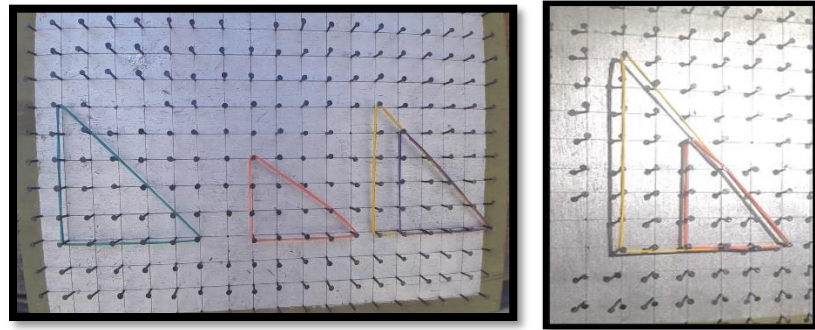
Ejemplo:

Utiliza el material didáctico el geoplano y represente el siguiente problema: La sombra de una torre eléctrica mide 10 m y en el mismo

instante, la sombra de una persona mide 1,5 m. Si la estatura de esa persona es de 1,8 m, ¿cuál es la altura de la torre?

Solución:

Refrentar en el geoplano los triángulos de la torre y su sombra con la liga amarilla y por la persona y su sombra son semejantes con la liga roja, pues los rayos de sol son paralelos



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{1,8\text{ m}} = \frac{10\text{ m}}{1,5\text{ m}}$$

$$\overline{AB} = \frac{1,8\text{ m} * 10\text{ m}}{1,5\text{ m}}$$

$$\overline{AB} = 12\text{ m}$$

Respuesta: 12 m

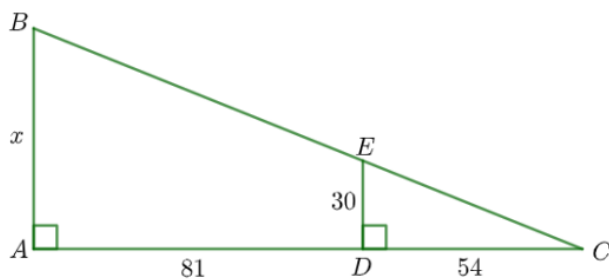
Evaluación:

Utilice el geoplano y represente el siguiente problema y resuelve: El poste de un semáforo peatonal de 2m de altura proyecta una sombra, a la misma hora en que un edificio proyecta una sombra de 80 m. Hallar la altura del edificio.

Actividades de aprendizaje propuestas con el uso del geoplano físico

A continuación, se proponen algunos ejercicios de aplicación para que usted trabaje en el geoplano físico.

1. De acuerdo con los datos de la figura, si $\Delta ABC \sim \Delta DEC$, entonces calcule la distancia x .



2. Realiza la construcción y clasificación de Triángulos en el geoplano según sus lados y según sus ángulos:

Triángulo según sus lados	Triángulo según sus ángulos
Triángulo equilátero	Triángulo acutángulo
Triángulo isósceles:	Triángulo rectángulo
Triángulo escaleno	Triángulo obtusángulo:

3. Con el uso de geoplano físico plante este problema y resuelve: Un poste vertical de 2,5 metros proyecta una sombra de 1,5 metros. Determine la altura que tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 6 metros.
4. Un poste vertical de 2,5 metros proyecta una sombra de 1,5 metros. Determine la altura que tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 6 metros.
5. Un edificio de 5 metros proyecta una sombra de 4 metros. Determine la altura que tiene una casa que proyecta una sombra 2 metros.
6. El lado de menor longitud de un triángulo ABC mide 4 cm. Si el triángulo ABC es semejante a un triángulo cuyos lados miden 8 cm, 12 cm y 16 cm. ¿Cuál es el perímetro, en centímetros del triángulo ABC?
7. Calcule la altura de un hombre que proyecta una sombra de 1,75 metros, en el momento en que una estaca de 1,8 metros de longitud, colocada verticalmente proyecta una sombra de 1,2 metros.
8. Para medir la altura de una montaña, Gustavo de 1,82 metros de estatura, se sitúa a 2,3 metros de un árbol de 3,32 metros situado entre él y la montaña, de forma que la copa del árbol, la cima de dicha montaña y los ojos de Gustavo se encuentran en línea. Sabiendo que Gustavo se encuentra a 138 metros del pie de la montaña, calcule la altura de la montaña.
9. Considere el $\triangle AED$ y de acuerdo con los datos de la figura, si $AD = 20$, $AC = 6$, $ED = 18$, calcule la medida de BD .

6.6.2 Geoplano digital

Procedimiento del uso del material geoplano digital

A continuación, se presenta un minitutorial (procedimiento)

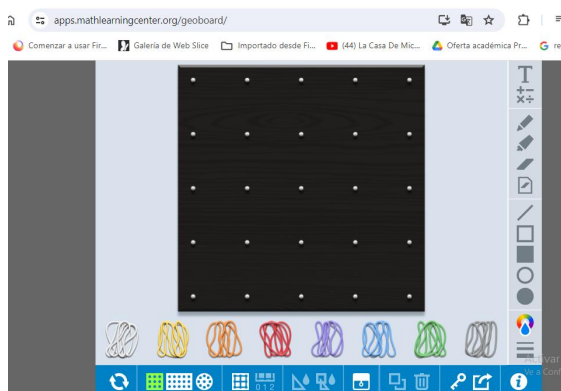
Paso 1: Materiales accesibles:

- Computadora con acceso a internet
- Acceso al geoplano digital:

Paso 2: Primero se debe ingresar a la página web en el siguiente enlace: [Geoboard - Math Learning Center](https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/).

Figura 11

Geoplano digital



Nota. Figura tomada de (Apps, 2020).

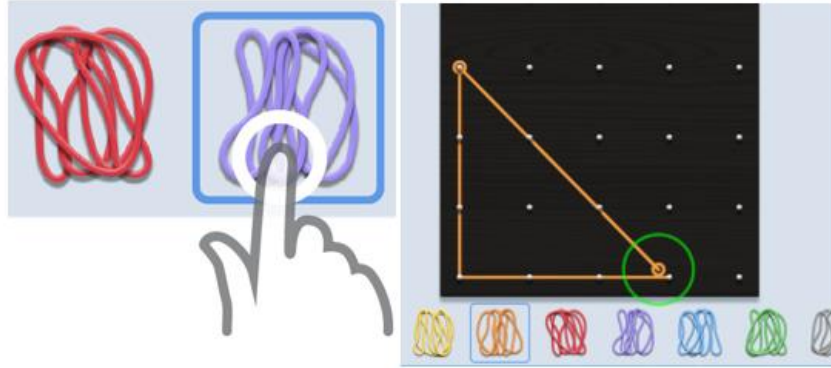
Paso 3: Explorar la Interfaz: Explica los diferentes componentes de la interfaz, incluyendo la cuadrícula, la barra de herramientas, y los tipos de puntos

1. Uso de bandas elásticas

- Selecciona la herramienta de banda elástica.
- Haz clic en un punto de la cuadrícula para anclar un extremo.
- Arrastra la banda a otro punto y suelta el clic para fijar el otro extremo

Figura 12

inicio del geoplano digital



Nota. Figura tomada de (Apps, 2020).

Paso 4: Revisar los contenidos del geoplano digital

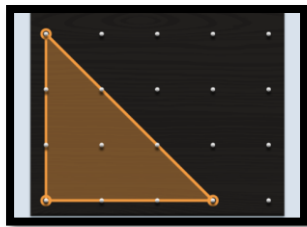
Para revisar todos los teclados y opciones que contiene el geoplano se realiza una breve descripción de su función presentado en (Apps, 2020)

- Rellena o vacía una forma seleccionada, o todas las formas del tablero.

- Rellenar forma



- Rellena todas las formas



- **Números de cuadrícula**

Mostrar números a lo largo de los ejes x e y.



- **Cubrir**

Agregue una cubierta redimensionar para ocultar o mostrar partes del espacio de trabajo.



- **Duplicar**

Duplicar elementos seleccionados.



- **Basura**

Eliminar elementos seleccionados.



- **Código compartido**

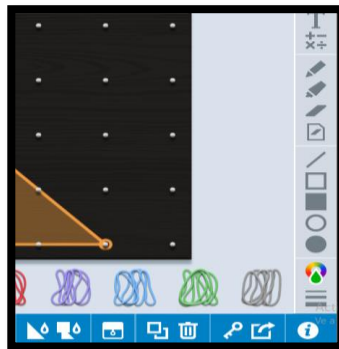
Introduzca un código para abrir el trabajo compartido.



