



Universidad Nacional de Chimborazo

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,
HUMANAS Y TECNOLOGÍAS**

**CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

“Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer Año BGU de la
Unidad Educativa José María Román”

**Trabajo de Titulación para optar al título de Licenciado en Pedagogía de las
Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**

Autor:

Haro Mariño José Luis

Tutor:

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez

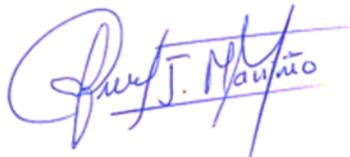
Riobamba, Ecuador. 2023

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, **José Luis Haro Mariño**, con cédula de ciudadanía **0605033232**, autor del trabajo de investigación titulado: “**Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer Año BGU de la Unidad Educativa José María Román 2021-2022**”, certifico que la producción, ideas, opiniones, criterios, contenidos y conclusiones expuestas son de mi exclusiva responsabilidad.

Asimismo, cedo a la **Universidad Nacional de Chimborazo**, en forma no exclusiva, los derechos para su uso, comunicación pública, distribución, divulgación y/o reproducción total o parcial, por medio físico o digital; en esta cesión se entiende que el cesionario no podrá obtener beneficios económicos. La posible reclamación de terceros respecto de los derechos de autor de la obra referida, será de mi entera responsabilidad; librando a la Universidad Nacional de Chimborazo de posibles obligaciones.

En Riobamba, a los 13 días del mes de noviembre de 2022.



José Luis Haro Mariño

CI. 0605033232

DICTAMEN FAVORABLE DEL PROFESOR TUTOR

Quién suscribe, **Luis Fernando Pérez Chávez** catedrático adscrito a la **Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías**, por medio del presente documento certifico haber asesorado y revisado el desarrollo del trabajo de investigación titulado: “**Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer Año BGU de la Unidad Educativa José María Román 2021-2022**”, bajo la autoría de **José Luis Haro Mariño**; por lo que se autoriza ejecutar los trámites legales para su sustentación.

Es todo cuanto informar en honor a la verdad; en Riobamba, a los 20 días del mes de noviembre de 2022.



Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
C.I: 0602160137

CERTIFICADO DE LOS MIEMBROS DEL TRIBUNAL

Quienes suscribimos, catedráticos designados Miembros del Tribunal de Grado para la evaluación del trabajo de investigación “Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer año BGU de la Unidad Educativa José María Román 2021-2022”, presentado por José Luis Haro Mariño, con cédula de identidad número 0605033232, bajo la tutoría de Dr. Luis Fernando Pérez Chávez; certificamos que recomendamos la APROBACIÓN de este con fines de titulación. Previamente, se ha evaluado el trabajo de investigación y escuchada la sustentación por parte de su autor; no teniendo más nada que observar.

De conformidad a la normativa aplicable firmamos, en Riobamba a los 27 días del mes de febrero, de su presentación.



MSC. SANDRA ELIZABETH TENELANDA CUDCO
PRESIDENTA DEL TRIBUNAL DE GRADO



DRA. ANGÉLICA MARÍA URQUIZO ALCIVAR
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO



MGS. HUGO ALEJANDRO POMBOZA GRANIZO
MIEMBRO DEL TRIBUNAL DE GRADO

CERTIFICADO ANTIPLAGIO

Que, **Haro Mariño José Luis** con **CI: 0605033232**, estudiante de la Carrera de **Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**, de la Facultad de **Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías**: ha trabajado bajo mi tutoría el trabajo de investigación titulado: **“Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer Año BGU de la Unidad Educativa José María Román”**, cumple con el 3% de acuerdo con el reporte del sistema antiplagio URKUND-OURIGINAL, porcentaje aceptado de acuerdo con la reglamentación institucional, por consiguiente autorizo continuar con el proceso.

Riobamba, 8 de febrero de 2023.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Luis F. Chávez', enclosed within a blue oval scribble.

Dr. Luis Fernando Pérez Chávez
C.I: 0602160137

DEDICATORIA

El presente trabajo está dedicado a mis padres que han sido los pilares que han sustentado y apoyado mi vida; que con su apoyo incondicional he logrado cumplir cada una de mis metas. Así mismo a mi querida familia, por darme todo el apoyo y la motivación para desarrollarme como un buen profesional.

José Luis

AGRADECIMIENTO

Agradezco inmensamente a cada uno de mis queridos docentes de la UNACH, en especial a:

MSC. Sandra Tenelanda, directora de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física;

Dr. Luis Pérez,

Dr. Roberto Villamarín;

Dra. Narcisa Sánchez;

Quiénes me han brindado sus conocimientos para forjarme como un profesional con valores, con el fin de construir en mis estudiantes, una educación integral.

Así mismo, quiero agradecer inmensamente a la **Dra.** Angélica Urquizo, quien con su carisma y sencillez ha hecho en mí una persona apasionada por las matemáticas.

Y sin más, a cada una de las personas que me han apoyado, les agradezco de todo corazón por guiarme en la vida profesional.

José Luis

RESUMEN

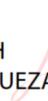
La optimización lineal está incorporada en el currículo oficial del Ministerio de Educación, no obstante, no se logra desarrollar a plenitud, por ello el presente trabajo tuvo como objetivo principal: elaborar una propuesta didáctica para el manejo de PHPSimplex en el aprendizaje de optimización lineal en los estudiantes de tercero BGU de la Unidad Educativa José María Román. Así mismo, el presente estudio permitirá mejorar el aprendizaje en optimización lineal, mediante la estructuración de una propuesta didáctica la cual podrán hacer uso los docentes, y de esta forma solventar las falencias de sus estudiantes. El marco teórico que sustenta el trabajo se basó en las teorías del aprendizaje, recursos didácticos y las TIC. Por otra parte, esta investigación fue de campo porque se trabajó en el contexto, además el enfoque de la investigación fue cuantitativo, ya que se recolectó datos numéricos a través de una prueba para una muestra de 35 estudiantes. El diseño fue no experimental, puesto que no se manipularon las variables de estudio. Finalmente, se concluyó que PHPSimplex es una herramienta útil y efectiva para el aprendizaje de la optimización lineal y que permite a los estudiantes visualizar y resolver problemas de manera interactiva y eficiente, lo que les ayuda a comprender los conceptos teóricos de manera más clara y concreta.

Palabras Claves: optimización lineal, propuesta didáctica, PHPSimplex, aprendizaje.

ABSTRACT

Linear optimization has been incorporated in the official curriculum of the ministry of education; however, it is not fully developed. Therefore, “The aim of this present research work is to develop a didactic teaching proposal for the management of PHPSimplex in the learning of linear optimization” for third-year BGU students at the José María Roman Educational Unit. This study will be able to improve the learning of linear optimization by structuring a didactic proposal that teachers can be used to develop student’s solving-problem skills. The theoretical framework that supports the work was based on learning theories, didactic resources, and ICT. On the other hand, this is a fieldwork, so that, it was carried out in the context, and the quantitative research collection numerical data, a sample of 35 students. The design was non-experimental, variables which were not manipulated in the study. Finally, it has concluded that PHPSimplex is a useful and effective tool for learning linear optimization and allows students to visualize and solve problems in an interactive and efficient way, as a consequence the theoretical concepts, help students more clearly and concretely for a better understanding.

Keywords: linear optimization, didactic proposal, PHP Simplex, learning.

 **DORIS**
ELIZABETH
VALLE VINUEZA
Firmado digitalmente
por DORIS ELIZABETH
VALLE VINUEZA
Fecha: 2023.02.14
07:46:00 -05'00'

Reviewed by: Mgs. Doris Valle V.

ENGLISH PROFESSOR

c.c 0602019697

ÍNDICE GENERAL

Declaración de autoría	2
Dictamen favorable del profesor tutor	3
Certificado de los miembros del tribunal	4
Certificado antiplagio	5
Dedicatoria	6
Agradecimiento	7
Resumen	8
Abstract	9
Índice de tablas	13
Índice de figuras	14
CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN	
1.1 Planteamiento del problema	18
1.2 Formulación del problema	19
1.3 Preguntas directrices	19
1.4 Objetivos	19
1.4.1 Objetivo General	19
1.4.2 Objetivos Específicos	20
1.5 Justificación	20
CAPÍTULO II	
MARCO TEÓRICO	
2.1 Antecedentes	21
2.2 Fundamentación teórica	22

2.2.1	Las Tecnologías de la Información y Comunicación	22
2.2.2	Recurso didáctico	27
2.2.3	Propuesta didáctica	28
2.2.4	Aprendizaje	30
2.2.5	Teorías del aprendizaje	31
2.2.6	Metodología ERCA	34
2.2.7	Definiciones de términos básicos	39

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA 41

3.1	Enfoque de investigación	41
3.2	Diseño de investigación	41
3.3	Nivel de la investigación	41
3.4	Tipo de la investigación	42
3.5	Población y muestra	42
3.6	Técnicas e instrumentos para la recolección de datos	42
3.6.1	La técnica	42
3.6.2	El instrumento	42

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN 44

4.1	Presentación de los resultados	44
4.2	Síntesis de respuestas correctas e incorrectas	65
4.3	Discusión de resultados	66

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 68

5.1	Conclusiones	68
5.2	Recomendaciones	69

CAPÍTULO VI

PROPUESTA 71

6.1	Título de la propuesta	71
6.2	Introducción de la propuesta	71

6.3	Presentación de la propuesta	72
6.4	Objetivos de la propuesta	73
6.4.1	Objetivo general de la propuesta	73
6.4.2	Objetivos específicos de la propuesta	73
6.5	Recursos para la implementación de la propuesta	73
6.6	Desarrollo de la propuesta	74
6.6.1	Taller 1. Introducción a PHPSimplex	74
6.6.2	Taller 2. Ecuaciones lineales con dos incógnitas. Soluciones enteras	78
6.6.3	Taller 3. Problema de la programación lineal. Conjunto de soluciones factibles	83
6.6.4	Taller 4. Puntos extremos y solución óptima	86
6.6.5	Taller 5. Modelización de problemas de optimización lineal	88
6.7	Limitaciones y prospectiva de la propuesta	89
6.7.1	Limitaciones de la propuesta	89
6.7.2	Prospectiva de la propuesta	90
	BIBLIOGRAFÍA	91
	ANEXOS	93
	Anexo 1. Rúbrica de validación experto 1 (Dra. Angélica Urquizo).	94
	Anexo 2. Rúbrica de validación experto 2 (Dra. Tannia Casanova).	95
	Anexo 3. Cuestionario	96
	Anexo 4. Oficio dirigido a la Institución Educativa	103
	Anexo 5: Fotografías de la aplicación de la prueba en la institución.	104

Índice de tablas

Tabla 1	Género de los estudiantes de tercero BGU	42
Tabla 2	Plano cartesiano	45
Tabla 3	Gráfica del semiplano $x \geq 0$	46
Tabla 4	Gráfica del semiplano $y \geq 0$	47
Tabla 5	Gráfica de la intersección de $x \geq 0$ y $y \geq 0$	48
Tabla 6	Técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales	49
Tabla 7	Diferencia entre ecuación e inecuación	50
Tabla 8	Definición de optimización lineal	51
Tabla 9	Variables en optimización lineal	52
Tabla 10	Tipos de soluciones óptimas en optimización lineal	53
Tabla 11	Elementos básicos de la optimización lineal	54
Tabla 12	Definición de función objetivo	55
Tabla 13	Forma general de expresar una función objetivo	56
Tabla 14	Pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones primer grado .	57
Tabla 15	Definición de restricción	58
Tabla 16	Identificación de una restricción	59
Tabla 17	Número de variables de una restricción	60
Tabla 18	Definición de solución factible	61
Tabla 19	Determinación de soluciones factibles en programación lineal	62
Tabla 20	Procedimiento para encontrar los vértices del polígono de decisión . .	63
Tabla 21	Solución a un problema de programación lineal	64
Tabla 22	Resumen de resultados de la prueba aplicada	65
Tabla 23	Datos del problema de optimización lineal	85

Índice de figuras

Figura 1	Pantalla de inicio de PHPSimplex	24
Figura 2	Página principal del recurso	25
Figura 3	Ejemplo método gráfico en el recurso web	25
Figura 4	Proceso detallado de un ejemplo de maximización	26
Figura 5	Gráfica y región factible	26
Figura 6	Solución óptima	27
Figura 7	Gráfica del semiplano $y \geq 0$	37
Figura 8	Gráfica del semiplano $x \geq 0$	38
Figura 9	Intersección de los semiplanos $x \geq 0$ y $y \geq 0$	38
Figura 10	Género de los estudiantes de tercero BGU	44
Figura 11	Plano cartesiano	45
Figura 12	Gráfica del semiplano $x \geq 0$	46
Figura 13	Gráfica del semiplano $y \geq 0$	47
Figura 14	Gráfica de la intersección de $x \geq 0$ y $y \geq 0$	48
Figura 15	Técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales	49
Figura 16	Diferencia entre ecuación e inecuación	50
Figura 17	Definición de optimización lineal	51
Figura 18	Variables en optimización lineal	52
Figura 19	Tipos de soluciones óptimas en optimización lineal	53
Figura 20	Elementos básicos de la optimización lineal	54
Figura 21	Definición de función objetivo	55
Figura 22	Forma general de expresar una función objetivo	56
Figura 23	Pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones primer grado	57
Figura 24	Definición de restricción	58
Figura 25	Identificación de una restricción	59
Figura 26	Número de variables de una restricción	60
Figura 27	Definición de solución factible	61
Figura 28	Determinación de soluciones factibles en programación lineal	62

Figura 29	Procedimiento para encontrar los vértices del polígono de decisión . . .	63
Figura 30	Solución a un problema de programación lineal	64
Figura 31	Página principal de PHPSimplex	76
Figura 32	Introducción de datos de un problema de optimización lineal	77
Figura 33	Introducción de datos segunda parte	77
Figura 34	Semiplano 1	96
Figura 35	Semiplano 2	97
Figura 36	Semiplano 3	97
Figura 37	Estudiantes del tercero BGU en la evaluación	104
Figura 38	Estudiantes del tercero BGU en la evaluación	104

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

En el mundo actual, cambiante y globalizado, las TIC resultan ser recursos didácticos indispensables en el contexto educativo. Sin embargo, a veces es imposible acceder a ella por la falta de recursos, ya sea de índole económica o por el desconocimiento de la misma. Es así como Universidad de Valencia (2016) afirma que un recurso es cualquier herramienta que se apoya de las TIC y que permite que se dé un mejor aprendizaje de forma que el estudiante entiende la información impartida por el docente.

Estas herramientas han revolucionado la forma de aprendizaje, en la cual docentes y estudiantes han tenido que adaptar su forma de cultivar el conocimiento a una nueva realidad en función de su contexto. Siendo el aprendizaje un elemento indispensable en la vida del ser humano, que siempre estará presente con base en las experiencias que se presentan en la vida diaria, permitiendo así mejorar las habilidades o destrezas que poseemos con el objetivo de enriquecer los conocimientos.

Mediante el recurso didáctico PHPSimplex, el estudiante podrá esclarecer sus dudas de una forma interactiva y visual, sin perder el rigor que exige la matemática y, además, generando atención e interés por utilizar esta herramienta. La matemática se enseña generalmente de una forma mecánica y tradicional, que no genera un aprendizaje significativo, y a pesar de que existen los materiales, se sigue enseñando con instrumentos que producen un desinterés por aprender.

Por otra parte, desde la viva experiencia como estudiante, la presente investigación se encamina en elaborar una propuesta didáctica para el manejo de PHPSimplex en el aprendizaje de optimización lineal en los estudiantes de tercero BGU de la Unidad Educativa José María Román. Esta investigación es importante, porque permitirá a los

futuros pedagogos y docentes de la institución que ejercen en el área educativa, mejorar el aprendizaje de sus estudiantes de una forma más interactiva y siempre mirando a las matemáticas como una forma de resolver problemas de la realidad. Además, que cuenten con recursos precisos para disminuir ese aprendizaje mecánico.

En una investigación realizada por Ramón, J. (2018), titulada: Enseñanza y Aprendizaje de la Programación Lineal mediada con PHPSimplex en la Educación Secundaria. Los resultados fueron muy alentadores, porque el uso de esta herramienta permitió el aprendizaje significativo de la programación lineal desde los conceptos previos, exploración de la realidad, simbolización, conceptualización y la resolución de problemas (pág. 921).

En la investigación se propone el empleo del software que facilite el proceso de aprendizaje con la intención de enriquecerlo, por medio de la solución de problemas utilizando el programa, para que genere en los estudiantes habilidades como el análisis y síntesis. La investigación está compuesta por seis capítulos que se detallan a continuación:

CAPÍTULO I: Se aborda la introducción, el planteamiento del problema, donde se incluye la formulación del problema y las preguntas directrices. Se finaliza con la justificación y los objetivos generales y específicos.

CAPÍTULO II: Se desarrolla el marco teórico, antecedentes, y que se incluye definiciones y diversas teorías, como el recurso didáctico, TIC, PHPSimplex, y los estándares de aprendizaje.

