



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,  
VINCULACIÓN Y POSGRADO**

**DIRECCIÓN DE POSGRADO**

“IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIONES PARA EL APRENDIZAJE DE  
FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS FUNCIONES REALES CON UNA  
VARIABLE REAL”

**TRABAJO DE GRADUACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MAGISTER EN MATEMÁTICA APLICADA CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA  
COMPUTACIONAL**

**AUTOR:**

LIC. AYRTON DANIEL ERAZO ESCUDERO, MGS.

**TUTOR:**

DR. JANNETH DEL ROCÍO MOROCHO YAUCAN, MGS.

**Riobamba – Ecuador. 2023**

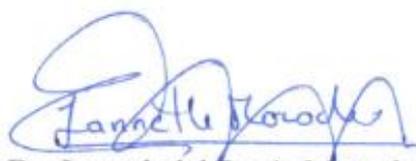
## CERTIFICACIÓN DEL TUTOR

Certifico que el presente trabajo de titulación denominado: “IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIONES PARA EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS FUNCIONES REALES CON UNA VARIABLE REAL”, ha sido elaborado por el Magister Ayrton Daniel Erazo Escudero, el mismo que ha sido orientado y revisado con el asesoramiento permanente de mi persona en calidad de Tutor.

Así mismo, refrendo que dicho trabajo de titulación ha sido revisado por la herramienta antiplagio institucional; por lo que certifico que se encuentra apto para su presentación y defensa respectiva.

Es todo cuanto puedo informar en honor a la verdad.

Riobamba, 08 de agosto del 2023.



Dr. Janneth del Rocío Morocho Yaucan, Mgs.

**TUTOR**

### **Declaración de Autoría y Cesión de Derechos**

Yo, **Ayrton Daniel Erazo Escudero**, con número único de identificación **180436062-4**, declaro y acepto ser responsable de las ideas, doctrinas, resultados y lineamientos alternativos realizados en el presente trabajo de titulación denominado: "IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIONES PARA EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS FUNCIONES REALES CON UNA VARIABLE REAL." previo a la obtención del grado de Magíster en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional.

- Declaro que mi trabajo investigativo pertenece al patrimonio de la Universidad Nacional de Chimborazo de conformidad con lo establecido en el artículo 20 literal j) de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.
- Autorizo a la Universidad Nacional de Chimborazo que pueda hacer uso del referido trabajo de titulación y a difundirlo como estime conveniente por cualquier medio conocido, y para que sea integrado en formato digital al Sistema de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, dando cumplimiento de esta manera a lo estipulado en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES.

Riobamba, 09 de agosto de 2023



**Lic. Ayrton Daniel Erazo Escudero, Mgs**

N.U.I. 180436062-4



Dirección de  
**Posgrado**  
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,  
VINCULACIÓN Y POSGRADO



Riobamba, 2 de agosto de 2023

## ACTA DE SUPERACIÓN DE OBSERVACIONES

En calidad de miembro del Tribunal designado por la Comisión de Posgrado, CERTIFICO que una vez revisado el Proyecto de Investigación y/o desarrollo denominado **"IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIONES PARA EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS FUNCIONES REALES CON UNA VARIABLE REAL"**, dentro de la línea de investigación de **INGENIERÍA INFORMÁTICA**, presentado por el maestrante **Erazo Escudero Ayrton Daniel** portador de la CI. 1804360624, del programa de **MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL**, cumple al 100% con los parámetros establecidos por la Dirección de Posgrado de la Universidad Nacional de Chimborazo.

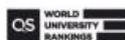
Es todo lo que podemos certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



KARLA ESTEFANIA  
AGUIRRE GUASHPA

**Mg. Karla Aguirre**  
**MIEMBRO DEL TRIBUNAL**



Campus La Dolorosa  
Av. Eloy Alfaro y 10 de Agosto  
Teléfono (593-3) 373-0880, ext. 2002  
Riobamba - Ecuador

**Unach.edu.ec**  
*en movimiento*

**Unach.edu.ec**  
*en movimiento*



Dirección de Posgrado  
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,  
VINCULACIÓN Y POSGRADO

*en movimiento*

Riobamba, 9 de agosto de 2023

## CERTIFICADO

De mi consideración:

Yo Kléber Augusto Jaramillo Galarza coordinador académico, certifico que Ayrton Daniel Erazo Escudero con cédula de identidad No. 1804360624 estudiante del programa de maestría en Matemática Aplicada con mención en Matemática Computacional, cohorte Primera (2021-2022), presentó su trabajo de titulación bajo la modalidad de Proyecto de titulación con componente de investigación aplicada/desarrollo denominado: IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIONES PARA EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS FUNCIONES REALES CON UNA VARIABLE REAL, el mismo que fue sometido al sistema de verificación de similitud de contenido URKUND identificando el 2% de similitud en el texto, el cual fue realizado por su tutor Dra. Janneth del Rocío Morocho Yaucán y enviado al email: [revisión.coincidencias.unach@analysis.urkund.com](mailto:revisión.coincidencias.unach@analysis.urkund.com).

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Ing. Kléber Augusto Jaramillo Galarza, MSc

CI: 0703748939

Adj.-

- Informe tutor académico
- Resultado del análisis de similitud

## **Agradecimiento**

Agradezco a Dios por brindarme las oportunidades de aumentar y fomentar los conocimientos impartidos de las personas que estuvieron al frente de mi formación, a quienes agradezco por su tiempo, dedicación y preparación, agradezco a la Unidad Educativa que me acogió y permitió desarrollar mis conocimientos en base a experiencias. Finalmente agradezco a las personas quienes permiten que la presente investigación forme parte del repertorio de formación.

Ayrton Erazo

## **Dedicatoria**

Dedico la presente investigación a Dios por su guía y por permitirme culminar un objetivo más, a mis padres con su apoyo incondicional, a mi hermano quien siempre me apoya en todas las decisiones que tomé.

## Índice General

<b>Certificación del Tutor.....</b>	
<b>Declaración de Autoría y Cesión de Derechos .....</b>	
<b>Acta de superación de observaciones .....</b>	
<b>Agradecimiento .....</b>	
<b>Dedicatoria .....</b>	
<b>Índice General.....</b>	
<b>Índice de Tablas .....</b>	
<b>Índice de Figuras.....</b>	
<b>Resumen .....</b>	
<b>Abstract .....</b>	
<b>Introducción.....</b>	<b>15</b>
<b>Capítulo 1 Generalidades .....</b>	<b>17</b>
1.1 Planteamiento del problema.....	17
1.2 Justificación de la Investigación .....	18
1.3 Objetivos.....	21
1.3.1 Objetivo General .....	21
1.3.2 Objetivos Específicos .....	21
1.4 Descripción de la empresa y puestos de trabajo .....	21
<b>Capítulo 2 Estado del Arte y la Práctica .....</b>	<b>23</b>
2.1 Antecedentes Investigativos.....	23
2.2 Fundamentación Legal .....	26
2.3 Fundamentación Teórica .....	27
2.3.1 Aprendizaje .....	27
2.3.2 Rendimiento Académico. ....	29
2.3.3 Funciones Reales con una Variable Real. ....	31
2.3.4 Simulaciones. ....	34

<b>Capítulo 3 Diseño Metodológico.....</b>	<b>38</b>
3.1 Enfoque de la Investigación.....	38
3.2 Diseño de la Investigación.....	38
3.3 Tipo de investigación .....	38
3.4 Nivel de Investigación.....	38
3.5 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos .....	39
3.6 Técnicas para el Procesamiento e Interpretación de Datos .....	39
3.7 Población y Muestra.....	40
3.7.1 Población .....	40
3.7.2 Tamaño de la Muestra .....	40
3.8 Prueba de Hipótesis.....	40
<b>Capítulo 4 Análisis y Discusión de los Resultados .....</b>	<b>41</b>
4.1 Análisis Descriptivo de los Resultados .....	41
4.1.1 Prueba Objetiva realizada a los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado con la utilización de simulaciones y con de forma tradicional.....	41
4.1.2 Prueba de Hipótesis.....	56
4.2 Discusión de los Resultados.....	57
<b>Capítulo 5 Marco Propositivo .....</b>	<b>60</b>
5.1 Planificación de la Actividad Preventiva.....	60
<b>Conclusiones.....</b>	<b>62</b>
<b>Recomendaciones .....</b>	<b>63</b>
<b>Referencias Bibliográficas .....</b>	<b>64</b>
<b>Apéndice.....</b>	<b>70</b>
Apéndice A. Líneas de código función Cuadrática .....	70
Apéndice B. Link de descarga simulaciones realizadas .....	73
Apéndice C. Propuesta formato Unidad Educativa Atenas .....	74
<b>UNIDAD EDUCATIVA ATENAS.....</b>	<b>74</b>

<b>PROPUESTA DE UTILIZACIÓN DE RECURSOS DIGITALES.....</b>	<b>74</b>
Apéndice D. Fotografías clase grupo experimental.....	83

## Índice de Tablas

Tabla 1: Transformaciones de una función .....	34
Tabla 2: Funciones Polinomiales, grupo de control .....	41
Tabla 3: Funciones Polinomiales, grupo experimental.....	42
Tabla 4: Funciones Racionales, grupo control .....	43
Tabla 5: Funciones Racionales, grupo experimental .....	44
Tabla 6: Funciones Radicales, grupo control .....	45
Tabla 7: Funciones Radicales, grupo experimental.....	46
Tabla 8: Funciones Exponenciales, grupo control.....	47
Tabla 9: Funciones exponenciales, grupo experimental .....	48
Tabla 10: Funciones Logarítmicas, grupo control.....	49
Tabla 11: Funciones Logarítmicas, grupo experimental.....	50
Tabla 12 Escala de Calificaciones. Prueba Objetiva .....	51

## Índice de Figuras

Figura 1: Clasificación de Funciones.....	20
Figura 2: Gráficas Función cuadrática.....	35
Figura 3: Características funciones cuadráticas.....	36
Figura 4: Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Polinomiales .....	42
Figura 5: Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Racionales .....	44
Figura 6: Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Radicales .....	46
Figura 7: Promedios en escala de calificaciones. Funciones Exponenciales .....	48
Figura 8: Promedios en escala de calificaciones. Funciones logarítmicas.....	50
Figura 9: Comparación entre las escalas de calificación .....	52
Figura 10: Análisis exploratorio de notas del grupo control.....	53
Figura 11: Prueba de Normalidad. Grupo Control .....	54
Figura 12: Análisis exploratorio de notas del grupo experimental.....	55
Figura 13: Prueba de Normalidad. Grupo experimental .....	55
Figura 14: T-student a dos colas.....	57

## Resumen

La presente investigación tuvo lugar en la Unidad Educativa “Atenas” de la ciudad de Ambato, con los estudiantes de Segundo Año de Bachillerato General Unificado. Los estudiantes de dicha institución presentan dificultad en el entendimiento de funciones, lo cual se debe a la falta del entendimiento de fundamentos matemáticos de funciones. Por ello la investigación se enfoca en el diseño de simulaciones en las cuales se muestran los fundamentos de funciones reales con una variable real. Se buscó determinar si existe mejora en el rendimiento académico de los estudiantes con la utilización de las simulaciones en comparación de los estudiantes que no las utilizaron. Por lo cual, la investigación realizada fue cuasi experimental. El desarrollo de las simulaciones se dió en el software libre octave, para la recopilación de datos se tomó una prueba objetiva, la misma que fue desarrollada y aprobada en investigaciones anteriores. Para el análisis de los datos obtenidos de la prueba objetiva se realizó un análisis descriptivo de cada pregunta en función del fundamento matemático analizado. Se desarrollaron varias pruebas de normalidad, con la finalidad de aplicar el estadístico t-student, comprobando si el rendimiento académico del grupo con el cual se utilizó las simulaciones obtuvo un mejor promedio que el grupo que no las utilizó. En consecuencia la investigación concluye que la utilización de simulaciones influye de manera positiva en el rendimiento académico de los estudiantes, puesto que, permite a los mismos observar los fundamentos de funciones, que tienden a ser abstractos en muchas ocasiones.

**Palabras claves:** *funciones, reales, rendimiento, académico, simulaciones.*

## ABSTRACT

This investigation occurred in the Educational Unit "Athens" of Ambato, with the students of the Second Year of the Unified General Baccalaureate. The students of this institution need help understanding functions due to the need for knowledge of the mathematical foundations of processes. For this reason, the research focuses on designing simulations in which the fundamentals of natural functions with a real variable are shown. It was sought to determine if there was an improvement in students' academic performance with the use of simulations compared to students who did not use them. Therefore, the research carried out was quasi-experimental. The development of the simulations was given in the free software octave; for the collection of data, an objective test was taken, the same one developed and approved in previous investigations. For the analysis of the data obtained from the accurate test, a descriptive analysis of each question was carried out based on the mathematical foundation analyzed. Several normality tests were developed to apply the t-student statistic, checking if the academic performance of the group with which the simulations were used obtained a better average than the group that did not use them. Consequently, the research concludes that the use of simulations positively influences students' academic performance since it allows them to observe the fundamentals of functions, which tend to be abstract on many occasions.

**Keywords:** functions, fundamental, performance, academic, simulations.



Reviewed by:  
Ms.C. Ana Maldonado León  
ENGLISH PROFESSOR  
C.I.0601975980

## **Introducción**

El trabajo de investigación se da a partir de las dificultades que los estudiantes de segundo año de bachillerato presentan en el aprendizaje de los fundamentos de las funciones reales con una variable real, por lo cual, se desarrollan simulaciones en las cuales se presenten los fundamentos de las funciones reales con una variable real de tal manera que los estudiantes puedan manipular las mismas.

Se busca lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo a partir de la utilización de simulaciones, lo cual, como consecuencia permita mejorar el rendimiento académico. Para lo cual, se analiza dos grupos de estudiantes, en el primer grupo se trabaja de una manera tradicional, con el otro grupo se trabaja con la utilización de simulaciones.

Para el desarrollo de la investigación se tienen los siguientes capítulos:

**Capítulo I, Generalidades:** Se presenta de una manera más detallada las dificultades que se presentan en el aprendizaje de los fundamentos matemáticos de funciones reales con una variable real, además, se presentan los objetivos de la investigación y la idea general con la cual se desarrollan las simulaciones.