- Funciones como calculadora, cuadro de texto, bolígrafo resaltador, borrador

Figura 13

Funciones del geoplano



Nota. Figura tomada de (Apps, 2020).

Plan de clase: Cálculo de área y perímetro del triángulo rectángulo

Bloque 5: Geometría y medida

CURSO: Décimo EGB

Objetivo del currículo Nacional del Ecuador: O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para

alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país”.

Objetivo	Calcular área y perímetro de un triángulo rectángulo utilizando el geoplano digital.
Desarrollo	<p>Inicio: Motivación Duración: 2-3 min Ayudar a que el estudiante establezca objetivos realistas en la clase.</p> <p>Aprender a desarrollar ejercicios que se aplica en el mundo real con relación de área y perímetro de un triángulo rectángulo.</p> <p>Desarrollo: Experiencia: Duración: 10 min Demostraciones en vivo Realiza demostraciones en vivo o ejemplos prácticos relacionados con el tema de la clase. Esto permite a los estudiantes ver cómo se aplica la teoría en situaciones reales.</p> <p>Materiales: Hojas de papel Tijeras Reglas Lápices</p> <p>Desarrollo: Instrucciones: Crear un triángulo rectángulo: Pide a los estudiantes que doblen una hoja de papel por la mitad para formar un triángulo rectángulo.</p> <p>Utilizando la regla, mide la longitud de los dos lados que forman el ángulo recto (la base y la altura).</p> <p>Calcular el área y el perímetro: Los estudiantes deberán usar las medidas para calcular: Área: $A = \frac{b \cdot h}{2}$ Perímetro: Calculan la hipotenusa usando el teorema de Pitágoras: hipotenusa = y luego suma todos sus lados Comparar resultados:</p>

Si hay más estudiantes, pueden comparar los resultados entre sí y discutir si los triángulos son similares o diferentes en área y perímetro

Reflexión

Duración: 4-5 min

Breve discusión sobre que les pareció elaborar el ejercicio antes de empezar la clase.

Preguntas

1. ¿Qué entiende por triángulo rectángulo?

Cualquier triángulo que tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados.

2. ¿Cuál es la diferencia entre área y perímetro?

El perímetro es la distancia alrededor de una figura o forma. El área mide el espacio dentro de una figura.

3. ¿Creen ustedes que calcular área y perímetro se aplica en las demás figuras geométricas

Calcular área y perímetro de cualquier figura geométricas si es posible pero no todas se puede con las fórmulas del triángulo rectángulo.

4. ¿Qué características tiene un triángulo rectángulo?

Tiene un ángulo recto (90°). Tiene dos ángulos agudos que son complementarios, es decir, que la suma de ambos es de 90°. La hipotenusa siempre es mayor que cualquiera de los catetos.

Conceptualización

Duración: 20 min

Área y perímetros de triángulo rectángulo

Definición:

Área:

Es el espacio interior del triángulo.

En el caso de un triángulo rectángulo, el área se calcula con la fórmula:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

La base y la altura son los dos lados que forman el ángulo recto (90°).

Perímetro:

Es la suma de las longitudes de todos los lados del triángulo. Para un triángulo rectángulo, los tres lados son la base, la altura y la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto).

El perímetro se calcula como:

$$P = \text{base} + \text{altura} + \text{hipotenusa}$$

La hipotenusa se encuentra aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{(b^2 + a^2)}$$

Estas definiciones permiten trabajar tanto el concepto de espacio (área) como el de longitud (perímetro) en un triángulo rectángulo.

Características de un Triángulo Rectángulo:

Ángulo recto (90°):

Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90°, lo que lo distingue de otros tipos de triángulos.

Dos catetos:

Los dos lados que forman el ángulo recto se llaman catetos (base y altura). Estos son los lados que se utilizan para calcular el área y el perímetro.

Hipotenusa:

El lado más largo, que está opuesto al ángulo recto, se llama hipotenusa. Es el lado que se calcula usando el Teorema de Pitágoras.

Suma de los ángulos interiores:

La suma de los tres ángulos de un triángulo rectángulo siempre es 180°, con un ángulo recto (90°) y dos ángulos agudos que suman los otros 90°.

Aplicación:

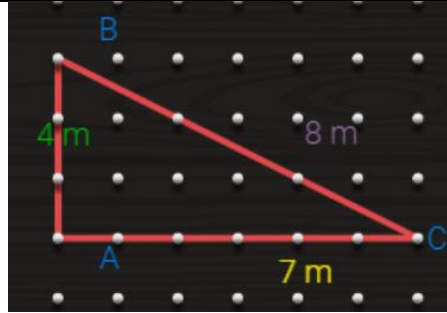
Enlace: <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Ejemplo:

Utiliza el material didáctico el geoplano digital y represente el siguiente problema: grafique un triángulo rectángulo cuyas medidas de sus lados son: $\overline{AB} = 4 \text{ m}$, $\overline{BC} = 8 \text{ m}$, $\overline{AC} = 47 \text{ m}$

Solución:

Refrentar en el geoplano digital el triángulo rectángulo.



Área:

$$A = \frac{b * h}{2}$$

$$A = \frac{(7m) * (4m)}{2}$$

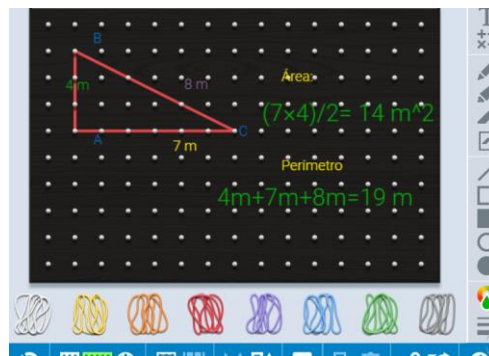
$$A = 14m^2 //$$

Perímetro:

$$P = L1 + L2 + L3$$

$$P = 4m + 7m + 8m$$

$$P = 19 m //$$



Evaluación:

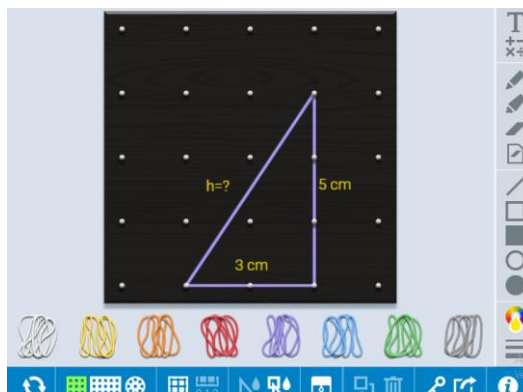
Utilice el geoplano digital y represente el siguiente problema y resuelva: El poste de un semáforo peatonal mide de 5m de altura proyecta una sombra cuya distancia es de 8m, ocasionado por los rayos del sol que es su hipotenusa y su distancia es de 9m calcule el área y el perímetro.

Actividades planteadas para el aprendizaje en el geoplano digital

1. Dado un triángulo con lados de 8 cm, 15 cm y 17 cm, encuentra el área y el perímetro del triángulo arma el equipo en el geoplano digital y calcula.
2. Calcular el área de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos mide 2 cm y la hipotenusa mide 7 cm.
3. En un triángulo, si el ángulo $A = 90^\circ$ el lado opuesto al ángulo A es 10 cm, encuentra el lado opuesto al lado B.
4. En un triángulo, los lados tienen longitudes de 7 cm, 24 cm y 25 cm. Encuentra el ángulo opuesto al lado de 25 cm usando la Ley de Coseno el área del triángulo formado.
5. Calcular la hipotenusa y calcular el perímetro del triángulo formado

Figura 14

Ejercicio del triángulo rectángulo planteado



Nota. Figura tomada de (Apps, 2020).

6. Dado un triángulo con sus medidas lado $a = 10 \text{ cm}$, el lado $b = 5 \text{ cm}$, y el ángulo $A = 90^\circ$, calcule el área y perímetro

6.6.3 GeoGebra

Procedimiento de uso del material GeoGebra

A continuación, se presenta un minitutorial (procedimiento) para instalar el programa GeoGebra en el ordenador para utilizar sin estar conectado al servicio internet.

Paso 1: ingresar a la página web de software GeoGebra con el siguiente enlace

<https://www.geogebra.org/>

Paso 2: Buscar el GeoGebra Clásico 6 y seleccionar opción descargar.