CAPÍTULO III: Se menciona la metodología, como el enfoque, diseño, nivel y tipo de investigación. Asimismo, se mencionan la población, la muestra y las técnicas e instrumentos para la recolección de datos.

CAPÍTULO IV: se detalla los resultados obtenidos de la prueba aplicada sobre las falencias que tienen los estudiantes en el aprendizaje de optimización lineal.

CAPÍTULO V: Se describen las conclusiones y recomendaciones, fruto del arduo trabajo a lo largo de toda la investigación.

CAPÍTULO VI: Se incluye una propuesta didáctica que servirá de apoyo a los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.1. Planteamiento del problema

El uso de las TIC en el ámbito educativo de nuestro país y, en especial, en el aprendizaje de la matemática, influye dentro de la calidad de educación, y sobre todo han sido deficientes, puesto que no todos los estudiantes disponen o conocen de los recursos y herramientas para el aprendizaje. Sin embargo, los discentes aprenden de una manera tradicional, evitando que su conocimiento se desarrolle con un estilo dinámico.

Por lo mismo, la realidad es que tanto docentes como estudiantes están desinformados de estas herramientas o tal vez las conocen y no las emplean y, sobre todo, esto es debido a algunos factores como el miedo a perder el control en la clase, la falta de recursos, el desconocimiento, etc.

Y como resultado, se evidencia dificultades en el aprendizaje de la optimización lineal. Estos recursos deberán despertar el interés del estudiante y, además, que apoyen a la presentación de contenidos. Estos medios deben funcionar como un mediador en el encuentro del estudiante con la realidad. En consecuencia, los docentes deben estar en constante preparación con el uso de las TIC para generar un aprendizaje óptimo. Dentro de este marco, la optimización lineal es una herramienta matemática que permite dar respuesta a problemas de optimización en relación con las situaciones que se presentan

en la vida cotidiana de los estudiantes, por ejemplo, la agricultura y el comercio.

1.2. Formulación del problema

¿Cómo utilizar PHPSIMPLEX en el aprendizaje de optimización lineal en los estudiantes de tercero BGU de la Unidad Educativa José María Román en el periodo lectivo 2021-2022?

1.3. Preguntas directrices

- ¿Cuáles son los referentes teóricos sobre el manejo de PHPSimplex para el aprendizaje de optimización lineal?
- ¿Cuál es el nivel de conocimiento que tiene los estudiantes en el aprendizaje de optimización lineal?
- ¿Cuáles son los componentes de la propuesta didáctica para el manejo de PHPSimplex como herramienta que facilite el aprendizaje de optimización lineal?

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General.

- ✓ Elaborar una propuesta didáctica para el manejo de PHPSimplex en el aprendizaje de optimización lineal en los estudiantes de tercero BGU de la Unidad Educativa José María Román en el periodo lectivo 2021-2022.

1.4.2. Objetivos Específicos.

- ✓ Analizar los referentes teóricos sobre el manejo de PHPSimplex para el aprendizaje de optimización lineal.
- ✓ Recolectar información referente al nivel de conocimientos que tienen los estudiantes en el aprendizaje de optimización lineal.
- ✓ Estructurar una propuesta didáctica para el empleo de PHPSimplex como herramienta que facilite el aprendizaje de optimización lineal.

1.5. Justificación

El presente estudio permitirá mejorar el aprendizaje de optimización lineal, mediante la estructuración de una propuesta didáctica que está basada en la metodología ERCA sobre el manejo de PHPSimplex en el aprendizaje de optimización lineal. La cual, los docentes podrán hacer uso del mismo y de esta forma solventar las dificultades en ese aprendizaje. Dentro de este marco, el tema de investigación ha sido seleccionado en vista de que la optimización lineal es un contenido del currículo del nivel de bachillerato que no se lo lleva a profundidad con los estudiantes y que la información que se obtendrá será relevante sobre aquellas dificultades que se presentan en su proceso de aprendizaje.

Por otra parte, la investigación contempla un trabajo de originalidad haciendo uso de las TIC para fomentar el conocimiento, junto a las habilidades y destrezas de los discentes. El proyecto de investigación es viable, puesto que se lo puede llevar a cabo en el contexto real educativo. En última instancia, los beneficiarios de este trabajo serán docentes y estudiantes del tercer año de bachillerato de la institución, en la que pueden apoyarse en el proceso de aprendizaje.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

Para la presente investigación, se ha considerado tomar de base algunas fuentes bibliográficas con el propósito de conocer información relacionada con el objeto de estudio. Un primer trabajo corresponde a Ramón, J. (2015) en su tesis: Enseñanza y Aprendizaje de la Programación Lineal utilizando GeoGebra y PHPSimplex en el quinto Grado de Educación Secundaria, en la que realizó una investigación de tipo descriptiva, en donde su objetivo de estudio fue: Diseñar, aplicar y evaluar una secuencia didáctica basada en el uso pertinente del software GeoGebra y la página PHPSimplex a través de la representación algebraica y gráfica en el proceso de aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal de la programación lineal en los estudiantes del quinto grado de secundaria (pág. 917).

En vista de ello, el autor concluyó que: mediante las rúbricas, test de opinión y cuestionario de satisfacción aplicados, la enseñanza de la optimización lineal mejoró significativamente gracias a las herramientas que se usaron, como GeoGebra y PHPSimplex, que permitieron tener un seguimiento en función de las actividades y conceptos relacionados con la optimización. Además, el empleo de estrategias de aprendizaje basadas en la representación algebraica y gráfica incide en el aprendizaje procedimental a través del manejo algorítmico, utilización de estrategias de resolución de problemas y recursos de aprendizaje relacionados, comparación de resultados y verificación de soluciones.

La estrategia de enseñanza de programación lineal mediada por PHPSimplex logró desarrollar problemas de programación lineal de forma interactiva y dinámica (en forma

algebraica y gráfica), consolidando conceptos, procesos de resolución de problemas y desarrollando una actitud positiva hacia el aprendizaje mejorando significativamente la competencia matemática de los estudiantes de quinto año de secundaria.

En otra investigación por Leyva, A. et al. (2015) para Actas del X Congreso Latinoamericano de objetos y tecnologías de aprendizaje, titulada: AppSimplex: Herramienta tipo M-learning como apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la programación lineal en la asignatura de Investigación de Operaciones”, en donde su principal objetivo fue: Aplicar la metodología Mobile-D para el desarrollo de una herramienta tipo learning como elemento innovador, práctico y funcional para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la programación lineal.

Llegando así a concluir que, al realizar las pruebas de aceptación (encuestas), los estudiantes aprobaron la herramienta por su facilidad de uso y utilización desde cualquier lugar y en cualquier momento. También señaló que la introducción de nuevas tecnologías en el entorno educativo añade valor a la enseñanza-aprendizaje al utilizar recursos diferentes a los tradicionales, estas apoyarán el mismo, dando como resultado un ambiente amigable que fomente el interés por aprender Leyva, A. et al. (2015).

2.2. Fundamentación teórica

2.2.1. Las Tecnologías de la Información y Comunicación. Según la Universidad Latina de Costa Rica (2020), las tecnologías de la información y la comunicación son herramientas para procesar, gestionar y distribuir información a través de elementos técnicos como computadoras y teléfonos. Con el tiempo, el uso de este tipo de recursos se han incrementado y ahora brindan servicios útiles como correo electrónico, búsqueda de información, carga de documentos, estudios en línea, etc.

Su tarea principal es proporcionar un acceso rápido y fácil a la información en cualquier formato, para que se almacene de forma masiva o sea accesible para los diferentes

dispositivos existentes. Además, apoya significativamente a la educación al mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como la gestión de las instituciones educativas.

Las TIC en la educación han complementado, enriquecido y transformado la educación en nuestra sociedad y ahora forma parte de la cultura tecnológica. Como expresa Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura UNESCO (2021), la tecnología permite el acceso a la educación para todos, reduce las desigualdades sociales, apoya el desarrollo docente, mejora la calidad, aumenta la participación y simplifica la gestión y el liderazgo de la educación.

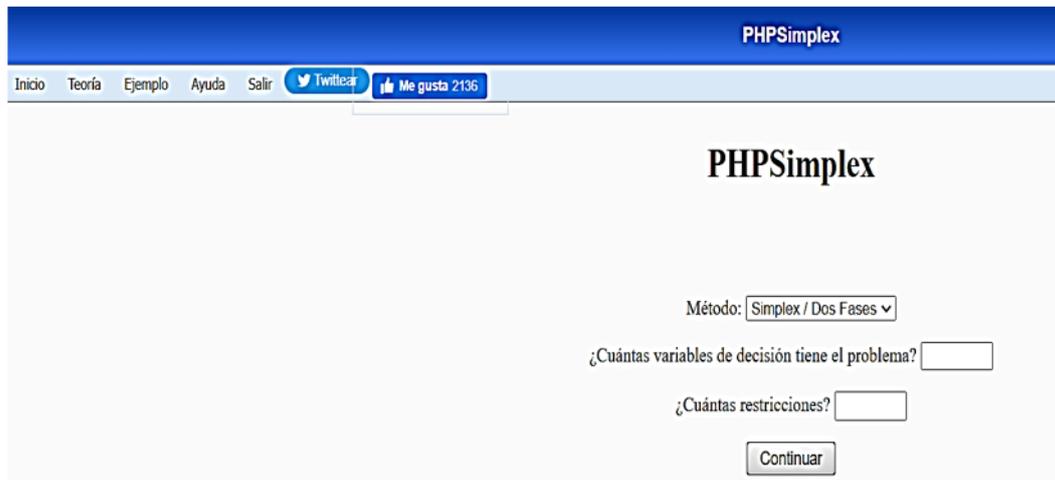
TIC en matemáticas. Actualmente, con el avance de la tecnología y las numerosas herramientas, pueden ayudar a que los niños y adolescentes, incluso universitarios, se sientan atraídos por la matemática. El uso de las TIC hace mucho más fácil comprender los conceptos que a veces son abstractos y muy difíciles de entender. Estos campos siempre estarán enlazados, porque la matemática es la ciencia que ha permitido la evolución digital y la tecnología ha conseguido mejorar el aprendizaje.

Es evidente que existe una infinidad de recursos para fortalecer la matemática, y es necesario mencionar al menos los más usuales como: software de uso general y profesional, software de uso didáctico, tutoriales, herramientas para compartir en red, páginas web, y gamificación Gascón, D. (2018).

Herramienta web PHPSimplex. PHPSimplex es una herramienta en línea para resolver problemas de programación lineal de forma gratuita y es capaz de resolver problemas utilizando métodos diferentes como: método símplex, de dos pasos y gráfico, y no tiene restricciones en el número de variables de decisión o límites del problema. La herramienta está diseñada para ayudar a los estudiantes a aprender, mostrando no solo el resultado final sino también los pasos intermedios. Sus otras ventajas son que puede ser empleado en varios idiomas.

Interfaz de PHPSimplex. La interfaz de este recurso digital es muy sencilla y de libre acceso, en la cual se puede acceder por el siguiente enlace: <http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=es> sin embargo, también el enlace se encuentra en su página principal y sobre el fundador de este modelo matemático.

Figura 1. Pantalla de inicio de PHPSimplex



PHPSimplex

Inicio Teoría Ejemplo Ayuda Salir [Twitter](#) [Me gusta 2136](#)

PHPSimplex

Método: Simplex / Dos Fases ▾

¿Cuántas variables de decisión tiene el problema?

¿Cuántas restricciones?

En la parte superior izquierda, podemos encontrar la barra de herramientas, en la cual se tiene:

- ✓ Inicio
- ✓ Teoría
- ✓ Ejemplo
- ✓ Ayuda
- ✓ Salir

Este recurso no solo dispone de la teoría en referente a la optimización lineal, sino también, como por ejemplo, sobre el método gráfico y los tipos de optimización, ya sea la maximización o la minimización.

Figura 2. Página principal del recurso



Teoría del método Simplex



Incluso, el usuario puede encontrar un ejemplo ya elaborado con su respectiva gráfica y los diferentes procesos que realiza la página web, como se muestra a continuación.

Figura 3. Ejemplo método gráfico en el recurso web

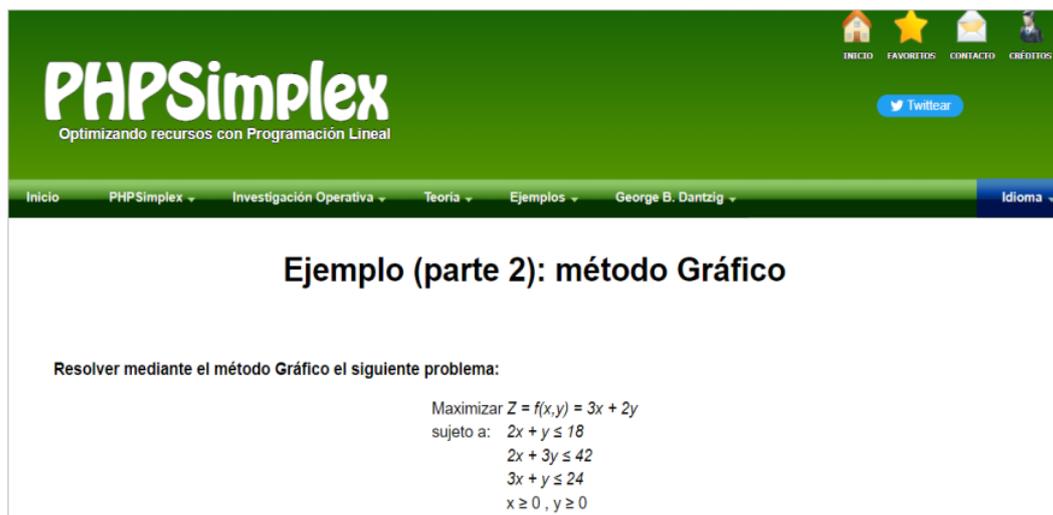
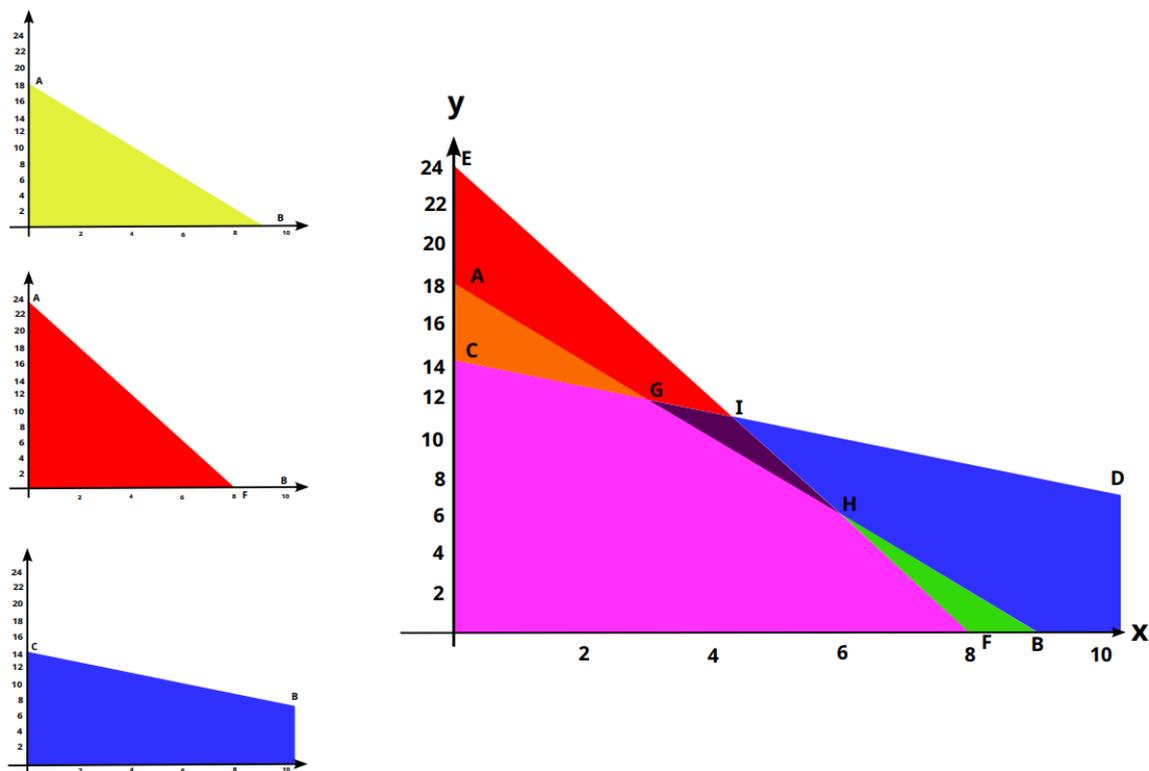


Figura 4. Proceso detallado de un ejemplo de maximización

Maximizar $Z = f(x,y) = 3x + 2y$
 sujeto a: $2x + y \leq 18$
 $2x + 3y \leq 42$
 $3x + y \leq 24$
 $x \geq 0, y \geq 0$

1. Inicialmente se dibuja el sistema de coordenadas asociando a un eje la variable "x" y al otro la "y" (generalmente se asocia 'x' al eje horizontal e 'y' al vertical), como se puede ver en la figura.
2. Se marca en dichos ejes una escala numérica apropiada a los valores que pueden tomar las variables de acuerdo a las restricciones del problema. Para ello en cada restricción se hacen nulas todas las variables excepto la correspondiente a un eje concreto, determinándose así el valor adecuado para dicho eje. Este proceso se repite para cada uno de los ejes.
3. A continuación se representan las restricciones. Comenzando con la primera, se dibuja la recta que se obtiene al considerar la restricción como igualdad. Aparece representada como el segmento que une A con B y la región que delimita ésta restricción viene indicada por el color AMARILLO. Se repite el proceso con las demás restricciones, quedando delimitadas la región de color AZUL y ROJO para la segunda y tercera restricción respectivamente.
4. La región factible es la intersección de las regiones delimitadas tanto por el conjunto de restricciones, como por las condiciones de no negatividad de las variables, es decir, por ambos ejes de coordenadas. Dicha región factible está representada por el polígono O-F-H-G-C, de color VIOLETA.