**Capítulo II, Estado del Arte y Práctica:** Muestra una recopilación bibliográfica referente al aprendizaje, recalando la importancia del aprendizaje significativo, se menciona también, el rendimiento académico y los fundamentos matemáticos de las funciones reales con una variable real, en las funciones seleccionadas para el análisis.

**Capítulo III, Diseño de Investigación:** Se resalta el tipo de investigación la cual se presenta, la población y la muestra con la cual se realiza la investigación, la toma de datos y cómo se los analiza.

**Capítulo IV, Análisis y Discusión de Resultados:** Inicialmente se realiza un análisis descriptivo de los datos obtenidos, de cada uno de los fundamentos de las funciones reales con una variable real y el rendimiento académico de cada uno de los grupos evaluados, posteriormente, Se realizan pruebas de normalidad para poder aplicar el estadístico t-student y así corroborar si existe una mejora entre el rendimiento académico de los estudiantes que utilizaron simulaciones y los estudiantes que no las utilizaron.

**Capítulo V, Marco Propositivo:** Se detallan ideas que fundamentadas en la investigación buscan mejorar el aprendizaje de la matemática en la Unidad Educativa, aprovechando la realidad de la misma.

**Capítulo VI:** Es la culminación de la investigación, en la cual se detalla el cumplimiento a los objetivos planteados por la investigación, además, recomendaciones las cuales las cuales permitan desarrollar o profundizar futuras investigaciones.

## Capítulo 1

### Generalidades

#### 1.1 Planteamiento del problema

El estudio de los fundamentos de la matemática ha generado una gran dificultad en los estudiantes, debido a que no se llega a entender un comportamiento de ciertos elementos matemáticos. Según PISA-D (2018) manifiesta que en Ecuador los estudiantes pueden llevar a cabo operaciones básicas, pero se les dificulta procesos en los cuales es necesario pensar desde la formalidad matemática.

Durante el aprendizaje de funciones, los estudiantes presentan dificultades en su entendimiento, debido a la falta de fundamentos matemáticos, tal y como lo menciona Hernández (2019). En la Unidad Educativa “Atenas” la dificultad presente en los estudiantes es la falta del entendimiento formal de la matemática.

En la actualidad existen varios softwares de pago o libres, los que permiten realizar simulaciones de varias ciencias, como lo es Química, Física, Biología, y en especial de Matemática. De acuerdo con Collazos & Castrillón (2019) los softwares y las simulaciones se encuentran en constante desarrollo y cada vez son más amigables con el usuario, pero, existen simuladores los cuales presentan limitaciones en su interfaz, por lo cual, además de tener un conocimiento de los modelos matemáticos es necesario tener conocimientos de lenguaje de programación.

Por todo lo expuesto, se puede recalcar la importancia de la simulación y los aportes que brinda, además, como la simulación permite fortalecer las dificultades detectadas en los estudiantes, específicamente en el análisis de los fundamentos de las funciones, se plantea la pregunta de investigación.

¿Cómo se pueden generar simulaciones en las cuales se representan los fundamentos matemáticos característicos de diversas funciones a través de un software matemático y que permitan aprendizaje de las mismas?

## **1.2 Justificación de la Investigación**

La presente investigación, se enfoca en el desarrollo de varias simulaciones, las cuales permitan a un grupo de estudiantes de segundo año de bachillerato general unificado pertenecientes a la Unidad Educativa “Atenas” entender y comprender los fundamentos matemáticos existentes en funciones.

Para el estudio de funciones desde el punto de vista de Hernández (2019) se parte desde el entendimiento de conceptos previos y fundamentos propios de las funciones, lo cual facilita su entendimiento, puesto que, en ocasiones los vacíos conceptuales son aquellos que no permiten una interpretación correcta de las mismas. De igual manera, Fernández, Riveros, & Montiel (2019) manifiestan que es necesario expandir el estudio de las funciones a partir de experiencias, con la finalidad de mejorar el desenvolvimiento de los estudiantes.

Por lo mencionado anteriormente, es necesario recalcar la importancia de la manipulación y el formalismo para poder entender a las funciones, por ello una de las mejores maneras es a través de la simulación, puesto que, en la opinión de Rubio, Prieto, & Ortiz (2015) la simulación permite enlazar las ideas y el formalismo matemático entre sí, además de permitir sustentarlo todo de una manera teórica.

Como lo hacen notar Cruz Huertas & Medina Castañeda, (2013) la utilización de simulaciones, permite que los estudiantes se sientan motivados, además, el manejo de simulaciones permite fomentar procesos de deducción e inducción. El uso de simuladores

en funciones, permite comprobar, refutar y comprender el comportamiento de las mismas. con lo cual se pueden establecer conjeturas de una forma más sencilla.

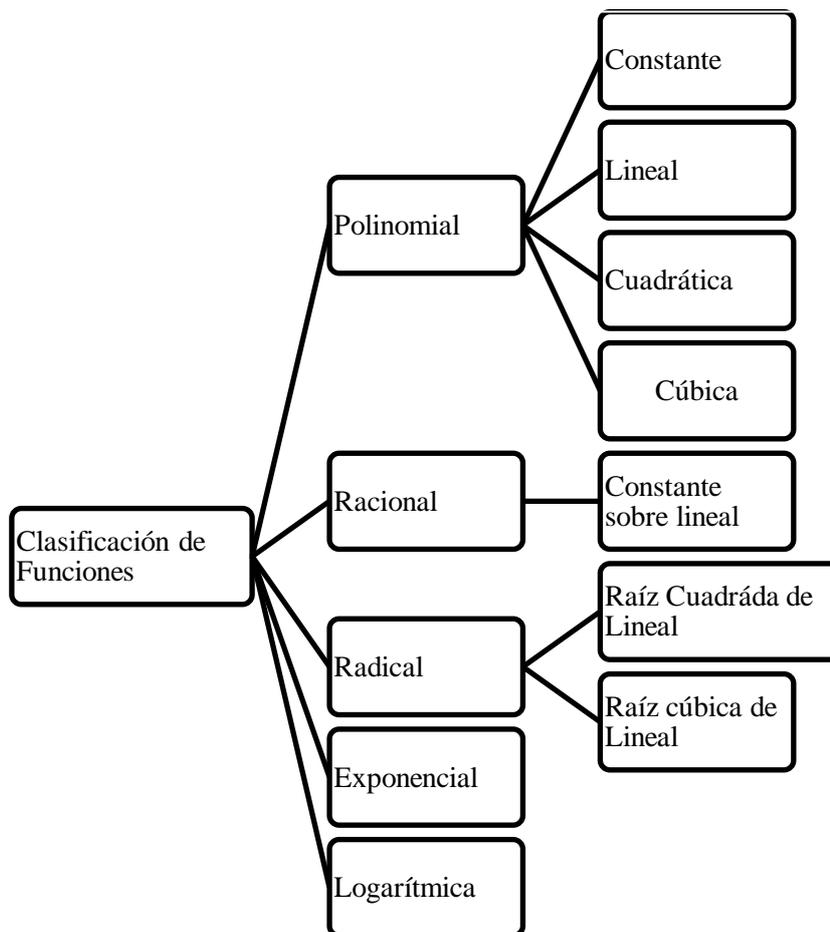
Una simulación permite la relación entre conceptos abstractos, definiciones formales y una imagen manipulable, además, permite la creación de un entorno mucho más comprensible por parte de los estudiantes, con la finalidad que los mismos puedan generar ideas propias, las cuales pueden ser refutadas o comprobadas (Cruz Huertas & Medina Castañeda, 2013). Lo cual permite al estudiante generar su propio conocimiento.

Con la finalidad de mostrar e identificar de la mejor manera posible los fundamentos matemáticos de funciones estudiadas en el bachillerato general unificado, se plantea la utilización del software libre octave, como afirma Eaton (2022) GNU Octave es un lenguaje de programación matemático de alto nivel, al ser un software libre, es posible modificar funciones y paquetes tanto como los términos de la licencia lo permita. Además, existen varios videos y códigos de simulaciones existentes en la web.

Las simulaciones que se desarrollaran, se enfocan en el análisis de los fundamentos matemáticos de funciones, las cuales se encuentran detalladas por Ministerio de Educación del Ecuador (2016), que es la última actualización curricular realizada, pero teniendo en cuenta que a partir del año 2020 se trabaja con el currículo priorizado, además, la Unidad Educativa “Atenas” adapta el contenido mencionado como se resume en la figura 1.

**Figura 1**

*Clasificación de Funciones*



Fuente: Malla Curricular Unidad Educativa “Atenas”

De las funciones definidas en la Figura 1, la simulación muestra el dominio, recorrido, monotonía, paridad y una parte de la gráfica, de la función básica y la función con modificaciones, por lo cual, los fundamentos mencionados anteriormente son mucho más visibles para los estudiantes. Entendiendo, las modificaciones que realiza cada una de las constantes que afectan a las funciones

Con la implementación de la simulación se espera que los estudiantes de segundo año de bachillerato general unificado de la Unidad Educativa “Atenas”, puedan entender, los fundamentos de las funciones las cuales deben ser estudiadas durante su escolaridad.

### **1.3 Objetivos**

#### ***1.3.1 Objetivo General***

- Desarrollar simulaciones en las cuales se representan los fundamentos matemáticos característicos de diversas funciones reales con una variable real, a través de la utilización de un software matemático fomentando así el aprendizaje de las funciones reales con una variable real.

#### ***1.3.2 Objetivos Específicos***

- Identificar los fundamentos matemáticos característicos de las funciones reales con una variable real, las cuales se imparten en el Bachillerato General Unificado en el Ecuador.
- Establecer simulaciones en un software determinado, las cuales evidencien los fundamentos matemáticos característicos de las funciones reales con una variable real que se imparten en la Unidad Educativa “Atenas”.
- Comparar el rendimiento académico de los estudiantes con y sin la utilización de las simulaciones realizadas para el aprendizaje de los fundamentos matemáticos de funciones reales con una variable real en el Bachillerato General Unificado.

### **1.4 Descripción de la empresa y puestos de trabajo**

La Unidad Educativa “Atenas” inicia como centro escolar en el año de 1976. En la actualidad la Unidad Educativa forma parte de la Fundación Cultural y Educativa Ambato. La cual se encuentra ubicada en la parroquia rural de Izamba de la Ciudad de Ambato provincia Tungurahua Ecuador, cuenta con amplias áreas verdes y el medio socio económico de la unidad educativa es alto y medio alto.

Cuenta con niveles de Educación Inicial, Educación General Básica, Bachillerato Nacional y Bachillerato Internacional. En el año lectivo 2022 – 2023, la Unidad Educativa cuenta con 850 estudiantes de los cuales 92 cursan Bachillerato General Unificado, el mismo que está regido por las normativas detalladas por el Ministerio de Educación del Ecuador.

## Capítulo 2

### Estado del Arte y la Práctica

#### 2.1 Antecedentes Investigativos

*Experiences in the Usage of Octave on Improving Learning Mathematics in an Engineering Faculty.* Trujillo Trejo, et al, (2021) buscaron mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la facultad de ingeniería. Mediante la aplicación de un pre-test y un post-test con un grupo de control y un grupo experimental. Se menciona, además, que el 80% de los estudiantes indicaron que Octave les ayudó al entendimiento de conceptos matemáticos. El 60% de los estudiantes mostró una actitud positiva ante la aplicación de Octave. Por lo cual, concluyen que la utilización de Octave como herramienta didáctica mejora el aprendizaje de la matemática. Al igual que la investigación mencionada, el presente trabajo busca mejorar la comprensión de los estudiantes en los fundamentos matemáticos, específicamente en el estudio de funciones reales.

*Uso del GeoGebra en el aprendizaje de gráfica de funciones en estudiantes de ingeniería,* los autores fueron Taipe Huaman, et al, (2021). El objetivo de la investigación fue determinar los efectos del uso de simulaciones en GeoGebra en el aprendizaje significativo de funciones. Mediante una investigación experimental y un diseño cuasiexperimental. En los resultados manifiestan que, el 23% del grupo experimental se encuentra en una categoría muy buena de aprendizajes y en contraste en el grupo de control apenas el 7% de estudiantes se encuentran en la misma categoría. Por lo cual, se concluye que los estudiantes mejoran de manera significativa después de la utilización del software GeoGebra. Las simulaciones trabajadas se enfocan en el gráfico de funciones.

*Aplicación del GeoGebra y el aprendizaje de funciones en estudiantes de la institución educativa José Antonio Encinas, Ricardo Palma, 2020.* Barboza Carazas & Paca Pantigoso, (2020) en su trabajo de investigación mencionan como objetivo, determinar la relación existente entre el uso de GeoGebra y el aprendizaje de funciones reales, mediante una muestra de 38 estudiantes a quienes se les realizó una encuesta y un cuestionario, el investigador concluye que existe una relación en la aplicación de GeoGebra y el aprendizaje en los estudiantes en el tema de funciones reales. Al ser una investigación correlacional y de tipo descriptiva, difiere con el enfoque el cual se presenta para la presente investigación, además, se toma como principal característica el gráfico de una función real.

*El uso del GeoGebra en la asignatura de Matemática I.* Estrada & Rodríguez Valle, (2020). El objetivo de la investigación fue diseñar un sistema didáctico apoyado en las tendencias pedagógicas. Para lo cual, se realizaron entrevistas a los profesores y una prueba diagnóstica, teniendo como resultado que no existe una diferencia entre la utilización de GeoGebra como recurso didáctico, por lo cual, se llega a la conclusión que existen problemas en la interpretación de las propiedades. Como se recalca en la investigación, lo importante al momento de aprender funciones reales es conocer las propiedades de las funciones, además, se reitera que las simulaciones utilizadas son únicamente recursos didácticos.

*El GeoGebra en la enseñanza de la matemática en el colegio nacional Andrés Bello.* Acaro Calva & Balladares Burgos, (2021), plantearon como objetivo de su investigación, diseñar un plan de capacitación dirigido a los docentes de Básica Superior sobre la implementación del software GeoGebra. Lo realizan mediante una investigación de campo, a partir de la cual, se menciona que el 72,3% de los docentes desconocen de la aplicación GeoGebra, pero el 100% de los docentes desean recibir una capacitación para su aplicación.