Figura 15
GeoGebra página web



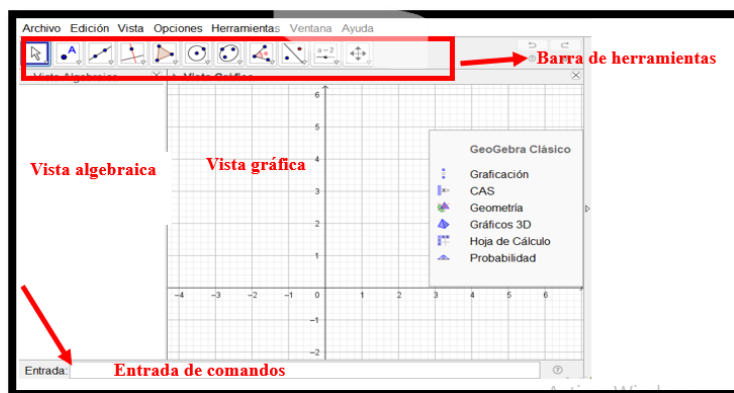
Paso 3: Instalar el programa en la computadora

Figura 16
Instalar GeoGebra



Paso 4: Una vez instalada se abre y se observar el interfaz del software GeoGebra dividido en diferentes zonas de la siguiente manea.







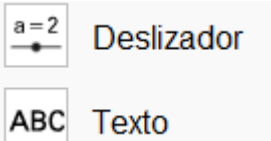
Figura 17
Interfaz del software GeoGebra



Paso 5: Identificar los botones de la barra de herramientas

Tabla 18

Contenidos de la barra de herramientas GeoGebra.

En marcar o seleccionar objetos	
Punto en (recta, circunferencia, polígono)	
Botón que permite dibujar la recta entre dos puntos.	
Botón que indica dibujar un punto y una recta perpendicular	
Elige vértices de un polígono regular, polígono rígido	
Botón que elige ángulos, área, perímetro	
Botón que indica poner deslizadores a las rectas y poner texto	

Plan de clase: Teoremas de Pitágoras

Bloque 5: Geometría y medida

CURSO: Décimo EGB

Objetivo del currículo Nacional del Ecuador: O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país”.

Objetivo	Comprender conceptos mediante una demostraciones del teorema de Pitágoras utilizando el software GeoGebra.
Desarrollo	Inicio: Motivación Duración: 2-3 min Ayudar a que el estudiante establezca objetivos realistas en la clase.

Aprender a desarrollar ejercicios que se aplica en el mundo real con relación a teorema de Pitágoras.

Desarrollo:

Experiencia:

Duración: 10 min

Demostraciones en vivo

Realiza demostraciones en vivo o ejemplos prácticos relacionados con el tema de la clase. Esto permite a los estudiantes ver cómo se aplica la teoría en situaciones reales.

Instrucciones:

Exploración en el entorno:

Lleva a los estudiantes al patio, gimnasio o algún espacio abierto. Pídeles que busquen y midan objetos que formen triángulos rectángulos, como rampas, escaleras, techos o estructuras en el área.

Toma de medidas: Cada grupo debe medir los catetos (los dos lados perpendiculares) y estimar la longitud de la hipotenusa (el lado más largo). Si es posible, utiliza una cinta métrica o reglas.

Aplicación del Teorema:

De vuelta al aula, los estudiantes aplicarán el teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$) para comprobar si sus estimaciones eran correctas.

Discusión: En equipo, discutirán cómo se utiliza el teorema en la construcción o diseño de los objetos que analizaron, conectando la matemática con situaciones reales.

Reflexión

Duración: 4-5 min

En equipo, discutirán cómo se utiliza el teorema en la construcción o diseño de los objetos que analizaron, conectando la matemática con situaciones reales.

Preguntas

1. ¿Qué comprenden por teorema de Pitágoras?

El Teorema de Pitágoras es un principio fundamental en la geometría que establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, llamados catetos

2. ¿Crees que el teorema de Pitágoras puede utilizar para calcular cualquiera de los lados de un triángulo?

Si, la condición del teorema de Pitágoras es que se conozca dos de sus lados para ser aplicado

3. ¿En qué tipo de triángulos se puede aplicar el teorema de Pitágoras?

Solo se puede aplicar en triángulos rectángulos, es decir, triángulos que tienen un ángulo recto (90 grados).

4. ¿Cómo podemos usar el teorema de Pitágoras en la vida diaria?

Se puede usar en muchas situaciones, como medir la longitud de una escalera necesaria para alcanzar una ventana, calcular distancias en mapas o incluso en el diseño de edificios y rampas.

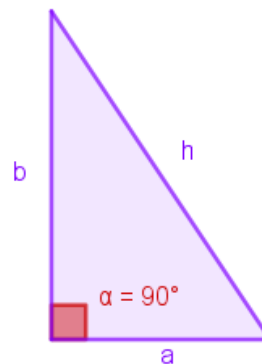
Conceptualización

Duración: 20 min

Teorema de Pitágoras

Definición:

El Teorema de Pitágoras establece que, un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, llamados catetos.



$$h^2 = a^2 + b^2$$

- **h** → Representa la hipotenusa
- **a y b** → Representan los catetos

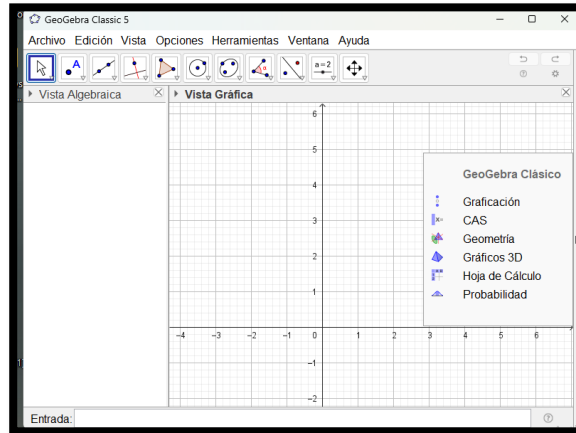
Aplicación:

Ejemplo:

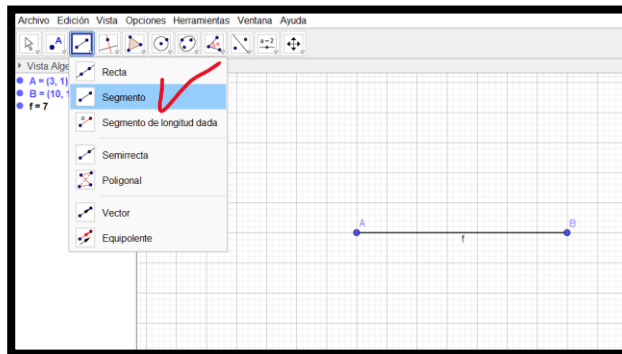
Utiliza el material el software GeoGebra y demuestre el teorema de Pitágoras.

- **Procedimiento de uso**

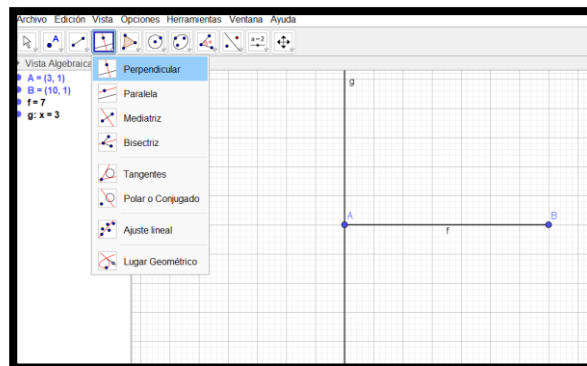
1. **Abrir GeoGebra:** Abre GeoGebra en tu navegador o a través de la aplicación de escritorio.



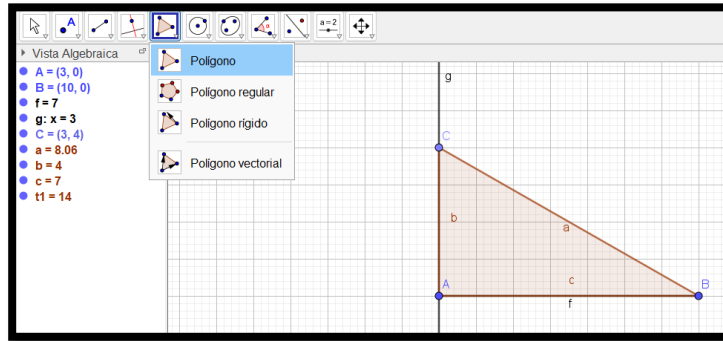
2. Crear el segmento AB en el GeoGebra



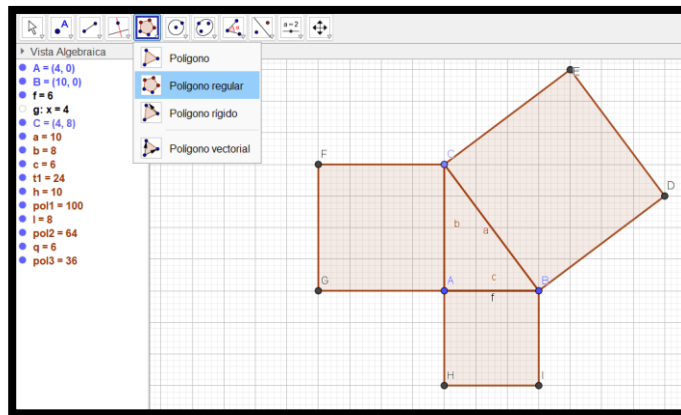
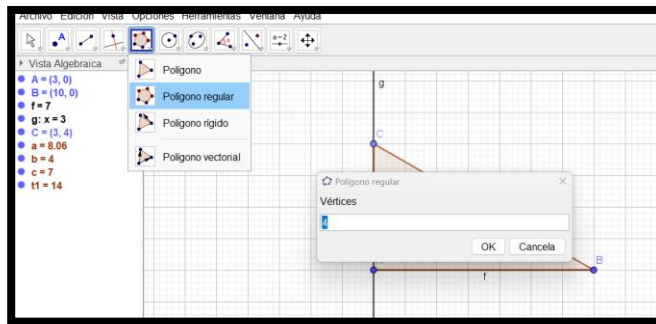
3. Con la herramienta recta perpendicular creamos y damos clic en punto A y pasa por el segmento AB