Figura 5. Gráfica y región factible



Finalmente, muestra la solución en forma de tabla, en la cual presenta los puntos extremos, las coordenadas, y el valor objetivo Z.

Figura 6. Solución óptima

6. Finalmente, se evalúa la función objetivo ($3x + 2y$) en cada uno de esos puntos (resultado que se recoge en la tabla siguiente). Como el punto G proporciona el mayor valor a la función Z y el objetivo es maximizar, tal punto constituye la solución óptima: $Z = 33$ con $x = 3$ e $y = 12$.

Punto extremo	Coordenadas (x,y)	Valor objetivo (Z)
O	(0,0)	0
C	(0,14)	28
G	(3,12)	33
H	(6,6)	30
F	(8,0)	24

2.2.2. Recurso didáctico. En todo el ámbito educativo, particularmente en los procesos de enseñanza – aprendizaje, es crucial disponer de una variedad de recursos didácticos que faciliten y optimicen la asimilación de conocimientos en las diferentes áreas. Un recurso didáctico puede ser de tipo audiovisual, medios informáticos, entre otros, que sirven de apoyo en la función educativa, manteniendo en los estudiantes el interés por el aprendizaje.

Tipos de recursos didácticos. Para que un recurso didáctico sea viable debe cumplir con determinadas funciones básicas de apoyo para el currículo vigente. Guerrero, J. et al. (2018) clasifica a los medios didácticos de la siguiente forma:

1. Auditivos: programas de voz o grabación.
2. De imagen fija: proyector de diapositiva, fotografías, transparencias, retroproyector.
3. Gráficos: acetatos, carteles, pizarrón y portafolio.
4. Impresos: libros.
5. Mixtos: películas, vídeos o documentales.
6. Materiales TIC: programas informáticos (software), ordenador o también llamado hardware (pág. 141).

Asimismo Vargas, G. (2017) establece los siguientes tipos de apoyos didácticos informáticos:

1. Edublog: es un software libre de barreras técnicas para escribir y publicar online.
2. Wiki: sitio web que facilita el trabajo colaborativo que puede ser editado por múltiples usuarios.
3. Página Web: es un documento adaptado para la Web.
4. Webquest: consiste en una investigación guiada, con recursos principalmente procedentes de internet (págs. 69-70).

2.2.3. Propuesta didáctica. La propuesta didáctica es un documento escrito que describe un plan de enseñanza para un tema específico. En ella, se incluyen objetivos educativos, estrategias de enseñanza, recursos y materiales necesarios, evaluación de los resultados, y otros aspectos relevantes para llevar a cabo un proceso de enseñanza efectivo Tesis y Másters (2023).

Según Ayuda Universitaria Cum Laude AU (2022) una propuesta didáctica permite a los docentes planificar su enseñanza y es una herramienta importante para lograr los objetivos de aprendizaje de los estudiantes. En sí consta de los siguientes puntos:

Objetivos: describen los resultados de aprendizaje esperados y los conocimientos o habilidades que los estudiantes deben adquirir.

Contenido: identifica y describe los temas o conceptos que se van a enseñar.

Metodología: describe las estrategias y técnicas que se usarán para facilitar el aprendizaje, incluyendo la participación activa de los estudiantes y la utilización de recursos tecnológicos.

Evaluación: describe cómo se evaluará el progreso y el aprendizaje de los estudiantes.

Recursos: identifica los recursos necesarios para implementar la propuesta didáctica, incluyendo libros, materiales de enseñanza, tecnología, etc.

Cronograma: proporciona una estructura temporal para la implementación de la propuesta didáctica, incluyendo fechas y tiempos para actividades específicas.

Herramienta Online. Las herramientas online son aplicaciones o programas que se presentan mediante un sitio web que brindan diferentes servicios, ya sea en el ámbito educativo o del comercio. En el contexto educativo, las herramientas en línea son un recurso auxiliar existente que facilitan la vida y el trabajo cotidiano, y permite comunicarse con otras personas en diferentes tipos de actividades.

Ventajas y limitaciones de los recursos didácticos digitales. En todo ámbito siempre se encuentran aspectos positivos y negativos, precisamente el uso de los recursos didácticos en la educación no son la excepción, dado que también presentan sus ventajas y desventajas que se detallan a continuación.

Ventajas.

1. Motiva a la lectura en los estudiantes ofreciéndole nuevas formas de presentación multimedia, formatos animados y tutoriales para ilustrar procedimientos, videos y material audiovisual.
2. Desarrolla la capacidad de comprender procesos a través de simulaciones y laboratorios virtuales que representan situaciones reales o imaginarias que no están disponibles en el mundo casi real.

3. Facilita el autoaprendizaje al ritmo que va el estudiante, permitiéndole acceder desde un computador y a volver a leer y practicar el material tantas veces como sea necesario.
4. Permite a los estudiantes interactuar y potenciar el aprendizaje con otros usuarios, convirtiendo al recurso digital en un mediador.
5. Facilita la comunicación entre profesores y alumnos dando paso a la globalización, esto es acercarnos a sitios que no se pueden acceder y que gracias a los recursos digitales pueden encontrarse muy cerca.
6. La información creada no se pierde ni se destruye, solo circula.

Desventajas.

1. La calidad de la información es muy amplia y variada, y esto implica a que ese contenido no siempre está correcto y pone en riesgo de encontrar información errada o falsa.
2. Los recursos se vuelven obsoletos en un plazo muy corto, ya que el desarrollo tecnológico avanza muy de prisa.
3. Genera que el ser humano se vuelva dependiente de la tecnología y que se pierde la parte práctica que es tan importante en cualquier área.

2.2.4. Aprendizaje.

Definición. Los seres humanos y otros seres vivos aprenden a través de diferentes mecanismos. Es un proceso continuo en nuestra vida cotidiana. El aprendizaje en los seres humanos se considera un cambio continuo en el comportamiento, que resulta básicamente de experiencias y situaciones que involucran diferentes procesos mentales que se reflejan en nuestros pensamientos y comportamientos Morales, A. (2019).

El aprendizaje humano se vincula con el desarrollo personal y se produce de la mejor manera cuando el sujeto se encuentra motivado, es decir, cuando tiene ganas de aprender y se esfuerza en hacerlo. Para ello emplea su memoria, su capacidad de atención, su razonamiento lógico o abstracto y diversas herramientas mentales.

A medida que se sabe más sobre las dinámicas del aprendizaje, por otro lado, se puede diseñar estrategias educativas mejores y se puede sacar un mejor provecho a las capacidades mentales innatas del ser humano. Los encargados de ello son los pedagogos (Equipo editorial Etecé (2022)).

2.2.5. Teorías del aprendizaje. La educación en nuestra sociedad ha sido un campo que ha sido tratado e investigado por docentes, pedagogos y teóricos en la cual han dedicado mucho esfuerzo por entender la manera en el que el ser humano aprende. Fruto de estas indagaciones se han generado varias teorías a comienzos del siglo XX. Según Heredia, Y. and Sánchez, A. (2019), estos aspectos teóricos tratan de cómo el ser humano aprende ya sea por distintos factores o de diferentes estilos de aprendizaje.

Con base en lo anterior, se puede afirmar que la teoría del aprendizaje surgió de la necesidad de comprender la forma más efectiva para que las personas aprendan y así mejorar el proceso de enseñanza. Por lo tanto, existen varias teorías según diferentes autores; sin embargo, solamente se han tomado en cuenta las siguientes.

1. **Constructivismo**

Una de las teorías más aplicadas en la actualidad en el campo educativo es el constructivismo, por lo cual se define según Guerrero, J. (2020).

En la teoría constructivista, el alumno es el protagonista de su propio aprendizaje que se construye al interactuar con el entorno que lo rodea y se complementa con el conocimiento ya conocido para crear un nuevo aprendizaje.

Esta tendencia tomó forma entre 1970 y 1980 y fue abanderada por Jean Piaget,

Jerome Bruner y David Ausubel. Entre ellos, los constructivistas creen que los aprendices son los sujetos activos del proceso de aprendizaje, y solo podemos aprender cuando interactuamos con la situación para reorganizar nuestra estructura mental para evitar un aprendizaje fugaz o simplemente memorizar contenido Montagud, N. (2020).

2. Conectivismo

Esta doctrina también es conocida actualmente como la teoría del aprendizaje para la era digital, originada así en función del avance tecnológico que ha tenido nuestra sociedad. Lo cual se le considera como la revolución de las teorías tradicionales como el conductismo, cognitivismo y el constructivismo, puesto que estas fueron concebidas cuando la tecnología no estaba tan arraigada en el aprendizaje de esa época. Los principales representantes de esta teoría son George Siemens y Stephen Downes.

Así pues, el conectivismo según Reyna, V. et al. (2022), se encarga de fomentar los procesos de aprendizaje autónomo y colaborativo, en la cual se favorecen de los recursos digitales y principalmente haciendo uso de diferentes metodologías dinámicas (pág. 28). En referencia al rol del docente en esta teoría, según Siemens, debe guiar a sus estudiantes a seleccionar adecuadamente las fuentes confiables de información e inclusive rescatar el conocimiento más relevante. De igual forma, el conectivismo es el que faculta al estudiante a investigar fuentes en la red, o además compartir información con otras personas ya sea realizando foros, etcétera.

De igual forma, como lo manifestó Barón, N. (2016), “el conectivismo es una alternativa que bien vale la pena explorar dentro de nuestras aulas de clase, equilibradamente, sin violentar la educación formal y sin alterar la fundamentación metodológica que cada uno de nosotros tenemos” (pág. 3).

3. Teoría del Aprendizaje significativo

El psicólogo estadounidense David Ausubel introdujo una importante teoría del aprendizaje desarrollado a partir de la educación, la psicología cognitiva, el

aprendizaje y la psicología del desarrollo según cómo se estructura todo aprendizaje.

Bajo este contexto, Heredia, Y. and Sánchez, A. (2019) afirman que:

Las personas relacionamos los nuevos conocimientos con los que ya poseemos. El aprendizaje significativo se basa en un aprendizaje de calidad y ser capaz de comprender a cabalidad los conceptos (pág. 11).

En este sentido, este tratado da a conocer que es relevante el conocimiento previo que la persona posee, para desde allí partir con los nuevos conocimientos, de tal manera que sea un complemento a la información previa del estudiante. Tal y como lo afirma Guerrero, J. (2020) “la labor educativa no parte de cero, puesto que los alumnos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio”.

Actividades de aprendizaje. Las actividades de aprendizaje son tareas o ejercicios individuales que se consideran elementos esenciales para promover el compromiso y el interés por el contenido del material disponible, y que también pueden realizarse individualmente o en grupo, tanto dentro como fuera del aula. Además, el docente debe brindar la orientación adecuada y retroalimentar al estudiante para monitorear su progreso Avella, C. et al. (2015).

Actividades de aprendizaje de la matemática. Con el fin de promover un aprendizaje significativo en la matemática es imprescindible plantearse actividades de aprendizaje que se complementen con la pedagogía del docente manteniendo una formación activa y reflexiva. Es decir, estas actividades deben desarrollar la capacidad de síntesis, análisis, pensamiento crítico, y resolución de problemas.

Tipos de aprendizaje en el área de la matemática. Según Saravia, S. (2019) se detalla los siguientes tipos de aprendizaje en el área de matemáticas:

1. Discutir: se genera en los estudiantes un debate sobre un tema planteado por el docente, y a su vez, se busca los posibles recursos a utilizar (calculadoras gráficas, sitios de materiales didácticos manipulables, entre otros) para una mejor comprensión fomentando el pensamiento crítico.
2. Hacer cálculos: con el apoyo de las TIC(PHPSimplex) los estudiantes pueden analizar datos y encontrar la solución de ejercicios matemáticos en menos tiempo.
3. Resolver un enigma: los estudiantes hacen uso de su raciocinio para encontrar la alternativa más lógica para llegar a la solución (cuadrados mágicos, juegos matemáticos en coolmath) (pág. 95).

2.2.6. Metodología ERCA. Existe una variedad de metodologías para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, una de las más conocidas y apoyadas por pedagogos y académicos es la metodología ERCA desarrollada por David Kolb hacia 1984. Kolb consideraba que el aprendizaje se da basándose en la genética, las experiencias de la vida y del entorno. Este método está compuesto de cuatro fases que se describen a continuación.

Fases.

1. Experiencia: son acontecimientos experienciales de acuerdo con el contenido que se desarrollará en la clase, para ello se puede hacer uso de algunos recursos tales como: gráficas, dramatizaciones, dinámicas y vivencias propias de los estudiantes.
2. Reflexión: se establecen relaciones de causa-efecto desde distintos puntos de vista basándonos en las experiencias percibidas a través de las emociones Web del maestro cmf (2020).
3. Conceptualización: se desarrolla todo el contenido involucrando ya los conceptos o definiciones mediante la práctica y las experiencias que tienen los estudiantes.

4. Aplicación: pone en práctica los conocimientos aprendidos para resolver nuevos retos y afrontar distintas situaciones verificando la validez del conocimiento.

Optimización lineal. El origen de la optimización lineal no se dio necesariamente por buscar un bien común, sino que surgió como un modelo matemático durante el contexto de la segunda guerra mundial con el objetivo de planificar los gastos y los retornos generados durante el conflicto, buscando reducir los costos al ejército y aumentar las pérdidas del enemigo.

Este método matemático no fue público hasta 1947. Posteriormente, cuando la guerra se iba desvaneciendo, muchas industrias comenzaron a utilizar en su planificación diaria. La optimización lineal fue producto de diferentes aportes, como de George Dantzig, quien publicó el algoritmo simplex, en 1947 y el de Jhon Von Neuman, que desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año. Leonid Kantoróvich, fue un matemático ruso, que empleó técnicas similares en la economía antes de Dantzig y ganó el premio Nobel en economía en 1975 Ramos, J. (2015).

De acuerdo con Mora, H. (2004) el término programación lineal es una nomenclatura tradicional, por lo cual este se tiende a confundir con programación de computadores o lenguajes de programación (págs. 9-10). Y por otra parte, desde esta perspectiva de Salazar, B. (2019) afirma que la optimización lineal es también llamada programación y por esta razón se ha considerado definirlo así, en el tema de investigación para evitar confusiones.

Definición. Desde el punto de vista de Ramos, J. (2015), define a la optimización lineal como un modelo matemático que se debe optimizar (hacer máximo o mínimo) cierta función lineal sometida a un conjunto de restricciones que se dan mediante ecuaciones lineales (pág. 28).

Ecuación lineal con dos incógnitas. Una ecuación lineal con dos incógnitas es una igualdad algebraica que se define de la siguiente forma: $ax + by = c$, donde a, b y $c \in \mathbb{R}$, en la cual el grado de x e y es 1 (Ministerio de Educación, 2020). Asimismo, una **solución** de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par (x, y) de valores que hacen verdadera la igualdad.

Función Objetivo. Es la función lineal en dos variables que se busca optimizar, y su forma general es:

$$U = F(x, y) = ax + by + c$$

En el cual a, b y c , son constantes, x y y reciben el nombre de variables de decisión Ramos, J. (2015).

Conjunto de restricciones. Para un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, que expresan un conjunto de restricciones que muestra el problema, en la mayoría de los casos se incluyen la condición de no negatividad.

Modelización de un problema de optimización lineal.