Con lo cual, se concluye que los docentes de matemática se capacitan a través de tutoriales. El investigador recalca la incompreensión de la poca utilización de laboratorios de computación. En el estudio examinado, se realiza un análisis hacia los docentes, mientras que, en la investigación la cual se está realizando se enfoca en el aprendizaje del estudiante.

*Uso De GeoGebra Y Su Incidencia En El Proceso Enseñanza-Aprendizaje De Gráfica De Funciones En El Nivel Superior.* Coronel Maji, Guilcapi Mosquera, & Vargas Guambo, (2018) tuvieron como objetivo determinar la incidencia del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de gráfica de funciones, la investigación fue tipo bibliográfica, descriptiva y cuasiexperimental. Se realizaron dos grupos, un grupo de control y un grupo experimental, a los cuales se les evaluó en dos momentos. Con lo cual llegaron a la conclusión que la utilización de GeoGebra incide de manera positiva en el proceso de enseñanza aprendizaje de gráfica de funciones. En el trabajo investigado se señala únicamente el estudio de la gráfica de funciones y no todos los fundamentos matemáticos que tienen las funciones reales.

*Geogebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales de los estudiantes de tercero de bachillerato de la Unidad Educativa "Camilo Gallegos".* Vargas Guambo, (2022) menciona que su objetivo principal es, evaluar el software GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en funciones reales. La investigación fue de tipo cuantitativo, explicativo y cuasiexperimental. Se trabajó con dos grupos, uno experimental y un grupo de control, a los grupos se los evaluó mediante dos test en diferentes momentos. Con lo cual, se menciona que la utilización de talleres con GeoGebra como herramienta didáctica mejora el rendimiento académico. En la presente investigación se realiza un análisis gráfico y posteriormente el análisis de las características principales de las funciones reales.

## 2.2 Fundamentación Legal

La norma jurídica suprema que rige en el Ecuador desde el 2008 es la Constitución de la República del Ecuador, la cual en el artículo 347 numeral 8 establece que “incorporar las tecnologías de la información y comunicación en el proceso educativo y propiciar el enlace de la enseñanza con las actividades productivas o sociales” (Asamblea Nacional Constituyente de Ecuador, 2008), con lo cual se manifiesta que es obligatorio la utilización de recursos tecnológicos en proceso educativo.

La ley que rige a todos los establecimientos educativos de educación media es la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), la cual en el artículo 2 literal h se menciona:

Interaprendizaje y multiaprendizaje. Se considera al interaprendizaje y multiaprendizaje como instrumentos para potenciar las capacidades humanas por medio de la cultura, el deporte, el acceso a la información y sus tecnologías, la comunicación y el conocimiento, para alcanzar niveles de desarrollo personal y colectivo. (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2011, p.11)

En el literal u: “se establece a la investigación, construcción y desarrollo permanente de conocimientos como garantía del fomento de la creatividad y de la producción de conocimientos, promoción de la investigación, y la experimentación para la innovación educativa y la formación científica” (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2011, p. 13)

En el artículo 6 literal j; “garantizar la alfabetización digital y el uso de las tecnologías de la información y comunicación en el proceso educativo” (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2011, p. 19).

Con los artículos expuesto anteriormente, se manifiesta la obligatoriedad de garantizar la educación de una manera digital y con la utilización de tecnologías, recalcando la importancia de la presente investigación en el contexto nacional.

## **2.3 Fundamentación Teórica**

### **2.3.1 Aprendizaje**

#### **2.3.1.1 Concepto.**

Es la adquisición de conocimiento mediante diferentes procesos, como lo menciona Sáez López, (2018). Es el cambio del comportamiento de una persona el cual es permanente y se produce a través de la experiencia o la práctica. Además, es la manera en la cual un estudiante responde de manera adecuada a una situación.

De igual manera como lo mencionan Cedeño Romero & Murillo Moreira, (2019), para el aprendizaje es necesario generar experiencias las cuales busquen satisfacer las necesidades de los estudiantes. Como lo señalan Norman-Acevedo, (2019), un entorno virtual, facilita la comunicación pedagógica, adicionalmente, menciona que el aprendizaje virtual permite experiencias innovadoras e interactivas para estudiantes y docentes.

Desde su punto de vista Bernal-Garzón, (2020), las personas están inmiscuidas en el auge de la tecnología, por lo cual, cada persona debe tomar decisiones, las mismas que se convertiran en la base de su conocimiento. Pero, desde la idea de Mota, Concha, & Muñoz, (2020) quienes manifiestan que la educación virtual convierte a los estudiantes en autodidactas, pero la misma limita la interacción social, con lo cual se puede dar un aprendizaje, pero, el cual depende mucho de cada una de las personas.

Además de lo expuesto, es necesario mencionar el aprendizaje en la matemática, para ello es conveniente destacar lo expuesto por Lara, Lara, Pacheco, & Barraqueta, (2019)

quienes afirman que el aprendizaje de la matemática es un proceso de mejora y desarrollo de las ideas matemáticas, por lo cual, para mejorar en el aprendizaje de la matemática, es necesario, la formalidad matemática y a partir de esos conceptos aplicar axiomas, teoremas, reglas y sus fundamentos, con la finalidad de expresarlo todo de una manera sencilla aplicable a la realidad. (Erazo & Peñafiel Gaibor, 2021)

Por lo expuesto en los párrafos anteriores, se puede decir que el aprendizaje se da a partir de experiencias propias de cada una de las personas. En la época actual, la tecnología puede ser una herramienta para la educación, lo cual, permite una mayor interacción con los conocimientos, pero, es necesario enfocar los nuevos conocimientos y experiencias de la manera correcta, con la finalidad que estos sean considerados como aprendizaje.

#### **2.3.1.2 Tipos de Aprendizaje.**

Existen muchos tipos de aprendizaje, pero, en la presente investigación se enfoca en el aprendizaje significativo, puesto que, por diversos autores es la mejor manera en la cual los estudiantes aprendan.

Un aprendizaje significativo se da cuando los estudiantes son capaces de relacionar los conocimientos con las situaciones cotidianas que ellos viven, es decir, es necesario conectar los conocimientos que ya tienen los alumnos con los nuevos, para lo cual, se puede ayudar a partir de imágenes, símbolos, conceptos o proposiciones. (Ausbel, Novak, & Hanesian, 1983).

Cabe recalcar que el aprendizaje significativo no es únicamente la conexión entre la nueva información y la ya existente, en el aprendizaje significativo predomina el descubrimiento, además, la evolución y modificación de los aprendizajes, por lo cual Ausbel, Novak, & Hanesian, (1983), distinguen tres tipos de aprendizajes significativos.

#### ***2.3.1.2.1 Aprendizaje de representaciones.***

Es considerado como el aprendizaje elemental, puesto que, según Ausbel, Novak, & Hanesian, (1983) “Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes”. Lo cual manifiesta cuando una palabra o concepto empieza a tener una representación de forma sustantiva dejando de ser una relación arbitraria, es decir forma parte de la estructura cognitiva como una equivalencia representacional.

#### ***2.3.1.2.2 Aprendizaje de conceptos.***

Para Ausbel, Novak, & Hanesian, (1983) los conceptos son “objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos”. Es decir, el aprendizaje por conceptos se da cuando los estudiantes pueden determinar una equivalencia entre los atributos y los conceptos aprendidos, además, los atributos de cada concepto van aumentando en cuanto los conocimientos van aumentando.

#### ***2.3.1.2.3 Aprendizaje de proposiciones.***

Este tipo de aprendizaje se da cuando cada concepto, palabra o atributo se combinan y pueden ser expresados de una forma simple, lo cual, produce una asimilación en la estructura cognoscitiva. Dando como resultado, que cada estudiante pueda definir los nuevos aprendizajes con sus propias palabras e ideas, de una forma simple y llamativa para ellos. (Ausbel, Novak, & Hanesian, 1983)

### ***2.3.2 Rendimiento Académico.***

Como se mencionó en los apartados anteriores, existen diversos estilos y tipos de aprendizaje, lo cual permite al docente y al estudiante comprender que cada persona realiza este proceso de forma diferente. Pero, el rendimiento académico se debe denotar como una

manera para poder identificar los estándares de aprendizaje o desarrollo de las destrezas determinadas en el currículo. (Estrada García, 2018)

Por otro lado, según Rodríguez Rodríguez & Guzmán Rosquete, (2019), el rendimiento académico es considerado como un factor o indicador de salud, productividad e inclusive como una ámbito de mejora para la calidad de vida de una familia. Por ello, es importante que los estudiantes lleguen a tener un buen rendimiento académico, puesto que ellos buscan un mejor desarrollo.

La incorporación de nuevas tecnologías en la educación repercute de forma positiva en el rendimiento académico de los estudiantes, puesto que, es posible adquirir nuevas habilidades y actitudes. (Pardo-Cueva, Chamba-Rueda, Hideguerey Gómez, & Jaramillo-Campoverde, 2020). Desde el punto de vista de Alcibar, Monroy, & Jiménez, (2018) gracias a la uso de la tecnología, los estudiantes pueden aprender a su ritmo, pero, es necesario que los aprendizajes de cada uno de ellos, se medido de acuerdo a los estandares que se establece en cada región, por ello la importancia del rendimiento académico.

Desde el punto de vista de Lamas, (2015) manifiesta que el rendimiento académico depende en gran medida de las evaluaciones, puesto que, las evaluaciones no estimulan al estudiante, teniendo un lenguaje poco comprensible para el mismo. Desde una perspectiva diferente Corredor & Bailey, (2020) la responsabilidad, comprensión y el gusto de la matemática se relaciona de forma directa con un alto rendimiento académico, además, menciona que el rendimiento académico no depende del ambiente existente en el aula

La importancia del rendimiento académico, recae, en la necesidad de poder medir el cumplimiento y obtención de las destrezas necesarias y solicitadas por cada uno de los

niveles de educación, además, de ser considerado como un indicador del desarrollo social que va adquiriendo una persona.

### **2.3.3 Funciones Reales con una Variable Real.**

Rene Descartes, Isaac Newton, Gottfried Leibniz y otros grandes matemáticos instauraron la dependencia entre variables, por lo cual, no es posible determinar el inicio del estudio de funciones. Lo que es posible determinar es el primer matemático quien utilizó  $f(x)$  como nomenclatura para definir la dependencia de una función en relación de una variable  $x$ . Subsiguientemente de Euler los matemáticos iniciaron a estudiar las características de las funciones como una relación entre conjuntos, puesto que, anteriormente únicamente se consideraba el estudio de funciones como el estudio de gráficas. (Duham, 1999).

Las funciones las cuales se pueden analizar son demasiadas, por tal motivo, se realiza una primera delimitación, al realizar una investigación únicamente con las funciones reales con una variable real. Pese a tener una primera limitación la extensión de estudio es demasiada, por lo cual, se realiza una nueva limitación, la cual se realiza a partir de las destrezas requeridas por Ministerio de Educación del Ecuador (2016), además, se tiene en cuenta la malla curricular de la Unidad Educativa “Atenas”, con lo cual, se tiene la limitación final, la misma que se encuentra en la figura 1.

Por las características mencionadas en los apartados anteriores, es necesario definir a una función real con una variable, para cual, hay que tener en cuenta, además, de que una función es la relación entre dos conjuntos, donde, los elementos del conjunto de partida se relacionan únicamente con un elemento del junto de llegada, también, los dos conjuntos deben estar incluidos en los números reales.

$$f: A \rightarrow B \text{ es una función} \Leftrightarrow \forall x \in A, \exists! y \in B | (x, y) \in f. \text{ Donde } A \wedge B \subseteq \mathbb{R} \quad (1)$$

Según Lara J. , (1987) una función es considerada inyectiva si a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un elemento diferente del conjunto de llegada. Pero, si en cambio todos los elementos del conjunto de partida se relacionan con todos los elementos del conjunto de llegada, se trata de una función sobreyectiva. Si una función llega a ser inyectiva y sobreyectiva al mismo tiempo, a la función se le considera biyectiva.

$$f: A \rightarrow B \text{ es inyectiva} \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \quad (2)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ es sobreyectiva} \Leftrightarrow \forall f(x) \in B, \exists x \in A \quad (3)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ es biyectiva} \Leftrightarrow \forall f(x) \in B, \exists! x \in A \quad (4)$$

### **2.3.3.1 Fundamentos Matemáticos.**

Existen muchas características las cuales pueden ser abordadas cuando se hace referencia al estudio de funciones, por lo cual, nuevamente se realizan limitaciones, basadas en las características solicitadas por el ministerio de Educación de Ecuador y la malla curricular de la Unidad Educativa “Atenas”. Teniendo en cuenta, que la investigación se realiza con los estudiantes de segundo año bachillerato se analizará únicamente: monotonía, paridad, dominio, rango y gráfica de funciones. Pero sin la utilización de cálculo diferencial.