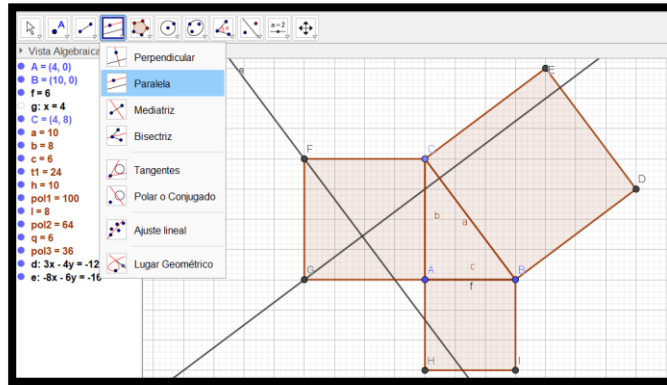
4. Crear un punto en la recta g y selecciona la herramienta polígona y une los puntos A, B, C



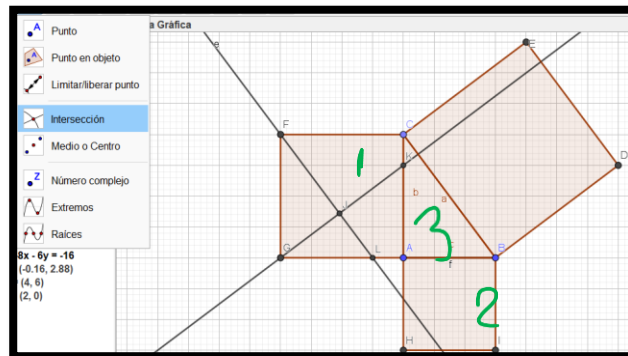
- Ocultamos las rectas y seleccionamos la herramienta polígono irregular seleccionamos dos puntos y luego indicaremos los vértices (4 vértices)



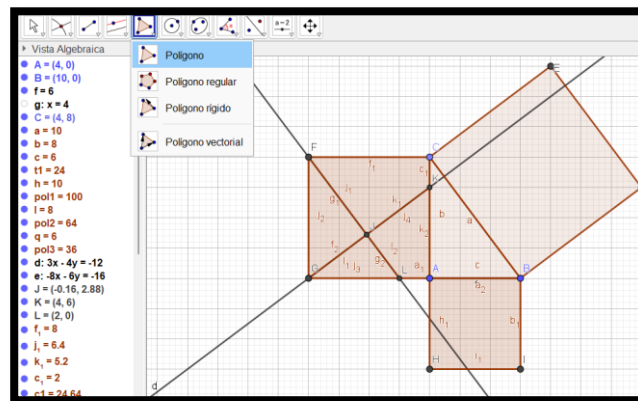
- Selecciona la herramienta recta paralela y presiona en la recta C,E y pasa por el punto " G " de la misma forma con la recta E,D y pasa por el punto F.



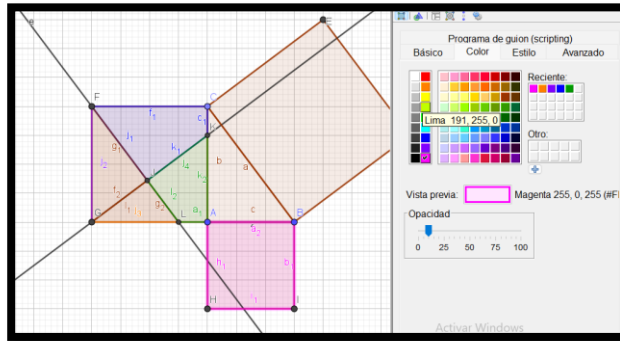
7. Selecciona la herramienta punto intersección y de clic en las rectas paralelas son tres intersecciones.



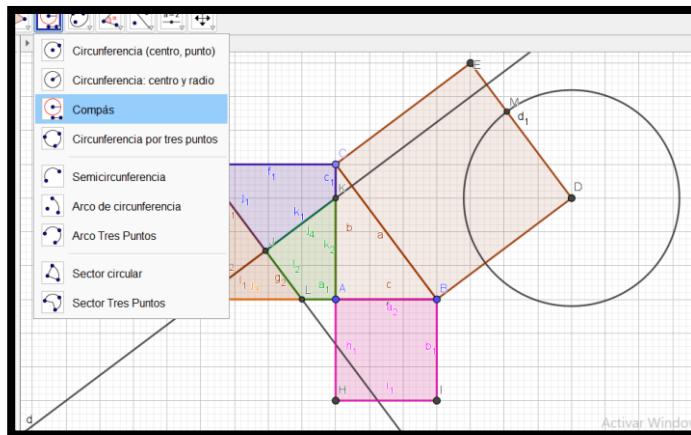
8. Crearemos los polígonos de C, K, J, F polígono 1 ; polígono 2 , F,J,G polígono 3; G,J,L; polígono 4; A,L,G,K polígono 5: A,B,I,H



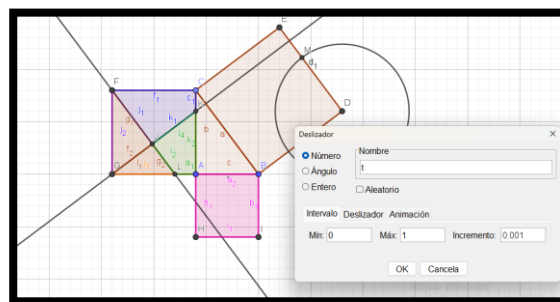
9. A continuación, damos color a cada polígono seleccionado en las herramientas de propiedades



10. Selecciona la herramienta compás y damos clic en la recta dada por F,J y cuyo centro es D; selecciona la intersección