1. Primer modelo

$$a_1x + b_1y \geq c_1$$

$$a_2x + b_2y \geq c_2$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

2. Segundo modelo

$$a_1x + b_1y \leq c_1$$

$$a_2x + b_2y \leq c_2$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

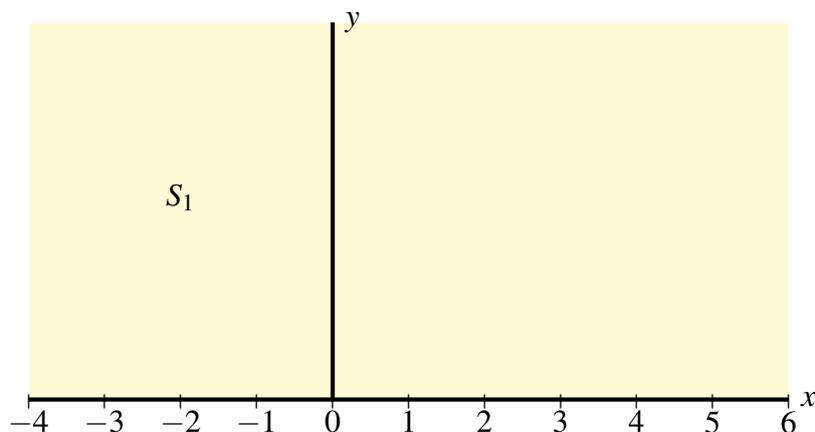
Conjunto de soluciones factibles. Las variables que intervienen en los problemas de optimización lineal son de tipo no negativas. Y se escribe: $x \geq 0, y \geq 0$ para cada de una de estas variables, y además se las asocia a un subconjunto de \mathbb{R}^2 , así (Ministerio de Educación, 2020).

$$S_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq 0\}; \quad S_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0\}$$

Representación gráfica. La representación gráfica de las restricciones $x \geq 0, y \geq 0$ en el plano, en optimización lineal quedará ilustrada de la siguiente manera:

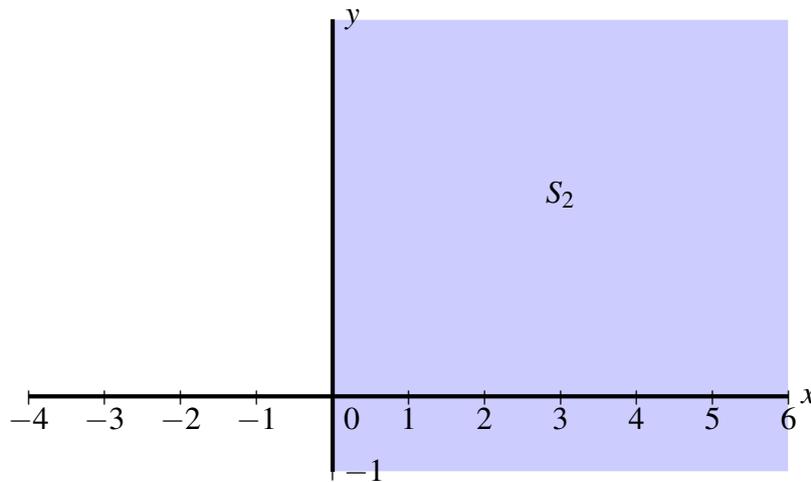
1. s_1 representa un semiplano que se extiende del eje x hacia arriba, según la dirección de eje y , entonces:

Figura 7. Gráfica del semiplano $y \geq 0$



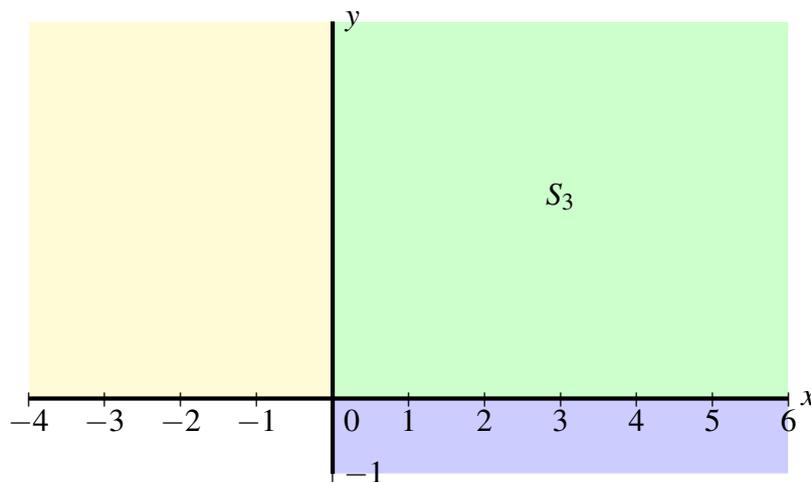
2. S_2 representa un semiplano que se extiende del eje y hacia la derecha, según la parte positiva del eje x , entonces:

Figura 8. Gráfica del semiplano $x \geq 0$



3. Finalmente, el conjunto $S_3 = S_1 \cap S_2$ es $S_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0\}$, lo cual representa la intersección de los dos semiplanos, entonces:

Figura 9. Intersección de los semiplanos $x \geq 0$ y $y \geq 0$



Generalmente, el conjunto de soluciones factibles para un problema de optimización lineal se da en el primer cuadrante.

Aplicaciones de la optimización lineal. La optimización lineal se ha convertido en una herramienta que se sujeta de las matemáticas para contribuir

con otras disciplinas, entre ellas, por ejemplo, el marketing, que permite saber cuál es la combinación más útil de medios para lanzar un producto. Otras disciplinas que se benefician de la optimización lineal son la producción, las finanzas y la logística, ya que ayuda a resolver problemas relacionados con el transporte y los costos.

Otra de las aplicaciones, como sostiene Nión, S. (2015), se da a la mezcla de ingredientes. El problema de la dieta fue una de las primeras aplicaciones de la programación lineal, la cual se desarrolló en los hospitales para determinar la dieta más económica para los pacientes a partir de unas especificaciones nutritivas mínimas (pág. 24).

2.2.7. Definiciones de términos básicos.

Herramienta online: son aplicaciones o programas que se encuentran en las páginas de internet y es de acceso libre con el único requisito de tener una conexión de red. Además, pueden ofrecer múltiples funciones, como editar videos, fotos, conversor a PDF, análisis de datos o calculadoras matemáticas.

Aprendizaje: adquisición de conocimientos sobre la base de las experiencias y relación con el entorno.

Didáctica: de acuerdo con Centro Europeo de Postgrado (2022), la didáctica es una rama de la pedagogía que se apoya de técnicas y métodos de enseñanza para apoyar a los alumnos a través de la práctica.

Recurso didáctico: son los materiales disponibles que ayudan al profesor a llevar los conocimientos de una forma sencilla, despertando el interés y evaluando el desempeño del alumno.

Actividad de aprendizaje: se definen como las diferentes tareas o ejercicios realizados por una persona con el fin de potenciar el aprendizaje.

ERCA: según Collahuaso, Z. (2013) “constituye una metodología para planificar las clases diariamente, basada en la teoría de Piaget y el modelo de aprendizaje propuesto por David Kolb” (págs. 1-3).

Modelización: la modelación matemática es la descripción de situaciones cotidianas, o aspectos del mundo real en términos matemáticos, es decir se utiliza los símbolos para expresar de forma generaliza.

Optimización: es el perfeccionamiento de una actividad o desarrollo de un proyecto para obtener el mejor resultado posible mediante una estrategia.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Enfoque de investigación

Cuantitativo: Se caracteriza por el uso de métodos y técnicas cuantitativas y, por tanto, implica la medición, el uso de cantidades, la observación y medición de unidades analíticas, el muestreo y el procesamiento estadístico. Además, se encarga de recopilar y generalizar datos numéricos entre grupos o explicar un fenómeno en particular Arteaga, G. (2020).

Con lo antes mencionado, la investigación tuvo un enfoque cuantitativo porque se recolectó datos numéricos a través del instrumento aplicado a los estudiantes para la elaboración de una propuesta didáctica sobre el manejo de PHPSimplex en el aprendizaje de optimización lineal.

3.2. Diseño de investigación

No experimental: el diseño de investigación descrito se corresponde con un enfoque no experimental y observacional, ya que no se manipularon las variables y se observó el fenómeno tal y como se dio en el contexto.

3.3. Nivel de la investigación

Investigación propositiva: se estructuró una propuesta didáctica para el empleo de PHPSimplex como herramienta que facilite el aprendizaje de optimización lineal.

3.4. Tipo de la investigación

De campo: se trabajó en el lugar donde se identificó la problemática, es decir, con los estudiantes de tercero de bachillerato de la institución.

3.5. Población y muestra

Población: correspondió a los 71 estudiantes de bachillerato general unificado de la Unidad Educativa José María Román Freile.

Tabla 1

Género de los estudiantes de tercero BGU

Género	F_i	F%
Masculino	18	51%
Femenino	17	49%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Muestra: el muestreo de esta investigación fue no probabilístico y de tipo intencional, pues los sujetos a investigar fueron seleccionados según el criterio del investigador. El grupo de muestra fue de 35 estudiantes de bachillerato general unificado de la Unidad Educativa José María Román paralelo “A”.

3.6. Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

3.6.1. La técnica. Prueba: la prueba es una técnica que permitió obtener información relevante de los estudiantes con base en los conocimientos que tienen sobre la optimización lineal, en la cual fue previamente estructurada por un sistema de preguntas cerradas, ya que ayudó a obtener y elaborar datos de modo rápido y eficaz.

3.6.2. El instrumento. Cuestionario: consta de un conjunto de preguntas que fueron escritas en orden y previamente elaboradas de acuerdo a los criterios

de los objetivos de la investigación.

Previo a la aplicación del instrumento **anexo 6.7.2**, se procedió a la validación por dos expertos que corresponden a dos docentes de la Universidad Nacional de Chimborazo (**ver anexos**) 6.7.2 y 6.7.2. En cuanto al **anexo 6.7.2** se puede visualizar el oficio del permiso solicitado a las autoridades de la institución. Finalmente, el anexo 6.7.2 consta las evidencias de la ampliación del instrumento con el apoyo de las autoridades.

CAPÍTULO IV

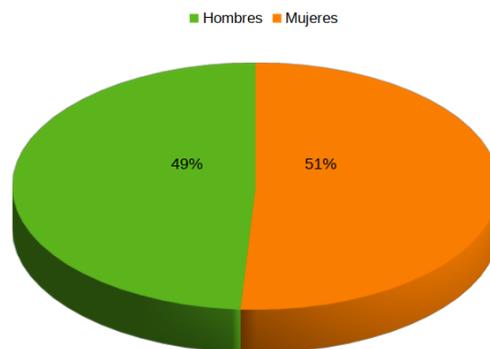
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Presentación de los resultados

Se aplicó una prueba a los estudiantes de tercero BGU paralelo A de la Unidad Educativa José María Román Freile, en la cual se muestran a continuación los siguientes datos. Es evidente que los resultados de una prueba son netamente numéricos, sin embargo, en esta investigación se pretendió encontrar más bien, las falencias que tienen los estudiantes con respecto a la temática de optimización lineal.

Como primera parte se muestra a continuación el género de los estudiantes que fueron parte de la investigación.

Figura 10. Género de los estudiantes de tercero BGU



Interpretación: la población total corresponde a 71 estudiantes, donde la muestra seleccionada fue de 35, por lo que se reflejó que el género femenino representa el 51%, y el 49% masculino.

CUESTIONARIO

1. Identifique las partes del plano cartesiano

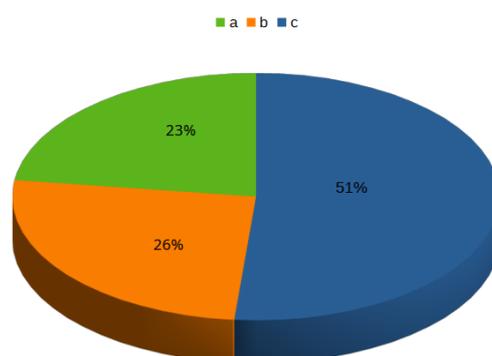
Tabla 2

Plano cartesiano

Alternativas	F_i	$F\%$
Eje x , eje y , primer cuadrante, origen, rectas reales y paralelas	8	23%
Eje de las abscisas, cuadrantes, origen, rectas paralelas	9	26%
Eje x , eje y , cuadrantes, origen, rectas reales y perpendiculares	18	51%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 11. Plano cartesiano



Fuente: Tabla 2

Interpretación: de la prueba aplicada a los estudiantes del tercero de BGU, se obtuvo como resultado que el 51% respondieron correctamente las partes del plano cartesiano, esto indica que algunos estudiantes tienen dificultades para reconocer las partes del plano cartesiano, lo cual puede afectar su comprensión de temas relacionados con la optimización lineal.

2. Indique, ¿cuál es la opción que corresponde al semiplano pintado de la figura 34 ?

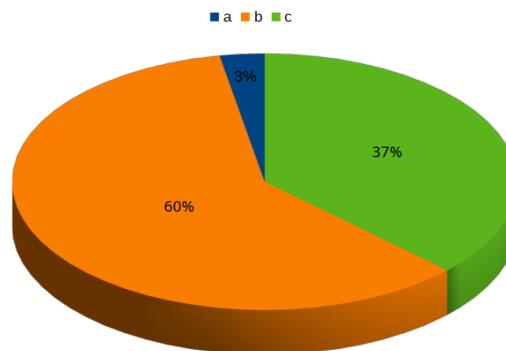
Tabla 3

Gráfica del semiplano $x \geq 0$

Alternativas	F_i	F %
$x = 0$	1	3%
$x \geq 0$	21	60%
$y \geq 0$	13	37%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 12. Gráfica del semiplano $x \geq 0$



Fuente: Tabla 3

Interpretación: los datos arrojados de la prueba aplicada muestran que el 60% sí sabe identificar la gráfica del semiplano dado. Sin embargo, existe un 40% que no responde a estos conocimientos básicos que se contemplan el currículo oficial. Esto influye significativamente en el aprendizaje de la optimización lineal y demás contenidos.

3. Indique, ¿Cuál es la opción que corresponde al semiplano pintado de la figura 35?

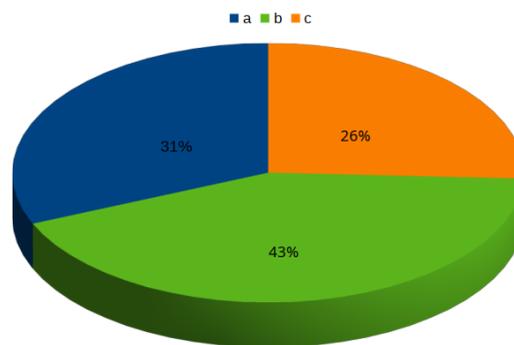
Tabla 4

Gráfica del semiplano $y \geq 0$

Alternativas	F_i	F %
$y \geq 0$	11	31%
$x = 0$	15	43%
$x \leq 0$	9	26%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 13. Gráfica del semiplano $y \geq 0$



Fuente: Tabla 4

Interpretación: de los estudiantes del tercero de BGU de la Unidad Educativa José María Román, solo el 31% respondió correctamente sobre el semiplano pintado de la ilustración dada. Esto demuestra que existen carencias en los conocimientos previos de la representación gráfica, lo que puede afectar negativamente el aprendizaje de temas relacionados con la optimización lineal.

4. ¿Cuál es la expresión que representa la región sombreada de $x \geq 0$ y $y \geq 0$ de la figura 36 ?

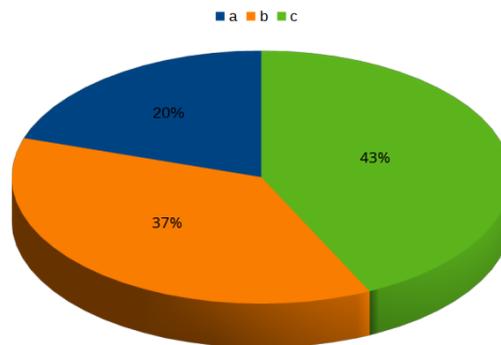
Tabla 5

Gráfica de la intersección de $x \geq 0$ y $y \geq 0$

Alternativas	F_i	F %
$S_3 = S_1 \cap S_2$	7	20%
$S_3 = S_1 \cup S_2$	13	37%
$S_3 = S_1$	15	43%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 14. Gráfica de la intersección de $x \geq 0$ y $y \geq 0$



Fuente: Tabla 5

Interpretación: notablemente, los resultados de la prueba muestran que solo el 43% de los estudiantes seleccionaron la respuesta correcta de acuerdo con el esquema del semiplano dado. Esto indica que una gran cantidad de estudiantes tienen deficiencias en este tema, lo que puede obstaculizar su capacidad para adquirir nuevos conocimientos en el futuro.

5. Identifique las técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales.

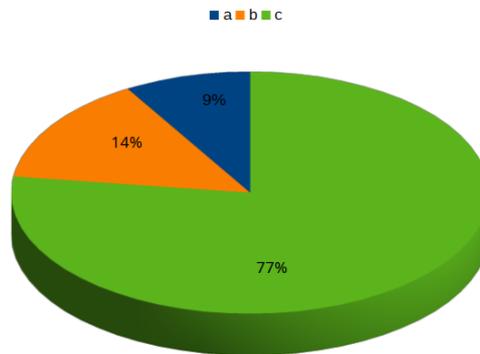
Tabla 6

Técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales

Alternativas	F_i	F %
Técnica de reemplazo, fórmula general, técnica de igualación, método de Cramer	3	9%
Técnica de sustitución, reemplazo, reducción, método de Cramer, fórmula general, método de Gauss	5	14%
Técnica de sustitución, igualación, reducción, método de Cramer, gráfico, método de Gauss	27	77%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 15. Técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales



Fuente: Tabla 6

Interpretación: los resultados reflejan que un 77% contestaron correctamente sobre las técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales, lo cual es algo positivo, ya que estas deben manejarse adecuadamente considerando que son aspectos muy importantes dentro de la matemática y la optimización lineal.

6. ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación y una inecuación?

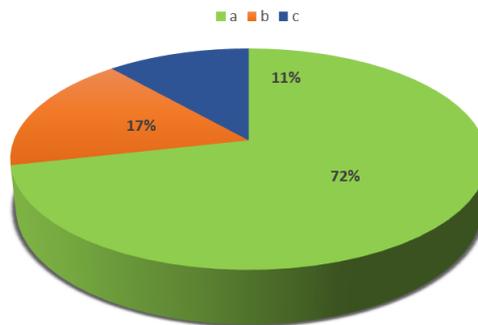
Tabla 7

Diferencia entre ecuación e inecuación

Alternativas	F_i	F %
Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas.	25	71 %
Una ecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas.	6	17 %
Una ecuación es una igualdad entre varias expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas	4	11 %
Total	25	100 %

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 16. Diferencia entre ecuación e inecuación



Fuente: Tabla 7

Interpretación: en efecto, los resultados aseguran que el 72% sí saben diferenciar los conceptos de ecuación e inecuación. Lo cual es considerable manejar la teoría para comprender de mejor manera los ejercicios tanto de ecuaciones como de inecuaciones, considerando que en su mayoría no tendrán problemas en el aprendizaje de optimización lineal.

7. ¿Qué es la programación lineal u optimización lineal?

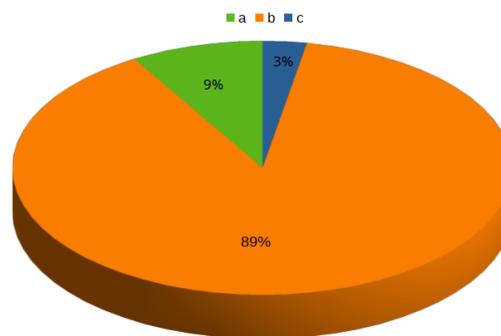
Tabla 8

Definición de optimización lineal

Alternativas	F_i	F %
Es una técnica que permite maximizar la función objetivo tomando en cuenta las restricciones.	3	9%
Es una técnica matemática que permite maximizar o minimizar una función objetivo tomando en cuenta las restricciones.	31	89%
Es una técnica matemática que permite maximizar o minimizar las restricciones.	1	3%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 17. Definición de optimización lineal



Fuente: Tabla 8

Interpretación: en concordancia con la prueba aplicada, desde luego el 88% de los estudiantes responden correctamente sobre la definición del término programación lineal u optimización lineal, lo cual implica que el uso de esta terminología no sería una falencia para el aprendizaje de esta temática.

8. ¿De qué tipo son las variables que intervienen en los problemas de programación lineal?

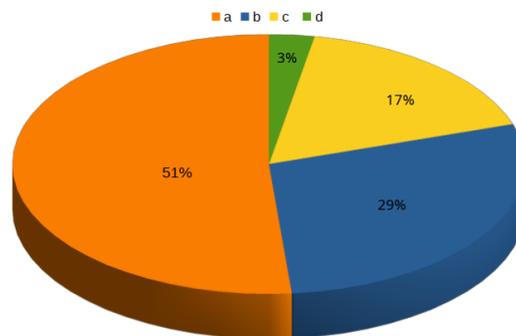
Tabla 9

Variables en optimización lineal

Alternativas	F_i	$F\%$
No negativas ($x \geq 0, y \geq 0$)	18	51%
Negativas($x \leq 0, y \leq 0$)	10	29%
Negativa($x \leq 0$)	6	17%
Negativa($y \leq 0$)	1	3%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 18. Variables en optimización lineal



Fuente: Tabla 9

Interpretación: en cuanto a los resultados arrojados solo el 51% responden apropiadamente, deduciendo así que un grupo numeroso de estudiantes muestran que tienen falencias en reconocer el tipo de variables que intervienen en los problemas de optimización lineal.

9. ¿Cuáles son los tipos de soluciones en programación lineal?

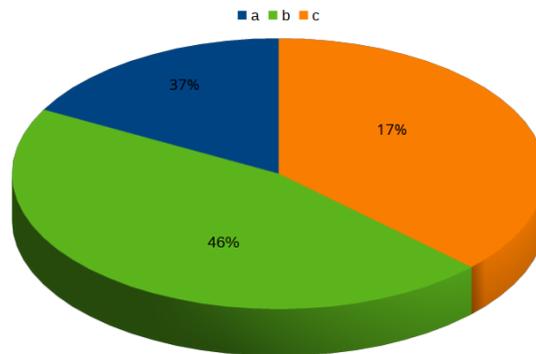
Tabla 10

Tipos de soluciones óptimas en optimización lineal

Alternativas	F_i	F%
Solución única, solución múltiple, no acotada, no factible	6	17%
Solución finita, solución múltiple, acotada, no factible	16	46%
Solución única, solución múltiple, acotada, factible	13	37%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 19. Tipos de soluciones óptimas en optimización lineal



Fuente: Tabla 10

Interpretación: de los datos recolectados, solamente el 17% acertaron. En tal sentido, esto es preocupante porque en su mayoría desconocen sobre los tipos de soluciones óptimas, y eso no permitirá un aprendizaje significativo.

10. Para la solución de un problema de programación lineal, es necesaria la construcción del modelo matemático que implica dos elementos básicos, ¿cuáles son?

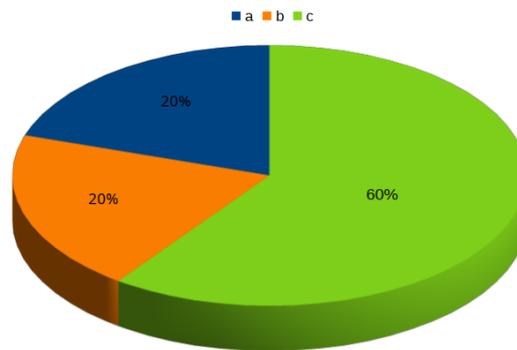
Tabla 11

Elementos básicos de la optimización lineal

Alternativas	F_i	F%
Las restricciones y las ecuaciones	7	20%
Las restricciones y la función objetivo	7	20%
Las ecuaciones y la función objetivo	21	60%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 20. Elementos básicos de la optimización lineal



Fuente: Tabla 11

Interpretación: en la recopilación de datos, se encontró que de los estudiantes del tercero de BGU, solo el 20% identifica los dos elementos básicos como son las restricciones y la función objetivo. No obstante, la mayoría desconoce de este modelo matemático, lo cual repercutirá en el aprendizaje de optimización lineal.

11. **Escoja la definición de función objetivo:**

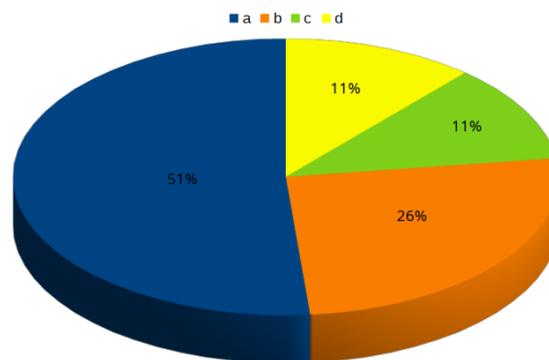
Tabla 12

Definición de función objetivo

Alternativas	F_i	F %
Es aquella función lineal que se optimiza, ya sea maximizando o minimizando su resultado	18	51 %
Es aquella función lineal que se optimiza, y en la cual se maximiza su resultado	9	26 %
Es aquella función lineal que se optimiza, y en la cual se minimiza su resultado	4	11 %
Es aquella función lineal que se evalúa en un vértice cualquiera del polígono	4	11 %
Total	35	100 %

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 21. Definición de función objetivo



Fuente: Tabla 12

Interpretación: los datos reflejan que el 51% definen correctamente la función objetivo, ya que el currículo nacional indica que son contenidos fundamentales en el aprendizaje de optimización lineal, pero un grupo significativo tiene inconvenientes en entender este concepto elemental para seguir con la parte medular de este aprendizaje.

12. **Escoja la forma de enunciar una función objetivo en programación lineal en dos variables:**

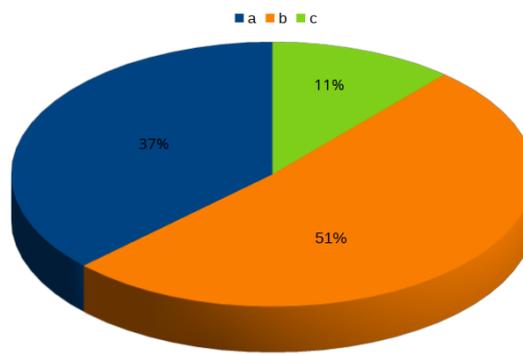
Tabla 13

Forma general de expresar una función objetivo

Alternativas	F _i	F %
$f(x,y) = ax + by + cz^2$	13	37%
$f(x,y) = ax + by$	18	51%
$f(x,y) = ax^2 + y$	4	11%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 22. Forma general de expresar una función objetivo



Fuente: Tabla 13

Interpretación: los resultados reflejan que el 51% seleccionaron la respuesta adecuada, lo cual indica que más de la mitad si conoce como enunciar una función objetivo, sin embargo, existe un número significativo de estudiantes que desconocen lo mencionado antes, repercutiendo en el aprendizaje.

13. ¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones de primer grado, para dos variables?

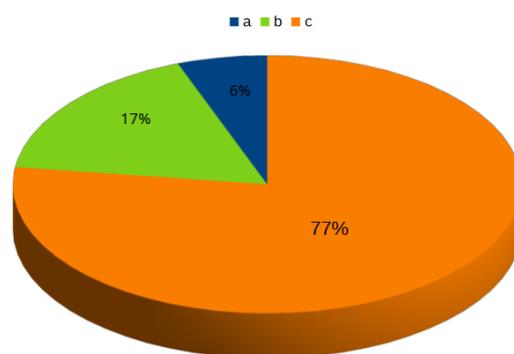
Tabla 14

Pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones primer grado

Alternativas	F_i	F %
Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable y , graficar cada ecuación, encontrar la intersección.	2	6%
Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable x , graficar cada ecuación, encontrar la intersección.	6	17%
Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable x , y luego reemplazar cuando $x = 0$, $y = 0$	27	77%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 23. Pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones primer grado



Fuente: Tabla 14

Interpretación: solo el 6% sabe seguir los pasos adecuados para resolver un sistema de inecuaciones de primer grado. Por otra parte, la mayoría no tiene claramente definidos los pasos a seguir, lo cual repercutirá significativamente en los próximos contenidos del currículo.

14. ¿Cuál es la definición de una restricción?

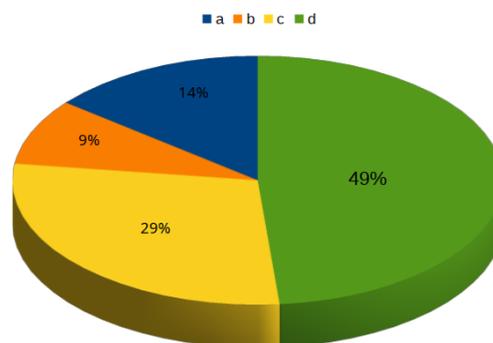
Tabla 15

Definición de restricción

Alternativas	F_i	F %
Son aquellas condiciones que no deben cumplirse al optimizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones o inecuaciones algebraicas.	5	14%
Son aquellas condiciones que deben cumplirse al optimizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones.	3	9%
Son aquellas condiciones que deben cumplirse al maximizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones.	10	29%
Son aquellas condiciones que deben cumplirse al optimizar la función objetivo y puede tratarse de ecuaciones o inecuaciones algebraicas.	17	49%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 24. Definición de restricción



Fuente: Tabla 15

Interpretación: la definición de una restricción es fundamental en el aprendizaje de optimización lineal; sin embargo, solo el 49% de los estudiantes respondieron correctamente. Esto indica que desconocen los conceptos elementales de la optimización lineal.

15. ¿Cuál de los siguientes enunciados representa un ejemplo de restricción para una función objetivo U ?

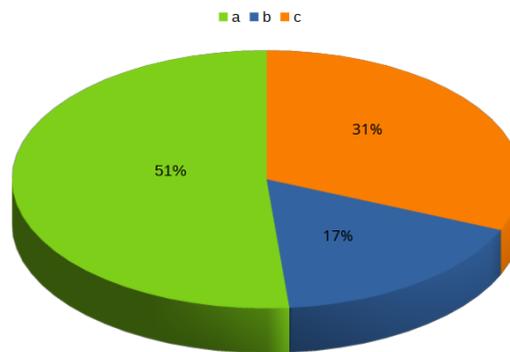
Tabla 16

Identificación de una restricción

Alternativas	F_i	$F\%$
$2x + 5y < 5$	18	51%
$(2, 5)$	6	17%
$100x + 100y = 0$	11	31%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 25. Identificación de una restricción



Fuente: Tabla 16

Interpretación: de los resultados arrojados, se evidencia que solo el 51% saben identificar un ejemplo de restricción. Esto indica que existe una deficiencia en el desarrollo del aprendizaje de la optimización lineal que se contempla en el currículo.

16. ¿Cuántas variables debe tener una restricción en programación lineal para que pueda ser representada en R^2 ?

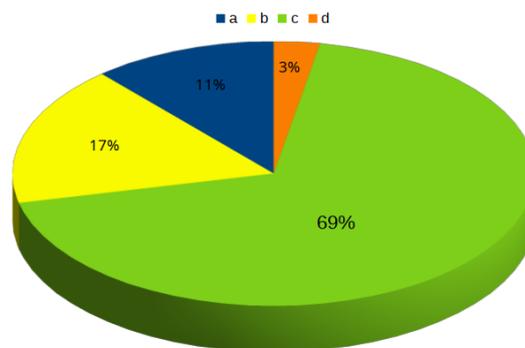
Tabla 17

Número de variables de una restricción

Alternativas	F_i	F %
Una variable	4	11 %
Tres variables	6	17 %
Dos variables	24	69 %
Cuatro variables	1	3 %
Total	35	100 %

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 26. Número de variables de una restricción



Fuente: Tabla 17

Interpretación: tan solo el 69% de los estudiantes tienen claramente definido el número de variables que debe tener una restricción en programación lineal. Si bien este porcentaje es significativo, implica que hay una parte importante de estudiantes que no tienen claro este concepto fundamental para el aprendizaje de la optimización lineal.

17. ¿Qué es una solución factible para un problema de programación lineal?

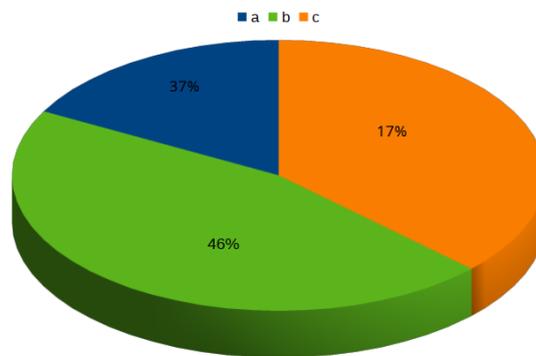
Tabla 18

Definición de solución factible

Alternativas	F _i	F %
Una solución factible de un problema es una solución que satisface la función objetivo	13	37%
Una solución factible de un problema es una solución que satisface todas sus restricciones.	16	46%
Una solución factible de un problema es una solución que no satisface todas sus restricciones.	9	17%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 27. Definición de solución factible



Fuente: Tabla 18

Interpretación: la definición de solución factible es muy importante para dar la solución a un problema de optimización lineal. No obstante, los resultados no son alentadores, ya que solo el 37% de los estudiantes respondieron correctamente. Esto significa que habrá dificultades en el aprendizaje de este tema.

18. ¿En qué cuadrante del plano cartesiano se determina el conjunto de soluciones factibles en un problema de programación lineal?

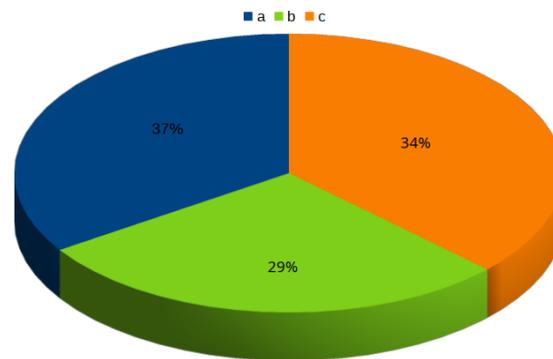
Tabla 19

Determinación de soluciones factibles en programación lineal

Alternativas	F_i	$F\%$
Segundo cuadrante.	12	34%
Cuarto cuadrante.	10	29%
Primer cuadrante.	13	37%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 28. Determinación de soluciones factibles en programación lineal



Fuente: Tabla 19

Interpretación: Las soluciones factibles en optimización lineal se determinan en el primer cuadrante. Por lo tanto, solo el 37% de los estudiantes respondieron apropiadamente. No obstante, se puede afirmar que la mayoría tiene dificultades para identificar una solución factible en el plano cartesiano y en la representación gráfica.