#### **2.3.3.1.1 Monotonía de una Función.**

La monotonía de una función hace referencia al estudio del crecimiento o decrecimiento que tiene la función en un intervalo determinado. Por lo cual, una función es considerada creciente si para todo número dentro de un intervalo determinado, se cumple que el primer valor es menor al segundo valor, su imagen debe cumplir la misma característica, es decir, la imagen del primer valor debe ser menor a la imagen del segundo

valor. Si la condición no se cumple se considera a una función decreciente en el intervalo seleccionado.

$$f: A \rightarrow B \text{ es creciente en el intervalo } (a, b) \subseteq A \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A / x_1 < x_2 \therefore f(x_1) < f(x_2) \quad (5)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ es decreciente en el intervalo } (a, b) \subseteq A \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A / x_1 < x_2 \therefore f(x_1) > f(x_2). \quad (6)$$

### 2.3.3.1.2 Paridad de una Función.

La paridad de una función se relaciona con la simetría que puede llegar a tener la función, de esa manera, una función es considerada par es simétrica respecto al eje de las ordenadas. Pero, si la función es simétrica respecto al origen de las coordenadas es considerada como impar.

$$f: A \rightarrow B \text{ es par} \Leftrightarrow \forall x \in A, f(x) = f(-x) \quad (7)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ es impar} \Leftrightarrow \forall x \in A, f(-x) = -f(x) \quad (8)$$

### 2.3.3.1.3 Dominio de una Función.

El dominio de una función son todos los elementos del conjunto de partida que se relaciona con los elementos del conjunto de llegada.

$$Dom\{x \in A, \exists y \in B \mid f(x) = y\} \quad (9)$$

### 2.3.3.1.4 Rango de una Función.

El rango de una función son todos los elementos del conjunto de llegada que se relacionan con un elemento del conjunto de partida

$$Ran\{y \in B, \exists x \in A \mid f(x) = y\}$$

Para el análisis de los cambios que sufren las funciones se lo realiza a partir de lo mencionado por (Awada, y otros, 2019)

**Tabla 1**

*Transformaciones de una función*

<b>Transformación <math>y = f(x)</math></b>	
<p><b>Reflexión en el eje x</b></p> $y = -f(x)$	<p><b>Reflexión en el eje y</b></p> $y = f(-x)$
<p><b>Dilatación Vertical</b></p> $y = af(x)$ <p>Se estira y es más angosta si <math> a  &gt; 1</math>            Se encoge y es más ancha si <math>0 &lt;  a  &lt; 1</math></p>	<p><b>Dilatación Horizontal con factor <math>\frac{1}{ q }</math></b></p> $y = f(qx)$ <p>Más angosta si <math> q  &gt; 1</math>            Más ancha si <math>0 &lt;  q  &lt; 1</math></p>
<p><b>Traslación Vertical</b></p> $y = f(x) + k$ <p>Si <math>k &gt; 0</math> sube            Si <math>k &lt; 0</math> baja</p>	<p><b>Traslación Horizontal</b></p> $y = f(x - h)$ <p>Si <math>h &gt; 0</math> derecha            Si <math>h &lt; 0</math> izquierda</p>

*Nota.* (Awada, y otros, 2019)

### 2.3.4 Simulaciones.

La simulación en procesos matemáticos, a decir de Pirro (2019) permite descubrir conceptos matemáticos, lo cual, permite construir una relación entre las ideas intuitivas y los conceptos formales propios de la ciencia.

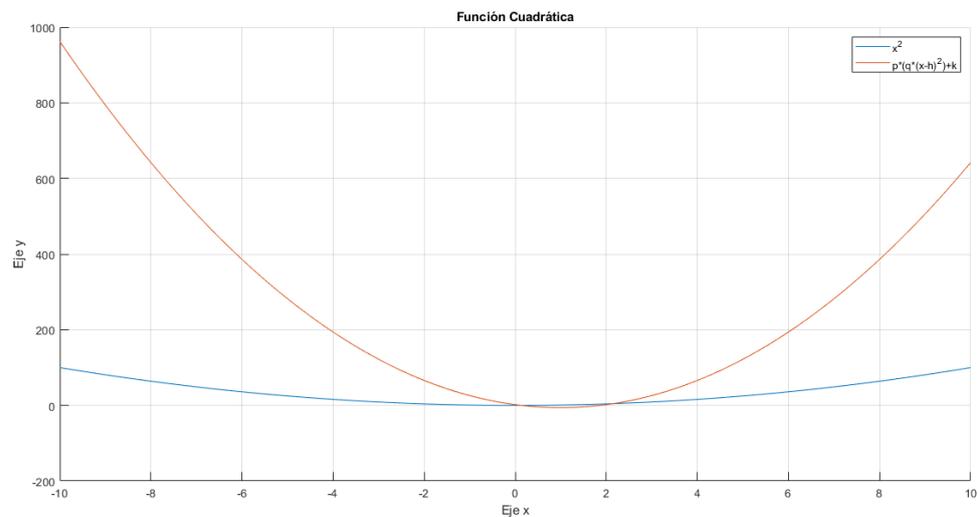
Con la finalidad de desarrollar una simulación matemática, el mejor software es considerado MATLAB, el mismo que permite realizar procesos matemáticos complejos con un lenguaje de programación lineal, pero debido al excesivo costo, el código propietario y la lentitud de cálculos, se busca una alternativa con la finalidad de solventar la mayor cantidad de problemas mencionados.

Como afirma Tarifa, Martínez, Domínguez, & Núñez (2021) GNU Octave es la mejor opción para poder realizar simulaciones matemáticas, debido a su compatibilidad y su alto rendimiento, además, de ser un software de licencia libre el cual permite realizar modificaciones en las funciones ya realizadas.

Por lo expuesto, se desarrollan simulaciones para cada una de las funciones expuestas en la figura 1. En las simulaciones desarrolladas se busca que, en cada función se pueda determinar el dominio, recorrido, monotonía y paridad, todo a partir de la modificación de los coeficientes característicos de cada función. Estas simulaciones se realizan en el software libre GNU Octave.

## Figura 2

### Gráficas función cuadrática



*Nota.* Gráfico obtenido de Octave

En la figura 2 se puede observar el gráfico realizado por el software Octave, en el mismo, se identifica la función cuadrática, de la forma  $f(x) = x^2$  la cual se encuentra de color azul, la gráfica de color rojo, es la función cuadrática pero con modificaciones en sus

valores constantes característicos, es decir de la forma  $f(x) = p(q(x - h)^2) + k$ . El código para la realización de la misma se encuentra en el apéndice A

### Figura 3

#### *Características funciones cuadráticas*

```
Caracteristicas1 =  
    'Función básica'  
  
Dom =  
    'R'  
  
Ran =  
    '[0;inf)'  
  
Monotonia =  
    'La función es decreciente de (-inf;0) y La función es creciente de [0;inf)'  
  
Paridad =  
    'La función es par'  
  
Caracteristicas2 =  
    'Función modificada'  
  
Dom =  
    'R'  
  
Ran=[-6;inf)  
La función es decreciente de (-inf;1)  
La función es creciente de [1;inf)  
La función no tiene paridad
```

*Nota.* Captura de pantalla de *Ventana de Comandos Octave*

En la figura 3. Se presenta la ventana de resultados, en la misma, se pueden evidenciar las características de la función  $f(x) = x^2$ , además, las características de la función  $f(x) = p(q(x + h)^2) + k$ . En la cual se puede evidenciar como la función cuadrática sufre alteraciones cuando se cambian los valores constantes de la función. El código para la realización de la misma se encuentra en el apéndice A. El resto de simulaciones realizadas se encuentra el link de descarga en el Apéndice B.

Lo expuesto en las figuras 2 y 3, es un ejemplo del análisis que sufre cada una de las funciones y como se puede apreciar a través de las simulaciones realizadas, con la finalidad, de que el estudiante no solo se imagine los sucesos, si no, se posible captar los mismos.

## **Capítulo 3**

### **Diseño Metodológico**

#### **3.1 Enfoque de la Investigación**

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, puesto que, los datos recopilados son medibles, con los cuales se busca explicar el rendimiento académico de los dos grupos analizados.

#### **3.2 Diseño de la Investigación**

El diseño fue cuasiexperimental debido a que se trabajó en la Unidad Educativa “Atenas”, a partir de un análisis comparativo entre dos grupos, un grupo de control y un grupo experimental, de tal manera, que con el grupo de control se realiza un aprendizaje de la forma clásica, pero, para el grupo experimental, se aplica como recurso didáctico adicional las simulaciones desarrolladas.

#### **3.3 Tipo de investigación**

La presente investigación es de tipo cuasi experimental, debido a que, se realiza una manipulación en la variable independiente y se observa su efecto en la variable dependiente. (Hernández Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio, 2014).

#### **3.4 Nivel de Investigación**

El trabajo desarrollado es de tipo exploratorio, puesto que, se realiza únicamente conjeturas iniciales, a partir de identificar los resultados obtenidos, e interpretar el rendimiento académico desarrollado por los estudiantes. (Hernández Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio, 2014).

### **3.5 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos**

La técnica utilizada en la presente investigación es la prueba objetiva, la cual estuvo dirigida a los estudiantes de Segundo Año de Bachillerato General Unificado, con la finalidad de medir si existe un cambio representativo en el rendimiento académico de los dos grupos debido a utilización de simulaciones como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones reales con una variable real.

El instrumento seleccionado fue el cuestionario, mismo que se enfocó en el desarrollo de las destrezas adquiridas por los estudiantes acerca de los fundamentos matemáticos de funciones reales con una variable real.

Para la selección del cuestionario se utilizó el desarrollado por (Erazo & Peñafiel Gaibor, 2021), el mismo que fue validado por tres expertos. El cuestionario consta de diez preguntas, las mismas que se dividen en los cinco tipos de funciones las cuales son las que se detallan en la malla curricular establecida por el Ministerio de Educación. Las preguntas se enfocan en el análisis de los fundamentos matemáticos de cada una de las funciones.

### **3.6 Técnicas para el Procesamiento e Interpretación de Datos**

Para el análisis de datos se realiza un análisis de cada uno de los fundamentos matemáticos mencionados en apartados anteriores, puntuando a cada uno de ellos sobre un total de 10 puntos, debido a que, es la calificación cuantitativa definida por el Ministerio de Educación, Continuando con un estudio descriptivo. Se utilizan gráficos estadísticos los mismos que posibilitan interpretar de una manera visual los datos obtenidos.

De igual manera, se realiza una prueba de hipótesis a partir del estadístico t-student. El cual permite identificar si existe una diferencia significativa entre las medias, además, de

identificar si el rendimiento académico del grupo experimental es mayor al rendimiento académico del grupo de control.

### **3.7 Población y Muestra**

#### **3.7.1 Población**

En el año lectivo 2022 – 2023, la Unidad Educativa Atenas cuenta 63 estudiantes inscritos en segundo año de bachillerato, los mismos que se encuentran distribuidos en cinco paralelos, además, la unidad educativa, cuenta con el bachillerato nacional y el bachillerato internacional.

#### **3.7.2 Tamaño de la Muestra**

Para la formación de los grupos mencionados, se lo realiza a partir de un muestreo no probabilístico, debido a que, en la Unidad Educativa, cuenta con cinco paralelos en segundo año de bachillerato. Con un total de 63 estudiantes de los cuales 32 se encuentran en Bachillerato General Unificado y 31 estudiantes en Bachillerato Internacional.

Por lo cual se tomará al paralelo “A” con un total de 17 estudiantes como un grupo de control y al paralelo “B” con un total de 15 estudiantes como grupo experimental.

### **3.8 Prueba de Hipótesis.**

$H_0$ : El rendimiento académico de los estudiantes con el uso de simulaciones es igual al rendimiento académico de los estudiantes sin el uso de las mismas.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$H_1$ : El rendimiento académico de los estudiantes mejora con el uso de simulaciones.

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

## Capítulo 4

### Análisis y Discusión de los Resultados

#### 4.1 Análisis Descriptivo de los Resultados

##### 4.1.1 Prueba Objetiva realizada a los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado con la utilización de simulaciones y con de forma tradicional.

**Tabla 2**

*Funciones Polinomiales, grupo de control*

Escalas	Fundamentos Matemáticos				
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	3	2	1	2
Domina los aprendizajes requeridos.	9	4	5	2	7
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	10	9	9	4
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	0	1	4	4
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	0	1	0
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Tabla 3**

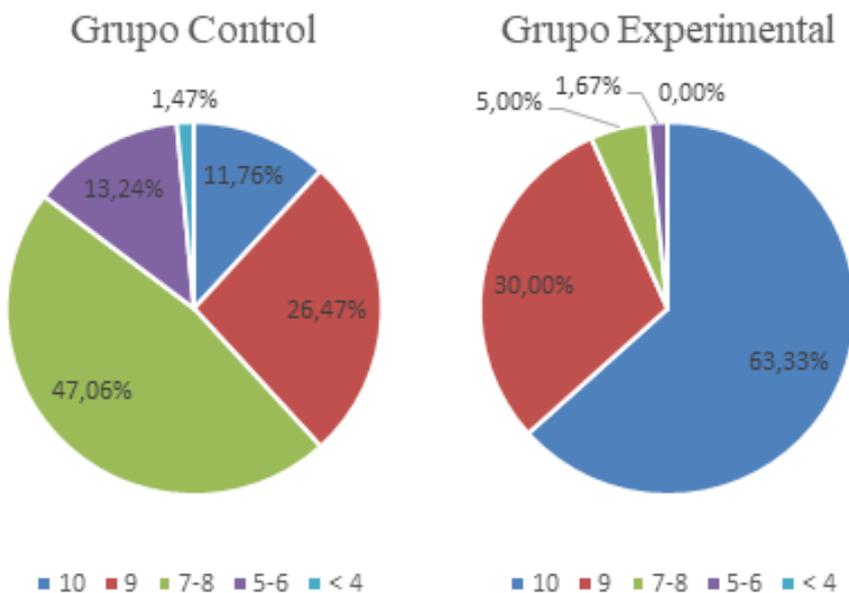
*Funciones Polinomiales, grupo experimental*

Cualitativa	Escalas	Fundamentos Matemáticos			
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	10	9	9	10
Domina los aprendizajes requeridos.	9	5	4	5	4
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	0	2	1	0
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	0	0	0	1
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	0	0	0
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 4**

*Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Polinomiales*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Análisis:** Conforme a lo expuesto en la tabla 2 y en la tabla 3, es posible evidenciar que a los estudiantes del grupo de control se les dificulta los fundamentos matemáticos que tienen las funciones, por ello, en todos los fundamentos se encuentran en intervalo de alcanzar los aprendizajes requeridos. Mientras que, los estudiantes quienes tuvieron el apoyo de simulaciones para el proceso de aprendizaje, la mayoría se encuentra en la escala de superar los aprendizajes requeridos. De igual manera, es posible evidenciar que el recorrido y la paridad es el fundamento que más se les complica a los dos grupos.

**Interpretación:** Los resultados obtenidos en el grupo de control, recaen en la mal interpretación del cambio que sufre una función por la variación de sus constantes. Para el grupo experimental, al haber tenido una manipulación más profunda y práctica del cambio que sufre la función por el cambio en sus constantes, se evidenció que entendían la relación existente entre los fundamentos solicitados y el cambio en sus valores constantes.