11. Crearemos un deslizador para dar animación al teorema llamado t de intervalo de 0 a 1 con un incremento de 0,01



12. Crearemos un punto que se mueva desde J hasta C.
 • Escribimos en la barra de entrada: $M = J + t(C - J)$

COMANDOS de los puntos

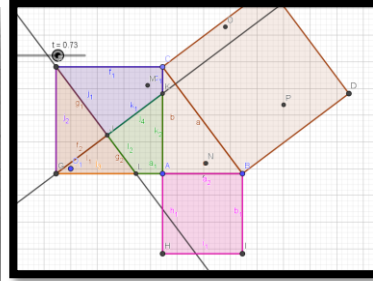
$$M = J + t \cdot (C - J)$$

$$N = J + t \cdot (B - J)$$

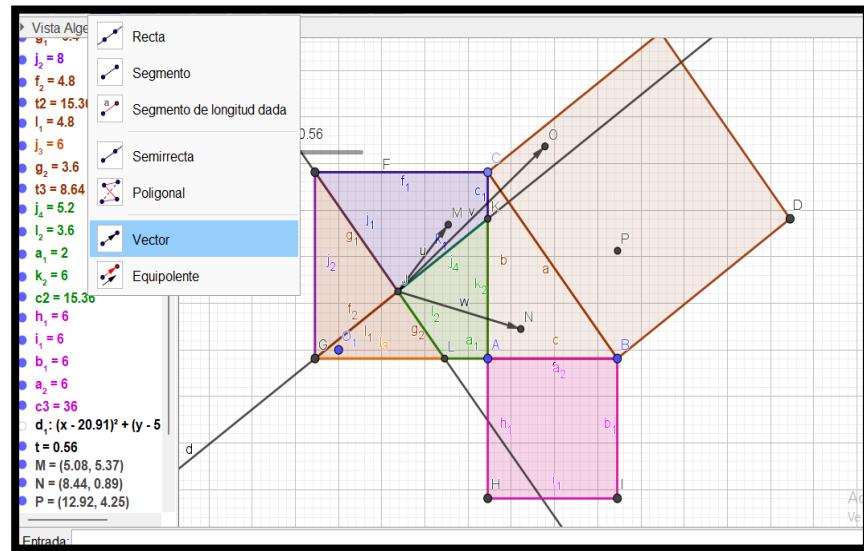
$$O = J + t \cdot (D - J)$$

$$P = J + t \cdot (E - J)$$

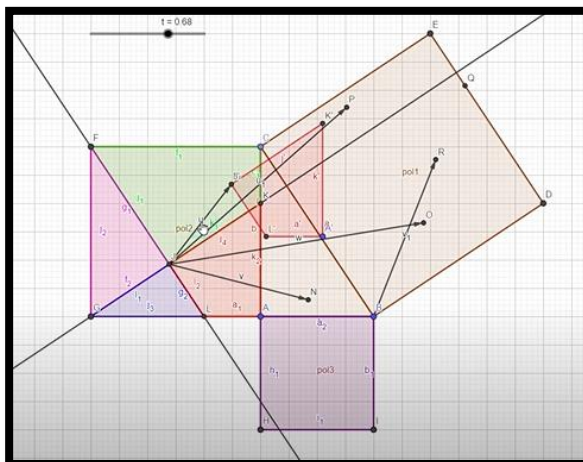
$$R = B + t \cdot (Q - B)$$



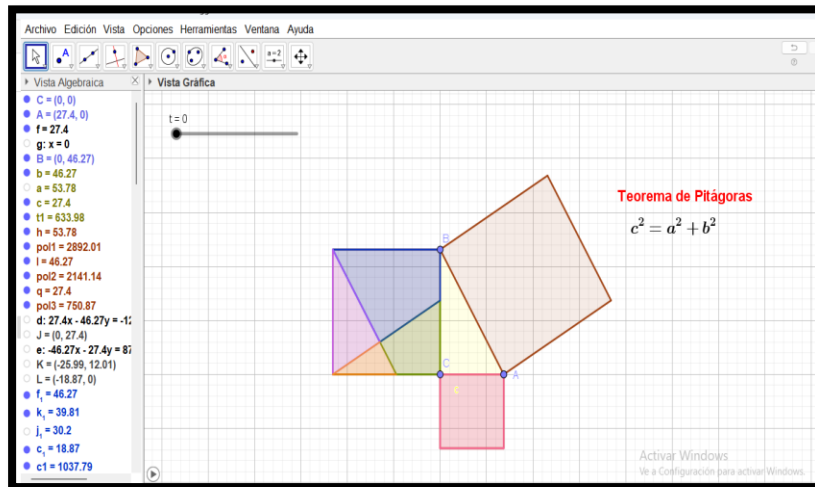
13. Con la herramienta de vectores seleccionamos los puntos (M, N, O,P,R)



14. Seleccionamos la herramienta translaciones del polígono al vector



15. Se puede comprobar mediante la gráfica de GeoGebra el Teorema de Pitágoras



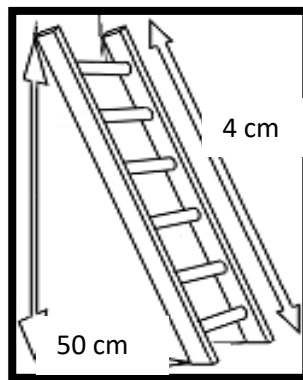
Resultado: <https://www.geogebra.org/worksheet/new>

Evaluación:

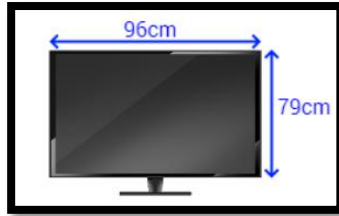
Utilice el GeoGebra y represente el siguiente problema Se conoce que un lado de su cateto adyacente mide 7 cm y su cateto opuesto 6 cm mediante teorema de Pitágoras resuelva la hipotenusa

Actividades propuestas para el desarrollo de aprendizaje con GeoGebra

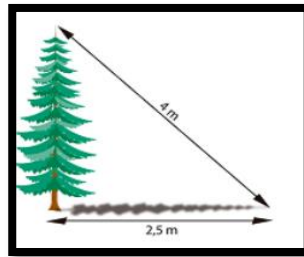
1. Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 4 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 50 centímetros de ésta.



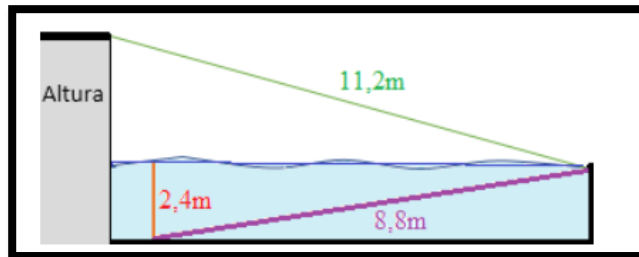
2. La medida que se utiliza en los televisores es la longitud de la diagonal de la pantalla en unidades de pulgadas. Una pulgada equivale a 2,54 centímetros:



3. Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol?



4. Un clavadista (saltador de trampolín) está entrenando en una piscina con una plataforma. Cuando realiza el salto, cae a una distancia de 1 metro de la plataforma sumergiéndose 2,4 metros bajo el agua. Para salir a la superficie, bucea hasta el final de la piscina siguiendo una línea transversal de 8,8 metros de longitud.



Si la longitud desde la parte superior de la plataforma al lugar en donde emerge del agua es de 11,2 metros, ¿cuál es la altura de la plataforma (desde el nivel del agua)?

5. Calcula el cuadrado de los tres lados de estos triángulos y comprueba en cuál de ellos de cumple el teorema de Pitágoras.

<p>1)</p>	<p>2)</p>	<p>3)</p>
-----------	-----------	-----------

6.7 Conclusiones y recomendaciones

6.7.1 Conclusiones

- Al utilizar material didáctico con la orientación de uso facilitara un aprendizaje en la resolución de triángulos.
- El diseñar de actividades que fomenten la participación de los estudiantes es esencial para una formación activa y entretenida que genere aprendizaje.
- El uso de materiales didáctico facilitará una comprensión más profunda de los conceptos teóricos con actividades interactivas que tienen como respaldado por teorías como el constructivismo con una planificación del ciclo de Kolb que sirve de apoyo para mejorar el a aprendizaje en los estudiantes.

6.7.2 Recomendaciones

- Se recomienda la integración de las TIC como herramientas tecnológicas, como software de simulación, aplicaciones interactivas o plataformas en línea, así como también material didáctico manipulable accesibles y atractivos para los estudiantes.
- Realizar las actividades propuestas como guía para su aprendizaje en los distintos temas de resolución de triángulos.
- Adaptar el material didáctico a las necesidades individuales de los estudiantes puede mejorar significativamente su comprensión y generar un nuevo aprendizaje con una teoría del constructivismo.

BIBLIOGRAFÍA

- AFS. (2019). *Ciclo de Aprendizaje Experiencial de Kolb*. Intercultural Link Learning programs. https://d22dvi4p3pfop3.cloudfront.net/wp-content/uploads/sites/27/2019/02/13111417/Kolb_sExperientialLearningCycleforAFS_Friends_ESP.pdf
- Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M., y Reyes, R. (2010). *Libro de Conamat* (Primera ed.). México: Pearson Educación. <https://recuperacionmate2017.wordpress.com/wp-content/uploads/2017/10/geometria-y-trig-conamat.pdf>
- Apps, M. (11 de 09 de 2020). *Geoboard - Math Learning Center*. <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>
- Arias , J. M. (2021). *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS VIRTUALES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TRIANGULOS*.
- Avila, T., y Vera, T. (2021). *Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonometricas*. Tesis, Cuenca. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/37415/1/Trabajo%20de%20titulaci%C3%B3n.pdf>
- Bravo, F., y Riofrío, E. (2024). Clases constructivistas de Geometría. *Revista científica Uisrael*, 11(2). <https://doi.org/https://doi.org/10.35290/rcui.v11n2.2024.1082>
- Bravo, M., Gonzáles, N., y Paz, A. (2014). *Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas*. Repositorio de la Universidad Católica de Manizales. Tesis de pregrado, Universidad Católica de Manizales. <https://docplayer.es/27574879-Secuencias-didacticas-para-el-aprendizaje-de-las-razones-trigonometricas-martha-piedad-bravo-pineda-norman-fidel-gonzalez-carabali-absalon-paz-charria.html>
- Carlino , I. M. (2021). Teorías del Aprendizaje . *Minerva Magazine of Science*, 5.
- Chamorro, E. (2023). *La motivación en los aprendizajes de resolución de triángulos rectángulos en el décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa "Rafael Suárez Meneses" en el periodo académico 2022-2023*. Universidad Técnica Del Norte (UTN), Ibarra.
- Chasi, J. (2021). *La autoestima y el aprendizaje significativo de los estudiantes de octavo año de EGB de la Unidad Educativa "Huachi Grande" del cantón Ambato*. Universidad Técnica de Ambato, Ambato. <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/33840/1/TESIS%20CHASI%20JIMENA%201804464517.pdf>