19. ¿Cuál es el proceso para encontrar los vértices del polígono de decisión?

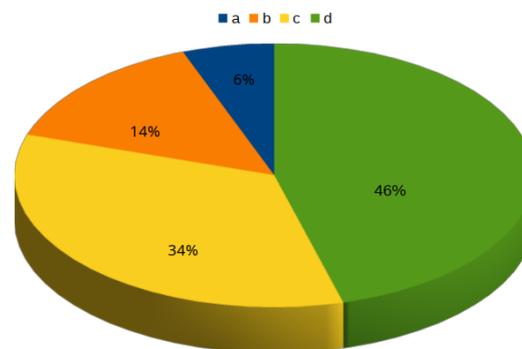
Tabla 20

Procedimiento para encontrar los vértices del polígono de decisión

Alternativas	F_i	$F\%$
Reemplazar $x = 0, y = 0$ en las ecuaciones asociadas	2	6%
Reemplazar $x = 0$ en la función objetivo	5	14%
Resolver el sistema de ecuaciones asociadas y encontrar cada uno de los puntos.	12	34%
Reemplazar $x = 0, y = 0$ en las ecuaciones asociadas y encontrar cada uno de los puntos	16	46%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 29. Procedimiento para encontrar los vértices del polígono de decisión



Fuente: Tabla 20

Interpretación: es indispensable conocer cómo encontrar los vértices del polígono de decisión, porque es la parte medular de la optimización lineal para dar su respectiva solución. Sin embargo, solo el 34% da respuesta positiva. Lo cual es evidente que poseen falencias en la parte algebraica. Además, el desconocimiento del mismo influirá de forma negativa en el aprendizaje.

20. ¿Qué se debe hacer para encontrar la solución en un problema de programación lineal?

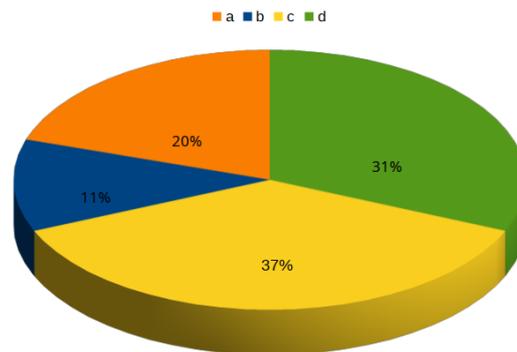
Tabla 21

Solución a un problema de programación lineal

Alternativas	F _i	F%
Escoger un punto de los vértices y reemplazar en la función objetivo.	7	20%
Escoger un valor de 0 y reemplazar en la función objetivo.	4	11%
Escoger cada uno de los puntos de los vértices y reemplazar en la función objetivo, y seleccionar el valor que maximice o minimice el problema.	13	37%
Escoger cada uno de los puntos de los vértices y reemplazar en las ecuaciones asociadas.	11	31%
Total	35	100%

Fuente: Estudiantes del tercero BGU

Figura 30. Solución a un problema de programación lineal



Fuente: Tabla 21

Interpretación: indudablemente, solo el 37% de los estudiantes conocen el proceso adecuado para encontrar la solución de un problema de programación lineal. Esto dificultará el proceso de aprendizaje, ya que no se cumplirá con las destrezas y criterios de desempeño plasmados en el currículo oficial.

4.2. Síntesis de respuestas correctas e incorrectas

Con base a la aplicación de la prueba se encontró los siguientes resultados en correspondencia a las respuestas correctas e incorrectas.

Tabla 22

Resumen de resultados de la prueba aplicada

No. de pregunta	Respuestas correctas	% RC	Respuestas incorrectas	%RI
1	18	51%	17	49%
2	21	60%	14	40%
3	11	31%	24	69%
4	13	37%	22	63%
5	27	77%	8	23%
6	25	71%	10	28%
7	31	89%	4	11%
8	18	51%	17	49%
9	6	17%	29	83%
10	7	20%	28	80%
11	18	51%	17	48%
12	18	51%	17	48%
13	2	6%	33	94%
14	17	49%	18	51%
15	18	51%	17	48%
16	24	69%	11	31%
17	13	37%	22	63%
18	13	37%	22	63%
19	12	34%	23	66%
20	13	37%	22	62%
Media		46.3%		53.45%

Interpretación: cómo se puede observar en la tabla anterior es importante destacar que, si la media del porcentaje de respuestas correctas es menor que la media del porcentaje de respuestas incorrectas, esto sugiere que, en promedio, los estudiantes están teniendo más dificultades para responder correctamente a las preguntas en la evaluación.

En este sentido, es importante tomar medidas para mejorar el aprendizaje, como utilizar herramientas o estrategias pedagógicas que permitan un mejor entendimiento y aplicación de los conceptos de programación lineal. La recomendación de utilizar PHPSimplex podría ser una opción viable para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

4.3. Discusión de resultados

Tomando en cuenta las investigaciones previas, se ha visto que el problema principal en el campo de las matemáticas es su enseñanza-aprendizaje. Es por ello que los pedagogos e investigadores en educación buscan nuevas formas o estilos de aprender mucho más eficientes y dinámicos. De esta manera, se debe apoyarse de las TIC para que los estudiantes se motiven y generen un conocimiento significativo.

Así, como Ramón (2018) encontró que la implementación de actividades didácticas mediadas por la herramienta PHPSimplex influye significativamente en el proceso de aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal durante el estudio de la optimización lineal. En la cual debe ser interactiva y colaborativa, floreciendo su pensamiento crítico, con el objetivo de aprender y aplicar de una manera eficiente la resolución algebraica y gráfica.

Por consiguiente, la propuesta didáctica se apoya del recurso PHPSimplex, y posiblemente no sea la única estrategia que ayudará a superar las falencias que tienen los estudiantes, referente a los resultados obtenidos en esta investigación, sin embargo, hacer uso de esta herramienta despertará el interés y la apreciación de la matemática sin

olvidarse del rigor que exige esta ciencia, con la finalidad de aportar de manera oportuna y fácil para la realización de cálculos algebraicos y gráficos. Finalmente, también favorecerá el ambiente de enseñanza aprendizaje entre el docente y su alumnado provocando que trabajen en equipo.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En esta etapa final de esta ardua indagación, se consiguió llegar al objetivo general. Por el cual, se dieron lugar a las siguientes conclusiones:

- ✓ El análisis de los referentes teóricos sobre el manejo de PHPSimplex demuestra que es una herramienta útil y efectiva para el aprendizaje de la optimización lineal. PHPSimplex permite a los estudiantes visualizar y resolver problemas de optimización lineal de manera interactiva y eficiente, lo que les ayuda a comprender los conceptos teóricos de manera más clara y concreta. Además, el uso de esta herramienta puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades importantes en programación y optimización.
- ✓ Los resultados de la prueba aplicada a los estudiantes del tercero de Bachillerato General Unificado muestran una carencia en los conocimientos previos de programación lineal. Sin embargo, estos resultados proporcionan una oportunidad para mejorar la enseñanza y el aprendizaje en este ámbito. Se recomienda que los docentes revisen y fortalezcan los conceptos básicos, como definiciones, términos importantes y la solución de sistemas de inecuaciones lineales de primer grado, en sus clases. Además, es importante fomentar el interés y la motivación de los estudiantes en este tema a través de la resolución de problemas prácticos y la aplicación de los conceptos en situaciones reales. Finalmente, los docentes deben brindar recursos adicionales, como tutorías y materiales didácticos, para apoyar el aprendizaje de los estudiantes en programación lineal.

- ✓ La propuesta desarrollada con base en la herramienta PHPSimplex está basada en la teoría del aprendizaje para la era digital, por lo que es indispensable que las TIC sean un complemento en la metodología utilizada por el docente. La propuesta es un material de trabajo que facilita el quehacer pedagógico de los docentes del área de matemáticas, quienes en muchas ocasiones practican una metodología tradicional que resulta tediosa para los discentes, ya que ellos se sienten más cercanos a estos nuevos recursos tecnológicos. Las actividades de aprendizaje se encuentran en un orden adecuado para que el estudiante conjugue los conocimientos previos con el nuevo conocimiento.

Finalmente, la implementación de PHPSimplex en el aula permitirá a los estudiantes resolver problemas de optimización lineal de manera visual e interactiva, lo que les ayudará a comprender los conceptos teóricos de manera más clara y concreta.

5.2. Recomendaciones

Con la experiencia que se ha generado en el transcurso de la investigación es relevante sugerir algunas recomendaciones:

- ✓ Investigar en fuentes confiables, como libros, tesis y artículos, sobre las definiciones, métodos y teorías de la optimización lineal, para que los talleres mencionados en la propuesta puedan desarrollarse correctamente.
- ✓ Proporcionar apoyo y seguimiento a los estudiantes para que a lo largo de su proceso de aprendizaje puedan ir resolviendo sus dudas basadas en los conocimientos adquiridos.
- ✓ Implementar programas de capacitación a los docentes para que utilicen metodologías activas con base en las TIC, con la finalidad de que hagan uso de PHPSimplex como herramienta mediadora del proceso de aprendizaje de la optimización lineal

y además, que se realicen ejercicios de participación activa por parte del docente para que el tema de la optimización lineal se profundice mucho más y se le dé la importancia necesaria.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

6.1. Título de la propuesta

Aprendizaje de optimización lineal mediante PHPSimplex

6.2. Introducción de la propuesta

La presente propuesta se realiza apoyándose de la teoría conectivista, también llamada de la era digital, debido a que en la actualidad la tecnología es un pilar fundamental dentro del ámbito educativo. Por lo tanto, el uso de los recursos didácticos basados en las TIC facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje. La misma guía ayudará al docente a implementar herramientas web interactivas como PHPSimplex para el aprendizaje de la programación lineal.

De esta manera PHPSimplex se vuelve atractivo y práctico para el estudio de esta temática, porque no solamente permite la resolución de ejercicios, sino que también contiene la teoría, ejemplos, modelos de problemas, y su historia.

Con el fin de mantener los lineamientos institucionales la propuesta se apoyará de la metodología ERCA, que consta de 4 fases (Experiencia, Reflexión, Conceptualización y Aplicación) que ha sido sugerida por el Ministerio de Educación. Por otra parte, las actividades están orientadas especialmente a la fase de Aplicación.

La propuesta didáctica en relación con el currículo oficial establecido debe desarrollarse en un tiempo aproximado de 3 semanas (15 horas) de clases.

Cabe mencionar, que la presente propuesta es producto de la investigación realizada, en la cual se ha encontrado que el uso de los recursos didácticos fomenta el aprendizaje de forma interactiva.

6.3. Presentación de la propuesta

La guía está compuesta de diferentes actividades sobre ejercicios planteados de programación lineal, apoyándose en la herramienta web PHPSimplex. Se explica paso a paso todo el proceso que debe seguir el docente, buscando así un mejor aprendizaje en los estudiantes de tercero de bachillerato. En los ejemplos propuestos se evidencia el uso de PHPSimplex, donde el docente puede generar nuevas actividades y adecuarlas a su realidad, tomando como base lo presentado.

El recurso didáctico PHPSimplex está orientado a la solución de ejercicios de optimización lineal. Asimismo, los docentes optimizarán el trabajo haciendo sus clases más dinámicas, entretenidas y, sobre todo, teniendo la atención de los estudiantes. Además, se motiva a los discentes en la investigación, el empleo de herramientas para las matemáticas y la construcción de nuevos conocimientos.

Este planteamiento está dirigido específicamente al personal docente del área de matemáticas de tercero de bachillerato de la Unidad Educativa José María Román Freile. De esta manera, se puede tener una descripción general y se constituye en una herramienta imprescindible en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

6.4. Objetivos de la propuesta

6.4.1. Objetivo general de la propuesta.

- ✓ Incorporar PHPSimplex en actividades de aprendizaje de optimización lineal para generar un aprendizaje significativo.

6.4.2. Objetivos específicos de la propuesta .

- ✓ Promover el uso de la herramienta web PHPSimplex a los docentes de la Unidad Educativa José María Román Freile para la enseñanza de optimización lineal en tercero de bachillerato.
- ✓ Diseñar un conjunto de actividades didácticas que utilicen PHPSimplex para resolver problemas de optimización lineal, con el fin de mejorar la comprensión de los estudiantes y fomentar su capacidad de aplicar esta herramienta en diferentes contextos.

6.5. Recursos para la implementación de la propuesta

La propuesta didáctica precisa de pocos recursos humanos, así como de materiales, con el fin de que su ajuste se adecúe a cualquier centro educativo y a las necesidades de los estudiantes. Referente a los recursos humanos, se requiere de un docente de la especialidad de matemáticas por cada grupo de alumnos. Por otra parte, los talleres están pensados para realizarse en el aula usual de clase, pues en el caso del centro educativo donde se ha llevado a cabo, sí disponen de centro de cómputo con conexión a internet. Otro recurso es tener como guía el libro de matemáticas proporcionado por el Ministerio de Educación.

6.6. Desarrollo de la propuesta

En efecto, el desarrollo de la propuesta se presenta mediante talleres propuestos para la unidad 5 que corresponde a programación lineal y regresión lineal. Además, se parte del objetivo de la unidad que expresa lo siguiente: desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación. Por consiguiente, se han desarrollado los siguientes cinco talleres sobre la base de la unidad mencionada y las destrezas con criterio de desempeño de cada tema.

6.6.1. Taller 1. Introducción a PHPSimplex.

Fase 1: Experiencia

Para familiarizarse en el uso de la herramienta, es necesario realizar las siguientes interrogantes.

1. ¿Qué son las herramientas tecnológicas?

Son programas y aplicaciones que tienen la característica de no requerir una licencia, y que principalmente facilitan la realización de una tarea ahorrando tiempo y recursos.

2. ¿Qué es una herramienta online?

Son las diferentes páginas, aplicaciones o programas que se encuentran en internet y que se pueden acceder mediante computadora, tablet o celular a través de internet.

3. ¿Cuáles son las características de una herramienta online?

Entre las peculiaridades que tiene una herramienta online son, por ejemplo, que pueden tener una navegación sencilla, es decir, que los usuarios encuentren lo que están buscando en la menor cantidad de clics posibles.

4. ¿Cuáles son las herramientas utilizadas para resolver ejercicios de optimización lineal?

De las herramientas que se destacan son: PHPSimplex, Pm Plan de Mejora, Zweig media y AtoZmath.com y el software GeoGebra que permiten la resolución de ejercicios de optimización lineal mediante diferentes métodos, en particular, el método gráfico.

Fase 2: Reflexión

1. ¿Por qué es importante hacer uso de las herramientas tecnológicas?
2. ¿Ha utilizado alguna herramienta online para el aprendizaje de la matemática?
3. ¿Para qué sirven las herramientas online dentro del proceso de enseñanza aprendizaje?
4. ¿Cree usted que es fundamental aprender optimización lineal mediante alguna herramienta online?

Fase 3: Conceptualización

1. **PHPSimplex**

Es una herramienta online que ayuda a estudiantes y docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la optimización lineal de forma interactiva, ya que resuelve ejercicios por varios métodos como el método gráfico, siendo su uso libre y gratuito.

2. **Características de PHPSimplex**

Es dinámico, de fácil acceso y está disponible en varios idiomas, puesto que, no cuenta con limitaciones en el número de variables de decisión ni en las restricciones

de los problemas. Además, no solo muestra los resultados finales sino también las operaciones intermedias.

3. Como usar PHPSimplex

Primeramente, para acceder al recurso se debe ingresar al siguiente enlace:

<http://www.phpsimplex.com/#:~:text=PHPSimplex%20es%20una%20herramienta%20online,PHPSimplex%C2%BB%20en%20el%20men%C3%BA%20superior.>

A continuación, aparecerá su página principal, en la cual se muestra un hipervínculo en la descripción para ingresar a la herramienta.

Figura 31. Página principal de PHPSimplex



Posteriormente, aparecerá la siguiente pantalla, donde se puede elegir el método a resolver, en este caso se deberá elegir el método gráfico. El número de variables de decisión para este método será 2 y n restricciones, considerando que las restricciones $x, y \geq 0$ están de forma implícita.

Figura 32. Introducción de datos de un problema de optimización lineal

The screenshot shows the 'PHPSimplex' application window. At the top, the title 'PHPSimplex' is displayed in a bold, serif font. Below the title, there is a dropdown menu labeled 'Método:' with 'Gráfico' selected. Underneath, there are two input fields: '¿Cuántas variables de decisión tiene el problema?' with the value '2' entered, and '¿Cuántas restricciones?' also with the value '2' entered. At the bottom center of the window is a button labeled 'Continuar'.