**Tabla 4**

*Funciones Racionales, grupo control*

Escalas	Fundamentos Matemáticos				
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	2	1	1	2
Domina los aprendizajes requeridos.	9	2	2	1	3
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	8	8	9	7
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	3	6	4	3
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	2	0	2	2
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas.

**Tabla 5**

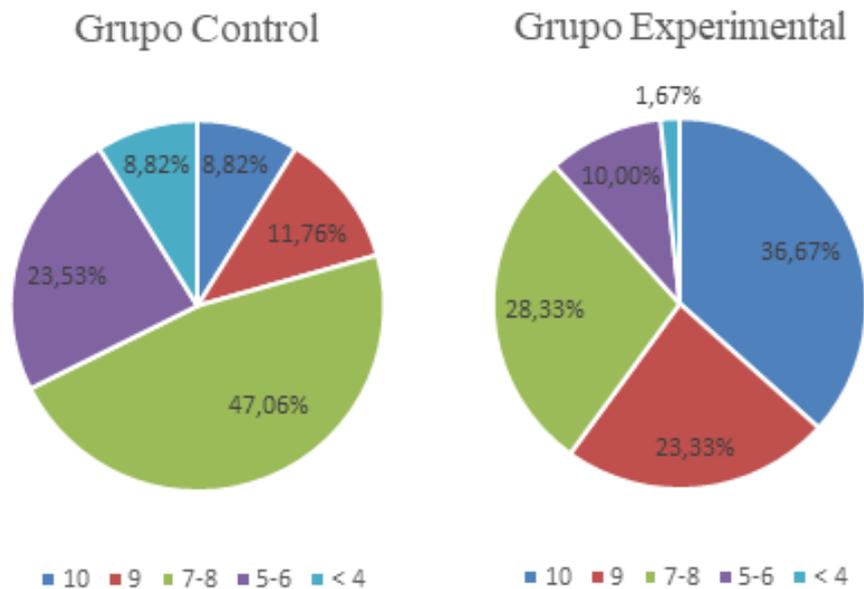
*Funciones Racionales, grupo experimental*

Cualitativa	Escalas	Fundamentos Matemáticos			
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	4	4	6	8
Domina los aprendizajes requeridos.	9	3	4	4	3
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	4	6	5	2
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	3	1	0	2
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	1	0	0	0
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 5**

*Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Racionales.*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Análisis:** Al igual que para las funciones polinomiales, es análisis de las funciones Racionales, para los dos grupos de estudiantes se puede evidenciar que la característica que más dificultad tiene en su interpretación son el recorrido y la monotonía de la función. De igual manera se puede evidenciar, como la mayoría de estudiantes del grupo de control se encuentran en la escala de alcanzar los aprendizajes requeridos, mientras que, para el grupo experimental la mayoría se encuentra en la escalada de supera los aprendizajes requeridos.

**Interpretación:** Una de las dificultades la cual se pudo evidenciar en los dos grupos, recae en el entendimiento de la asíntota vertical de la función, puesto que, se presenta un cambio en la función y ese cambio es cual dificulta el entendimiento de la misma. A pesar de lo mencionado, cabe recalcar que para el grupo experimental la manipulación constante permitió generar sus propias definiciones.

**Tabla 6**

*Funciones Radicales. grupo control*

Escalas	Fundamentos Matemáticos				
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	1	1	2	2
Domina los aprendizajes requeridos.	9	2	3	3	0
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	6	10	9	10
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	5	3	2	4
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	3	0	1	1
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Tabla 7**

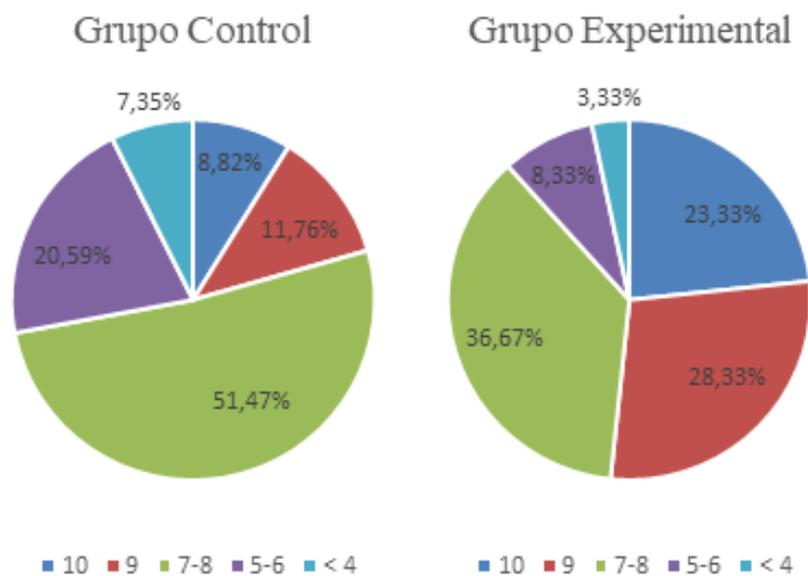
*Funciones Radicales. grupo experimental*

Cualitativa	Escalas	Fundamentos Matemáticos			
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	4	3	4	3
Domina los aprendizajes requeridos.	9	5	5	3	4
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	5	5	7	5
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	1	1	1	2
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	1	0	1
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 6**

*Promedios en escalas de calificaciones. Funciones Radicales*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Análisis:** Como se puede evidenciar en la Figura 6, más de la mitad del grupo de estudiantes se encuentra en promedio en la escala de alcanza los aprendizajes requeridos. En la misma figura, también, se puede evidenciar como la mayoría de los estudiantes del grupo experimental se encuentran en la misma escala. Nuevamente, se puede evidenciar como para los dos grupos el análisis de la monotonía y recorrido es la característica que más se dificulta. Pero para el grupo control el análisis de la paridad de la función presentó un gran reto.

**Interpretación:** A partir de los resultados obtenidos, se puede manifestar que el análisis de la función racional presentó un reto para los dos grupos, debido a que encontrar una función con varias limitaciones, la variación de constantes, le puede afectar de diversas formas a la función.

**Tabla 8**

*Funciones Exponenciales. grupo control*

Escalas	Fundamentos Matemáticos				
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	1	1	3	1
Domina los aprendizajes requeridos.	9	4	2	1	3
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	7	8	9	6
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	3	4	4	5
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	2	2	0	2
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Tabla 9**

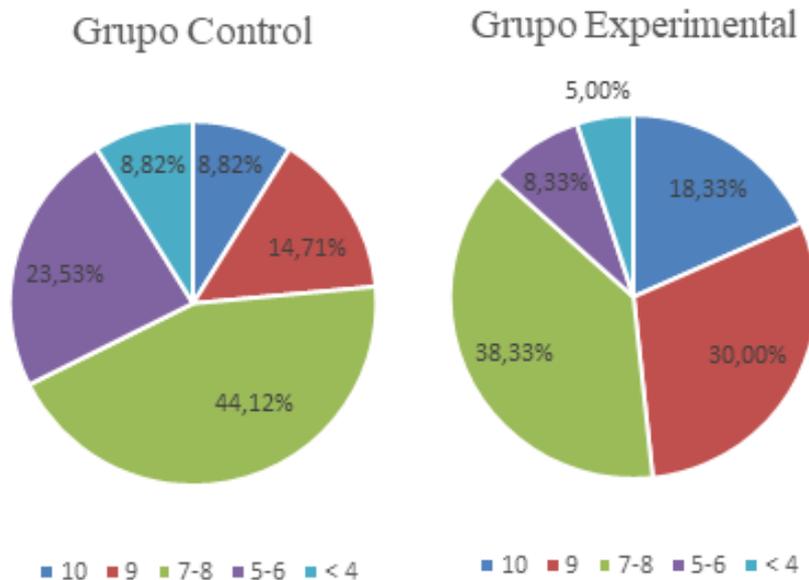
*Funciones Exponenciales. grupo experimental*

Cualitativa	Escalas	Fundamentos Matemáticos			
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	2	2	4	3
Domina los aprendizajes requeridos.	9	4	6	5	3
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	9	5	5	4
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	0	1	1	3
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	1	0	2
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 7**

*Promedios en escala de calificaciones. Funciones Exponenciales.*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Análisis:** En los dos grupos se puede evidenciar cómo en promedio la mayoría de estudiantes se encuentran en la escala de alcanzar los aprendizajes requeridos, pero para el grupo de control se aprecia que aproximadamente más del 31% de los estudiantes obtienen una calificación menor a los 7 puntos, mientras que, para el grupo experimental un porcentaje similar de estudiantes se encuentra en la escala de dominar los aprendizajes requeridos.

**Interpretación:** Para los dos grupos evaluados, se puede evidenciar que el análisis del dominio de la función exponencial lo realizan con cierta facilidad, puesto que, la variación de valores constantes de la función no cambia el dominio de la misma. Con la misma interpretación, se puede apreciar que mientras mayores sean los cambios que sufre la función por el cambio de constantes para los estudiantes aumenta la complejidad en el análisis de los cambios que ocurren en la función.

**Tabla 10**

*Funciones Logarítmicas. grupo control*

Escalas	Fundamentos Matemáticos				
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	4	3	3	0
Domina los aprendizajes requeridos.	9	3	2	2	3
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	8	9	8	12
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	2	2	3	2
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	1	1	0
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>17</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Tabla 11**

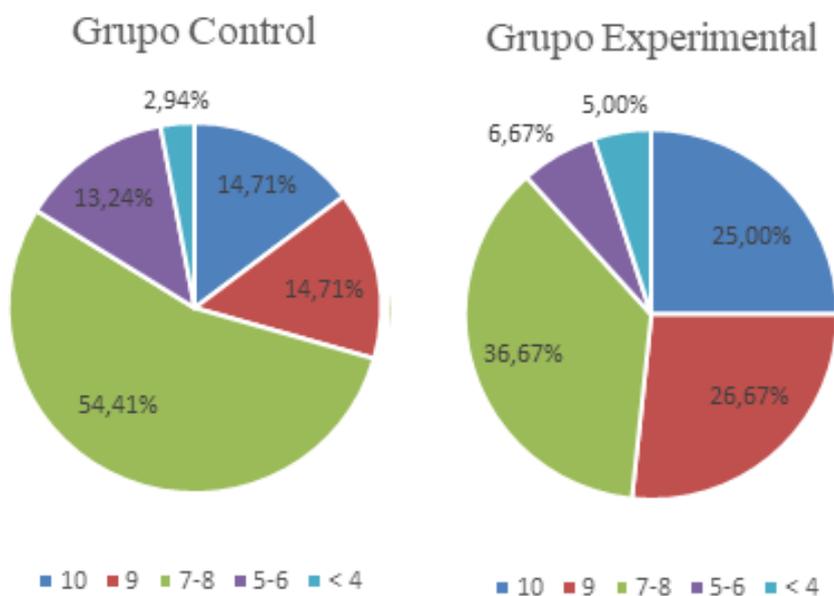
*Funciones Logarítmicas. grupo experimental*

Cualitativa	Escalas	Fundamentos Matemáticos			
	Cuantitativa	Dominio	Recorrido	Monotonía	Paridad
Supera los aprendizajes requeridos.	10	3	5	4	3
Domina los aprendizajes requeridos.	9	4	3	4	5
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	6	7	5	4
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	1	0	1	2
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	1	0	1	1
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>15</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 8**

*Promedios en escala de calificaciones. Funciones Logarítmicas*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Análisis:** Para el grupo experimental se puede observar que más de la mitad de los estudiantes se encuentran en las escalas de superar y dominar los aprendizajes requeridos, contrastando, el grupo control presenta un porcentaje mayor de estudiantes en el intervalo de alcanzar los aprendizajes requeridos.

**Interpretación:** cabe recalcar, que tanto en la función exponencial como en la función logarítmica el número de estudiantes quienes no alcanzan los aprendizajes requeridos es el mayor. Al ser funciones inversas, las características y cambios que sufren las funciones al variar sus valores constantes son similares, por lo cual, se puede evidenciar la similitud entre las dificultades entre las dos funciones.

**Tabla 12**

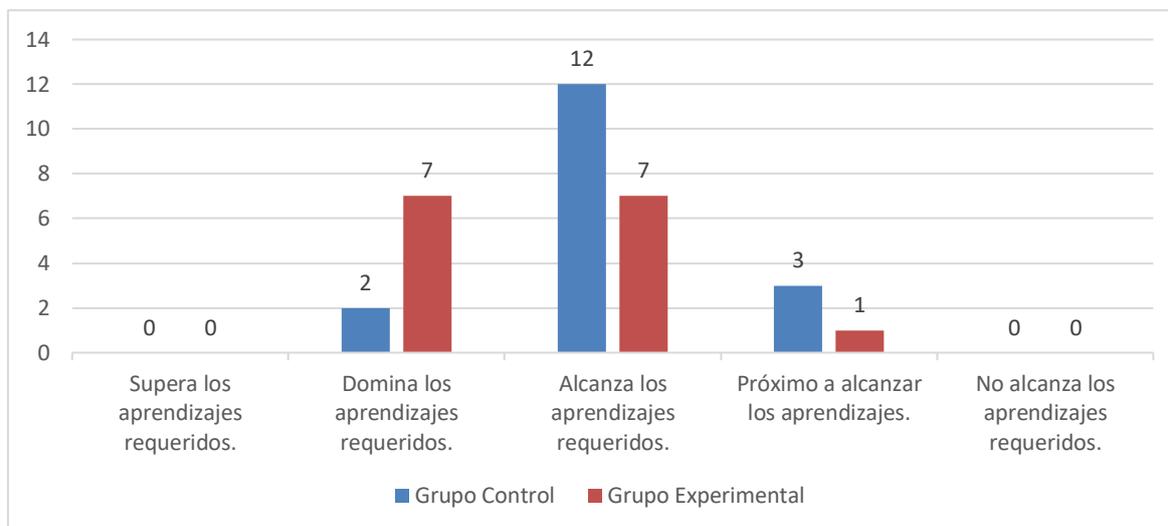
*Escala de Calificaciones. Prueba Objetiva*

Escalas	Cuantitativa	Grupo Control		Grupo Experimental	
		Frecuencias	Porcentaje	Frecuencias	Porcentaje
Supera los aprendizajes requeridos.	10	0	0,00%	0	0,00%
Domina los aprendizajes requeridos.	9	2	11,76%	7	46,67%
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	12	70,59%	7	46,67%
Próximo a alcanzar los aprendizajes.	5-6	3	17,65%	1	6,67%
No alcanza los aprendizajes requeridos.	< 4	0	0,00%	0	0,00%
<b>TOTAL</b>		<b>17</b>	<b>100%</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>

*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas. Calificaciones finales de cada uno de los grupos

**Figura 9**

*Comparación entre las escalas de calificación*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas. Calificaciones finales de cada uno de los grupos

Al realizar un análisis de la calificación final obtenida por los dos grupos, se puede apreciar que en ninguno de los dos grupos se tienen estudiantes quienes superen los aprendizajes requeridos y tampoco tienen estudiantes quienes no alcancen los aprendizajes requeridos. Además, en el grupo experimental más del 90% de los estudiantes se encuentran en las escalas de dominar y superar aprendizajes requeridos. Por otro lado, para el grupo control cerca del 80% de estudiantes se encuentran en las mismas escalas.