- Colcha, A. J. (2023). Material didáctico concreto como estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la. Quito. <https://www.dspace.uce.edu.ec/server/api/core/bitstreams/b0dab634-ab40-4fae-8fc8-69499ecb34c4/content>
- Contreras, L., Quijanos, B., y Ramirez, R. (2020). *Propuesta didáctica para el estudio de la trigonometría en segundo medio utilizando la metodología de aprendizaje basado en problemas*. Usach. <https://fisica.usach.cl/es/propuesta-didactica-para-el-estudio-de-la-trigonometria-en-segundo-medio-utilizando-la-metodologia>
- Domingo, P. (2021). Aprendizaje-Servicio: una práctica educativa innovadora que promueve el desarrollo de competencias del estudiantado universitario. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 18(2), 1-22. <https://doi.org/https://doi.org/10.15517/aie.v18i3.34418>
- Ecuador, M. d. (2016). *Curriculo Nacional de EGB Y BGU*. Quito: Ministerio de Educación. www.educación.gob.ec
- Ecuador, M. d. (2020). *Importancia del uso de material didáctico en la Educación*. <https://educacion.gob.ec/tips-deuso/#:~:text=Los%20materiales%20did%C3%A1cticos%20elaborados%20con,de>
- Garcia, B., Coronado, A., y Giraldo, O. (2020). Implementación de un modelo teórico a Priori de competencia matemática asociado al aprendizaje de un objeto matemático. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2). <https://doi.org/doi:https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6072>
- Garzon, S. (2018). Modelos Pedagógicos y su relacion con las concepciones del derecho: puntos de encuentro con la educación. *Revista de Investigación, Desarrollo e Investigación*. <https://doi.org/https://doi.org/10.19053/20278306>.
- Gonzales, J. (2019). *La Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café*. (Trabajo de Maestría) Universidad de Antioquia .
- Gómez Ramirez, H. E. (2013). *Resolución de triángulos rectángulos y problemas en contexto*. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/74973>
- Gresol. (02 de 09 de 2024). *¿Cuáles son los principios fundamentales del aprendizaje? ¿Cuáles son los principios fundamentales del aprendizaje?*
- Gualán, E. (2016). *Elaboración y aplicación de un módulo didáctico de trigonometría plana "resolución de triángulos" para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año "A" de la Unidad Educativa Carlos Cisneros*. Universidad Nacional de Chimborazo.

- Guerra, J. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría socio cultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano. *Dilemas Contemporaneos*. <https://doi.org/https://doi.org/10.46377/dilemas.v32i1.2033>
- Guerrero, A. (2009). LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL AULA. *Temas para la enseñanza*, 2.
- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2021). Desafíos actuales para la Didáctica de las Matemáticas. *a Innovaciones Educativas*, 23(34), 199. <https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.22458/ie.v23i34.3515>
- Hernandez Sampieri, R. (2020). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill. <https://www.icmujeres.gob.mx/wp-content/uploads/2020/05/Sampieri.Met.Inv.pdf>
- Hirus. (06 de 09 de 2024). *Google*. <https://www.hiru.eus/es/matematicas/resolucion-de-triangulos>
- Human , R., y Ferroa, S. (2019). EL TANGRAMA Y EL GEOPLANO COMO JUEGOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMERO Y SEGUNDO GRADO, CICLO AVANZADO DEL CEBA PARTICULAR VIRGEN DE ASUNCIÓN DEL DISTRITO DE SAN SEBASTIÁN, CUSCO – 2018. *Tesis*. Universidad Nacional San Agustín Arequipa, Arequipa. <https://repositorio.unsa.edu.pe/server/api/core/bitstreams/ab4c4cda-c48a-4f97-8d73-03475e808a6a/content>
- Jaramillo, M., Michay, G., Coloma, M., y Espinosa, W. (2020). Las Tics como herramienta metodológica en matemática. *Espacios*, 41(11), 7. <https://revistaespacios.com/a20v41n11/a20v41n11p07.pdf>
- Jiménez, A. (2019). La dinámica de la clase de matemáticas mediada por la comunicación. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10(1), 5. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10016>
- Lima Salinas , M. (2011). EL MATERIAL DIDÁCTICO Y CONCRETO PARA DESARROLLAR DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO EN EL BLOQUE CURRICULAR GEOMÉTRICO DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN EL COLEGIO EXPERIMENTAL UNIVERSITARIO “MANUEL CABRERA LOZANO” (MATRIZ). *Tesis previa a la obtención del grado*. Universidad Nacional de Loja, Loja.
- Linares, Marín, Olivares, y Rios. (2020). Elaboración del material didactico en el area de Matematicas. Cuenca: Universidad Politécnica Salesiana.
- Lizes. (10 de 09 de 2020). *Worksheets*. <https://www.liveworksheets.com/es/w/es/matematicas/356725>
- Llerena, F. (2023). LA HERRAMIENTA GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO EN LA UNIDAD

EDUTACTIVA “KERLLY ANABEL TORRES CEDEÑO” EN EL PERÍODO 2021-2022. *Maestría*. UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE, Ibarra. [https://repositorio.utn.edu.ec/bitstream/123456789/14766/2/PG%201577%20TRABAJ O%20GRADO.pdf](https://repositorio.utn.edu.ec/bitstream/123456789/14766/2/PG%201577%20TRABAJ%20O%20GRADO.pdf)

López, P., y Espinoza, A. (2023). *Propuesta didáctica para el aprendizaje de razones trigonométricas en el décimo año de EGB de la Unidad Educativa “Jima”*. Cuenca: Universidad de Cuenca. <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Macia, L., y Borbor, E. (2024). EL GEOPLANO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA. *Tesis*. Universidad Estatal Península de Santa Elena, La Libertad. <https://repositorio.upse.edu.ec/bitstream/46000/10729/1/UPSE-TEB-2024-0005.pdf>

Mesén Mora, L. D. (2019). Teorías de aprendizaje y su relación en la educación ambiental costarricense. *Revista Ensayos Pedagógicos*. <https://doi.org/https://doi.org/10.15359/rep.14-1.8>

Ministerio de Educación. (2019). *Curriculo de los niveles de Educación Obligatoria (Sub nivel Medio)*. Ministerio de Educación.

Minte, A., Sepúlveda, A., Díaz, D., y Payahuala, H. (2020). Aprender matemática: dificultades desde la perspectiva de los estudiantes de Educación Básica y Media. *Espacios*, 41(09), 30. <http://sistemasblandosxd.revistaespacios.com/a20v41n09/a20v41n09p30.pdf>

Montoya Orejuela, J. A. (2023). Publicación: Incidencia del uso de un entorno virtual gamificado para la comprensión de la resolución de triángulos. *Trabajo de Grado*. Universidad del Quindío, Quindío-Armenia. <https://hdl.handle.net/20.500.14550/6412>

Morales Mora, L. D. (2018). Aprendizaje basado en problemas (ABP) y habilidades de pensamiento crítico ¿una relación vinculante? *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.6018/reifop.21.2.323371>

Morales, P. (2019). *Elaboracion del material didactico*. Estado de México. https://dspace.itsjapon.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/721/1/Elaboracion_material_didactico.pdf

Muchen, P. (2020). “Curriculum - Didaktik” en Wulf, Christoph. *Wörterbuch der Erziehung* {Diccionario de Educación, p. 5. <https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1793&context=ruls>

Ordoñez, E., y Gutierrez, N. (2023). Comunidades de aprendizaje educativas: un enfoque Integral. *Cuadernos de pensamiento* 36, 225-249.