Luego, presione clic en el botón continuar, y aparecerá la siguiente pantalla.

Figura 33. Introducción de datos segunda parte

The screenshot shows the 'Método Gráfico' application window. The title 'Método Gráfico' is centered at the top in a bold, serif font. Below the title, there is a dropdown menu labeled '¿Cuál es el objetivo de la función?' with 'Maximizar' selected. Underneath, there is a label 'Función:' followed by two input fields for coefficients, with 'X1 + ' and ' X2' between them. Below this, the label 'Restricciones:' is followed by two rows of input fields. Each row contains two coefficient input fields, a plus sign, a dropdown menu with '≤' selected, and a final input field for the right-hand side value. At the bottom, the text 'X1, X2 ≥ 0' is displayed, and a 'Continuar' button is centered at the very bottom.

En la imagen anterior se puede observar que dependiendo del ejercicio se puede elegir entre sí se desea **maximizar** o **minimizar**, ingresando la función objetivo en los espacios.

Fase 4: Aplicación Actividades: Escoja la alternativa correcta.

1. ¿Cuántas variables de decisión tiene un problema por el método gráfico?
 - a) Una variable
 - b) Dos variables
 - c) Tres variables
 - d) Cuatro variables

2. ¿Cuáles son los tipos de optimización lineal se dan con la función objetivo?
 - a) Maximizar y reducir
 - b) Maximizar y ampliar
 - c) Maximizar y minimizar
 - d) Optimizar y minimizar

3. ¿Cuáles son las restricciones implícitas que se presenta la herramienta web?
 - a) $x \geq 1, y \geq 0$
 - b) $x \geq 0, y \geq 1$
 - c) $x \leq 1, y \leq 0$
 - d) $x \geq 0, y \geq 0$

6.6.2. Taller 2. Ecuaciones lineales con dos incógnitas. Soluciones enteras. DCCD: M.5.2.24.

Aplicar la divisibilidad de números enteros, el cálculo del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de un conjunto de números enteros, y la resolución de ecuaciones lineales con dos incógnitas (con soluciones enteras no negativas) en la solución de problemas.

Fase 1: Experiencia

Expresiones algebraicas: una expresión algebraica está compuesta por términos que son números y letras que están relacionadas mediante las operaciones aritméticas como son: adición, sustracción, multiplicación y división.

1. Clasificación de las expresiones algebraicas

Las expresiones algebraicas están compuestas por: monomios, binomios, trinomios, y polinomios.

Monomio: es una clase de polinomio que tiene un solo término.

Ejemplo: $5a$

Binomio: está compuesto por dos términos.

Ejemplo: $\frac{-1}{2}a + 2b$

Trinomio: está compuesto por tres términos.

Ejemplo: $2x^2 + 5x - \frac{1}{8}$

Polinomio: es una expresión algebraica compuesta por la suma de dos o más términos.

Ejemplo: $4x^3 - 6x^2 + 12x - 1$

2. Lenguaje natural

Es el lenguaje cotidiano que utilizamos en la vida diaria, y se expresa en palabras.

Ejemplo: La edad de Pedro es el doble de la edad de Anita.

3. Lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que normalmente conocemos como lenguaje natural.

Ejemplo: Un número cualquiera más su consecutivo. $x + (x + 1)$

4. Lenguaje Numérico

Expresa la información matemática a través de números, y a veces, es necesario

usar letras para expresar números desconocidos.

Ejemplo: La mitad de número: $\frac{x}{2}$

5. Ecuación lineal con una incógnita

Una ecuación es una igualdad entre dos términos, que se expresan con números y letras. Estas letras se denominan incógnitas o variables.

Ejemplo: $5x + 6 = -8$

6. Elementos de una ecuación

Una ecuación está compuesta por dos miembros, el primero está escrito a la izquierda del signo igual, y el segundo miembro a la derecha en donde, los dos lados del signo igual son equivalentes.

$$\underbrace{\frac{1}{3}x - 5}_{\text{Primer miembro}} \quad \underbrace{=}_{\text{Signo de igualdad}} \quad + \quad \underbrace{6 + 12x}_{\text{Segundo miembro}}$$

7. Valor de la incógnita

Encontrar el valor de la incógnita significa que hallar un valor que hace verdadera la ecuación.

Ejemplo:

$$\frac{1}{3}x - 5 = 6 + 12x$$

$$\frac{1}{3}x - 5 + 5 = 6 + 5 + 12x \rightarrow \text{Sumar 5 a los dos miembros para eliminar el término}$$

$$\frac{1}{3}x = 11 + 12x \rightarrow \text{términos semejantes}$$

$$\frac{1}{3}x - 12x = 11 + 12x - 12x \rightarrow \text{restar } -12x \text{ a los dos miembros}$$

$$\frac{1}{3}x - 12x = 11$$

$$\frac{x - 36x}{3} = 11 \rightarrow mcm$$

$$\frac{(3)(x-36x)}{3} = 11(3) \rightarrow \text{multiplicar (3) a cada miembro}$$

$$x - 36x = 33 \rightarrow \text{términos semejantes}$$

$$-35x = 33$$

$$\frac{-35x}{-35} = \frac{33}{-35} \rightarrow \text{dividir por } -35 \text{ a cada miembro}$$

$$x = \frac{-33}{35}$$

∴ El valor de la incógnita es $\frac{-33}{35}$ que hace verdadera la igualdad.

Fase 2: Reflexión

1. ¿Por qué es importante conocer sobre las expresiones algebraicas?
2. ¿Cuál es la clasificación de las expresiones algebraicas?
3. ¿Por qué se debe usar el lenguaje algebraico?
4. ¿Cómo se define una ecuación?
5. ¿Qué es encontrar el valor de la incógnita?

Fase 3: Conceptualización

1. Ecuación lineal con dos incógnitas

Definición: Es una igualdad algebraica de la siguiente forma $ax + by = c$ donde x e y se denominan incógnitas, y $a, b, c \in \mathbb{R}$. Así mismo, la solución de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par ordenado (x, y) que satisfacen la igualdad.

Ejemplo: Dada la siguiente ecuación $2x + 3y = 1$, $x = 5$, $y = -3$ es una solución, pues verifica la igualdad.

$$2(5) + 3(-3) = 1$$

$$10 - 9 = 1$$

$$1 = 1 \quad \rightarrow \text{Verdadero}$$

2. Soluciones enteras no negativas

Las ecuaciones lineales con dos incógnitas son de la forma:

$$ax + by = c$$

Donde $a, b \in \mathbb{R}$, tales que $|a| + |b| \geq 0$ y $x, y \in \mathbb{R}$ denotan las incógnitas.

Se quiere buscar soluciones enteras positivas cuando $a, b \in \mathbb{Z}$, es decir hallar $m, n \in \mathbb{Z}^+$, tales que $am + bn = c$.

Fase 4: Aplicación

1. Dada la ecuación determinar todas las soluciones enteras, esto es, hallar $(m, n) \in \mathbb{Z}^2$, tal que $6m + 3n = 12$, además compruebe que m, n son soluciones de la ecuación.
2. Obtenga dos soluciones de cada ecuación y represente gráficamente las rectas correspondientes.

a) $2x + y \left(1 + \frac{8}{4}\right) = 3$

b) $x + 5 = -y + 45$

c) $\frac{1}{2}x + 10 = \frac{5}{2} + 14y$

d) $-x + 34y = 0$

e) $-2(x + 9) + 2y = 0$

f) $0,5x + \frac{1}{12}y = -1 + \frac{55}{3}x$

$$g) \quad \frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = 8$$

$$h) \quad -8x + 5 = -100y + 40x$$

$$i) \quad 912y - x + 5 = 12$$

$$j) \quad \frac{5}{6}y = 24y + 5x - \frac{1}{2}$$

3. Dada la ecuación lineal, escriba una **V** si es Verdadero, y **F** si es Falso.

a) Dada: $2x + 10y = 52$ si $y = 0$, entonces $x = 28$ ()

b) Dada: $\frac{12}{7}x - 14 = 5y$ si $y = 0$, entonces $x = \frac{49}{6}$ ()

c) Una ecuación lineal con dos incógnitas es de la forma $by - ax - c = 0$ ()

6.6.3. Taller 3. Problema de la programación lineal. Conjunto de soluciones factibles. DCCD: M.5.2.25. Reconocer un subconjunto convexo en \mathbb{R}^2 y determinar el conjunto de soluciones factibles, de forma gráfica y analítica, para resolver problemas de programación lineal simple (minimización en un conjunto de soluciones factibles de un funcional lineal definido en \mathbb{R}^2).

Fase 1: Experiencia

Responda las siguientes preguntas generadoras:

1. ¿Cómo usted identifica un punto en el plano cartesiano?
2. ¿Qué son las variables de decisión?

Fase 2: Reflexión

1. ¿Qué es una función objetivo?
2. ¿Qué es una restricción?

3. ¿Qué es una región factible?
4. ¿Qué entiende usted por solución factible?
5. ¿Qué entiende usted por solución óptima?
6. ¿Qué entiende usted por solución óptima?
7. En un problema de optimización lineal, ¿las variables que intervienen pueden ser negativas? Explique
8. ¿En qué cuadrante se determina el conjunto de soluciones factibles?

Fase 3: Conceptualización

1. *Función objetivo*: es aquella función que se optimiza, ya sea maximizando o minimizando su resultado.
2. *Restricciones*: son aquellas condiciones que deben cumplirse al optimizar la función objetivo. Puede tratarse de ecuaciones o inecuaciones algebraicas.
3. *Región factible*: es el conjunto solución o también llamado conjunto convexo del conjunto.
4. *Solución factible*: es cada punto que pertenece a la región poligonal que representa a la región factible.
5. *Problema de la programación lineal*: se dice que un problema de programación lineal consiste en encontrar el óptimo(máximo o mínimo) de una función lineal que está sujeta a ciertas restricciones.

Fase 4: Aplicación

1. Lea y resuelva el siguiente problema de optimización lineal, y compruebe sus resultados ingresando al recurso PHPSimplex.

- a) En la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba. Existen una prueba para el ingreso a la carrera de ingeniería, donde la prueba tiene preguntas de tipo **A** que valen 20 puntos y de tipo **B** valen 30 puntos. El tiempo para contestar una pregunta del tipo **A** es de 4 minutos y para una del tipo **B** es de 8 minutos. El tiempo máximo permitido para la solución es de 96 minutos y no se puede contestar más de 18 preguntas. Suponiendo que el estudiante contesta solo respuestas correctas, ¿cuántas preguntas de cada tipo deberá resolver para obtener la calificación máxima?

Tabla 23

Datos del problema de optimización lineal

Tipo de preguntas	Puntos	Tiempo	No. Preguntas
A	20	4	x
B	30	8	y
	Tiempo disponible	96	18

Definición de las variables

- x = número de preguntas de tipo **A**.
- y = número de preguntas de tipo **B**.

Función objetivo

$$Z = F(x,y) = 20x + 30y$$

Restricciones

$$4x + 8y \leq 96$$

$$x + y \leq 18$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

6.6.4. Taller 4. Puntos extremos y solución óptima. DCCD:

M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal, graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.

Fase 1: Experiencia

1. ¿Qué se entiende por puntos extremos?
2. ¿Las soluciones factibles de un problema de programación lineal pueden ser negativas?
3. ¿En qué ámbitos pueden ser utilizados los problemas de programación lineal?

Fase 2: Reflexión

1. ¿Qué significa la simbología $\max_{(x,y) \in S} U$?
2. ¿Qué significa la simbología $\min_{(x,y) \in S} U$?
3. ¿Cuáles son los pasos para encontrar los vértices de la región factible?

Fase 3: Conceptualización

1. *Punto extremo:* es aquel punto donde se intercepta un subconjunto de restricciones.
2. *Solución óptima:* es la solución factible que optimiza a la función objetivo.
3. *Vértices de la región factible:* los vértices son puntos que se obtienen como solución de sistemas de ecuaciones lineales determinadas por las restricciones.

Fase 4: Aplicación

1. Maximizar la siguiente función objetivo $F(x,y) = 4x + 3y$ sujeta a las siguientes restricciones.

$$30x + 20y \leq 1800$$

$$x + y \leq 80$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Nota: Comprobar la resolución del método gráfico mediante PHPSimplex

2. Minimizar $F(x,y) = 2x + 5y$ sabiendo que las restricciones están dadas de la siguiente manera:

$$x + y \geq 5$$

$$x \leq 5$$

$$y \geq 5$$

Nota: Comprobar la resolución del método gráfico mediante PHPSimplex e, indique si la región factible es acotada o no acotada y ¿Por qué?

3. Dada $Z = F(x,y) = 6x + 8y$ sometida a las siguientes restricciones, resuelva mediante el método gráfico y compruebe usando la herramienta.

$$40x + 10y \geq 2400$$

$$10x + 15y \geq 2100$$

$$5x + 15y \geq 1500$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

6.6.5. Taller 5. Modelización de problemas de optimización lineal.

DCCD: M.5.2.27. Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción, un modelo en la industria química, un problema de transporte simplificado), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

Fase 1: Experiencia

1. ¿Qué es un modelo matemático?
2. En la práctica ¿Para qué sirve maximizar o minimizar recursos?
3. ¿Cuáles son los elementos básicos para la construcción de un modelo matemático?

Fase 2: Reflexión

1. ¿En qué ámbitos puede ser útil un modelo matemático?
2. ¿En qué ámbitos puede ser útil un modelo matemático?

Fase 3: Conceptualización

1. Modelo matemático: es una representación resumida mediante el uso de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas de un problema de la vida diaria con dos o más variables.

Fase 4: Aplicación

Analice y resuelva el siguiente problema de optimización lineal y complete la tabla.

1. Un herrero con 80 Kg de acero y 120 Kg de aluminio quiere hacer bicicletas de paseo y de montaña que quiere vender, respectivamente a 20.000 y 15.000 pesos cada una para sacar el máximo beneficio. Para la de paseo empleará 1 Kg. De acero y 3 Kg de aluminio, y para la de montaña 2 Kg de ambos metales. ¿Cuántas bicicletas de paseo y de montaña deberá fabricar para maximizar las utilidades?

	Requerimientos de materiales		Precio de venta
	Acero	Aluminio	
Bicicletas de pase			
Bicicletas de montaña			
Disponibilidad			

- Definir las variables
- Escribir la función objetivo
- Restricciones

6.7. Limitaciones y prospectiva de la propuesta

6.7.1. Limitaciones de la propuesta. Dado que la perfección no existe, esta propuesta presenta algunas limitaciones debido a que está solamente enfocado a un destinatario específico, tercero de bachillerato, por lo que no es posible formular ejercicios de aplicación en el desempeño profesional de los distintos campos del quehacer humano, como medicina, ingeniería, marketing, agronomía, entre otros.

Puesto que en el nivel de bachillerato aún no se han desarrollado conocimientos suficientes para desempeñarse en estos campos, el recurso didáctico propuesto solamente

brinda algunas herramientas de apoyo para el bachillerato, ya que para un nivel más avanzado es preciso utilizar otras herramientas que vayan de acuerdo al ámbito y aplicación de las matemáticas.

6.7.2. Prospectiva de la propuesta. Si bien es cierto en esta propuesta, se presentan algunas actividades para potenciar el aprendizaje; también se presenta la oportunidad para que el docente, por medio de su capacidad y creatividad, pueda seguir innovando y, a la vez, brindando una educación de calidad, abordando temas útiles y de interés para sus estudiantes.

La matemática es un campo inmenso y su estudio debe tener aplicaciones más reales y del entorno que rodean al estudiante. Los problemas de optimización y la modelación son idóneos para inculcar en los alumnos la resolución de problemas reales cotidianos mediante el uso de la herramienta propuesta. Asimismo, se motiva la búsqueda y, ¿por qué no?, la creación de nuevas herramientas que aporten valor en el ámbito matemático y, sobre todo, en la educación, que es el pilar fundamental del crecimiento humano.

Tanto docentes como alumnos pueden sacarle el máximo provecho a la herramienta PHPSimplex, lo que permitirá mejorar de manera considerable los conocimientos y, sobre todo, aprovechar el tiempo en salón de clases manteniendo siempre la atención, concentración, creatividad, investigación y la innovación. Se presenta la oportunidad de descubrir nuevos campos de conocimiento, nuevas herramientas digitales para la enseñanza-aprendizaje y, sobre todo, nuevas metodologías que pueden ser implementadas en el proceso educativo de la institución.