A partir de los resultados obtenidos, también, se puede destacar que el porcentaje de estudiantes quienes dominan los aprendizajes requeridos del grupo experimental, es más del doble que el porcentaje del grupo control quienes se encuentran en la misma escala.

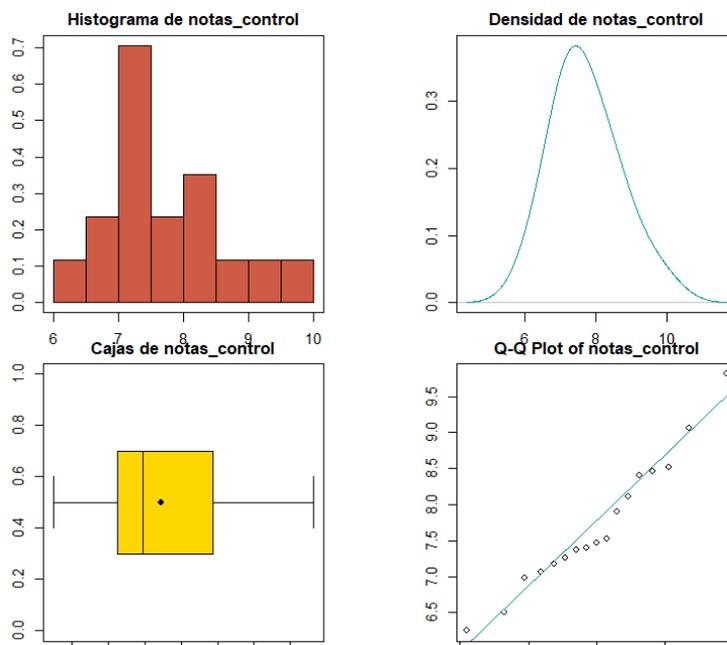
Es posible, también, recalcar que para los dos grupos el análisis del dominio de las funciones es lo que más se les facilita, la monotonía y el recorrido de una función son las características que más se les dificulta a los estudiantes.

El grupo experimental muestra una mayor facilidad el momento de analizar los cambios se sufren las funciones debido al cambio de sus constantes, el grupo control determina con mayor dificultad los cambios que sufren las funciones, puesto que, en muchas ocasiones invierten los cambios que sufre la función por el cambio de una constante en específico.

Con la finalidad de determinar si existe una diferencia significativa entre las medias de los grupos se aplicó el estadístico t-student, pero, antes de aplicarlo fue necesario demostrar que los datos obtenidos se ajustan a una curva normal. Por lo cual, a las calificaciones finales obtenidas por cada grupo se sometió a diversas pruebas lo cual se muestra a continuación.

**Figura 10**

*Análisis Exploratorio de notas del grupo control*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas.

## Figura 11

*Prueba de Normalidad. Grupo Control*

```
> shapiro.test(notas_control)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  notas_control
W = 0.96195, p-value = 0.6683
```

*Nota.* Captura de pantalla software R-Studio

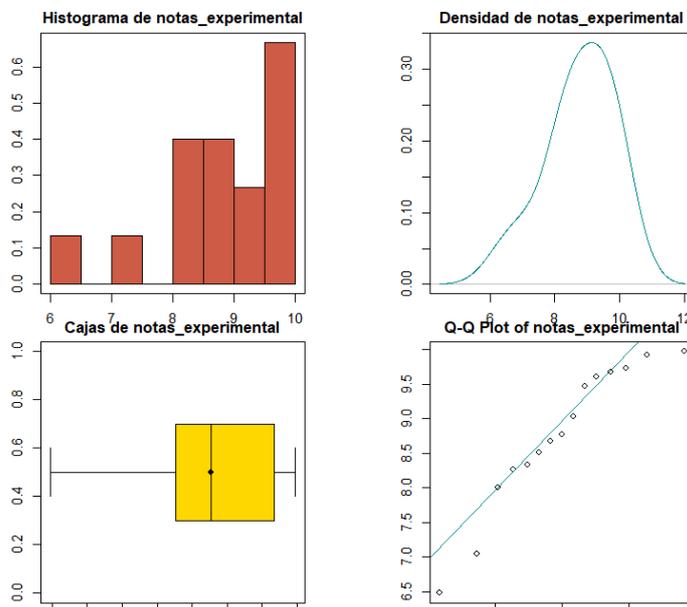
A las notas finales del grupo de control se sometió a cuatro pruebas gráficas las mismas que se presentan en la figura 10, en las cuales, se puede identificar cómo a pesar de existir diversas variaciones, se asemejan a gráficos de datos normales.

Con la finalidad de corroborar lo expresado en la figura 10, también, se realiza el estadístico Shapiro-Wilk, debido a la cantidad de datos, al tener un p valor mayor a 0,05 se puede manifestar que no existe evidencia estadística suficiente como para rechazar la hipótesis nula, por lo cual, se puede decir que los datos se asemejan a una distribución normal.

A partir de los gráficos realizados y el estadístico Shapiro-Wilk, se puede manifestar que los datos se ajustan a una distribución normal, por lo cual, es posible aplicar t-student en los datos obtenidos de las calificaciones finales del grupo de control.

**Figura 12**

*Análisis exploratorio de notas del grupo experimental*



*Nota.* Fuente Pruebas Objetivas

**Figura 13**

*Prueba de Normalidad. Grupo Experimental*

```
> shapiro.test(notas_experimental)

Shapiro-Wilk normality test

data:  notas_experimental
W = 0.91523, p-value = 0.1628
```

*Nota.* Captura de pantalla software R-Studio

Con las calificaciones obtenidas del grupo experimental se trabajó de una manera similar a lo realizado con el grupo de control, es decir, se realizó un análisis de cuatro gráficos, los cuales, pese a tener un sesgo negativo, se asemejan a una distribución normal.

De igual manera, por la cantidad de datos se aplicó el estadístico Shapiro-Wilk, en cual presenta un p valor mayor a 0,05, con lo cual, se puede manifestar que no existe evidencia estadística suficiente como para poder rechazar la hipótesis nula.

A partir del estadístico Shapiro-Wilk, análisis gráfico se puede manifestar que las calificaciones obtenidas por el grupo experimental, se asemejan a una distribución normal, por lo cual, es posible aplicar t-student.

#### **4.1.2 Prueba de Hipótesis.**

##### **4.1.2.1 Planteamiento de las hipótesis**

$H_0$ : El rendimiento académico de los estudiantes con el uso de simulaciones es igual al rendimiento académico de los estudiantes sin el uso de las mismas.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$H_i$ : El rendimiento académico de los estudiantes mejora con el uso de simulaciones.

$$H_i: \mu_1 > \mu_2$$

##### **4.1.2.2 Nivel de significación $\alpha$**

Debido a que la presente investigación se basa en el estudio del rendimiento académico se considera como una ciencia social, por lo cual, se trabaja con un nivel de significancia de 0,05. (Hernández Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio, 2014)

### 4.1.2.3 Criterio

Se utilizó el software libre R, con el criterio que se rechace la Hipótesis nula si el p-valor es menor a 0,05.

### 4.1.2.4 Cálculos

#### Figura 144

*T-student a una sola cola*

```
Two Sample t-test

data: notas_experimental and notas_control
t = 3.0285, df = 30, p-value = 0.002508
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.4595375      Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 8.766000  7.720588
```

*Nota.* Captura de pantalla software R-Studio

### 4.1.2.5 Decisión

En la figura 14, se realiza una prueba t-student para muestras normales con varianzas desconocidas, a una cola, al obtener un p valor de 0,002508 el cual es menor a 0,05 se menciona que se rechaza la hipótesis nula, es decir, las calificaciones obtenidas por el grupo experimental son mayores a las calificaciones obtenidas por el grupo de control, con una confiabilidad del noventa y cinco por ciento.

## 4.2 Discusión de los Resultados

Como se pudo evidenciar en los apartados anteriores, existe una diferencia entre el aprovechamiento del grupo control y el grupo experimental, pero, cabe destacar que para los dos grupos existió una notoria dificultad en identificar la monotonía de las funciones.

También, es posible evidenciar, que las funciones con menor puntuación fueron las exponenciales y logarítmicas.

Después, de un análisis descriptivo se procedió a un análisis de normalidad con el cual se pudo evidenciar que el aprovechamiento obtenido por los dos grupos se asemeja a una distribución normal, a partir, del estadístico Shapiro Wilk con un p valor de para el grupo experimental 0,1628 y un p valor de 0,6683 para el grupo control, además, a partir de cuatro gráficas se puede observar de manera visual como los dos grupos se asemejan a una distribución normal.

Continuando con el análisis se puede evidenciar como las calificaciones obtenidas por el grupo control son diferentes a las calificaciones obtenidas por el grupo experimental, a partir del estadístico t student con un p valor de 0,005016, además, se evidencia que las calificaciones del grupo experimental son mayores a las del grupo control con un noventa y cinco por ciento de confianza, puesto que en el t student a una cola se obtuvo un p valor de 0,002508.

Con todo lo mencionado se puede manifestar que existe una diferencia en el rendimiento académico, con lo cual es posible inferir que el aprendizaje de los dos grupos también es diferente, es decir, el grupo que trabajó con las simulaciones tuvo un aprendizaje diferente e inclusive se podría decir que mejor al grupo que se trabajó con una metodología tradicional.

Como lo manifiesta Alcibar, Monroy, & Jiménez, (2018), cada estudiante puede aprender a su ritmo con la ayuda de las simulaciones, además el aprendizaje se puede ver beneficiado por la ayuda de objetos, imágenes y símbolos, . (Ausbel, Novak, & Hanesian,

1983). Con las simulaciones generadas, los estudiantes tuvieron las herramientas para poder lograr un aprendizaje significativo.

## Capítulo 5

### Marco Propositivo

#### 5.1 Planificación de la Actividad Preventiva

A partir de los resultados obtenidos, se puede manifestar que el aprendizaje de los estudiantes se ve estimulado por la aplicación de nuevas herramientas tecnológicas, es por ello que se elaboraron simulaciones en Microsoft Excel, teniendo en cuenta que es una plataforma que todos los docentes pueden trabajar, además, se puede considerar como una base para el aprendizaje de la lógica de programación.

Estas simulaciones fueron realizadas con base a los fundamentos de funciones polinomiales, es decir, tipo de función, dominio, recorrido, monotonía, paridad y gráfico de cada función. Lo cual es aplicable en Básica Superior y puede servir de base para la generación de otras simulaciones según los requerimientos de cada docente y nivel.

Las simulaciones matemáticas permiten a los estudiantes tener una visión del abstracto mundo de la matemática, además, le permiten visualizar muchas posibilidades y cambios, los cuales, en ocasiones no se contemplan de una forma verbal. Es por ello, que en la Unidad Educativa Atenas se realizó la propuesta para su implementación en el siguiente año lectivo, lo cual se muestra en el apéndice C.

Además, es posible utilizar diversos softwares los cuales cumplan con la necesidad del aprendizaje, dependiendo de los niveles, al ser una gran alternativa GeoGebra, como otro software libre, el cual permite realizar cambios y obtener de una manera visual procesos matemáticos.

En los niveles superiores, se propone la utilización de softwares con un mayor énfasis al lenguaje de programación matemática, siguiendo las exigencias de estudios universitarios,

por tal razón, podrían ser buenas opciones la utilización de softwares como Rstudio, Octave o Phyton, los cuales son softwares libres y muy utilizados en niveles académicos superiores y en el mundo laboral.

Con la finalidad de abarcar todo lo expuesto, es necesario capacitar a los docentes de todos los niveles en diversos softwares y en lenguaje de programación, con énfasis en los más utilizados a nivel mundial.

Con lo expuesto se plantea un desarrollo tanto en los docentes como en los estudiantes, al mejorar procesos lógicos y aplicar los conocimientos teóricos de diversas maneras, además, de cumplir con requerimientos de diversas universidades nacionales e internacionales.

## Conclusiones

Los fundamentos matemáticos característicos de las funciones reales con un variable real fueron: dominio, recorrido, monotonía, paridad y gráfica. Los cuales se trabajaron en las simulaciones realizadas y forman parte de la malla curricular solicitada por el Ministerio de Educación del Ecuador.

Con el desarrollo de las simulaciones en las cuales se muestran los fundamentos matemáticos característicos de diversas funciones reales con una variable real, fue posible evidenciar como la utilización del software libre Octave permite manipular imágenes, símbolos matemáticos y características de funciones.

A partir del estadístico t-student, se pudo comprobar que el rendimiento académico de los estudiantes que recibieron clases con las simulaciones elaboradas de funciones reales con una variable real es mayor a los estudiantes quienes recibieron el mismo tema de una manera tradicional, por lo cual, se puede manifestar que las simulaciones desarrolladas para el aprendizaje fueron una herramienta didáctica la cual permitió un mejor aprendizaje por parte de los estudiantes.

## **Recomendaciones**

Incentivar el uso de simulaciones para el aprendizaje de la matemática, con la finalidad de otorgar a los docentes herramientas necesarias para el desarrollo de las destrezas y lograr un aprendizaje significativo, teniendo en cuenta el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Fomentar el razonamiento de los estudiantes a través de la lógica de programación en diversos lenguajes, con la finalidad que sean ellos quienes generen sus propias simulaciones o las modifiquen según las necesidades que se presenten, motivando el aprendizaje autónomo de cada uno de los estudiantes.