Orozco, J. (2023). *Gamificación como estrategia didáctica en el proceso del aprendizaje significativo de la matemática*. Quito. <https://repositorio.uti.edu.ec/bitstream/123456789/6316/1/OROZCO%20ITACUAR%20JESSICA%20MIREYA.pdf>

- Pérez, E. (2023). *El flipped classroom para el desarrollo de los estilos de aprendizaje en el área de inglés*. Quito. <https://repositorio.uti.edu.ec/bitstream/123456789/5638/1/PEREZ%20PARRAGA%20E%20STEFANIA%20MARIA.pdf>
- Ramírez, Z. (2017). Uso del material didáctico y aprendizaje del área de matemáticas. *Título de profesional licenciada [Tesis]*. Universidad Alas Peruanas, Lima.
- Rojas, G., Feijoo, D., Mendoza, M., y Bravo, S. (2020). Reflexiones en torno al aprendizaje dialógico como estrategia didáctica dentro del quehacer docente. *Revista Científica Multidisciplinar*, 6(6), 13001-13012. https://doi.org/https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i6.4308
- Toasa, J. E. (2022). *El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como estrategia didáctica en enseñanza de razones trigonométricas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa "Policía Nacional"*. Quito: Universidad Central del Ecuador. <https://www.dspace.uce.edu.ec/server/api/core/bitstreams/ec6080f7-2a40-44d5-a871-c1e8ff9dd887/content>
- Toctaguano, H., y Villegas, S. (2022). "MODELOS PEDAGÓGICOS TRADICIONAL Y CONSTRUCTIVISTA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE". *Proyecto de Investigación*. UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI, Pujilí. <https://repositorio.utc.edu.ec/items/aef2f4d7-eb6e-4071-b5db-7faee37ac77f>
- UNAE. (2020). *Proceso de enseñanza-aprendizaje en matemática un rol social*. <https://unae.edu.ec/matematicas-su-rol-social/>
- Vázquez, E., y León, R. (2013). EDUCACIÓN Y MODELOS PEDAGÓGICOS. *Informe. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE BOYACÁ*, Tunja. https://www.boyaca.gov.co/SecEducacion/images/Educ_modelos_pedag.pdf
- Vargas, G. (01 de 02 de 2024). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza. *Revista Cuadernos*, 58(1), 68-73. <https://concepto.de/recursos-didacticos/>
- Vázquez, J. M. (24 de 05 de 2024). *slideshare*. <https://es.slideshare.net/slideshow/geoplano/380130>
- Vizhñay, J., y Farfán, P. (2023). Implementación del aprendizaje cooperativo, como estrategia didáctica para mejorar el rendimiento académico en Lengua y Literatura. *INNOVA Research Journal*, 8(2), 32-51. <https://doi.org/https://doi.org/10.33890/innova.v8.n2.2023.2226>
- Zambrano, P. (2021). MATERIALES DIDÁCTICOS Y SU IMPACTO EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE EN EL IDIOMA INGLÉS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DE LA UNIDAD EDUCATIVA "JACINTO ASPIAZU PERALTA". *Tesis*. UNIVERSIDAD TÉCNICA DE BABAHOYO EXTENCIÓN QUEVEDO, Quevedo.

<http://dspace.utb.edu.ec/bitstream/handle/49000/10183/E-UTB-FCJSE-IDM-000002.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Zhang, B. (2021). Using student-centered teaching strategies in calculus. En B. Zhang, *Tertiary science and mathematics teaching for the 21st century 2*. (pp. 100-103).

Zurita. (23 de 8 de 2020). *Google Academic*.

ANEXOS

Anexo 1

Técnica de recolección de datos (encuesta)



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS



CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Encuesta dirigida estudiantes de décimo año de educación general básica superior
paralelo A, de la Unidad Educativa "Cristiana Nazareno"

OBJETIVO: Analizar las dificultades de aprendizajes referentes a la resolución de triángulos

INDICACIONES: Estimado(a) estudiante: Leer las preguntas con mucha atención y marque la respuesta que crea pertinente con una "X", considerando tiene una escala de 0, 1 y 2, junto con las etiquetas 0 = nunca, 1=Casi siempre, 2= siempre

CUESTIONARIO

Nº	Pregunta	Nunca	Casi siempre	Siempre
		0	1	2
1	¿Ha tenido clases sobre resolución de triángulos en el último año?			
2	¿El docente utiliza material didáctico (como presentaciones, ejercicios interactivos, juegos, etc.) para enseñar resolución de triángulos?			
3	¿Cree usted que al inicio de las clases sobre resolución de triángulos hace falta material didáctico para introducir adecuadamente los conceptos?			
4	¿Considera que el uso de material didáctico desde el principio de la clase ayuda a establecer una base para comprender los temas de resolución de triángulos?			
5	¿Cree que durante el desarrollo de las clases sobre resolución de triángulos es necesario el uso continuo de material didáctico para reforzar los conceptos?			
6	¿Cree usted que el uso de material didáctico hace más fácil entender la resolución de triángulos?			
7	¿El material didáctico utilizado por el docente está disponible para revisión fuera del horario de clase?			
8	¿El material didáctico utilizado por su docente incluye ejemplos prácticos de resolución de triángulos?			
9	¿Considera que el material didáctico utilizado por el docente cubre adecuadamente los diferentes aspectos de la resolución de triángulos (por ejemplo, trigonometría, ley de senos y cosenos, teorema de Pitágoras)?			
10	¿El material didáctico utilizado por el docente incluye actividades prácticas que permiten aplicar los conceptos de resolución de triángulos en situaciones reales?			

Anexo 2

Ficha de validación del instrumento (Experto 1)



Carrera de Pedagogía de las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

en movimiento



PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones						
	ADECUACIÓN										PERTINENCIA											
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1				X					X						X				X		Observación mencionada	
2				X					X						X				X		Observación mencionada	
3					X					X					X					X		
4					X					X					X					X		
5					X					X					X					X		
6					X					X					X					X		
7					X					X					X					X		
8					X					X					X					X		
9					X					X					X					X		
10					X					X					X					X		
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones					
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X							
La secuencia de ítems es adecuada.															X							
El número de ítems es suficiente.															X		Corrección de las observaciones mencionadas.					
EVALUACIÓN GENERAL																						
Validez del instrumento					Excelente					Satisfactorio					Necesita mejorar			Inadecuado				
										X												
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																						
Validado por: Msc Johnny Patrio Ilbay Cando												Firma:										
Cargo: Docente						Fecha: 16-05-2024																
C.I. 0604650762						Cel. 0980613024																

Anexo 3

Ficha de validación del instrumento (Experto 2)



Carrera de Pedagogía de
Las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS



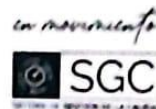
PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR																				Observaciones
	ADECUACIÓN															PERTINENCIA					
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico					Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					x					x					x					x	
2					x					x					x					x	
3					x					x					x					x	
4					x					x					x					x	
5					x					x					x					x	
6					x					x					x					x	
7					x					x					x					x	
8					x					x					x					x	
9					x					x					x					x	
10					x					x					x					x	
ASPECTOS GENERALES																SI	NO	Observaciones			
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.																x					
La secuencia de ítems es adecuada.																x					
El número de ítems es suficiente.																x					
EVALUACIÓN GENERAL																					
Validez del instrumento																Excelente	Satisfactorio	Necesita mejorar	Inadecuado		
																	x				
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																					
Validado por: <i>Patricio Allauca</i>														Firma:							
Cargo: <i>Docente</i>								Fecha: <i>16-05-2024</i>													
C.I. <i>0604019533</i>								Cel. <i>0986821491</i>													

Anexo 4

Ficha de validación del instrumento (Experto 3)



Carrera de Pedagogía de las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN HUMANAS Y TECNOLOGÍAS



PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones					
	ADECUACIÓN										PERTINENCIA										
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					X					X					X					X	
2					X					X					X					X	
3					X					X					X					X	
4					X					X					X					X	
5					X					X					X					X	
6					X					X					X					X	
7					X					X					X					X	
8					X					X					X					X	
9					X					X					X					X	
10					X					X					X					X	
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones				
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X						
La secuencia de ítems es adecuada.															X						
El número de ítems es suficiente.															X						
EVALUACIÓN GENERAL																					
Validez del Instrumento					Excelente		Satisfactorio		Necesita mejorar			Inadecuado									
								X													
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																					
Validado por: Mgs. Hugo A. Pomboza G.										Firma:											
Cargo: Docente					Fecha: 17/05/2024.																
C.I. 0601872179					Cel. 0982348083																

Anexo 5

Técnica de recolección de datos (Prueba objetiva)



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y
TECNOLOGÍAS



CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Prueba dirigida estudiantes de décimo año de educación general básica superior paralelo A, de la Unidad Educativa “Cristiana Nazareno”

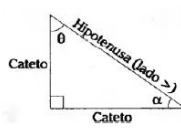
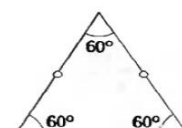
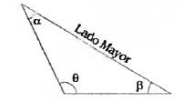
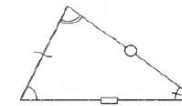
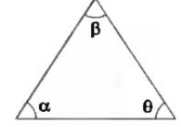
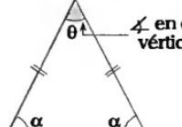
Fecha: _____

OBJETIVO: Analizar las dificultades de aprendizajes referentes a la resolución de triángulos

INDICACIONES: Estimado(a) estudiante: A continuación, encontrará una serie de 10 problemas con ejercicios. Le solicitamos que los resuelva con atención y precisión. Después de resolver cada ejercicio, marque con un círculo la respuesta que haya elegido

EJERCICIOS

1. Seleccionar la respuesta correcta del tipo de triángulos según sus lados y según sus ángulos.

	Triangulo	Figura		Triangulo	Figura
1	Triangulo equilátero	A 	4	Triangulo Escaleno	D 
2	Triangulo acutángulo	B 	5	Triangulo isósceles	E 
3	Triangulo Rectángulo	C 	6	Triangulo obtusángulo	F 

Opciones de respuesta

- a) 1B, 2C, 3A, 4E, 5D, 6F
- b) 1C, 2A, 3E, 4D, 5B, 6F
- c) 1D, 2C, 3A, 4E, 5F, 6B
- d) 1F, 2E, 3D, 4A, 5B, 6C.