BIBLIOGRAFÍA

- Arteaga, G. (2020). Definición de enfoque cuantitativo.
- AU (2022). Elementos a tener en cuenta en el diseño de la propuesta didáctica.
<https://www.ayudauniversitaria.com/propuesta-didactica/>.
- Avella, C., Syoval, E., and Montañez, C. (2015). Selección de herramientas web para la creación de actividades de aprendizaje en cibermutua. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 8(1):2.
- Barón, N. (2016). Conectivismo. page 3.
- Centro Europeo de Postgrado (2022). ¿qué es la didáctica?
- Collahuaso, Z. (2013). Incidencia de la aplicación de la técnica erca en el rendimiento escolar de los niños del tercer año de educación básica de la escuela 28 de septiembre de la ciudad de ibarra. Master's thesis, Universidad Tecnológica Equinoccial.
- Equipo editorial Etecé (2022). ¿qué es el aprendizaje? <https://concepto.de/aprendizaje-2/>.
- Gascón, D. (2018). El uso de las tic en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria: aplicación a las fracciones. Master's thesis, Universidad de Valladolid.
- Guerrero, J. (2020). Teorías del aprendizaje. <https://docentesaldia.com/2020/07/19/teorias-del-aprendizaje-mas-importantes-resumen-e-ideas-principales/>.

- Guerrero, J., Rodríguez, A., and Facuy, J. (2018). *Herramientas pedagógicas para un proceso de enseñanza innovado*. UTMACH, Machala-Ecuador.
- Heredia, Y. and Sánchez, A. (2019). ¿qué es el aprendizaje?
- Leyva, A., Carreño, M., Estrada, I., Syoval, A., and Carreño, M. (2015). Appsimplex: Herramienta tipo m-learning como apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la programación lineal en una asignatura de investigación de operaciones. *Anais da X Conferencia Latino-Americana de Objetos e Tecnologias de Aprendizagem*, page 156.
- Montagud, N. (2020). Las 9 teorías del aprendizaje más importantes. <https://psicologiaymente.com/desarrollo/teorias-aprendizaje>.
- Mora, H. (2004). *Programación lineal*. Bogotá-Colombia.
- Morales, A. (2019). Aprendizaje. <https://www.todamateria.com/aprendizaje/>.
- Nión, S. (2015). Programación lineal. aplicaciones a la economía y a la empresa. Master's thesis, UNIVERSIDADE DA CORUÑA.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura UNESCO (2021). Aprendizaje digital y transformación de la educación. <https://www.unesco.org/es/education/digital>.
- Ramos, J. (2015). Introducción a la programación lineal. Master's thesis.
- Ramón, J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la programación lineal mediada con phpsimplex en la educación secundaria. Master's thesis, Universidad Nacional Hermilio Valdizán.

- Ramón, J. (2018). Enseñanza y aprendizaje de la programación lineal mediada con phpsimplex en la educación secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1):921.
- Reyna, V., Lescano, G., and Boy, A. (2022). El conectivismo en el aprendizaje en línea empodero las competencias comunicativas docentes. *Revista de Investigación Científica y Tecnológica Alpha Centauri*, 3(1):24.
- Salazar, B. (2019). Programación lineal.
- Saravia, S. (2019). Material educativo para el aprendizaje de la matemática. Master's thesis, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Tesis y Másters (2023). Propuesta didáctica: definición. <https://tesisymasters.com.ar/propuestas-didacticas/>.
- Universidad de Valencia (2016). Recursos didácticos del ministerio de educación. <https://www.uv.es/uvweb/master-investigacion-didactiques-especificues/es/blog/recursos-didacticos-del-ministerio-educacion-1285958572212/GasetaRecerca.html?id=1285973234220>.
- Universidad Latina de Costa Rica (2020). ¿qué son las tic y para qué sirven? <https://www.ulatina.ac.cr/articulos/que-son-las-tic-y-para-que-sirven>.
- Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje. *Cuadernos*, 58(1):69–70.
- Web del maestro cmf (2020). La teoría y test de los estilos de aprendizaje.

Anexos

Anexo 1. Rúbrica de validación experto 1 (Dra. Angélica Urquizo).

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Título: Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer año BGU de la Unidad Educativa José María Román.

Autor: José Luis Haro Mariño

Variable independiente: Uso de PHPSimplex

Jurado experto: Dra. Angélica Urquizo

Marque Ud. con una "x" en la escala teniendo en cuenta que:

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5

Aspectos	Criterios	1	2	3	4	5
Univocidad de cada ítem	Se entiende el ítem				x	
	Su redacción es clara					x
Pertinencia	Tienen los ítems relación lógica con el objetivo que pretende estudiar				x	
Organización	Existe una organización lógica en la presentación del ítem respectivo				x	
Importancia	El peso del ítem está en relación con la dimensión de referencia					x

Evaluado por: Dra. Angélica Urquizo



Firma _____

CI: 0602763534

Anexo 2. Rúbrica de validación experto 2 (Dra. Tannia Casanova).

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Título: Uso de PHPSimplex y Aprendizaje de Optimización Lineal en Tercer año BGU de la Unidad Educativa José María Román.

Autor: José Luis Haro Mariño

Variable independiente: Uso de PHPSimplex

Jurado experto: Dra. Tannia Casanova

Marque Ud. con una "x" en la escala teniendo en cuenta que:

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5

Aspectos	Criterios	1	2	3	4	5
Univocidad de cada ítem	Se entiende el ítem					x
	Su redacción es clara					x
Pertinencia	Tienen los ítems relación lógica con el objetivo que pretende estudiar					x
Organización	Existe una organización lógica en la presentación del ítem respectivo					x
Importancia	El peso del ítem está en relación con la dimensión de referencia					x

Evaluado por: Dra. Tannia Casanova



Firma _____

CI: 0603912627

Anexo 3. Cuestionario

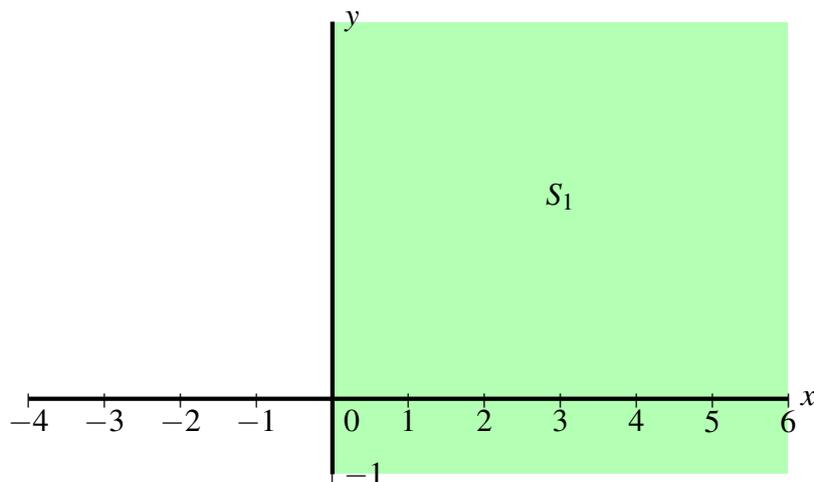
1. Identifique las partes del plano cartesiano:

- a) Eje x , eje y , primer cuadrante, origen, rectas reales y paralelas.
- b) Eje de las abscisas, cuadrantes, origen, rectas paralelas.
- c) Eje x , eje y , cuadrantes, origen, rectas reales y perpendiculares.

2. Indique ¿cuál es la opción que corresponde al semiplano pintado de la figura 34 ?

- a) $x = 0$
- b) $x \geq 0$
- c) $y \geq 0$

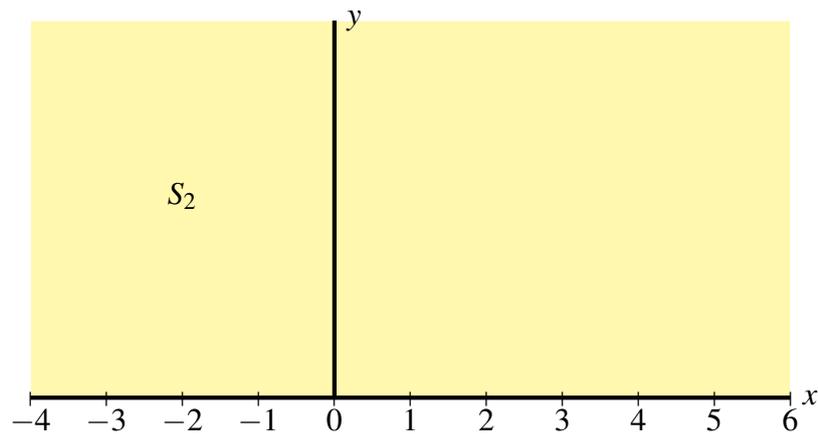
Figura 34. Semiplano 1



3. Indique ¿cuál es la opción que corresponde al semiplano pintado de la figura 35 ?

- a) $y \geq 0$
- b) $x = 0$
- c) $x \leq 0$

Figura 35. Semiplano 2



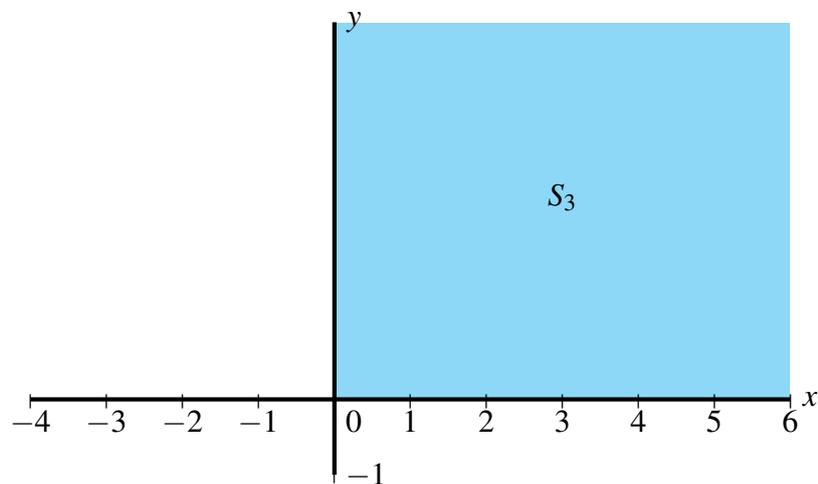
4. ¿Cuál es la expresión que representa la región sombreada de $x \geq 0$ e $y \geq 0$ en la figura 36 ?

a) $S_3 = S_1 \cap S_2$

b) $S_3 = S_1 \cup S_2$

c) $S_3 = S_1$

Figura 36. Semiplano 3



5. Identifique las técnicas y métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales.

a) Técnica de reemplazo, fórmula general, técnica de igualación, método de Cramer.

- b) Técnica de sustitución, reemplazo, reducción, método de Cramer, fórmula general, método de Gauss.
- c) Técnica de sustitución, igualación, reducción, método de Cramer, método gráfico, método de Gauss.

6. ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación y una inecuación?

- a) Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas.
- b) Una ecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas.
- c) Una ecuación es una igualdad entre varias expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas, mientras que una inecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas con una o varias incógnitas.

7. ¿Qué es la programación lineal u optimización lineal?

- a) Es una técnica que permite maximizar la función objetivo tomando en cuenta las restricciones.
- b) Es una técnica matemática que permite maximizar o minimizar una función objetivo tomando en cuenta las restricciones.
- c) Es una técnica matemática que permite maximizar o minimizar las restricciones.

8. ¿De qué tipo son las variables que intervienen en los problemas de programación lineal?

- a) No negativas ($x \geq 0, y \geq 0$)
- b) Negativas ($x \leq 0, y \leq 0$)
- c) Negativa ($x \leq 0$)

d) Negativa ($y \leq 0$)

9. **¿Cuáles son los tipos de soluciones en programación lineal?**

a) Solución única, solución múltiple, no acotada, no factible.

b) Solución finita, solución múltiple, acotada, no factible.

c) Solución única, solución múltiple, acotada, factible.

10. **Para la solución de un problema de programación lineal, es necesaria la construcción del modelo matemático que implica dos elementos básicos, ¿cuáles son?**

a) Las restricciones y las ecuaciones.

b) Las restricciones y la función objetivo.

c) Las ecuaciones y la función objetivo.

11. **Escoja la definición de función objetivo:**

a) Es aquella función lineal que se optimiza, ya sea maximizando o minimizando su resultado.

b) Es aquella función lineal que se optimiza, y en la cual se maximiza su resultado.

c) Es aquella función lineal que se optimiza, y en la cual se minimiza su resultado.

d) Es aquella función lineal que se evalúa en un vértice cualquiera del polígono.

12. **Escoja la forma de enunciar una función objetivo en programación lineal en dos variables:**

a) $f(x,y) = ax + by + cz^2$

b) $f(x,y) = ax + by$

c) $f(x,y) = ax^2 + y$

13. **¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de inecuaciones de primer grado, para dos variables?**

- a) Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable y , graficar cada ecuación, encontrar la intersección.
- b) Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable x , graficar cada ecuación, encontrar la intersección.
- c) Transformar las desigualdades en igualdades, despejar de cada ecuación la variable x , y luego reemplazar cuando $x = 0$, $y = 0$.

14. ¿Cuál es la definición de una restricción?

- a) Son aquellas condiciones que no deben cumplirse al optimizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones o inecuaciones algebraicas.
- b) Son aquellas condiciones que deben cumplirse al optimizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones.
- c) Son aquellas condiciones que deben cumplirse al maximizar la función objetivo y pueden tratarse de ecuaciones.
- d) Son aquellas condiciones que deben cumplirse al optimizar la función objetivo y puede tratarse de ecuaciones o inecuaciones algebraicas.

15. ¿Cuál de los siguientes enunciados representa un ejemplo de restricción para una función objetivo U ?

- a) $2x + 5y \geq 5$
- b) $(2, 5)$
- c) $100x + 100y = 0$

16. ¿Cuántas variables debe tener una restricción en programación lineal para que pueda ser representada en \mathbb{R}^2 ?

- a) Una variable
- b) Tres variables
- c) Dos variables

d) Cuatro variables

17. **¿Qué es una solución factible para un problema de programación lineal?**

a) Una solución factible de un problema es una solución que satisface la función objetivo.

b) Una solución factible de un problema es una solución que satisface todas sus restricciones.

c) Una solución factible de un problema es una solución que no satisface todas sus restricciones.

18. **¿En qué cuadrante del plano cartesiano se determina el conjunto de soluciones factibles en un problema de programación lineal?**

a) Segundo cuadrante

b) Cuarto cuadrante

c) Primer cuadrante

19. **¿Cuál es el proceso para encontrar los vértices del polígono de decisión?**

a) Reemplazar $x = 0$, $y = 0$ en las ecuaciones asociadas.

b) Reemplazar $x = 0$ en la función objetivo.

c) Resolver el sistema de ecuaciones asociadas y encontrar cada uno de los puntos.

d) Reemplazar $x = 0$, $y = 0$ en las ecuaciones asociadas y encontrar cada uno de los puntos.

20. **¿Qué se debe hacer para encontrar la solución en un problema de programación lineal?**

a) Escoger un punto de los vértices y reemplazar en la función objetivo.

b) Escoger un valor de 0 y reemplazar en la función objetivo.

c) Escoger cada uno de los puntos de los vértices y reemplazar en la función objetivo, y seleccionar el valor que maximice o minimice el problema.

d) Escoger cada uno de los puntos de los vértices y reemplazar en las ecuaciones asociadas.

Anexo 4. Oficio dirigido a la Institución Educativa

Riobamba, 5 de mayo de 2022

Máster

MÓNICA INSUASTI J.

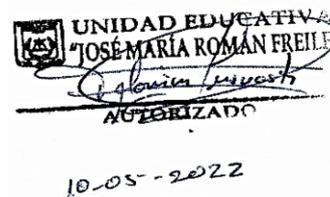
RECTORA DE LA UNIDAD EDUCATIVA JOSÉ MARÍA ROMÁN FREILE

Presente.-

De mi consideración: Reciba un atento y cordial saludo, yo JOSÉ LUIS HARO MARIÑO con **CC: 0605033232**, estudiante de la **UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**, perteneciente a la carrera de **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES Y LA FÍSICA**, me dirijo a usted solicitándole de la manera más comedida se me permita recopilar la información necesaria en la presente institución para el desarrollo del proyecto de investigación titulado **USO DE PHPSIMPLEX Y APRENDIZAJE DE OPTIMIZACIÓN LINEAL EN EL TERCER AÑO BGU**, del cual está el docente tutor, **Dr. Luis Fernando Pérez Chávez**, en donde este trabajo de investigación tiene como objetivo, determinar la organización didáctica que debe tener el manejo de PHPSimplex para el aprendizaje de optimización lineal en los estudiantes de tercero BGU.

Por la atención a la presente, agradezco su gentil apoyo y colaboración.

Atentamente,



UNIDAD EDUCATIVA
JOSÉ MARÍA ROMÁN FREILE
AUTORIZADO
10-05-2022

Estudiante: José Luis Haro Mariño
Correo electrónico: jose.haro@unach.edu.ec
Teléfono móvil: 0994326298

Anexo 5: Fotografías de la aplicación de la prueba en la institución.

Figura 37. Estudiantes del tercero BGU en la evaluación



Figura 38. Estudiantes del tercero BGU en la evaluación



En la figura 37 y 38 se evidencia la aplicación de la prueba a los estudiantes del tercero BGU en acompañamiento con las autoridades de la institución y el docente a cargo.