Generar capacitaciones por parte de la Unidad Educativa para los docentes, en las cuales se generen nuevos recursos didácticos, con énfasis en nuevas tecnologías, incentivando la auto preparación docente con miras a la mejora educativa y generación de material propio e inédito.

## Referencias Bibliográficas

- Acaro Calva, O. H., & Balladares Burgos, J. A. (mayo de 2021). EL GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL COLEGIO NACIONAL ANDRÉS BELLO. *PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR*. Obtenido de <http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/18917/ACARO%20CALVA-%20TESIS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Alcibar, M., Monroy, A., & Jiménez, M. (Octubre de 2018). Impacto y Aprovechamiento de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación Superior. *Información Tecnológica*, 101-110. doi://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642018000500101
- Asamblea Nacional Constituyente de Ecuador. (2008). *Constitución de la República del Ecuador*. Montecristi, Ecuador.
- Ausbel, D. P., Novak, J., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa : un punto de vista cognoscitivo* (2 ed.). (M. .: Trillas, Ed.)
- Awada, N., Buchanan, L., Chang Wathall, J., Kemp, E., La Rodie, P., Stevens, J., & Thompson, E. (2019). *Mathematics: Analysis and Approaches*. Oxford, Uni: OXFORD UNIVERSITY PRESS.
- Barboza Carazas, E. G., & Paca Pantigoso, F. R. (2020). Aplicación del Geogebra y el aprendizaje de funciones en estudiantes de la institución educativa José Antonio Encinas, Ricardo Palma, 2020. *Universidad César Vallejo*. Obtenido de [https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/46580/Barboza\\_CEG-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/46580/Barboza_CEG-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

- Bernal-Garzón, E. (26 de Julio de 2020). Aportes a la consolidación del conectivismo como enfoque pedagógico para el desarrollo de procesos de aprendizaje. *Revista Innova Educación*, 2(3), 394-412. doi:<https://doi.org/10.35622/j.rie.2020.03.002>
- Cedeño Romero, E. L., & Murillo Moreira, J. A. (30 de Abril de 2019). Entornos virtuales de aprendizaje y su rol innovador en el proceso de enseñanza. *Rehuso*, 4(1), 138-148. doi:<https://doi.org/10.33936/rehuso.v4i1.2156>
- Collazos, H., & Castrillón, O. (Agosto de 2019). Metodología para la Enseñanza del Movimiento Oscilatorio mediante Simulación Computarizada. *Información Tecnológica*, XXX, 165-180. doi:<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642019000400165>
- Coronel Maji, F. M., Guilcapi Mosquera, J. R., & Vargas Guambo, J. M. (Julio de 2018). Uso De Geogebra Y Su Incidencia En El Proceso Enseñanza-Aprendizaje De Grafica De Funciones En El Nivel Superior. *European Scientific Journal*, 14(21). doi:[10.19044/esj.2018.v14n21p1](https://doi.org/10.19044/esj.2018.v14n21p1)
- Corredor, M., & Bailey, J. (15 de 06 de 2020). Motivación y concepciones a las que los alumnos de educación básica atribuye su rendimiento académico en matemáticas. *Revista Fuentes*, 127-141.
- Cruz Huertas, J., & Medina Castañeda, Y. (26 de septiembre de 2013). Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva. *Sistemas & Telemática*, XI, 59-80. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=411534395002>
- Duham, W. (1999). *Euler. El maestro de todos los Matemáticos*. Wasintong, D.C : Mathematical Association of America.

- Eaton, J. (2022). *GNU Octave*. Obtenido de <https://www.gnu.org/software/octave/about>
- Erazo, A., & Peñafiel Gaibor, V. F. (2021). La matematización en funciones reales con una variable real y el rendimiento académico.
- Estrada García, A. (Junio de 2018). ESTILOS DE APRENDIZAJE Y RENDIMIENTO ACADÉMICO. *Boletín redipe*, 218-228 . Obtenido de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/536/509>
- Estrada, Y. F., & Rodríguez Valle, Z. (Abril de 2020). El uso del GeoGebra en la asignatura de Matemática I. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*, 13(4), 11-22.
- Fernández, I., Riveros, V., & Montiel, G. (abril de 2019). Software Educativo y las funciones matemáticas. *Omnia*, 23, 9-19. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73753475002>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (Vol. 6). México: MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Hernández, N. (2019). *Introducción a las funciones y gráficas*. Escuela Internacional de Posgrado . Granada: Universidad de Granada.
- Lamas, H. (15 de 04 de 2015). Sobre el rendimiento escolar. *Propósitos y Representaciones*, 313-386.
- Lara, J. (1987). *Análisis Matemático*. Quito: Universidad Central del Ecuador.
- Lara, M., Lara, M., Pacheco, M., & Barraqueta, S. (2019). La Matematización y su influencia en el aprendizaje de la Matemática. *Ciencia Digital*, 196-209.

Ley Orgánica de Educación Intercultural. (2011). Ecuador. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/05/Ley-Organica-Educacion-Intercultural-Codificado.pdf>

Ministerio de Educación del Ecuador . (2016). *Curriculo de Matemática*. Quito.

Mota, K., Concha, C., & Muñoz, N. (Diciembre de 2020). EDUCACIÓN VIRTUAL COMO AGENTE TRANSFORMADOR DE LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE. *Revista on line de Política e Gestão Educacional*, 24(3), 1216-1225. doi:<https://doi.org/10.22633/rpge.v24i3.14358>

Norman-Acevedo, E. (01 de Febrero de 2019). Nuevos Lenguajes Para Aprendizaje Virtual Herramientas Para Los Escenarios De Aprendizaje. *Panorama*, 13(24). doi:<https://doi.org/10.15765/>

Pardo-Cueva, M., Chamba-Rueda, L. M., Hideguerey Gómez, Á., & Jaramillo-Campoverde, B. G. (2 de febrero de 2020). Las TIC y rendimiento académico en la educación superior: Una relación potenciada por el uso del Padlet. *risti*(28), 934-944. Obtenido de [https://www.researchgate.net/profile/Mariuxi-Pardo-Cueva/publication/348237110\\_Las\\_TIC\\_y\\_rendimiento\\_academico\\_en\\_la\\_educacion\\_superior\\_Una\\_relacion\\_potenciada\\_por\\_el\\_uso\\_del\\_Padlet/links/5ff4a97b45851553a0226d83/Las-TIC-y-rendimiento-academico-en-la-educ](https://www.researchgate.net/profile/Mariuxi-Pardo-Cueva/publication/348237110_Las_TIC_y_rendimiento_academico_en_la_educacion_superior_Una_relacion_potenciada_por_el_uso_del_Padlet/links/5ff4a97b45851553a0226d83/Las-TIC-y-rendimiento-academico-en-la-educ)

PISA-D. (2018). *Programe for International Student Assessment*. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-for-development/pisa-para-el-desarrollo-documentacion.htm>

- Rodríguez Rodríguez, D., & Guzmán Rosquete, R. (1 de marzo de 2019). Rendimiento académico y factores sociofamiliares de riesgo. *Perfiles Educativos*, 12(164). doi:<https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2019.164.58925>
- Rubio, L., Prieto, J. L., & Ortiz, J. (6 de Noviembre de 2015). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. (U. d. Huelva, Ed.) Obtenido de <https://upo.es/revistas/index.php/IJERI/article/view/1586/1320>
- Sáez López, J. M. (2018). *Estilos de Aprendizaje y métodos de Enseñanza*. Madrid, España: UNED.
- Taipe Huaman, C. W., Mendoza Mamani, E. G., Gallegos Ramos, J. R., Enriquez Mamani, V., Flores Laime, H., & Huillca Arbieta, M. (Julio de 2021). Uso del GeoGebra en el aprendizaje de grafica de funciones en estudiantes de ingeniería. *LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology*, 19. doi:[dx.doi.org/10.18687/LACCEI2021.1.1.519](https://doi.org/10.18687/LACCEI2021.1.1.519)
- Tarifa, E. E., Martínez, S. L., Domínguez, S. F., & Núñez, Á. F. (2021). Análisis de entornos matemáticos numéricos para simulación. *Difusiones*, II(20), 88-104.
- Trujillo Trejo, J., Fermín Pérez, A., Cáceres Huamán, M., Avendaño Quiroz, J., Trujillo Huamán, R., & Bustamante Olivera, V. (2021). Experiences in the Usage of Octave on Improving Learning Mathematics in an Engineering Faculty. *IEEE World Conference on Engineering Education (EDUNINE)*. doi:[10.1109/EDUNINE51952.2021.9429162](https://doi.org/10.1109/EDUNINE51952.2021.9429162)
- Vargas Guambo, V. M. (mayo de 2022). Geogebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales de los

estudiantes de tercero de bachillerato de la Unidad Educativa “Camilo Gallegos”.

*Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.* Obtenido de

<http://dspace.esPOCH.edu.ec/bitstream/123456789/16234/1/20T01524.pdf>

## Apéndice

### Apéndice A. Líneas de código función Cuadrática

```
%%  
  
%Función Cuadrática  
  
clear all  
  
clc  
  
close all  
  
% grafica básica  
x=linspace (-10,10,100);  
y1=x.^2;  
  
% grafica modificada  
p=2;  
q=4;  
h=1;  
k=-6;  
y2=p*(q*(x-h).^2)+k;  
  
hold on  
  
plot(x,y1)  
  
plot (x,y2)  
  
xlabel('Eje x')  
  
ylabel('Eje y')  
  
title('Función Cuadrática')  
  
legend('x^2','p*(q*(x-h)^2)+k')  
  
grid on
```

hold off

Caracteristicas1 = 'Función básica'

Dom ='R'

Ran ='[0;inf)'

Monotonía = 'La función es decreciente de  $(-\infty;0)$  y La función es creciente de  $[0;\infty)$ '

Paridad = 'La función es par'

Caracteristicas2 = 'Función modificada'

Dom ='R'

if (p>0)

    disp("Ran=["+k+";inf)")

else

    disp("Ran=(inf;" +k+ ")")

end

if p>0

    disp("La función es decreciente de  $(-\infty;+h+)$ ")

else

    disp("La función es creceinte de  $(-\infty;+h+)$ ")

end

if p>0

    disp("La función es creciente de  $[+h+;\infty)$ ")

else

    disp("La función es decreceinte de  $[+h+;\infty)$ ")

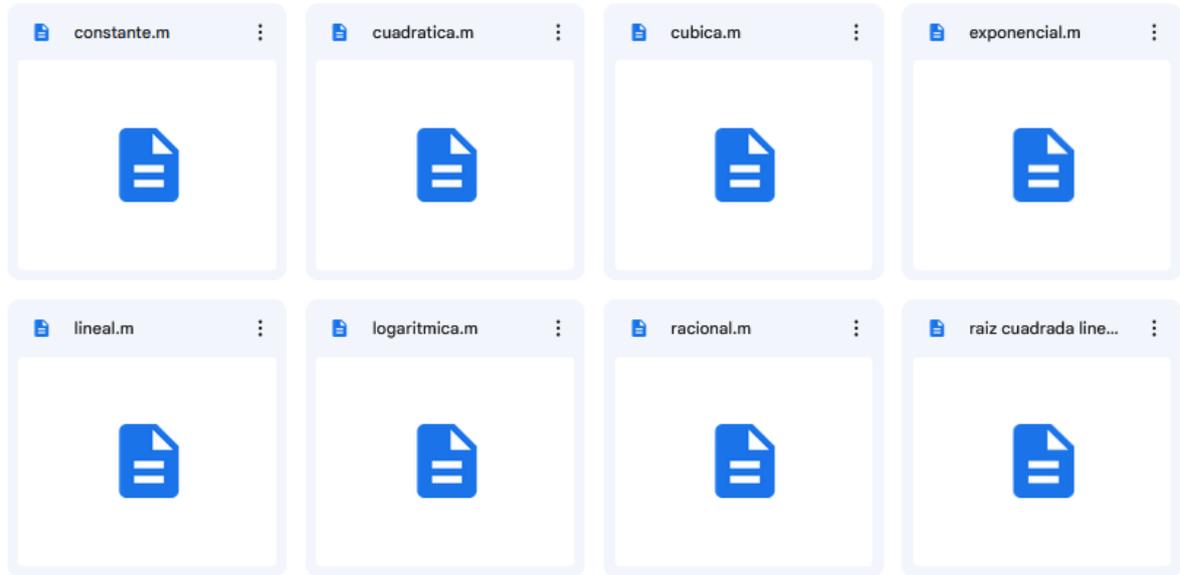
end

if h==0

```
    disp('La función es par')  
else  
    disp('La función no tiene paridad')  
end
```

## Apéndice B. Link de descarga simulaciones realizadas

*Captura de pantalla carpeta de descarga simulaciones realizadas*



<https://drive.google.com/drive/folders/1vp2GQDNesQHK5QGQZVfJmTLXVD49iVoi?usp=sharing>

## Apéndice C. Propuesta formato Unidad Educativa Atenas



UNIDAD EDUCATIVA ATENAS

### PROPUESTA DE UTILIZACIÓN DE RECURSOS DIGITALES

#### 1. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. **AREA(S):** Matemática
- 1.2. **RESPONSABLE(S):** Ayrton Erazo
- 1.3. **LUGAR / FECHA:** Ambato/ 2023-07-10

#### 2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO:

##### 2.1. NOMBRE DEL PROYECTO:

**Aplicación de funciones Polinomiales.**

##### 2.2. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN:

La matemática es una de las ciencias más antiguas la cual sigue un razonamiento lógico para la interpretación ambigua de diversas situaciones específicas, siendo una de las herramientas esenciales en muchos campos de estudio. Debido a los datos obtenidos en la investigación realizada en el 2023 en la Unidad Educativa “Atenas” en la cual se utilizaron simulaciones elaboradas en software libre Octave, los cuales señalaron que el rendimiento académico de los estudiantes se ve beneficiado por la utilización de recursos digitales. Se propone el presente instructivo utilizando software Microsoft Excel con la finalidad de ser aplicada en la Básica Superior para potencializar el aprendizaje de funciones polinomiales.