2. Calcular el área de un triángulo con una base de longitud 8 metros y una altura de 6 metros.

Opciones de respuestas:

- a) 12 m
- b) 15m
- c) 24m
- d) 48m

3. Calcular el perímetro de un triángulo con lados de longitud $a = 7$ cm, $b = 9$ cm, y $c = 12$ cm.

Opciones de respuestas:

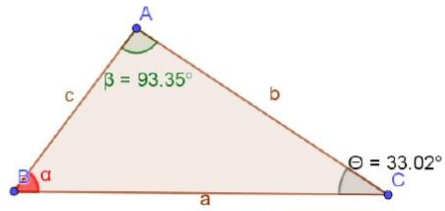
- a) 23 cm
- b) 34 cm
- c) 28cm
- d) 24cm

4. ¿Cuál es la suma de las medidas de los ángulos interiores del triángulo rectángulo?

Opciones de respuestas:

- a) 360°
- b) 270°
- c) 90°
- d) 180°

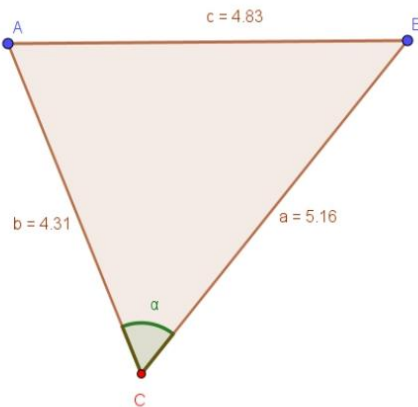
5. Calcular la medida del ángulo α del siguiente triángulo



Opciones de respuestas:

- a) $\alpha = 53,60^\circ$
- b) $\alpha = 53,63^\circ$
- c) $\alpha = 50,63^\circ$
- d) $\alpha = 53,02^\circ$

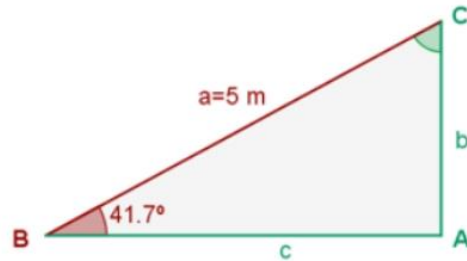
6. En un triángulo se conocen los tres lados: $a = 5.16$ m, $b = 4.31$ m y $c = 4.83$ m. Calcula el ángulo C



Opciones de respuestas:

- a) $\alpha = 60^\circ$
- b) $\alpha = 67,45^\circ$
- c) $\alpha = 60,55^\circ$
- d) $\alpha = 61,55^\circ$

7. De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 5 \text{ m}$ y $B = 41.7^\circ$. Resolver el triángulo



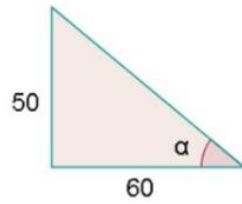
Opciones de respuestas:

- a) $b = 3,326 \text{ m}; c = 3.733 \text{ m}; C = 48,3^\circ$
b) $b = 2,326 \text{ m}; c = 1.733 \text{ m}; C = 48^\circ$
c) $b = 3 \text{ m}; c = 3,12 \text{ m}; C = 40^\circ$
d) $b = 1,326 \text{ m}; c = 3.733 \text{ m}; C = 48,3^\circ$
8. Dado un triángulo rectángulo con un ángulo agudo θ , donde el cateto opuesto mide 4 unidades y el cateto adyacente mide 3 unidades, calcula las razones trigonométricas del ángulo θ : seno.

Opciones de Respuesta:

- a) $\theta = 0,013^\circ$
b) $\theta = 0,8^\circ$
c) $\theta = 0,13^\circ$
d) $\theta = 8^\circ$

9. Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento



Opciones de Respuesta:

- a) $\alpha = 40^\circ$
 - b) $\alpha = 39^\circ$
 - c) $\alpha = 48^\circ$
 - d) $\alpha = 40,5^\circ$
10. A una distancia de 10 m de distancia de la base de un árbol la punta de éste se observa bajo un ángulo de 23° . Calcula la altura del árbol.



Opciones de respuesta

- a) $h = 434m$
- b) $h = 100m$
- c) $h = 424 m$
- d) $h = 489m$

Anexo 6

Ficha de validación (Experto 1)



Carrera de Pedagogía de las Matemáticas & la Física
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

en movimiento



PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones						
	ADECUACIÓN										PERTINENCIA											
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1				X					X						X				X		Observación mencionada	
2				X					X						X				X		Observación mencionada	
3					X					X					X					X		
4					X					X					X					X		
5					X					X					X					X		
6					X					X					X					X		
7					X					X					X					X		
8					X					X					X					X		
9					X					X					X					X		
10					X					X					X					X		
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones					
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X							
La secuencia de ítems es adecuada.															X							
El número de ítems es suficiente.															X		Corrige las observaciones mencionadas.					
EVALUACIÓN GENERAL																						
Validez del instrumento					Excelente					Satisfactorio					Necesita mejorar			Inadecuado				
										X												
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																						
Validado por: Msc Johnny Patrio Ilbay Cuello												Firma:										
Cargo: Docente						Fecha: 16-05-2024																
C.I. 0604650762						Cel. 0980613024																

Anexo 7

Ficha de validación (Experto 2)



Carrera de Pedagogía de las Matemáticas & la Física
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
 HUMANAS Y TECNOLOGÍAS



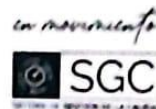
PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR																				Observaciones
	ADECUACIÓN															PERTINENCIA					
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico					Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					x					x					x					x	
2					x					x					x					x	
3					x					x					x					x	
4					x					x					x					x	
5					x					x					x					x	
6					x					x					x					x	
7					x					x					x					x	
8					x					x					x					x	
9					x					x					x					x	
10					x					x					x					x	
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones				
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															x						
La secuencia de ítems es adecuada.															x						
El número de ítems es suficiente.															x						
EVALUACIÓN GENERAL																					
Validez del instrumento					Excelente	Satisfactorio	Necesita mejorar	Inadecuado													
						x															
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																					
Validado por: <i>Romulo Albuca</i>															Firma:						
Cargo: <i>Docente</i>					Fecha: <i>16-05-2024</i>																
C.I. <i>0604019533</i>					Cel. <i>0986821491</i>																

Anexo 8

Ficha de validación (Experto 3)



Carrera de Pedagogía de las Matemáticas & la Física
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
 HUMANAS Y TECNOLOGÍAS



PREGUNTA	CRITERIOS A EVALUAR															Observaciones					
	ADECUACIÓN										PERTINENCIA										
	La pregunta se comprende con facilidad					Opciones de respuesta adecuadas					Opciones de respuesta en orden lógico						Relación con el/los objetivo/s que se pretende estudiar				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1					X					X					X					X	
2					X					X					X					X	
3					X					X					X					X	
4					X					X					X					X	
5					X					X					X					X	
6					X					X					X					X	
7					X					X					X					X	
8					X					X					X					X	
9					X					X					X					X	
10					X					X					X					X	
ASPECTOS GENERALES															SI	NO	Observaciones				
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba.															X						
La secuencia de ítems es adecuada.															X						
El número de ítems es suficiente.															X						
EVALUACIÓN GENERAL																					
Validez del Instrumento	Excelente			Satisfactorio			Necesita mejorar			Inadecuado											
						X															
IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO																					
Validado por: Mgs. Hugo A. Pomboza G.												Firma:									
Cargo: Docente						Fecha: 17/05/2024.															
C.I. 0601872179						Cel. 0982348083															

Anexo 9
Aplicación de la encuesta



Anexo 10

Aplicación de la prueba objetiva