#### 3. OBJETIVOS:

##### 3.1 OBJETIVO GENERAL:

Proponer simulaciones para el aprendizaje de funciones polinomiales con el uso de Microsoft Office mejorando el rendimiento académico en la Básica Superior.

### 3.2 **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

Facilitar a los docentes y estudiantes recursos digitales potencializando el aprendizaje de los fundamentos básicos de funciones polinomiales.

## 4. METODOLOGÍA:

Se utilizará metodología de la simulación, la cual, según Gamas Gutiérrez, (2011) consta de los siguientes pasos:

### **Formulación del problema:**

Debido a la dificultad en el aprendizaje de los fundamentos de funciones polinomiales. Se seleccionaron tres funciones polinomiales, que son estudiadas en básica superior (Constante, Lineal y Cuadrática). De las cuales, se debe analizar: tipo de función, dominio, recorrido, monotonía, paridad y gráfico de cada función.

### **Recolección de Datos:**

El modelo a utilizar va a trabajar con las funciones escritas de forma general, puesto que es la forma más sencilla que los estudiantes entiendan las constantes que se deben cambiar.

### **Desarrollo del modelo:**

Para la implementación del modelo seleccionado se trabajará en el software Excel. Puesto que el software forma parte de la malla curricular impartida en la asignatura de Informática Aplicada.

### **Verificación y validación del modelo**

A partir de diversas funciones las cuales son descritas por cada docente, se debe verificar si los resultados obtenidos en las simulaciones elaboradas por cada estudiante se obtienen los resultados solicitados.

## 5. EJECUCIÓN:

Los pasos que cada estudiante debe seguir para la realización de estas simulaciones son:

### **Función Constante:**

- a) Cambiar el valor de "a" por un número Entero, Racional.

### **Análisis función polinomial de la forma $f(x) = a$**



- b) A continuación, describa las diferencias y semejanzas de las gráficas encontradas.





c) Describa las diferencias entre la monotonía y paridad de las funciones descritas en el literal a.

Monotonía	no tiene
Paridad	par

d) Analice las diferencias entre el dominio y recorrido de las funciones descritas en el literal a.

Dominio	ℝ
Recorrido	5
Dominio	ℝ
Recorrido	1,414213562

e) Escriba el tipo de función de las descritas en el literal a.

La función es:	sobreyectiva
----------------	--------------

d) Escriba una conclusión referente a los cambios en que puede tener una función constante en cuanto cambia el valor de “a”. (tipo de función, dominio, recorrido, monotonía, paridad y gráfico de cada función.)

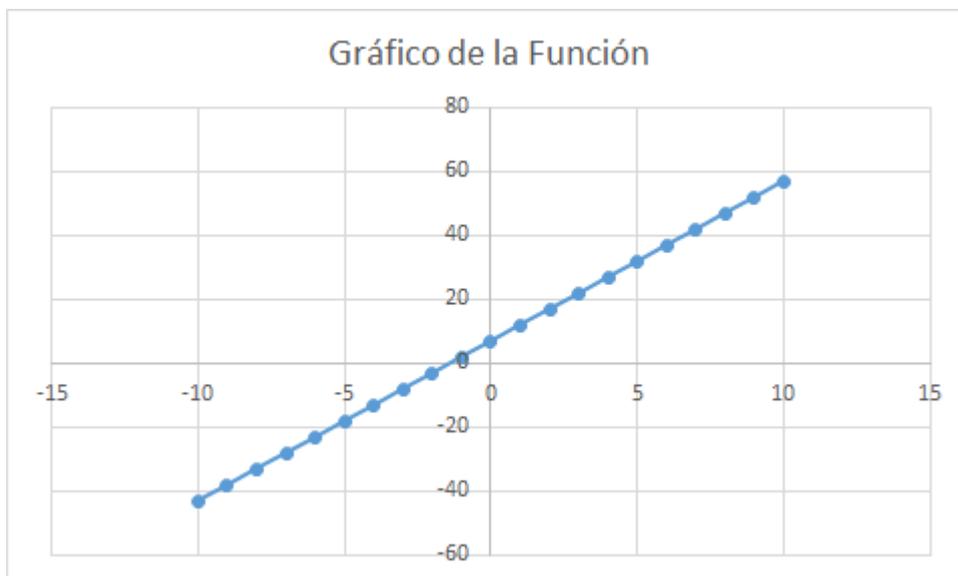
### **Función Lineal:**

a) Dar diversos valores para “a”, y mantener un valor constante para “b”.

#### **Análisis función polinomial de la forma $f(x) = ax+b$**

a=5

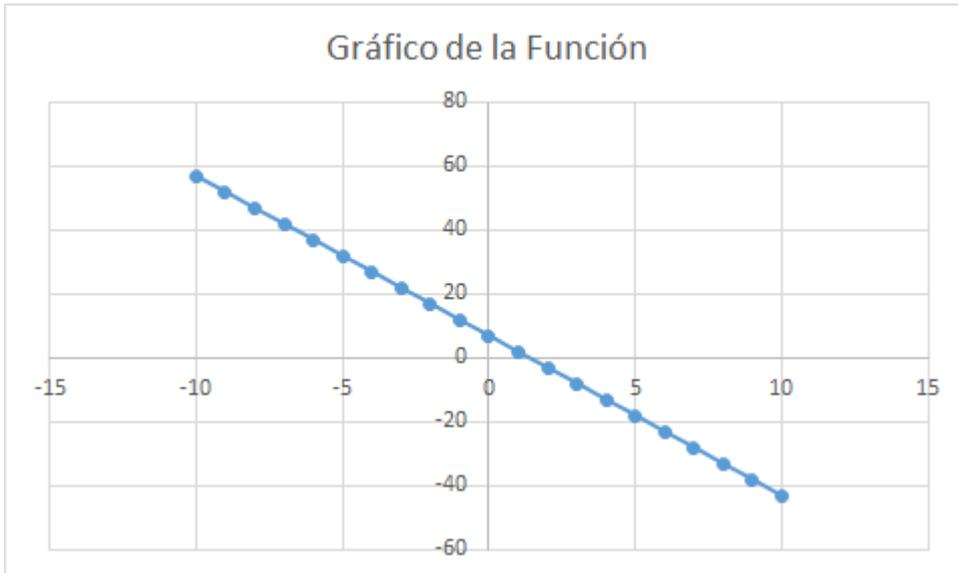
b=7



#### **Análisis función polinomial de la forma $f(x) = ax+b$**

a=-5

b=7



b) A partir de lo anterior. Cuales son las características que debe tener “a” para que la función sea decreciente.

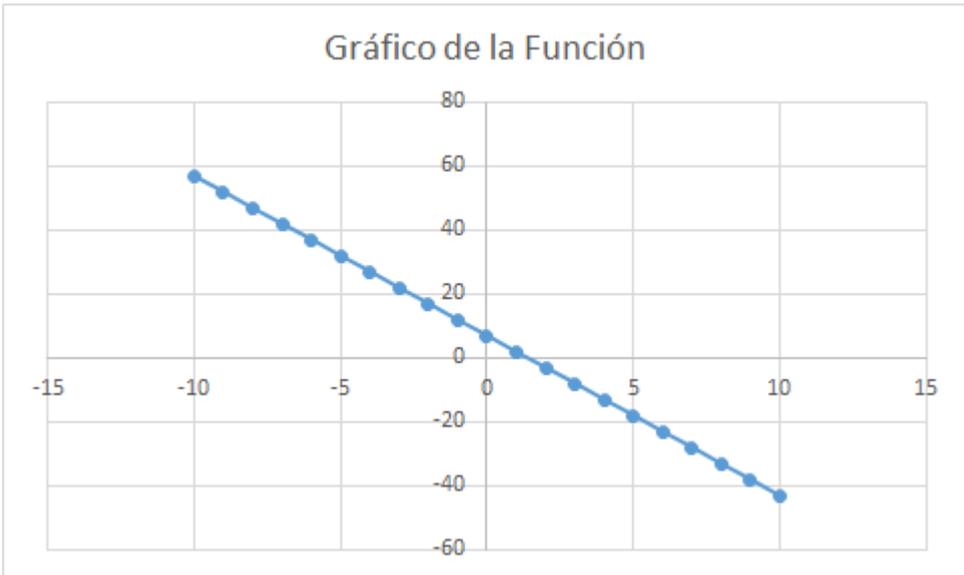
**Análisis función polinomial de la forma  $f(x) = ax+b$**

**Monotonía**

**decreciente**

c) Dar diversos valores para “b”, y mantener un valor constante para “a”.

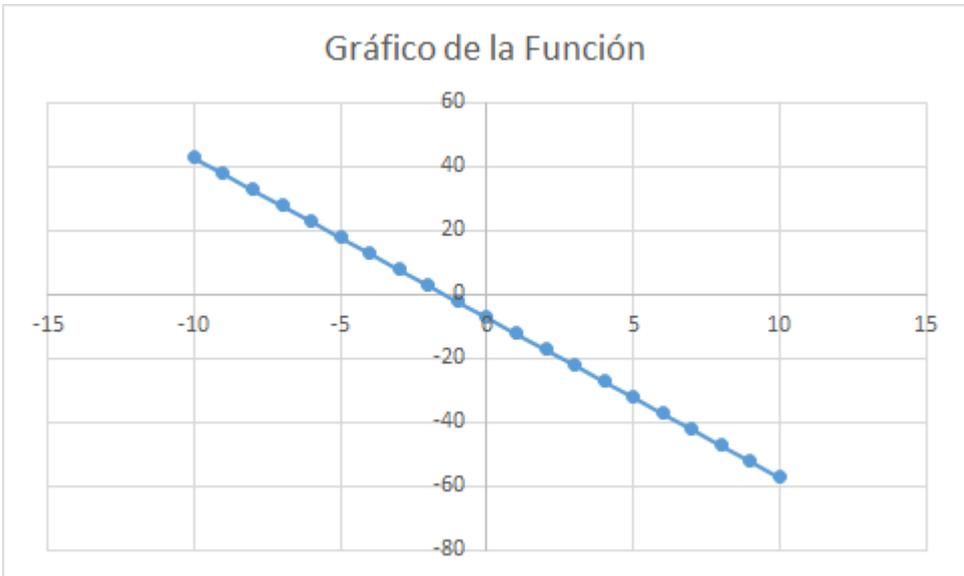
**Análisis función polinomial de la forma  $f(x) = ax+b$**



**Análisis función polinomial de la forma  $f(x) = ax+b$**

a=-5

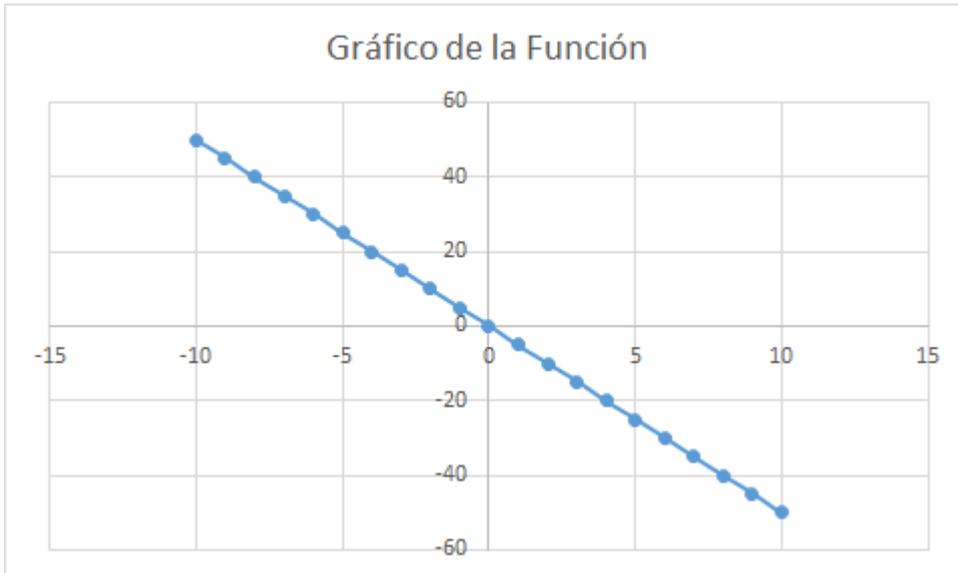
b=-7



**Análisis función polinomial de la forma  $f(x) = ax+b$**

a=-5

b=0



d) A partir de lo anterior, cual es el valor de “b” para que la función sea impar

**Análisis función polinomial de la forma  $f(x) = ax+b$**

a=-5

b=0

Paridad

impar

En base a los ejemplos detallados, se da la libertad para que cada docente pueda generar preguntas y ejercicios para cada una de las funciones que se debe trabajar, con la finalidad de potencializar el aprendizaje de los fundamentos de diversas funciones reales con una variable real.

**6. RECURSOS:**

**7.1 RECURSOS HUMANOS:**

Docentes del área de matemática y estudiantes.

**7.2 RECURSOS MATERIALES:**

Uso de TIC's Excel, GeoGebra.

Materiales del docente

## 7. BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador . (2016). *Curriculo de Matemática*. Quito.

Gamas Gutiérrez, R. (2011). *Introducción a la simulación*. México D.C., México: Sistemas Umma. Obtenido de <https://sistemasumma.com/2011/09/05/introduccion-a-la-simulacion/>

## 8. ANEXOS:

Se anexa un modelo de simulación elaborado en Excel de funciones polinomiales.

[https://docs.google.com/spreadsheets/d/111YU84Zy4y9nHgUpj8j677jXFrF6b5nH/edit?usp=drive\\_link&oid=112276143098519141206&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/spreadsheets/d/111YU84Zy4y9nHgUpj8j677jXFrF6b5nH/edit?usp=drive_link&oid=112276143098519141206&rtpof=true&sd=true)

## 9. VISADO DE APROBACIÓN:

FIRMAS DE RESPONSABILIDAD		
 <p>Aleixandra Hernández <b>DIRECTORA DE SECCIÓN</b></p>	 <p>Ayrton Erazo <b>COORDINADOR ÁREA</b></p>	 <p>Ayrton Erazo <b>DOCENTE A CARGO</b></p>

## Apéndice D. Fotografías clase grupo experimental

